

# ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА

---

---

УДК 621.311.1

П.Д. Лежнюк, В.А. Комар

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ЕЕ СХЕМЫ

Винницкий национальный технический университет, Винница, Украина

Рассматривается критериальная модель интегрального показателя качества функционирования распределительной электрической сети, позволяющего оценить способность сети выполнять свои основные функции, в том числе в состояниях с пониженным уровнем производительности и с меньшей эффективностью.

Предложенный показатель можно использовать для оптимизации мест секционирования распределительной сети.

*Ключевые слова:* распределительная электрическая сеть, критериальный метод, качество функционирования.

### Введение

Оптимизацию режима неоднородной распределительной электрической сети можно выполнить или снижением степени неоднородности, или принудительным изменением токораспределения с целью приблизить его к токораспределению в однородной сети [1]. В первом случае устраняется причина, то есть собственно неоднородность, во втором – только ее следствие: неэффективное токораспределение. Поэтому в первом случае обеспечивается оптимальность режима для всех вариаций нагрузки, а во втором – необходимы устройства контроля за изменениями параметров режима и соответствующего управления токораспределением. Одним из способов коррекции токораспределения является секционирование распределительной электрической сети. Существует ряд методов для определения мест секционирования [2], но все они в качестве критерия оптимальности принимают минимум потерь при ограниченной длине фидера. При этом они не позволяют учесть некоторые объективные изменения в режимах сетей, например, из-за возрастающего объема альтернативных и возобновляемых источников энергии (АВИЭ) [3]. Поскольку АВИЭ влияют на надежность и качество электроснабжения потребителей, то оптимизация только по критерию минимума потерь является не полной.

Поскольку электроэнергетика относится к тем сложным системам, для которых, особенно при рыночных отношениях, не достаточно характеристики отказа в функционировании только в форме «все или ничего», то необходимо оценивать показатели качества функционирования, характеризующие способность системы выполнять свои основные функции с пониженным уровнем производительности, т. е. с меньшей эффективностью [4]. Поскольку в электроэнергетических системах (ЭЭС) присутствует некоторая избыточность, то отказы некоторых (или даже многих) элементов приводят лишь к частичному ограничению возможностей системы, т. е. имеются дополнительные способы выполнения требуемых задач, хотя, возможно, и с пониженной эффективностью.

Из-за необходимости учета значительного количества технико-экономических показателей электрической сети для оценки качества ее функционирования возникает задача опре-

деления интегрального показателя. Как отмечается в [5], общие требования, которым должен отвечать такой показатель, есть: отображение объективной реальности; оценка эффективности, качества и оптимальности; возможность физического и абстрактного толкования; возможность вычисления, хотя бы с использованием ЭВМ; нормирование и отображение "крайних" состояний системы с учетом потенциально и реально возможных; должен быть в определенной мере обобщающим (характеризовать отдельные подсистемы и системы в целом во всех жизненных циклах); должен легко раскладываться на частичные показатели и объединяться в обобщенные; должен иметь теоретическую основу и позволять разрабатывать новую теорию или развивать старую; владеть эвристичностью, позволять принимать решение на основании опыта и интуиции и т.п.

К свойствам электрической сети как технической системы, которые определяют ее качество функционирования, относятся надежность, экономичность и безопасность, а при определенных требованиях и живучесть (рис. 1) [4, 6, 7].

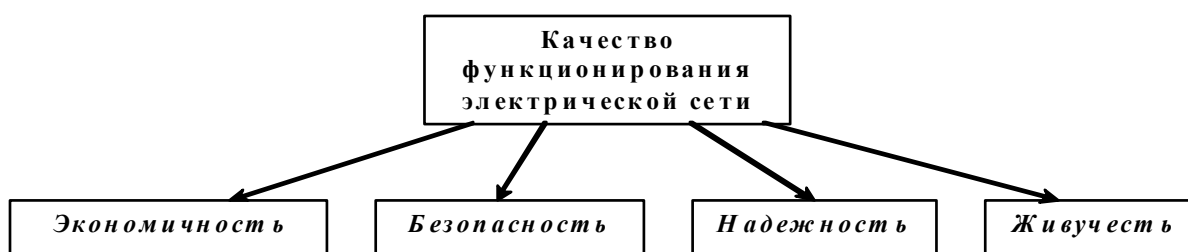


Рис. 1. Свойства, которые определяют качество функционирования электрической сети

*Целью статьи* является математическое моделирование интегрального показателя качества функционирования электрических сетей, позволяющего оценить способность сети выполнять свои основные функции с пониженным уровнем производительности, то есть с меньшей эффективностью.

