

СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЗАМКНУТИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ З ПІД-РЕГУЛЯТОРАМИ В НЕМІНІМАЛЬНО-ФАЗОВОМУ ПРОСТОРИ

Вінницький національний технічний університет;

Анотація

Для замкнених систем автоматичного керування з ПІД-регуляторами запропоновано метод синтезу математичних моделей у немінімально-фазовому просторі у вигляді диференціальних рівнянь не вище другого порядку з аргументом, який запізнюється на певний час в процесі проходженні сигналу зі входу системи на вихід.

Ключові слова: замкнута система автоматичного керування, ПІД-регулятор, немінімально-фазовий простір, математична модель не вище другого порядку.

Abstract

For closed automatic control systems with PID controllers, the theses propose a method for synthesizing mathematical models in nonminimum phase space in the form of differential equations of not higher than the second order with an argument which delays for a period of passing an input signal of the system to its output.

Keywords: closed automatic control system, PID controller, nonminimum phase space, mathematical model of not higher than the second order.

У роботах [1, 2] показано, що процеси в замкнених лінійних мінімально-фазових динамічних системах високого порядку, до структури яких входять ПІД-регулятори, а тому їх розімкнуті контури описуються в загальному випадку диференціальними рівняннями, що мають вигляд

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + y = b_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, n > 5, \quad (1)$$

можуть без внесення суттєвих похибок в класі мінімально-фазових описуватись еквівалентними диференціальними рівняннями не вище 5-го порядку, що мають вигляд

$$a_5 \frac{d^5 y}{dt^5} + a_4 \frac{d^4 y}{dt^4} + a_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + y = b_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \quad (2)$$

У цих же роботах запропоновано метод ідентифікації еквівалентних математичних моделей, що мають вигляд (2).

А в роботі [3] було показано, що процеси в лінійних мінімально-фазових динамічних системах високого порядку, що не мають зворотних зв'язків і ПІД-регуляторів у структурі, а тому описуються в загальному випадку диференціальними рівняннями, що мають вигляд

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + y = b_0 x, n > 3, \quad (3)$$

можуть без внесення суттєвих похибок в немінімально-фазовому просторі описуватись еквівалентними диференціальними рівняннями не вище другого порядку, що мають вигляд

$$a_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1^* \frac{dy}{dt} + a_0^* y(t) = b_0^* x(t - \tau) 1(t - \tau), \quad (4)$$

або –

$$a_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1^* \frac{dy}{dt} + a_0^* y(t) = [b_1^* \frac{dx(t-\tau)}{dt} + b_0^* x(t-\tau)]1(t-\tau), \quad (5)$$

де τ – відрізок часу, на який «запізнюється» реакція $y(t)$ динамічної системи на вхідний сигнал $x(t)$, а $1(t-\tau)$ – одинична сходинова функція, яка обнуляє усі значення відповідного процесу при значеннях часу $t < \tau$.

У цій же роботі запропоновано метод ідентифікації еквівалентних математичних моделей, що мають вигляд (4), (5).

В даній роботі висунута і доведена гіпотеза, що і процеси в замкнутій лінійній системі автоматичного керування з ПІД-регулятором, що описуються в загальному випадку рівняннями (1), в немінімально-фазовому просторі теж можна описувати еквівалентними диференціальними рівняннями не вище другого порядку у вигляді

$$a_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1^* \frac{dy}{dt} + a_0^* y(t) = [b_2^* \frac{d^2 x(t-\tau)}{dt^2} + b_1^* \frac{dx(t-\tau)}{dt} + b_0^* x(t-\tau)]1(t-\tau) \quad (6)$$

і побудовано метод ідентифікації еквівалентних моделей, що мають вигляд (6).

Як і у роботах [1–3], для отримання розрахункових співвідношень методу обидві моделі – і ту, що є еквівалентом, і ту, еквівалент якої визначається, – «занурено» в частотну область, що дало змогу для визначення параметрів $\{b_2^*, b_1^*, b_0^*, a_2^*, a_1^*, \tau\}$ еквівалентної математичної моделі (6) використовувати експериментально зняті амплітудно частотну $A_n(\omega)$ та фазо-частотну $\varphi_n(\omega)$ характеристики розімкнутого контуру системи автоматичного управління з ПІД-регулятором та звести алгоритм ідентифікації еквівалентної математичної моделі до сумісного розв'язання системи рівнянь:

