УДК 004.921

МЕТОДИ ФОРМУВАННЯ ВЕКТОРІВ І ДУГ КІЛ ДЛЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ

Романюк О. Н., д.т.н., E-mail: rom8591@gmail.com
Войт Б. Л.., магістрант, E-mail: bogdanvojt@gmail.com
Лисенко Є.С. студент, E-mail: webvntuua@gmail.com

Відрізки прямих у сукупності графічних примітивів мають найбільшу питому вагу [1-3]. В зв'язку з цим при розробці графічних пристроїв алгоритмам лінійної інтерполяції приділяють особливу увагу.

Для реалізації лінійної інтерполяції найбільшого поширення отримали: «прямий» метод [1], метод цифрового диференційного аналізатора (ЦДА) [1-3] і метод оцінювальної функції [1-3].

Лінійна інтерполяція за "прямим" методом [3] здійснюється на основі рівняння прямої лінії: $y=(\Delta y/\Delta x)\cdot x$, де Δy і Δx – відповідні прирости координат відрізка прямої. Надаючи координаті x одиничних приростів ($xi=xi-1+1$), можна обчислити послідовні значення координати y: $yi=(\Delta y/\Delta x)\cdot xi=(\Delta y/\Delta x)\cdot(xi-1+1)=yi-1+\Delta y/\Delta x$. Цей метод не набув поширення у зв'язку з необхідністю визначення коефіцієнта нахилу відрізка прямої $\Delta y/\Delta x$ шляхом ділення приростів та накопичення похибки через обмежену розрядність подання цього коефіцієнта.

У методі ЦДА [1, 3] розв'язується диференціальне рівняння прямої. При апаратній реалізації методу ЦДА використовують інтегратори паралельного або послідовного перенесення. Лінійний інтерполятор із використанням цифрових інтеграторів паралельного перенесення містить в операційній частині два регістри приростів і два нагромаджувальні суматори, які нагромаджують відповідні прирости за модулем 2n, де n – розрядність суматорів. Імпульси переповнення суматорів розглядаються як одиничні прирости по координатах.

Лінійний інтерполятор, оснований на розв'язанні системи диференціальних рівнянь прямої в параметричній формі з використанням цифрових інтеграторів послідовного перенесення, розглянуто в [3]. При класичній реалізації інтерполятор містить два регістри приростів, дві логічних схеми помножувачів і лічильник, спільний для обох інтеграторів. Можливо використання в інтерполяторі [5] одного інтегратора за рахунок перерахунку коду керування таким чином, щоб за число тактів, рівне більшому приросту (БП) відрізка прямої, ін.тегратор сформував (МП) імпульсів.

Однією з особливостей групи методів, основаних на розв'язку системи диференціальних рівнянь прямої в параметричній формі, є те, що будь-який відрізок прямої, який задано на розрядності g, буде відтворений за 2g тактів. Ураховуючи, що відрізки невеликої довжини, які задано на великій розрядності, будуть відтворюватись довго, запропоновано ряд рішень, що дозволяє підвищити швидкодію інтерполятора [1]. Ці рішення основані на зміні ємності лічильника двійкового помножувача залежно від величин координатних приростів або на спільному збільшенні координатних приростів до нормалізації більшого приросту. Але ці заходи не забезпечують максимальної продуктивності інтерполятора, оскільки в найбільш

несприятливому випадку буде за цикл інтерполяції втрачено 2n–1 тактів. При використанні цифрових інтеграторів послідовного перенесення [1, 3] виникає додаткова похибка, пов'язана з нерівномірним формуванням імпульсів на виході інтегратора. Через наявність крокових переміщень різних типів крокова траєкторія не є максимально згладженою. Тривалість такту при використанні цифрових інтеграторів паралельного перенесення обмежується мікрооперацією додавання в суматорі, а при використанні цифрових інтеграторів послідовного перенесення – мікрооперацією лічби в молодшому розряді, яка виконується значно швидше. З точки зору апаратних витрат кращим є варіант із цифровими інтеграторами послідовного перенесення.

Врахування структурних властивостей імпульсної послідовності цифрового інтегратора послідовного перенесення дає можливість формування в кожному такті роботи лінійного інтерполятора багаторозрядних приростів [4, 6, 7, 8, 9].

Простота обчислювального процесу, а також відсутність "довгих" операцій зумовили найпоширеніше використання для формування векторів методу оцінювальної функції (ОФ) [1, 3, 4, 9, 10], знак якої визначає положення точки траєкторії відносно відрізка прямої. Метод забезпечує максимальну точність і використовує як базову мікрооперацію нагромаджувального додавання. Найпоширенішими серед алгоритмів оцінювальної функції є алгоритми Брезенхема [2] та Пєтуха-Обідника [1, 3, 4, 9]. Ці алгоритми забезпечують максимальну точність інтерполювання. Алгоритм Пєтуха–Обідника є кращим, оскільки передбачає більш просте обчислення початкового значення оцінювальної функції та меншу розрядність операційного блока.

Згідно прискореного методу [1] формування крокової траєкторії за рахунок визначення в кожному інтерполяційному такті не одного, а відразу двох значень крокових приростів.