### Математическое моделирование качества функционирования электрической сети

Основные задачи, которые ставятся перед распределительной электрической сетью, это надежное и качественное электроснабжение потребителей при наименьших потерях активной мощности. Эксплуатационные затраты электрической сети могут быть записаны:

$$Z = Z(\Delta P) + Z(\omega) + Z(\delta U), \quad (1)$$

где  $Z(\Delta P)$  – затраты на покрытие потерь мощности;  $Z(\omega)$  – затраты на покрытие ущерба потребителю от недоотпуска электрической энергии;  $Z(\delta U)$  – затраты на возмещение ущерба потребителю, связанного с несоответствующим качеством электроэнергии.

Для оперативной оценки от затрат (1) можно перейти к выражению в мощностях:

$$F = \Delta P + P(\omega) + P(\delta U), \quad (2)$$

где  $\Delta P$  – потери активной мощности;  $P(\omega)$  – недоотпущенная мощность из-за отказов электрооборудования;  $P(\delta U)$  – мощность, эквивалентная ущербу, вызванному некачественной электрической энергией.

Аппроксимируем зависимость (2) в функции от параметров, определяющих величину  $P$  – значение коэффициентов токораспределения  $C$  и уровней напряжения в узлах сети  $U$ , в виде полинома:

$$F = \sum_{i=1}^m a_i C_i^{\beta_i} U_i^{\delta_i} \Rightarrow \min, \quad (3)$$

где  $a_i$  и  $\beta_i, \delta_i$  – постоянные коэффициенты аппроксимации.

Используя критериальный метод [7], позингом (3) приведем к критериальному виду:

$$F_* = \sum_{i=1}^m \pi_i C_{i*}^{\beta_i} U_{i*}^{\delta_i}, \quad (4)$$

где  $F_* = F/F_{\min}$ ,  $C_{i*} = C_i/C_{i0}$ ,  $U_{i*} = U_i/U_{i0}$  – относительные значения соответственно технико-экономического показателя  $F$ , коэффициентов токораспределения и напряжений в узлах схемы;  $F_{\min}$  – технически реализуемое минимальное значение технико-экономического показателя;  $C_{i0}, U_{i0}$  – значения коэффициентов токораспределения и напряжений в узлах схемы,

которые соответствуют  $P_{\min}$ ;  $\pi_{i0} = \frac{a_i C_{i0}^{\beta_i} U_{i0}^{\delta_i}}{P_{\min}}$  – критерии подобия [8].

В критериальном методе прямой задаче вида (3) соответствует двойственная задача:

$$D = \prod_{i=1}^m \left( \frac{a_i}{\pi_i} \right)^{\pi_i} \Rightarrow \max, \quad (5)$$

где  $\pi_i = \pi_{i0} \cdot \frac{C_{i*}^{\beta_i} U_{i*}^{\delta_i}}{F_*}$ .

В соответствии с критериальным методом  $P_{\min} = D_{\max}$  [8], то есть можно получить в критериальном виде двойственную функцию (5):

$$\frac{D}{D_{\max}} = D_* = \prod_{i=1}^m \left( \frac{a_i}{\pi_i} \right)^{\pi_i} \cdot \left( \frac{\pi_{i0}}{a_i} \right)^{\pi_{i0}},$$

где  $\pi_{i0}$  – критерии подобия, соответствующие  $F_{\min}$  и  $D_{\max}$ . Графически соотношение между критериальными зависимостями прямой и двойственной задач показаны на рис. 2.

