

ОЦІНЮВАННЯ ДЖИТЕРУ В ПРИСТРОЯХ ЦИФРОВОГО ОБРОБЛЕННЯ РАДІОСИГНАЛІВ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Виконано обґрунтований аналіз співвідношень для розрахунку рівня шумів та паразитних спектральних складових, що виникають через вплив джитеру тактових сигналів в цифро-аналогових перетворювачах пристроїв первинного цифрового оброблення радіосигналів.

Ключові слова: аналого-цифрове перетворення, цифро-аналогове перетворення, джитер.

Abstract

A substantiated analysis of correlations for calculating the noise level and parasitic spectral components that arise due to the influence of clock jitter in digital-to-analog converters of primary digital processing of radio signals is performed.

Keywords: analog-digital transformation, digital-analog conversion, jitter.

Вступ

Вузли аналого-цифрових та цифро-аналогових перетворювачів (АЦП та ЦАП) є невід'ємною частиною систем цифрового оброблення сигналів в різних сферах науки та техніки. Тому вони визначають функціональні характеристики всієї цифрової системи передачі (ЦСП). Сучасний рівень розвитку елементної бази АЦП та ЦАП при реалізації цифрових алгоритмів оброблення сигналів в ЦСП дозволяє підвищувати точність розрахунків за рахунок простого збільшення розрядності апаратного та програмного забезпечення. При цьому, внесені похибки через неточність роботи пристроїв перетворення не можливо коригувати за допомогою вторинного оброблення, а підвищення стабільності характеристик цих вузлів є досить не простою задачею.

Вплив випадкового джитеру на роботу АЦП в ЦСП при гармонічному вхідному сигналі досить детально досліджено в літературі [1]. Зокрема, в роботі [2] за допомогою комп'ютерного моделювання отримано кількісні оцінки впливу гармонічного джитеру на оброблення гармонічного вхідного сигналу в цифрових телекомунікаційних трактах передачі. Особливості функціонування блоків ЦАП розглянуто лише на основі експериментальних досліджень для деяких окремих випадків.

При аналізі математичних виразів приймемо, що досліджувані функції скінченні та володіють похідними всіх порядків, а проаналізовані ряди та інтеграли сходяться, оскільки сигнали, що використовуються в досліджуваному телекомунікаційному обладнанні легко можна відобразити в заданому вигляді.

Метою роботи є дослідження впливу джитера на характеристики типових ЦАП для оброблення сигналів з джитером в ЦСП.

Вплив джитеру на характеристики ЦАП

Нехай на вході ЦАП присутні вибірки сигналу $x(t)$. Кожна вибірка на виході ЦАП перетворюється в сходинку. Вибірki x_1, x_2, x_3 з сигналу $x(t)$, що надходять на ЦАП в моменти t_1, t_2, t_3 , віддалені один від одного на інтервал $T_s = 1/F_s$ де F_s - тактова частота ЦАП.

На виході ідеального ЦАП кожна вибірка дає прямокутні сходинки. Через вплив джитеру моменти початку сходинок трохи зміщуються. Це призводить до зміщення кінця попередньої сходинки і початку наступної сходинки на цю ж величину. Виникає помилка з амплітудою $e_2 = x_2 - x_1$.

Таким чином, помилка на виході ідеального ЦАП, обумовлена джитером тактової частоти, є послідовністю коротких імпульсів тривалістю τ_k з амплітудою $e_k = x_k - x_{k-1}$, $k = -\infty, \dots, 0, 1, \dots$

Спектр k -го з цих імпульсів має вигляд:

$$S_k(f) = e_k \tau_k \frac{\sin \pi f \tau_k}{\pi f \tau_k} e^{-2\pi j f \left(k T_s + \frac{\tau_k}{2} \right)}. \quad (1)$$

Ширина головної пелюстки функції (1) дорівнює $1/\tau_k$ за рівнем -3,9 дБ, і в цій області зосереджена 78% енергії імпульсу.

