**УДК 62 50 658 21**

И. С. Колесник, Д. С. Лысак, А. Ю. Недоснованый

# МОДЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ И ЖИВУЧЕСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ НА БАЗЕ МЕТОДОЛОГИИ ОПТИМАЛЬНОГО АГРЕГИРОВАНИЯ

Винницкий национальный технический университет, г. Винница

Анотація. Розглядається проблема створення математичних моделей класу СМО «системи масового обслуговування з дискретними стохастичними об’єктами і засобами обслуговування на базі методології оптимального агрегування. Також запропоновані нові інформаційні технології розробки моделей функціонування і розвитку систем обслуговування. Поставлена і вирішена задача оптимального розподілу засобів для обслуговування стохастичних потоків об’єктів. Моделі побудовані на базі методології оптимального агрегування, тому оптимальне управління - розподіл засобів між об’єктами різних класів, - вбудоване в ці моделі. Розглянуті приклади рішення задач оптимізації ефективності і живучості для комп’ютерних систем.

**Ключові слова: конструювання моделей, комп’ютерні системи, розвиток, оптимальне агрегування, ризики, ефективність, живучість.**

Аннотация. Рассматривается проблема создания математических моделей класса СМО «системы массового обслуживания с дискретными стохастическими объектами и средствами обслуживания на базе методологии оптимального агрегирования. Также представлены новые информационные технологии разработки моделей функционирования и развития систем обслуживания. Поставлена и решена задача оптимального распределения средств обслуживания стохастических потоков объектов. Модели построены на базе методологии оптимального агрегирования, поэтому управление - оптимальное распределение средств обслуживания между объектами разных классов, - встроено в эти модели. Рассмотрены примеры решения задач оптимизации эффективности и живучести для компьютерных систем.

**Ключевые слова: конструирование моделей, компьютерные системы, развитие, оптимальное агрегирование, риски, эффективность, живучесть.**

Abstract. The problem of creating mathematical models of the class of QS queueing systems with discrete stochastic and facilities based on the methodology of optimal aggregation. Also presented new information technologies development of operational models and systems development services. Set and the problem of the optimal allocation of stochastic flow objects. Models are based on the methodology of optimal aggregation, so Office-optimal allocation of funds between different classes of objects, built into these models. Examples of solution of optimization tasks effectiveness and survivability for computer systems.

**Keywords: designing models, computer systems, development, binary operator, optimal aggregation, risks, effectiveness, survivability.**

## Введение

Сегодня в передовых научно-конструкторских организациях интегрируются процессы проектирования эффективности и живучести технических систем. Мировые стандарты надежности включают следующие показатели: надежность вероятностная (безотказность), отказонечувствительность, отказоустойчивость, отказобезопасность. Существует нерешенная до конца проблема обоснованного и обобщенного объединения приведенных показателей в один целостный показатель - живучесть, измерительный, пригодный для практики и теории. Что касается вопроса эффективности, то при введении в техническую систему новой подсистемы и оценивается приращение эффективности технической системы, а затем оцениваются последствия - потери при отказе этой подсистемы и падение эффективности [8].

## Актуальность проблемы

Сегодня планово и стихийно создаются большие распределенные системы производства услуг - СМО. Примеры таких систем - воздушные, морские, железнодорожные и комплексные логистические центры, линии сборки автомобилей, где каждая машина собирается для конкретного заказчика, системы доставки пиццы или цемента для городских строек. Особый класс - вычислительные сети предприятия, банка. Особенность таких систем - дуальность: материальная структура, которая производит определенные услуги и информационная структура, которая управляет материальной структурой. Такие дуальные системы должны быть эффективными, надежными и живучими. Примеры взаимосвязи информационной и материальной структур:

- на новом терминале аэропорта из-за сбоя системы распределения багажа в конечном итоге сожгли несколько тысяч невостребованных сумок и чемоданов;

- на палубе авианосца самолёт «уронил» ракету, возник пожар, ущерб от которого превысил возможный ущерб от ракет вражеских.

Возможная причина таких событий - раздельное проектирование информационных и материальных (исполнительных) подсистем, раздельная оптимизация СМО для номинальных и неноминальных (при отказах) режимов. Практика требует адекватной, без упрощений и математических ограничений на классы функций. Реальные СМО состоят из большого числа подсистем, поэтому необходимы методы, реализующие «программу Беллмана»: «замена задачи поиска точки в многомерном фазовом пространстве системой задач поиска в пространствах меньшей размерности, желательно - одномерных» [1, 2].

## Анализ литературы

Для удовлетворительного управления производством необходимы научные знания в области материальных технологий, менеджмента и логистики, экономики и финансов, экологии, социальной психологии для персонала и потребителей. Это требует комплексного, целостного подхода к разработке системы моделей объекта управления. Публикации по этим вопросам можно разделить на три группы: описательную – «правила для менеджера» [8] , математическую - фундаментальные математические модели и методы [1-3], системную – сочетание «правил» и математических моделей [4-7]. Из множества источников цитируемые выбраны, поскольку в них присутствуют ценные методологические элементы и эмпирические обобщения. У Р. Беллмана – подходы к декомпозиции и управлению стохастическими системами, у Дж. Форрестера – реалистичный подход к построению моделей на базе законов механики, электродинамики, экономики, социологии. Рекомендуется использование эмпирической, преимущественно вербальной информации. Статистические данные используются при верификации созданной математической модели.