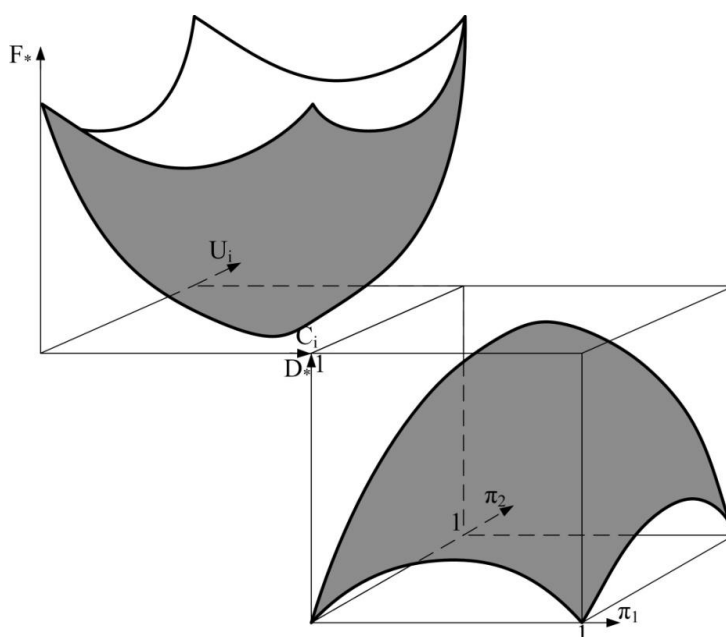


Рис. 2. Прямая и двойственная задачи критериального программирования

Из рис. 2 видно, что в зависимости от степени приближения функциональных возможностей сети к базису ( $F_{\min} = D_{\max}$ ), объем  $V$  фигуры, ограниченной зависимостью  $D_*(\pi)$ , приближается к единице. То есть, критерием качества функционирования сети можно счи-

тать объем фигуры  $V$ , который состоит из произведения интегралов вида  $\int_0^{\pi_i} D_*(\pi_i) [9]$ .

Если за базис взять "идеальную" сеть (полностью надежную, с максимальным качеством электрической энергии, минимальными потерями), то по величине  $V$  можно характеризовать качество функционирования разных по конфигурации схем электрической сети и с разным составом источников питания.

### Учет вероятностного характера переменных $C$ и $U$

Процесс функционирования электрической сети можно рассматривать как множество состояний, в которые она переходит при выходе из строя определенных элементов. Каждое из состояний характеризуется своим математическим ожиданием величин  $C$  и  $U$ , которые изменяются в зависимости от этих состояний и должны быть уточнены коэффициентом функциональной готовности электрической сети

Для определения вероятностей состояний наибольший интерес представляет теория марковских процессов [10]. Методы, построенные на ее основе, позволяют учесть этапность восстановления элементов системы, структурную избыточность и т. д., что является необходимым для достижения поставленной цели. Допущения, которые принимаются в теории марковских процессов, не вносят значительной погрешности.

С течением времени электрические сети переходят из состояния в состояние из-за изменения состояния ее элементов (отказы элементов, их восстановление, разные внешние влияния и т.п.). Каждое конкретное состояние системы может быть охарактеризовано определенным условным показателем функциональной готовности. Этот показатель характеризует результат выполнения функций электрической сетью, которая находится именно в этом состоянии.

Здесь принято допущение об экспоненциальном законе распределения возникновения событий, связанных с отказами и восстановлениями элементов сети. В [11, 12] показано, что законы распределения времени возникновения отказов и времени восстановлений имеют более сложный характер, чем экспоненциальный. Однако использование именно экспоненциального распределения при расчете вероятности безотказной работы этих элементов является общепринятым. Объяснить это можно тем:

- что пока нет единого взгляда относительно действительного закона распределения времени отказов и восстановлений элементов электрических сетей;
- применение экспоненциального закона распределения времени между отказами приводит к погрешностям определения расчетной вероятности безотказной работы сравнительно с фактической, но не может быть причиной ненадежности сети;
- время отказов и восстановлений элементов может являться комбинацией экспоненциального, Вейбула и нормально-логарифмического распределения, но на довольно значительном промежутке времени эти системы ведут себя так, будто все их элементы имеют экспоненциальное распределение времени отказов и восстановлений [12].