Розглянемо випадок, коли значення джитеру τ_k є випадковими незалежними величинами зі середньоквадратичним значенням σ . Тоді тривалість імпульсів помилки є випадковою, проте загальний вигляд функції $e(t)$ важко назвати випадковим. Тому аналіз помилки доцільно проводити в частотній області. Сенс переходу в частотну область складається в наступному. У радіотехнічних пристроях після ЦАП, як правило, використовується смуговий фільтр, що пропускає необхідний діапазон частот та розтягує короткі імпульси сигналу. При цьому функція $e(t)$ втрачає імпульсний характер. У частотній області спектр помилки в смузі пропускання фільтра практично не змінюється, і, отже, в цій області можна аналізувати спектр безпосередньо після ЦАП.

Проаналізуємо вираз (1) для випадку синусоїдального сигналу з частотою ω і амплітудою A . Нехай на виході ЦАП генерується сигнал на інтервалі тривалістю T , що містить L вибірок сигналу: $T = L T_s$. Будемо вважати також, що $\omega \neq 0$ і виконує основну умову теореми Котельникова: $\omega T_s < \pi$.

Випадок з $\omega = 0$ не представляє інтересу, так як в цьому випадку джитер нечутливий до помилок.

Амплітуда помилки для k -го імпульсу може бути виражена таким чином:

$$e_k = x_k - x_{k-1} \approx x'(k T_s) T_s = A \omega T_s \cos \omega k T_s. \quad (2)$$

При цьому спектр (1) набуває вигляду:

$$S_k(f) = A \omega T_s \tau_k \cos(\omega k T_s) \frac{\sin \pi f \tau_k}{\pi f \tau_k} e^{-2\pi j f \left(k T_s + \frac{\tau_k}{2} \right)}. \quad (3)$$

Для спрощення цього виразу зауважимо, що діапазон корисних частот після ЦАП, як правило, не перевищує тактову частоту, а величина джитеру мала в порівнянні з періодом T_s . Тому в необхідному діапазоні частот $f \tau_k \ll 1$, отже, справедливі співвідношення:

$$\frac{\sin \pi f \tau_k}{\pi f \tau_k} \approx 1, e^{-\pi j f \tau_k} \approx 1.$$

Тоді отримуємо:

$$S_k(f) \approx A \omega T_s \tau_k \cos(\omega k T_s) e^{-2\pi j f k T_s}. \quad (4)$$

Підсумовуючи по k , отримуємо повний спектр помилки $e(t)$ на розглянутому інтервалі:

$$S(f) = A \omega T_s \sum_{k=0}^{L-1} \tau_k \cos(\omega k T_s) e^{-2\pi j f k T_s}. \quad (5)$$

Спектральна щільність потужності функції $e(t)$ визначається через її спектр $S(f)$ виразом:

$$G(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} M \left[S(f) S^*(f) \right], \quad (6)$$

де $M[\]$ - символ математичного очікування.

Підставляючи (5) в (6), маємо:

$$G(f) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L T_s} (A \omega T_s)^2 M \left[\sum_{k=0}^{L-1} \tau_k \cos(\omega k T_s) e^{-2\pi j f k T_s} \times \sum_{m=0}^{L-1} \tau_m \cos(\omega m T_s) e^{2\pi j f m T_s} \right].$$

Так як випадкові величини τ_k і τ_m з різними індексами незалежні, то складові під знаком математичного очікування, що мають добуток таких величин, дають при усередненні нуль, тому:

$$G(f) = A^2 \omega^2 T_s \sigma^2 \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} \cos^2(\omega k T_s).$$

Так як $\omega \neq 0$ і $\omega T_s < \pi$, то межа в цій формулі дорівнює 0,5, тому:

$$G(f) = 0.5 A^2 \omega^2 T_s \sigma^2.$$

Таким чином, спектральна щільність потужності шуму, спричиненого джитером, постійна в даному діапазоні частот. Нормуючи цей вираз до середньої потужності сигналу (4) $P_{sig} = 0.5 A^2$, отримуємо:

$$R = \omega^2 T_s \sigma^2,$$

або в децибелах:

$$R_{dB} = 10 \log(\omega^2 T_s \sigma^2) \text{ дБн/Гц.} \quad (7)$$

Формула (7) збігається з аналогічною формулою для випадку АЦП. Вона показує доцільність збільшення тактової частоти, причому це збільшення для ЦАП досягається простіше, ніж для АЦП, з технологічних причин.