В работе [7] предложена декомпозиция «страта, слой, эшелон» для иерархических структур производственных систем, послужившая аналогом для декомпозиции «функциональная, структурная, редукционная» модели СМО [10-12]. Аналог используемой в данной работе методологии оптимального агрегирования производственных элементов [9, 11] - работы Фейджина и Опойцева, [4, 8] в области оптимального агрегирования для middleware. Отличие нашей методологии от аналога: там объекты – запросы к большим базам данных, у нас – производственные элементы.

## Постановка задачи исследования

На основании проведенного анализа и собственных исследований в области оптимизации и систем «производители, продукты, потребители» [9 -12] выбрана методология оптимального агрегирования, которая удовлетворяет поставленным требованиям к моделям и методам. При использовании методов оптимального агрегирования типичные проблемы оптимизации больших нелинейных систем: размерности, непрерывности, выпуклости не решаются, а устраняются: задача нелинейного программирования высокой размерности разбивается в систему одномерных задач оптимизации [9] одномерных задач оптимизации, решаемых методом прямого перебора.

Цель данной работы - разработка эффективной модели и метода оптимального управления СМО, которая состоит из неидентичных стохастических средств обслуживания неидентичных стохастических объектов обслуживания.

## 1. Разработка имитационных математических моделей СМО

Статистики и близких аналогов не найдено, поэтому первый шаг в достижении поставленной цели – разработка модели элементов обслуживания для получения статистики «виртуальной реальности. Однако, найдена описательная информация по ряду СМО с неидентичными объектами и средствами обслуживания:

- компьютерная система для управления технологическими процессами, объекты обслуживания - задачи управления подсистемами, средства обслуживания - элементы компьютерной сети предприятия управление – распределение задач между компьютерами, критерии – эффективность, живучесть;
- доставка пиццы, объекты обслуживания – клиенты с различными объёмами заказов, средства обслуживания - персонал на велосипедах, скутерах, автомашинах, управление - распределение наличных средств обслуживания, критерии – эффективность, живучесть;
- поставки цементного раствора на территории города, объекты обслуживания - заказчики раствора для ремонтно-строительных работ разной интенсивности, средства обслуживания - бетоновозы разной ёмкости; управление - распределение бетоновозов по объектам, критерии - эффективность, живучесть;
- логистический терминал большого предприятия, объекты обслуживания трейлеры от поставщиков и заказчиков, средства обслуживания – терминалы разной мощности и специализации, управление – распределение объектов по терминалам, критерии – эффективность, живучесть [11].

Эти примеры – малая часть подобных систем. Не упомянуты такси, ПВО и ремонтные службы и др. не упомянуты такие элементы обслуживания, как возможность серии из нескольких обслуживаний, ситуации невыполнения обслуживания. Не упомянуто главное в теории массового обслуживания – очереди, обработка очередей. В различных классах СМО очереди могут быть; абсолютно недопустимыми, нежелательно допустимыми, допустимыми с информацией объекта о времени ожидания.

Для того, чтобы использовать некоторый общий для всего класса метод анализа и синтеза СМО с неидентичными элементами, следует сформировать математическую модель СМО так чтобы специфика обслуживаний явном виде в модели СМО отсутствовала. На рис. 1 представлена схема процесса получения оптимальной эквивалентной модели СМО. Наличие разработанных функциональных программных модулей К1 – К3 позволяет реализовать исполняемый макет абстрактной словесной модели на рис. 1.

На рис. 2 представлен информационный блок с постановкой задач и примеров моделирования согласно схеме на рис. 1.Слева, снизу-вверх представлены: - матрица функций обслуживания для всех пар классов объектов и средств обслуживания, - формулы оптимального агрегирования для каждого класса объектов средствами всех классов и формулы оптимального агрегирования второго уровня. Результат агрегирования второго уровня - оптимальная эквивалентная функция обслуживания СМО.

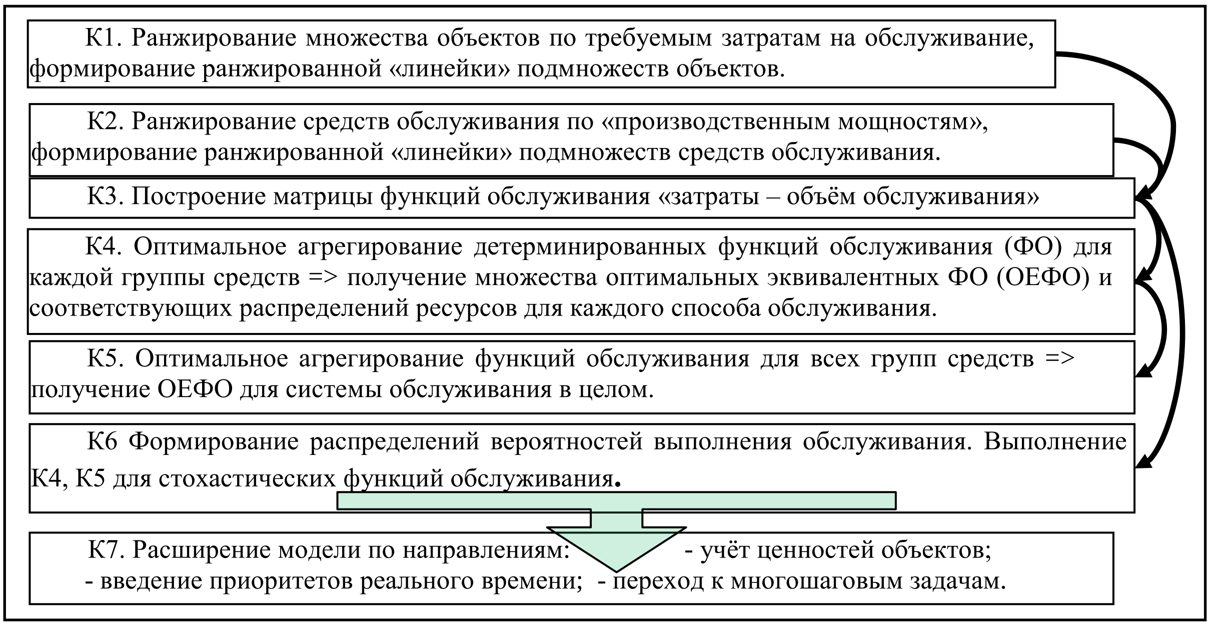



Рисунок 1 – Схема последовательности задач получения оптимальной эквивалентной ФО СМО