"Прямий" метод [3] формування кіл, який базується на використанні рівняння кола ($x_i^2 + y_i^2 = R^2$), не знайшов широкого поширення в зв'язку з необхідністю виконання триваломістких операцій.

Для формування кіл часто використовують кусково-лінійну апроксимацію кола [1]. До недоліків такого методу слід віднести необхідність у досить великій кількості ділянок апроксимації для забезпечення необхідної точності, наявність додаткової похибки апроксимації дуги.

До традиційних методів колової інтерполяції відносять методи, основані на використанні цифрових інтеграторів [12] і на обчисленні оцінювальної функції [1-3, 11]. Перші із указаних методів вимагають у структурі інтерполятора [12] двох цифрових інтеграторів, охоплених перехресними від'ємними зворотними зв'язками. Відносно велика похибка обмежує використання цих методів, незважаючи на простоту апаратної реалізації. Слід також відмітити, що методи, основані на використанні цифрових інтеграторів, забезпечують постійність колової швидкості руху точки по дузі незалежно від радіуса кола, що суттєво зменшує продуктивність інтерполятора.

Вказані недоліки відсутні для методів, основаних на обчисленні оцінювальної функції $\hat{I}\,\hat{O}_i$, яка при коловій інтерполяції в точці (x_i, y_i) визначається різницею [1-3, 11, 13]: $\hat{I}\,\hat{O}_i = (x_i^2 + y_i^2) - R^2$, де R – радіус кола.

Різниця від'ємна для кожної точки, яка лежить усередині кола; додатна для кожної точки, яка лежить зовні цього кола, і дорівнює нулю для всіх точок кола. Така властивість дозволяє, залежно від знака $\hat{I}\,\hat{O}_i$, здійснювати в координатному просторі одиничний приріст у напрямку зміни знака оцінювальної функції, що дає можливість наблизити траєкторію точки зображення до відтворюваного кола.

Аналіз показав, що в переважній більшості випадків у системах комп'ютерної графіки для формування відрізків прямих і дуг кіл використовують метод оцінювальної функції як такий, що забезпечує максимальну точність інтерполювання та високу продуктивність, яка визначається часом виконання мікрооперації нагромаджувального додавання. Інкрементні методи інтерполяції мають обмежену швидкодію, тому актуальними є питання сегментного формування примітивів.

Перелік посилань

1. Пєтух А. М. Інтерполяція в задачах контурного формоутворення. Монографія. / А. М. Пєтух, Д. Т. Обідник, О. Н. Романюк. — Вінниця: ВНТУ, 2007. — 103 с.
2. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики / Д. Роджерс, Дж. Адамс : Пер. с англ. — М. : Мир, 2001. — 604 с.
3. Романюк О. Н. Комп'ютерна графіка. Навчальний посібник / О. Н. Романюк — Вінниця: ВДТУ, 2001. — 129 с.
4. Романюк О. Н. Новий підхід до реалізації лінійного інтерполювання / О. Н. Романюк, Ю. П. Гульчак, А. В. Чорний // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 1999. — № 4. — С. 94—96.
5. А. с. 1615744 СССР, МКИЗ G 06 F 15/353. Цифровой линейный интерполятор / А. П. Стахов, А. Н. Романюк, В. С. Сенчик, А. А. Витюк (СССР). – № 4630706/24-24 ; заявл. 02.01.89 ; опубл. 23.12.90, Бюл. № 47.
6. А. с. 1624406 СССР, МКИЗ G 05 B 19/18. Цифровой линейный интерполятор / А. Н. Романюк, И. В. Гринчук (СССР). – № 4618543/24-12 ; заявл. 30.01.88 ; опубл. 30.01.91, Бюл. № 4.
7. А. с. 1631518 СССР, МКИЗ G 05 B 19/18. Цифровой линейный интерполятор / А. Н. Романюк, Ю. В. Сандул (СССР). – № 4652824/24 ; заявл. 17.02.89 ; опубл. 28.02.91, Бюл. № 8.
8. Романюк О. Н. Комп'ютерна програма «Програма для зустрічного інтерполювання відрізків прямих» / О. Н. Романюк, Л. А. Савицька, М. В. Неживенко // Свідоцтво на реєстрацію авторського права на твір № 13835. — Київ : Державний департамент інтелектуальної власності України. — Дата реєстрації: 09.08.2005.
9. Романюк О. Н. Формування векторів чотирирозрядними приростами / О. Н. Романюк // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2007. — № 2. — С. 98—101.
10. Романюк О. Н. Контроль реалізації функцій лінійного інтерполювання / О. Н. Романюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 1996. — № 4. — С. 28—32
11. Романюк О. Н. Нові підходи до реалізації функцій колової інтерполяції / О. Н. Романюк, І. М. Якубішин, О. В. Сіденко // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2000. — № 3. — С. 85—88.
12. Воронов А. А. Цифровые аналоги для систем автоматического управления / А. А. Воронов. — М.–Л. : Издательство Академии Наук СССР, 1960. —196 с.
13. Реалізація кругової інтерполяції при використанні гексагонального растру / О. Н. Романюк, О. В. Мельник, О. В. Романюк // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія : Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. - 2017. - № 1. - С. 53-58.