

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ ЗЕРНОВИХ В СУШАРКАХ ШАХТНОГО ТИПУ

Вінницький національний технічний університет

**Анотація.** Запропонована математична модель яка відтворює режими сушіння в сушарках шахтного типу, в тому числі:

- режим з монотонним зростанням температури матеріалу, що сушиться в сушарці;
- режим з практично горизонтальним ділянкою кривої температури в зоні постійної швидкості випаровування вологи;
- режим з провалом кривої температури сировини в зоні максимальної швидкості випаровування;
- коливальний хід кривої температури сировини в зоні постійної швидкості випаровування вологи.

**Ключові слова:** сушіння, шахтні сушарки, технологічні процеси, критична вологість, теплоносій, економічність процесу, інтенсивність висушування.

**Abstract.** A mathematical model that reproduces drying modes in mine type dryers is proposed, including:

- mode with monotonous temperature rise of the material to be dried in the dryer;
- mode with almost horizontal section of the temperature curve in the zone of constant speed of evaporation of moisture;
- mode with failure of material temperature curve in the zone of maximum evaporation rate;
- the oscillatory course of the material temperature curve in the zone of constant rate of evaporation of moisture.

**Keywords:** drying, mine dryers, technological processes, critical humidity, heat carrier, process efficiency, drying intensity.

### Опис математичної моделі

Процес сушіння є нелінійним процесом з розподіленими параметрами, але конструкції зерносушарок та сушарок для насіння і їх систем управління орієнтовані на лінійний процес і скалярне управління. Основними керуючими параметрами процесів сушіння в щільному рухомому шарі, який утворюється в колонкових сушарках є температура сушильного агента і швидкість руху шару.

Ці протиріччя між зерносушаркою (як об'єктом з розподіленими параметрами) і системою управління цим об'єктом (на основі моделі із зосередженими параметрами) не дозволяють оптимізувати процеси сушіння.

Найбільш повно динаміку процесів сушіння насінневих описує система рівнянь в часткових похідних, але її практичне застосування утруднене через складнощі визначення динаміки зміни теплофізичних параметрів, які разом з основними змінними входять в рівняння під знаком диференційного оператора.

Тому виникає необхідність в розробці операційної моделі, що дозволяє вирішувати практичні завдання, такі як управління процесом, вибір режимних параметрів, визначення статичних і динамічних характеристик.

Моделі, побудовані для різних зернових сушарок, які здійснюють конвективний спосіб сушіння в щільному рухомому шарі, можуть бути розділені на два класи. Моделі першого класу - емпіричні і напівемпіричні, мають вузьку область застосування і вимагають для своєї побудови проведення трудомістких експериментальних досліджень. Моделі другого класу суто теоретичні, включають змінні коефіцієнти, які важко ідентифікувати і класичні фізичні величини, які важко виміряти. В зв'язку з цим виникають питання розроблення імітаційно-аналітичної моделі, що дозволяє з достатньою для

рішення

практичних задач точною описувати динаміку сушіння в щільному рухомому шарі, в тому числі найбільш раціонального осцилюючого і квазіізотермічного виду зміни температури зерна в зоні максимальної швидкості вологознімання і граничних (допустимих) значень температури сушильного агента.

У процесів сушіння зерна в більшості сушарок конвективного типу, що реалізують безперервний принцип дії (шахтні, жалюзійні, колонкові, модульні), загальна термодинамічна природа, тому стаціонарні режими можуть бути описані єдиною математичною моделлю [1]. В такій моделі абстрагуються від постійних конструктивних параметрів, не що входять в поняття режиму сушіння, таких як товщина шару зерна, що продувається сушильним агентом, швидкість продування зерна сушильним агентом, вихідний стан зерна, його попередня підготовка перед основним процесом сушіння, а також тривалість перебування в зоні сушіння.