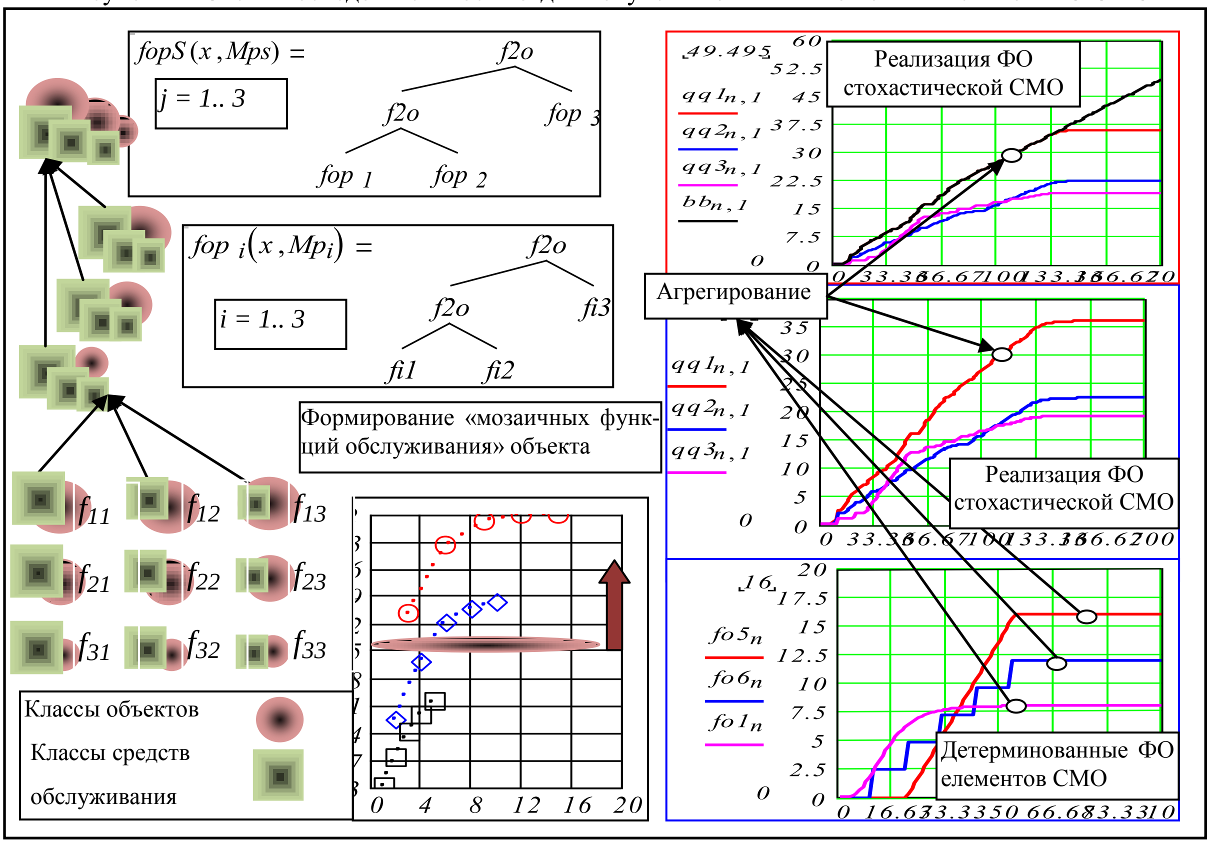



Рисунок 2 – Постановка задачи оптимального агрегирования статистических функций обслуживания

Справа представлен пример оптимального агрегирования системы из трёх элементов: – детерминированные ФО, ФО с учётом случайных возмущений, результаты оптимального агрегирования этих стохастических ФО [8]. На верхнем графике совместно представлены стохастические ФО для каждого класса средств обслуживания и результат оптимального этих функций. Можем видеть эмпирический результат: оптимальная эквивалентная ФО нестрого монотонных ограниченных стохастических функций сходится к линейной с определённым наклоном.

На рис. 2 величины  и  – требуемая и наличная мощности обслуживания.
В совокупности на рис. 1 и 2 кратко представлена информационная технология анализа и синтеза СМО, для которых нежелательны или просто невозможны натурные эксперименты, отсутствует полноценная статистика, а ошибки проектирования и управления функционированием приводят к недопустимым потерям. Данная работа базируется на предметных (на имитационных моделях) исследованиях стохастических функций класса «затраты, выпуск» и разработке бинарного оператора оптимального агрегирования этих функций [].

2. Разработка математической модели функционирования СМО

Определим СМО как матрицу, строки которой - упорядоченные за «производственными мощностями» (ПМ) классы средств обслуживания, столбцы – требуемые для данного класса объектов обслуживания: ПМ обслуживания, количества элементов СМО и параметры средств обслуживания.