Если обозначить через  $p_i$  вероятность того, что система в момент времени  $t$  находится в  $i$ -м состоянии, а через  $\Phi_i$  – общесистемный коэффициент этого состояния, то показатель функциональной не готовности системы может быть определен по формуле

$$E = \sum_{i=1}^m p_i \Phi_i, \quad (6)$$

где суммирование выполняется по всем состояниям системы.

Для построения функции (6) необходимо показать возможность преобразования матрицы коэффициентов Колмогорова, используя принципы критериального программирования [9]. Процесс функционирования можно изобразить в виде графа (рис. 3), по которому можно

составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова [10]. Приняв допущения о  $\frac{dp_i}{dt} = 0$ , система дифференциальных уравнений примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^m v_{ji} p_i = 0, \quad j = \overline{2, n} \\ \sum_{i=1}^m p_i = 1, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $p_i$  – вероятности состояний исследуемой сети;  $v_{ij}$  – элементы матрицы  $v$ , которая является матрицей интенсивностей переходов из одного состояния в другого;  $m$  – количество возможных состояний исследуемой системы;  $n$  – количество направлений изменения состояний, которые выходят из рабочего состояния 1 (см. рис. 3).

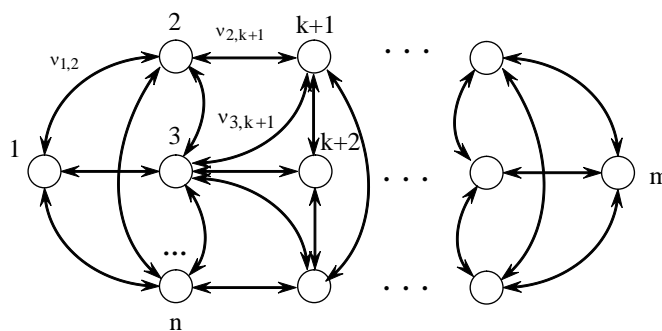


Рис. 3. Граф изменения состояний системы

Для определения вероятностей рабочих состояний и оценки качества функционирования исследуемой системы необходимо решить алгебраическую систему уравнений (7), которая в более общем виде записывается

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{b}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{v} = \begin{vmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} & \dots & v_{1m} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} & \dots & v_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{n1} & v_{n2} & v_{n3} & \dots & v_{nm} \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{vmatrix}$ ;  $\mathbf{p} = \begin{vmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \dots \\ p_m \end{vmatrix}$ ;  $\mathbf{b} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{vmatrix}$ .

В критериальном программировании подобная система уравнений ортогональности и нормирование записывается [8]:

$$\mathbf{\alpha} \cdot \boldsymbol{\pi} = \mathbf{b}, \quad (9)$$

где  $\boldsymbol{\alpha} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \dots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \dots & \alpha_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \alpha_{n3} & \dots & \alpha_{nm} \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{vmatrix}$ ;  $\boldsymbol{\pi} = \begin{vmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \dots \\ \pi_m \end{vmatrix}$ ;  $\mathbf{b} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{vmatrix}$ ,

$\boldsymbol{\alpha}$  – матрица показателей или размерностей (в нашем случае состоит из показателей степени в выражении (3)  $\beta_i$  и  $\delta_i$ );  $\boldsymbol{\pi}$  – вектор критериев подобия.

Проанализировав системы уравнений (8) и (9), можно отметить, что  $\mathbf{v}$  матрица коэффициентов системы уравнений (8) по форме аналогична матрице размерностей  $\mathbf{a}$  системы уравнений (9), применяемой в теории подобия [8, 9], а вектор  $\mathbf{p}$ , компоненты которого являясь по сути весовыми коэффициентами состояний исследуемого процесса, по своему смыслу отвечает вектору критериев подобия  $\boldsymbol{\pi}$ , элементы которого являются безразмерными соотношениями параметров системы и в том случае, когда они определяются методом интегральных аналогов, также являются весовыми коэффициентами составляющих целевой функции (пронормованы к единице) [8]. Итак, можно провести аналогию между системами уравнений (8) и (9).