Внаслідок теоретичного аналізу балансових рівнянь взаємопов'язаного тепловологообміну між сушильним агентом і шаром зерна нами побудована нелінійна математична модель, її відмінна особливість - відсутність змінних, які важко виміряти (парціальний тиск водяної пари) і які швидко змінюються в часі чи в процесі сушіння (вологівміст сушильного агента).

При побудові математичної моделі прийнято припущення, що можлива загальна математична модель процесів конвективного сушіння в щільному рухомому шарі, яка має переваги моделей обох існуючих класів і в то ж час вирівнює їхні недоліки. Така модель не може бути чисто аналітичною, вона включає модельні коефіцієнти, які, на відміну від класичних фізичних коефіцієнтів, можуть бути прийняті постійними і мають імітаційну направленість.

Результати числового моделювання показали, що запропонована модель відтворює теоретично і практично можливі режими (тобто є гнучкою і фізично коректною), а також дозволяє виділити раціональні і оптимальні параметри процесу. Модель має слабку чутливість до малої варіації параметрів (тобто є грубою і математично коректною). Її простота і відповідність реальним процесам дають можливість її застосування для широкого класу задач автоматичного управління процесами сушіння в конвективних сушарках з щільним рухомим шаром матеріалу.

Аналіз відомих моделей, побудованих для опису процесів в сушарках шахтного типу [2-4] показав, що багато з них базуються на лінійних співвідношеннях між параметрами процесу сушіння при використанні змінних величин, недоступних або малодоступних для вимірювання (таких, як парціальний тиск пари в сушильному агенті і його різниця з тиском насиченої водяної пари в різних умовах по температурі агента і вологості поверхневого шару зерна або вологовміст сушильного агента). Однак, самі автори і вказують, що лінійна модель сушильного процесу, яка базується на використанні лінійних функцій густини потоку вологи, не забезпечує відповідності з експериментом, тому використання таких моделей в завданнях автоматичного управління тепловологісним режимом роботи сушарки є досить складним.

### Отримання диференціальних залежностей і розробка математичної моделі

За основу запропонованої моделі взята нелінійна модель процесу теплообміну в зерні, на основі якої отримана математична модель процесу сушіння в щільному рухомому шарі. При складанні моделі в якості керуючого параметра прийнята температура агента сушіння на вході сушильної камери, а в якості керованих параметрів використані вологість і температура зерна на виході з сушарки. Збуджуючими параметрами є початкова вологість зерна і його температура. Рівняння динаміки процесу сушіння в щільному рухомому шарі зерна мають вигляд

$$\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} = -k_w \theta [(t - \tau), (x - v\tau)] w(t, x), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + v \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{r}{c} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \alpha \left[ 1 - k_\alpha \left( \frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] (T_0 - \theta(t, x)), \quad (2)$$

за наступних граничних  $w(t, 0) = w(t)$ ,  $\theta(t, 0) = \theta(t)$

і початкових умов  $w(0, x) = w(x)$ ,  $\theta(0, x) = \theta(x)$ ,

де  $w(t, x) = w_s(t, x) - w_\infty$ ;  $\theta(t, x) = \theta_s(t, x) - \theta_0$ ;  $T(t, x) = \theta_{ca} - T_0$  – середнє поточне значення відповідно: вологості; температури зерна; температури сушильного агента;

$k_w$  – коефіцієнт внутрішнього тепловологообміну;

$k_\alpha$  – еквівалентний коефіцієнт теплообміну між зерном і агентом сушіння;  
 $\alpha$  – коефіцієнт, що характеризує залежність інтенсивності теплообміну між зерном і сушильним агентом в функції від швидкості випаровування вологи;  
 $\tau$  – час активації вологовиділення;  
 $r$  – питома теплота випаровування води;  
 $c$  – питома теплоємність зерна;  
 $v$  – швидкість переміщення зерна;  
 $t, x$  – часова і просторова (поточна по висоті сушильної камери) координати.