Модель системы обслуживания $$SMO = \begin{pmatrix} k_1 & x_1 & Vp_1 & Vst_1 \\ k_2 & x_2 & Vp_2 & Vst_2 \\ k_m & x_m & Vp_m & Vst_m \\ k_M & x_M & Vp_M & Vst_M \end{pmatrix} \qquad (1)$$

где $m$ -индекс класса средств, $k_m$-количество средств обслуживания данного класса в СМО, $x_m$ - ПМ средства обслуживания, $Vp_m$ - параметры операции обслуживания, $Vst_m$ - параметры распределений вероятностей уровня обслуживания $xr$ - случайной величины, заданной средним и средним отклонением $(x_n, \sigma_n)$ или распределением вероятностей $\psi n(x_n)$.

Определим поток объектов обслуживания как матрицу, строки которой – упорядоченные по требуемой ПМ классы объектов обслуживания, столбцы – требуемые для конкретной модели параметры. Строки упорядочены по значениям столбца 2 – требуемым ПМ обслуживания.

Модель потока объектов обслуживания $$FOS = \begin{pmatrix} q_1 & \chi_1 & Vq_1 & Vsq_1 \\ q_2 & \chi_2 & Vq_2 & Vsq_2 \\ q_n & \chi_n & Vq_n & Vsq_n \\ q_N & \chi_N & Vq_1 & Vsq_N \end{pmatrix} \qquad (2)$$

где $n$ - индекс класса объектов, $q_n$ - число объектов данного класса за единицу времени, $\chi_n$ - требуемая ПМ обслуживания, $Vq_n$ - вектор параметров объекта, $Vsq_n$ - вектор параметров распределения вероятностей обслуживания. В математической модели физическая операция обслуживания отображается как изменение состояний объекта и средства обслуживания. Например, одноразовый – готов, использован, многоразовый – готов, занят, восстанавливается, выбыл.

Проектировщику СМО несложно формализовать эти состояния при настройке базовой модели на конкретный объект. Изменение состояния объекта обслуживания в бинарной шкале представим вектором: ,

$$FOS_n = (0 \;\; 1 \;\; 1 \;\; .... \;\; 0) = \left(s_{n,1} \;\; s_{n,2} \;\; s_{n,3} \;\; .... \;\; s_{n,q_n}\right) \qquad (3)$$

Модификация для случая непрерывной шкалы: $n = 1..N$; $w = 1..q_n$ ; $0 \le s_{n,w} \le 1$. Аналогично могут быть представлены другие возможные правила и сценарии обслуживания

В базовой модели обслуживания класса "затраты, выпуск" мерой результата выбираем - уровень обслуживания, который является результатом реализации двух случайных величин – требуемой - $\chi_n$ и располагаемой - $x_m$ ПМ обслуживания. Считаем заданными распределения вероятностей - $\psi o(\chi_n)$, $\psi z(xm)$. Запишем распределение вероятностей результата обслуживания объекта класса $n$ средством класса m:

$$\psi nm(xm) = \int_{ximi}^{xima} \psi o(xi) \cdot \psi z(xm - xi)\, dxi \tag{4}$$

где $xi$ - переменная интеграла свёртки , $ximi,\ xima$ - границы интервала определения распределений вероятностей. Задача выполнения множества свёрток нестандартных распределений в многомерной модели СМО на базе функций класса "затраты, выпуск" – новая. Она на стыке «чистой» математики и программирования. Результаты её решения для случая «гладких» функций «затраты, выпуск» представлены в [10]. В [8] разработаны и исследованы свёртки с учётом нелинейных преобразований случайных сигналов.

Отличия выбранных в данной работе моделей и методов от классических аналогов:

- классические модели: технические и экономические показатели процессов производства и обслуживания считаются заданными и неизменными, модели неопределенностей также задаются априорно выбираются преимущественно гауссовские распределения, и линейные преобразования случайных процессов в объекте моделирования.

- выбранные модели базируются на рассмотрении всех элементов СМО как "технологических преобразователей ресурсов" с ограничениями: нестрогая монотонность, нестрогая положительность и ограниченность значений аргумента и функции. Затраты и выпуск определяются в физических единицах. и, или денежных. В работе предусмотрена ценовая форма функций затраты выпуск. В зависимости от конкретных задач анализа и синтеза могут использоваться как «натуральные» так и «ценовые» функции. На практике де-факто разделяют «финансовую» и «реальную» экономики. Предлагаемые модели могут быть обобщены и на ситуации, когда нужно совместно решать и ресурсные, и финансовые задачи – например, рынки с асимметричной информационной структурой [4].

Выбор критериев обслуживания. Выбраны следующие критерии для оценки функционирования СМО.

$$E1_{m,n} = \frac{y_n}{x_m} \qquad\qquad E2_{m,n} = y_n - x_m, \tag{5}$$

где $m,\ n$ - индексы классов средства и объекта обслуживания. Критерий E2 может использоваться, если суммарные затраты и выпуск $y_j, x_i$ могут быть определены в одной размерности.

Разработка функции элементарного обслуживания. Рассмотрим пример построения функции обслуживания для пары объект – средство обслуживания из заданных матриц (1), (2). Сначала определим "физическую» модель «элементарного обслуживания», а затем - детерминированную и стохастическую, ценовую модели элементарного обслуживания. После определения и исследования этих моделей, возможно построить целостную оптимально агрегированную СМО. Конкретно это будет "функция обслуживания" – отображение множества значений затрат СМО в множество значений заданной меры уровня обслуживания потоков объектов обслуживания.

Функции элементарного обслуживания: $\phi_{m,n} = fmn(x_m, \chi_n)$.