Подобие моделирования марковских процессов и критериального моделирования позволяет применить к системе уравнений (8) принципы критериального программирования [8]. В результате можно получить функцию, которая представляет собой прямую задачу критериального программирования, по которой можно оценивать функциональную готовность электрической сети. В критериальной форме она будет иметь вид [9]:

$$f(x_*) = \sum_{i=1}^m p_i \prod_{j=1}^n x_{*j}^{v_{ij}}, \quad (10)$$

где  $p_i$  – критерий подобия, который в данном случае является вероятностью пребывания системы в состоянии  $i$ ;  $x_{*j}$  – интегральные независимые параметры, которые характеризуют основные свойства системы (экономичность, надежность, качество) в соответствующих состояниях.

### Выводы

Используя сходство математического моделирования марковских процессов и критериального моделирования, предложен интегральный показатель функциональной готовности сети. Поскольку оценивание выполняется по отношению к "идеальной" сети, то можно сравнивать разные варианты схемы сети между собой. При этом сравнение выполняется без определения технико-экономических показателей, а в относительных единицах. Полученные результаты позволяют определять оптимальные варианты секционирования сети с учетом потерь активной мощности, надежности электроснабжения и качества электроэнергии.

### Библиографический список

1. **Холмский, В. Г.** Расчет и оптимизация режимов электрических сетей / В.Г. Холмский. – М.: Высш. шк., 1975. – 280 с.
2. **Кузнецов, В.Г.** Оптимизация режимов электрических сетей / В.Г. Кузнецов, Ю.И. Тугай, В.А. Баженов. – Киев.: Наукова думка, 1992. – 216 с.
3. **Кириленко, А.В.** Энергетика устойчивого развития: вызовы и пути построения / А.В. Кириленко, А.В. Праховник // Труды Института электродинамики НАН Украины. Специальный выпуск. – Киев. 2010. С. 10–16.
4. **Ушаков, И. А.** Надежность: прошлое, настоящее, будущее (Обзор) // Методы менеджмента качества. 2001. №5. С. 21–25.
5. **Кузьмин, И. В.** Критерии оценки эффективности, качества и оптимальности сложных систем // Вестник Винницкого политехнического института. 1994. № 1. С. 5–9.
6. Надежность технических систем: справочник / Ю. К. Беляев [и др.]; под ред. И. А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
7. **Дружинин, Г. В.** Надежность автоматизированных производственных систем / Г. В. Дружинин. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 480 с.
8. **Астахов, Ю.Н.** Применение критериального метода в электроэнергетике / Ю.Н. Астахов, П.Д. Лежнюк. – Киев: УМК ВО, 1989. – 140 с.
9. **Лежнюк, П.Д.** Оценка качества оптимального управления критериальным методом: монография / П.Д. Лежнюк, В.О. Комар. – Винница: УНИВЕРСУМ-Винниц, 2006. – 108 с.

10. **Майн, Х.** Марковские процессы принятия решений / Х. Майн, С. Осаки. – М.: Наука, 1977. – 176 с.
11. **Биллингтон, Р.** Оценка надежности электроэнергетических систем: [пер. с англ. В. А. Туфанова] / Р. Биллингтон, Р. Алан; под ред. Ю. А. Фокина. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 287 с.
12. **Фокин, Ю. А.** Оценка надёжности систем электроснабжения / Ю.А. Фокин, В.А. Туфанов. – М.: Энергоиздат, 1981. – 224 с.

*Дата поступления  
в редакцию 03.08.2012*

**P.D. Lezhnyuk, V.A. Komar**

## **MATHEMATICAL MODELING QUALITY INDEX OF THE POWER GRID IN OPTIMIZATION OF ITS PATTERNS**

Vinnitsa national technical university, Vinnitsa, Ukraine

The criterion model integrated indicator of quality of functioning of electrical distribution networks to assess the ability of the network to perform its core functions, including in states with low levels of productivity and less efficiency. This measure can be used to optimize the distribution network partitioning places.

*Key words:* electric distribution network, criteria method, the quality of performance.