Коефіцієнти  $k_w, k_\alpha$ , визначаються експериментально для кожного виду зерна і залежать від типу сушарки.

Цю систему рівнянь можна записати так

$$\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} = -k_w \theta[(t - \tau), (x - v\tau)] w(t, x), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} + v \frac{\partial \theta}{\partial x} = & -k_w \frac{r}{c} [\theta((t - \tau), (x - v\tau))] \cdot [w(t, x)] + \\ & + \alpha [1 - k_\alpha (k_w \theta(t - \tau), (x - (x - v\tau)) w(t, x))] (T_0 - \theta(t, x)), \end{aligned} \quad (4)$$

У випадку стаціонарного режиму процесу сушіння параметри зернового шару залежать тільки від одного аргументу - просторової координати  $x$ , в будь-який фіксованій точці по висоті камери вони будуть константами.

Для стаціонарного режиму сушіння, коли вхідні параметри зерна і сушильного агента залишаються сталими, можна, прийняти рівними нулю похідні основних змінних стану по часу. Тоді система рівнянь (3)-(4) буде мати вигляд

$$v \frac{\partial w}{\partial x} = -k_w \theta(x - v\tau) w(x), \quad (5)$$

$$v \frac{\partial \theta}{\partial x} = -k_w \frac{r}{c} [\theta(x - v\tau) \cdot w(x)] + \alpha [1 - k_\alpha (k_w \theta(x - v\tau) w(t, x))] (T_0 - \theta(x)). \quad (6)$$

Зробимо додаткове припущення про сталість швидкості зерна і замінимо аргументи змінних рівнянь (5)-(6), пов'язані у випадку усталеного режиму співвідношенням  $x = vt$ , отримаємо систему диференціальних рівнянь усталеного режиму сушіння

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -k_w \theta(t - \tau) w(t), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = b \frac{\partial w}{\partial t} + \alpha \left[ 1 - k_\alpha \frac{\partial w}{\partial t} \right] (T_0 - \theta(x)). \quad (8)$$

Рівняння стаціонарного режиму можна вважати рівнянням руху елементарного об'єму зернового матеріалу в синхронній системі координат. При сушінні зерна цей елементарний об'єм можна вважати деяким усередненим одиничним зерном чи насіниною.

При проведенні числового експерименту на моделі (7)-(8) частина теплофізичних параметрів [ $b = r/c$ ] і початкові дані ( $w_0, \theta_0, T_0$ ) з метою спрощення ми вважали константами. Основні змінні параметри - модельні коефіцієнти, що визначаються характером і особливостями внутрішнього і зовнішнього тепло- і масообміну між зерновим шаром і сушильним агентом. Залишкова ланка математичної моделі імітувалася підсистемою

$$\begin{aligned} \dot{y}_0 &= -K(\tau) y_0 + K(\tau) y_1, \\ \dot{y}_1 &= -K(\tau) y_1 + K(\tau) y_2, \\ \dot{y}_2 &= -K(\tau) y_2 + K(\tau) y_3, \\ \dot{y}_3 &= -K(\tau) y_3 + K(\tau) y_4, \end{aligned} \quad (9)$$

якою в загальній системі замінювали рівняння, що містять залишковий аргумент

$$K = 1,5, y_0(\tau) = \theta(t), y_5(t - \tau) = \theta(t - \tau). \quad (10)$$

Доповнивши систему основними рівняннями, що описують динаміку зміни основних змінних стану процесу, отримали операційну модель

$$\dot{y}_4 = -k_w y_0 y_4, \quad (11)$$

$$\dot{y}_5 = 1,12\dot{y}_4 + \alpha(1 - k_\alpha \dot{y}_4)(50 - y_5), \quad (12)$$

що дозволяє вивчати стаціонарні режими конвективного сушіння зерна в щільному рухомому шарі. Рівняння (11) в цій системі описує закон зміни вологості зерна в процесі сушіння, а рівняння (12) – закон зміни температури зерна в процесі сушіння.