где $x_m, \chi_n$ - пара чисел: ПМ элемента обслуживания и ПМ требуемая для данного объекта, $\phi_{m,n}$ - число: мера обслуживания, $fmn$ - функция пользователя для отображения пары $x_m, \chi_n$ в результат - $\phi_{m,n}$. Рассмотрим математические модели обслуживания для дискретных систем на конкретном примере в программной среде: число классов средств и объектов: $q := 1..3;\ w := 1..3$.

Замечание. Программные модули поданы в упрощённом виде. В рабочем документе они представлены как функции соответствующих параметров

Определим функцию пользователя "обслуживание бинарное":

$$obb_{q,w} := \left| \begin{array}{l} yslo \leftarrow x_q \geq \chi_w \\ obsly \leftarrow yslo \end{array} \right. \tag{6}$$

Определим функцию пользователя "эффективность обслуживания":

$$kbb_{q,w} := \frac{\chi_w}{x_q} \cdot obb_{q,w} \tag{7}$$

Определим стохастическую функцию пользователя «эффективность обслуживания»,

Случайная величина требуемого обслуживания:

$$r\chi_w := rnorm(1, \chi_w, \chi_w \cdot 0.02)_1 \quad ; \tag{8}$$

Случайное выполнение условия обслуживания

$$ost_{q,w} := \left| \begin{array}{l} yslo \leftarrow x_q \geq r\chi_w \\ obsly \leftarrow yslo \end{array} \right. \quad (9)$$

Случайная матрица значений эффективности обслуживания для всех пар «средство - объект»

$$kst_{q,w} := \frac{r\chi_w}{runif(1, x_q, 1.05 \cdot x_q)_1} \cdot obb_{q,w} \quad (10)$$

Выводим результаты вычислений (2) – (5) для заданных входных данных -

Детерминированные данные и реализации стохастических данных:

$$obb = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad kbb = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.67 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.75 & 1 \end{pmatrix}$$

Стохастическая модель - две реализации переменной *kst* (10):

$r\chi_w =$

| |
|---|
| 2.063 |
| 3.123 |
| 4.026 |

$kst =$

| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 1.023 | 0 | 0 |
| 2 | 0.664 | 0 | 0 |
| 3 | 0.492 | 0.76 | 0.984 |

$$kst = \begin{pmatrix} 0.984 & 0 & 0 \\ 0.647 & 1.002 & 0 \\ 0.474 & 0.753 & 0.977 \end{pmatrix}$$

Несимметричные системы. Если числа классов средств M и объектов N равны, то на практике такая система может эволюционировать к специализированной системе, где каждому классу объектов соответствует свой класс средств. Симметрия может упростить научную задачу оптимального управления системой – задача распадается на M одномерных задач. Асимметрия возникает, если объект одного класса может выполнять обслуживание нескольких классов. Возможны СМО, с «аддитивным» обслуживанием, где объект некоторого класса может обслуживаться совместно средствами нескольких классов.

Модифицируем модель (5 – 10) и промоделируем для системы малой размерности с $M < N$ (Классов средств меньше чем классов объектов) В едином документе пакета моделирования используем другие имена: $M$ ➔ $Q$ . $N$ ➔ $W$ .

Зададим число средств $Q := 3$, число объектов $W := 4$: $q := 1..Q$; $w := 1..W$

Зададим тестовые значения ПМ средств $x := \begin{pmatrix} 2 \\ 3.9 \\ 6 \end{pmatrix}$; і объектов обслуживания $\chi := \begin{pmatrix} 2 \\ 2.999 \\ 3.9 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Определим функцию пользователя "обслуживание бинарное":

$$obb_{q,w} := \left| \begin{array}{l} yslo \leftarrow x_q \geq \chi_w \\ obsly \leftarrow yslo \end{array} \right.$$

Определим функцию пользователя "эффективность обслуживания":

$$kbb_{q,w} := \frac{\chi_w}{x_q} \cdot obb_{q,w}$$

Определим стохастическую функцию пользователя " эффективность обслуживания":
случайная величина требуемого обслуживания:

$$r\chi_w := rnorm(1, \chi_w, \chi_w \cdot 0.04)_1 \quad ;$$

Случайное выполнение условия обслуживания

$$ost_{q,w} := \left| \begin{array}{l} yslo \leftarrow x_q \geq r\chi_w \\ obsly \leftarrow yslo \end{array} \right.$$

Случайная матрица значений эффективности обслуживания для всех пар «средство - объект»

$$kst_{q,w} := \frac{r\chi_w}{runif\left(1, x_q, 1.05 \cdot x_q\right)_1} \cdot obb_{q,w}$$

Выводим результаты вычислений для заданных входных данных.
Детерминированная модель. Матрица эффективностей обслуживания

$obb =$

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 1 |

;

$kbb =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0.51 | 0.77 | 1 | 0 |
| 2 | 0.33 | 0.5 | 0.65 | 0.83 |

Промоделируем систему для случая $M > N$ (Классов средств больше классов объектов) .

Зададим число средств $Q := 4$ число объектов $W := 3$ : $q := 1..Q$; $w := 1..W$

Задаём тестовые значения ПМ средств $x := \begin{pmatrix} 2 \\ 3.9 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$; и объектов $\chi := \begin{pmatrix} 2 \\ 2.99 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Определяем функцию пользователя "обслуживание бинарное":

$$obb1_{q1,w1} := \left| \begin{array}{l} yslo \leftarrow x_{q1} \geq \chi_{w1} \\ obsly \leftarrow yslo \end{array} \right.$$

Определяем функцию пользователя "эффективность обслуживания":

$$kbb1_{q1,w1} := \frac{\chi_{w1}}{x_{q1}} \cdot obb1_{q1,w1}$$

Определяем стохастическую функцию пользователя "эффективность обслуживания":
случайная величина требуемого обслуживания:

$$r\chi1_{w1} := rnorm\left(1, \chi_{w1}, \chi_{w1} \cdot 0.04\right)_1 \quad ;$$