Наприклад, підставивши в (7) частоту 50 МГц та значення параметрів $T_s = 1$ нс, $\sigma = 1$ пс отримуємо $R_{dB} \approx -160$ дБн/Гц. При шумовій смузі 10 МГц це дає відношення сигнал / шум 90 дБ.

Нехай джитер є синусоїдальним з частотою ω_1 і амплітудою ε :

$$\tau_k = \varepsilon \sin(\omega_1 k T_s) = -0.5 j \varepsilon (e^{j\omega_1 k T_s} - e^{-j\omega_1 k T_s}). \quad (8)$$

Підставляючи цей вираз в (5) для спектра помилки сигналу з L вибірок, маємо:

$$S(f) = -0.25 j A \omega T_s \varepsilon \sum_{k=0}^{L-1} (e^{j\omega k T_s} + e^{-j\omega k T_s}) e^{-2\pi j \omega k T_s} (e^{j\omega_1 k T_s} - e^{-j\omega_1 k T_s}).$$

Звідси випливає, що в спектрі вихідного сигналу з'явилися комбінаційні складові з частотами $\pm\omega \pm \omega_1$ рівні за величиною:

$$z = 0.25 A \varepsilon \omega T_s L.$$

Так як сформована корисна спектральна складова для сигналу з L вибірок дорівнює $0.25 A T_s L$ то відношення амплітуди основної гармоніки до паразитної:

$$Q = \frac{2}{\omega \varepsilon}. \quad (9)$$

Ця формула збігається з формулою для синусоїдального джитеру в АЦП [3]. Для прикладу розглянемо вплив наведення порядку 1 мВ на тактовий сигнал з амплітудою 1 В і частотою 100 МГц. При цьому амплітуда паразитного джитеру буде мати величину $\varepsilon = 1.6$ пс. Для сформованої частоти 30 МГц отримуємо, що відношення сигнал / ПСС приблизно дорівнює 76,4 дБ. Це показує, що пристрої формування тактової частоти в ЦАП, так само, як і в АЦП, необхідно ретельно захищати від будь-яких перешкод і шумів.

Висновки

Для загального випадку взаємодії сигналу та джитеру методика оцінки ефектів, що виникають за умови лінійності основної складової помилки (2) по обом функціям може полягати в розкладанні функцій на елементарні адитивні складові та оцінки ефектів для кожної складової.

Отримано прості аналітичні співвідношення для оцінки середньоквадратичного значення шуму і амплітуди паразитних спектральних складових на виході ЦАП і АЦП для типових випадків сигналу і джитеру. Формули для АЦП і ЦАП як для випадкового джитеру так і для гармонійного джитеру ідентичні. Цей факт можна розглядати як ще одне свідчення еквівалентності аналогового і цифрового способів подання інформації, а також переходів між ними.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бортник Г.Г. Методи та засоби оцінювання параметрів абонентських ліній зв'язку / Г.Г. Бортник, В.М. Кичак, В.Ф. Яблонський. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 139с.
2. Бортник Г.Г. Метод оцінювання основних параметрів фазового дрижання в системах передавання даних / Г.Г. Бортник, М.В. Васильківський, О.В. Стальченко. - Вісник Вінницького політехнічного інституту, 2010, № 6. – С. 97-101.
3. Бортник Г.Г. Аналіз методів і засобів оцінювання джитера та вандера в телекомунікаційних системах / Г. Бортник, В. Яблонський, М. Васильківський. - Матеріали III Міжнародної науково-технічної конференції „Сучасні проблеми, радіоелектроніки, телекомунікацій та приладобудування”. 31 травня-2 червня 2007 р., Вінниця.– С. 13-14.

Васильківський Микола Володимирович – канд. техн. наук, доцент кафедри телекомунікаційних систем та телебачення, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

Воловик Андрій Юрійович – канд. тех. наук, доцент кафедри радіотехніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

Паламарчук Роман Петрович — студент групи ТКП-15б, факультет інфокомунікацій, радіоелектроніки та наносистем, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

Vasykivskyi Mikola V. – Ph.D., Senior lecturer of the Chair of Telecommunication Systems and Television, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Volivyk Andrii Yu. – Ph.D., Senior lecturer of the Chair of Radio engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Palamarchuk Roman P. — Department of Infocommunication, Electronics and Nanosystems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.