$$b_0^* = A_n(0),$$

$$A_n(\omega_{cr}) = \frac{\sqrt{[(b_0^* - b_2^* \omega_{cr}^2)(1 - a_2^* \omega_{cr}^2) + b_1^* a_1^* \omega_{cr}^2]^2 + [b_1^* \omega_{cr} (1 - a_2^* \omega_{cr}^2) - (b_0^* - b_2^* \omega_{cr}^2) a_1^* \omega_{cr}]^2}}{(1 - a_2^* \omega_{cr}^2)^2 + (a_1^* \omega_{cr})^2},$$

$$-\pi = -\arctg \frac{(b_0^* - b_2^* \omega_{cr}^2) a_1^* \omega_{cr} - b_1^* \omega_{cr} (1 - a_2^* \omega_{cr}^2)}{b_1^* a_1^* \omega_{cr}^2 + (b_0^* - b_2^* \omega_{cr}^2)(1 - a_2^* \omega_{cr}^2)} - \omega_{cr} \tau,$$

$$\sum_{i=1}^N [\varphi_n(\omega_i) + \arctg \frac{f_1(\bullet)}{f_2(\bullet)} + \omega_i \tau] \omega_i = 0,$$

$$\sum_{i=1}^N [\varphi_n(\omega_i) + \arctg \frac{f_1(\bullet)}{f_2(\bullet)} + \omega_i \tau] \frac{1}{f_1^2(\bullet) + f_2^2(\bullet)} [b_1^* \omega_i^3 f_2(\bullet) - (b_2^* \omega_i^4 - b_0^* \omega_i^2) f_1(\bullet)] = 0,$$

$$\sum_{i=1}^N [\varphi_n(\omega_i) + \arctg \frac{f_1(\bullet)}{f_2(\bullet)} + \omega_i \tau] \frac{1}{f_1^2(\bullet) + f_2^2(\bullet)} [(b_0^* \omega_i - b_2^* \omega_i^3) f_2(\bullet) - b_1^* \omega_i^2 f_1(\bullet)] = 0,$$

$$f_1(\bullet) = f_1(b_2^*, b_1^*, b_0^*, a_2^*, a_1^*) = (b_0^* a_1^* - b_1^*) \omega_i + (b_1^* a_2^* - b_2^* a_1^*) \omega_i^3,$$

$$f_2(\bullet) = f_2(b_2^*, b_1^*, b_0^*, a_2^*, a_1^*) = b_0^* + (b_1^* a_1^* - b_0^* a_2^* - b_2^*) \omega_i^2 + b_2^* a_2^* \omega_i^4,$$

де ω_{cr} – критична частота.

Висновки

Спосіб доведення висунутої гіпотези та спосіб отримання приведеної вище системи рівнянь для визначення параметрів еквівалентної математичної моделі (6) нами буде викладений у доповіді на науково-технічній конференції, з тематики якої написано дані тези, та у статті, яка буде подана у науковий журнал «Вісник Вінницького політехнічного інституту».

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокин Б. И. Построение математической модели минимального порядка для линейной динамической системы с обратной связью / Б. И. Мокин, И. А. Чернова // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». – 2017. – №2. – С. 59-66.

2. Borys I. Mokin. Construction of a mathematical model of the minimum order for a linear dynamical system with feedback / Borys I. Mokin, Iryna A. Chernova // Journal of Automation and Information Sciences. – USA. – Volume 49, 2017, Issue 3. - Pages 69-77.

3. Мокін В. Б. Еквівалентування математичних моделей мінімально-фазових систем високого порядку в класі немінімально-фазових / В. Б. Мокін, О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, С. О. Довгополюк, І. О. Чернова // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2017. – №6. – С. 111-121.

Мокін Борис Іванович — академік НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, професор кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: borys.mokin@gmail.com

Мокін Віталій Борисович — д.т.н., проф., завідувач кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: vbmokin@gmail.com;

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: abmokin@gmail.com;

Чернова Ірина Олександрівна — аспірант кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: ira.chernova85@gmail.com;

Довгополюк Сергій Олександрович — аспірант кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: isergeyq@gmail.com.

Mokin I. Borys — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, Professor of the Chair of Systems Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: borys.mokin@gmail.com;

Vitalii B. Mokin — Prof., Dr Hab. (Eng.), Head of the Chair of Systems Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: vbmokin@gmail.com;

Mokin B. Oleksandr — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: abmokin@gmail.com;

Chernova O. Iryna — post-graduate student of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: ira.chernova85@gmail.com;

Dovhopolyuk O. Sergey — post-graduate student of the Chair of Systems Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: isergeyq@gmail.com.