Случайное выполнение условия обслуживания

$$ost_{q1,w1} := \left| \begin{array}{l} yslo \leftarrow x_{q1} \geq r\chi_{w1} \\ obsly \leftarrow yslo \end{array} \right.$$

Случайная матрица значений эффективности обслуживания для всех пар «средство - объект»

$$kst1_{q1,w1} := \frac{r\chi1_{w1}}{runif\left(1, x_{q1}, 1.05 \cdot x_{q1}\right)_1} \cdot obb1_{q1,w1}$$

Выводим результаты вычислений для заданных входных данных.
Стохастическая модель

$r\chi_w =$

| |
|---|
| 2.045 |
| 3.262 |
| 4.026 |
| 5.197 |

$kst =$

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.998 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0.509 | 0.807 | 1.004 | 0 |
| 3 | 0.334 | 0.53 | 0.647 | 0.859 |

$$kst = \begin{pmatrix} 0.917 & 0 & 0 & 0 \\ 0.469 & 0.74 & 0 & 0 \\ 0.317 & 0.489 & 0.643 & 0.777 \end{pmatrix}.$$

А теперь промоделируем систему для случая $M > N$.

Задаём систему (4 средства, 3 объекта) $Q := 4$; $W := 3$ : $q1 := 1..Q$; $w1 := 1..W$

Задаём тестовые значения ПМ средств $x := \begin{pmatrix} 2 \\ 3.9 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$; и объектов $\chi := \begin{pmatrix} 2 \\ 2.99 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Определяем функцию пользователя «обслуживание бинарное»:

$$obb1_{q1,w1} := \left| \begin{array}{l} yslo \leftarrow x_{q1} \geq \chi_{w1} \\ obsly \leftarrow yslo \end{array} \right.$$

Определяем функцию пользователя: «эффективность обслуживания»:

$$kbb1_{q1,w1} := \frac{\chi w1}{x_{q1}} \cdot obb1_{q1,w1}$$

Определяем стохастическую функцию пользователя «эффективность обслуживания» -
Случайная величина требуемого обслуживания (для примера взято нормальное распределение):

$$r\chi 1_{w1} := rnorm\left(1, \chi_{w1}, \chi_{w1} \cdot 0.04\right)_1 \quad .$$

Случайная величина выполнения обслуживания

$$ost_{q1,w1} := \left| \begin{array}{l} yslo \leftarrow x_{q1} \geq r\chi_{w1} \\ obsly \leftarrow yslo \end{array} \right.$$

Случайная матрица значений эффективности обслуживания для всех пар «средство, объект»

$$kst1_{q1,w1} := \frac{r\chi 1_{w1}}{runif\left(1, x_{q1}, 1.05 \cdot x_{q1}\right)_1} \cdot obb1_{q1,w1}$$

Результаты вычислений. Стохастическая м детерминированная модели

$\chi^T =$

| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 2.99 | 4 |

$r\chi 1_{w1} =$

| |
|---|
| 2.192 |
| 3.078 |
| 4 |

$kst1 =$

| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 1.09 | 0 | 0 |
| 2 | 0.55 | 0.76 | 0 |
| 3 | 0.43 | 0.61 | 0.79 |
| 4 | 0.36 | 0.51 | 0.66 |

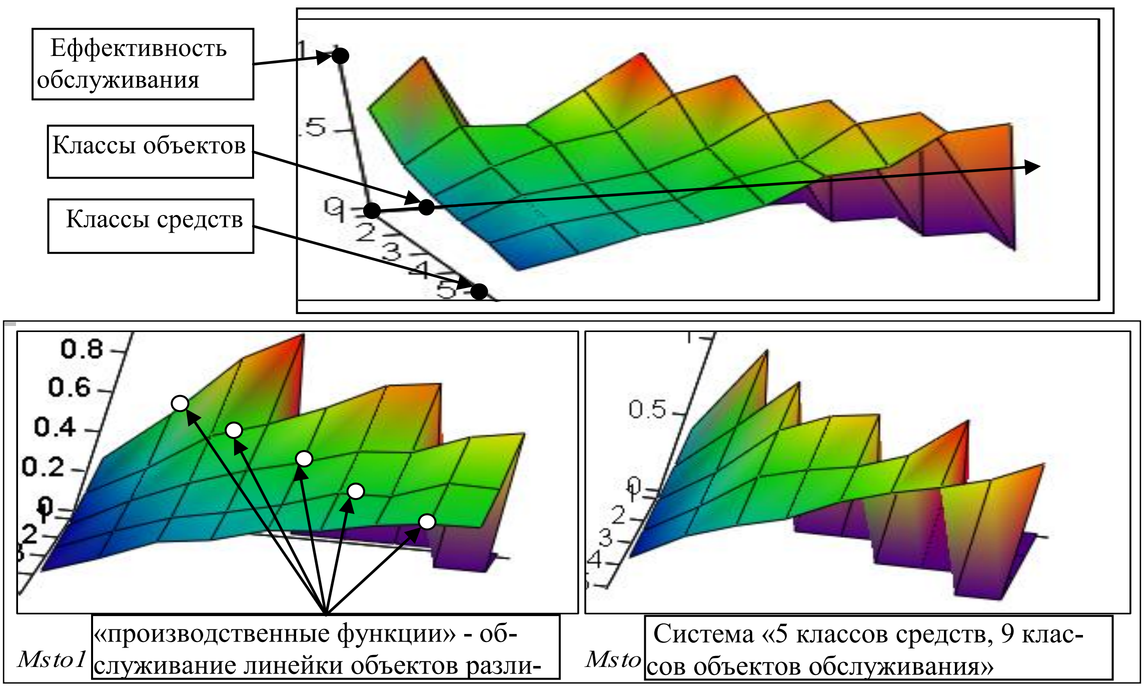
$x =$

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 3.9 |
| 3 | 5 |
| 4 | 6 |

$obb1 =$

| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 |

На рис. 3 представлены примеры результатов моделирования: трёхмерные графики, отобража-ющие матрицы *Msto* и *Msto1*, входы программы: *vχl* - вектор требуемых ПМ обслуживания объектов и *vx* – вектор ПМ средств обслуживания (средние значения)




$Msto1 =$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.3 | 0.55 | 0.82 | 0.93 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0.18 | 0.35 | 0.49 | 0.67 | 0.74 | 0.85 | 0.93 | 0 | 0 |
| 3 | 0.13 | 0.28 | 0.4 | 0.48 | 0.52 | 0.62 | 0.69 | 0.75 | 0.8 |
| 4 | 0.11 | 0.2 | 0.33 | 0.37 | 0.43 | 0.46 | 0.52 | 0.58 | 0.65 |
| 5 | 0.09 | 0.18 | 0.24 | 0.33 | 0.34 | 0.4 | 0.46 | 0.49 | 0.53 |

$vx \cdot 1.8 =$

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 3.6 |
| 2 | 5.4 |
| 3 | 7.2 |
| 4 | 9 |
| 5 | 10.8 |

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 | 5.5 | 6 |

$Msto =$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.5 | 0.99 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0.34 | 0.64 | 0.98 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0.25 | 0.5 | 0.69 | 0.84 | 1.03 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0.19 | 0.39 | 0.63 | 0.69 | 0.7 | 0.85 | 0.99 | 0 | 0 |
| 5 | 0.17 | 0.33 | 0.47 | 0.57 | 0.63 | 0.74 | 0.81 | 0.97 | 0.99 |

$vx =$

| | 1 |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 3 |
| 3 | 4 |
| 4 | 5 |
| 5 | 6 |

vχl =

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 | 5.5 | 6 |

Рисунок 3 – Результаты моделирования «функции обслуживания» СМО.

Графики на рис. 3 отличаются тем, что для графика слева ПМ увеличилась в 1,8 для каждого из пяти классов средств обслуживания. Можем видеть изменения эффективности обслуживания каждого из девяти классов объектов. Следует помнить, что значения в матрицах *Msto* и *Msto1*. – реализации случайных процессов. Генераторы случайных значений встраиваются в модели функционирования СМО [5, 12].

Получены полезные «инструменты» для определения оптимальных управлений и дальнейших исследований и разработок (оптимальное распределение средств обслуживания между объектами входного потока).

### 3. Сравнение моделей эффективности и живучести

Эффективность технической системы в номинальных условиях не является исчерпывающим критерием для оценки компьютерных систем, предназначенных для обслуживания металлургических комбинатов, банков, системами управления потоками багажа в аэропортах. Сегодня стандартным критерием наряду с эффективностью в номинальных условиях является живучесть или эффективность в неноминальных условиях.

В практике проектирования и сегодня еще сначала проектируют эффективную в номинальных условиях систему, а потом «проектируют» живучесть: резервируют, укрепляют, упрощают – вынужденно снижают номинальную эффективность. Задачей проектирования живучести полагается минимизация потерь при отказе некоторого элемента или подсистемы. Необходима единая модель системы для анализа и комплексной оптимизации как эффективности, так и живучести. Все современные большие и сложные системы существенно зависят от компьютеризованных систем управления и коммуникации. Естественно интеграцию проектирования эффективности и живучести начать с компьютерных систем.

На рис 4 представлена схема реализации задач управления в компьютерной системе. На схеме представлены связи между задачами управления подсистемами – обмен данными и др. В каждом компьютере могут выполнятся все задачи с разной точностью. Каждая задача может выполняться на всех компьютерах – с разными точностями.

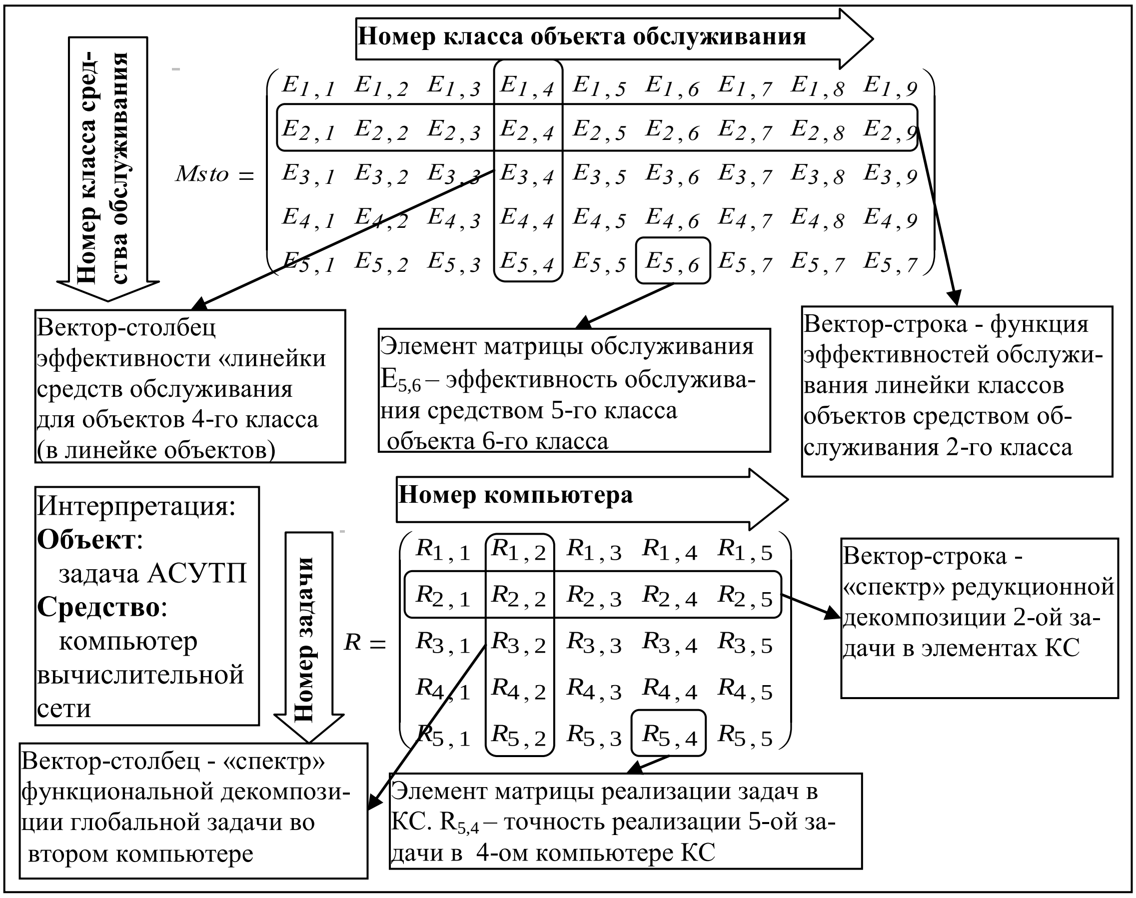



Рисунок 4 – Сравнение моделей эффективности и живучести для СМО с неидентичными объектами и средствами обслуживания

Разработанные модели дают возможность применения для оптимизации метода оптимального агрегирования. Использование ресурсных функций обслуживания дает возможность сочетать модели эффективности и живучести технических систем.

**Выводы**

На основании анализа процессов функционирования и развития современных высокотехнологических производств и существующих методов интеграции функциональных подсистем сформулирована задача оптимального управления интегрированными производственными системами.

Для решения задачи выбраны ресурсный подход и методология оптимального агрегирования. Разработана базовая рабочая модель оптимально агрегированной системы для нового класса производственных элементов «производство – развитие».

Оптимизационная задача для системы «производство – развитие» имеет множество сценариев развития – изменения технологий производства, концентрации или распределения производственных мощностей и др. Разработанная модель – параметризованная и модульная, поэтому она является эффективной основой для создания новых моделей интегрированных производств.

Объект исследования - процессы функционирования СМО с неидентичными объектами и средствами обслуживания. Предмет исследования - математические модели объектов с дискретными функциями обслуживания и оптимально агрегированными каналами обслуживания.

**Список литературы**

1. R. Ackoff, J. Magidson, H. Addison. Idealized Design: How to Dissolve Tomorrow's Crisis Today. / – FT Prentice Hall, 2010. – 336 p. – ISBN13: 9780137071111.

2. Беллман Р. Некоторые вопросы математической теории управления. / Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О. – М.: Изд. иностр. литер., 1962. – 233с.

3. Bellman R.E. Decision-making in a Fuzzy Environment./Bellman R.E., Zadeh L.A. — MS, vol. 17, 1970.

4. Боровська Т. М. Метод оптимального агрегування в оптимізаційних задачах: монографія / Т. М. Боровська, І.С. Колесник, В.А. Северілов. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2009. – 229 с. – ISBN 978-966-641-285-3.

5. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерное приложение. — М.: Наука, 1988.

6. Глушков В.М. Моделирование развивающихся систем. / Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. – К.: Техника, 1975. – 390 с10. Колесник І. С. Узагальнені моделі розподілених систем на базі методу оптимального агрегування / І. С. Колесник, Г. Ю. Дерман // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2009. – № 2. – С. 41–46.

7.Норенков И. П. Основы автоматизированного проектирования: учеб. для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. / И. П. Норенков. – М. : Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 336 с.

8. Колесник, Ірина Сергіївна. Моделювання процесів розподілу ресурсів у децентралізованих системах : автореф. дис ... канд. техн. наук: 01.05.02 / Ірина Сергіївна Колесник . – Вінниця : Б.в., 2006 . – 19 с. – На укр. яз.

9. R. Fagin, J. Y. Halpern, Y. Moses, and M. Y. Vardi. Knowledge-based programs. DistributedComputing, 10(4):199–225, 1997.

10. Месарович М.Д. Теория иерархических многоуровневых систем. / Месарович М, Мако 3., Такахара М. – М.: Мир, 1973. – 310 с.

11. Опойцев В. И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения / В. И. Опойцев – М.: Наука, 1977. – 346 с.

12. Самаров К.Л. Учебное пособие для студентов. Элементы теории массового обслуживания www.resolventa.ru , resolventa@list.ru.

Статья получена: 14.02.2017.

**Сведения об авторах**

**Ирина Колесник** – к.т.н., доц., доцент кафедри ВТ, Винницкий национальный технический университет, (0432)598379, Винница, Хмельницкое шоссе, 95.

**Дмитрий Лысак** – ст. гр. 1КІ-16м, Винницкий национальный технический университет, Винница, Хмельницкое шоссе, 95.

**Александр Недоснованый** – ст. гр. 1КІ-16мс, Винницкий национальный технический университет, Винница, Хмельницкое шоссе, 95.