### Результати числового експерименту

Результати числового експерименту на запропонованій матмоделі представлені на Рис.1,2.

При визначених співвідношеннях між швидкістю агента сушіння, його температурою і теплофізичними параметрами зерна, разом із звичайним режимом, коли температура зерна монотонно зростає (Рис. 1,2, криві 1-1'), в сушарках з щільним рухомим шаром були відзначені режими, при яких на температурній кривій нагріву зерна в області максимальної швидкості випаровування води спостерігається коливання (Рис. 1, криві 2-2', 3-3'), провал температури внаслідок зупинення подачі теплоти для відволоження насіння (Рис. 2, криві 2-2', 3-3').

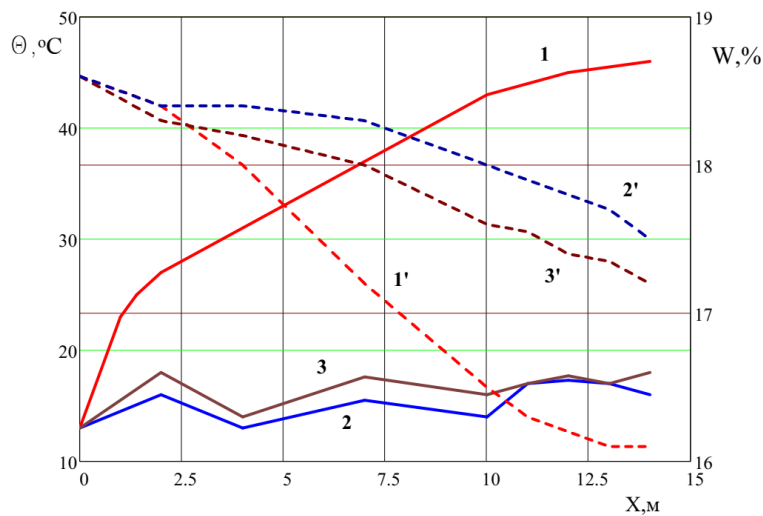


Рисунок 1 – Залежність температури насіння  $\Theta$  (1-3) і вологості  $W$  (1'-3') від висоти камери  $X$  в шахтній сушарці з "коливальним" ходом температурної кривої

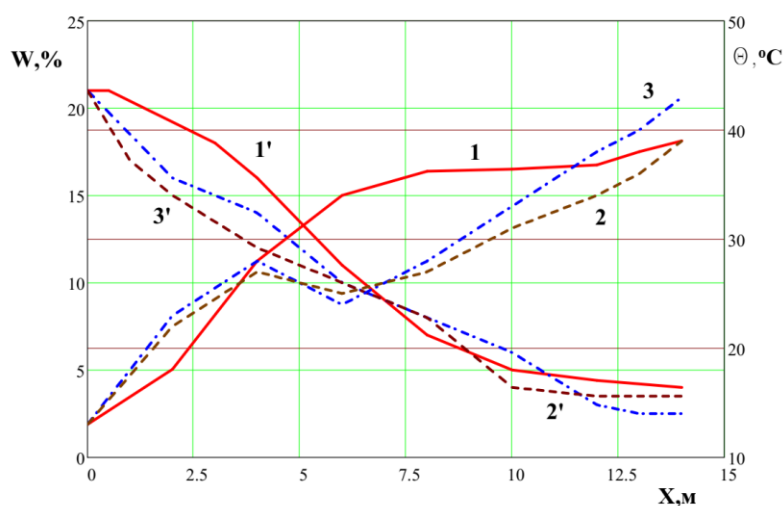


Рисунок 2 – Залежність температури насіння  $\Theta$  (1-3) і вологості  $W$  (1'-3') від висоти камери  $X$  в шахтній сушарці з провалом температурної кривої на відволоження

Питання вивчення моделі пов'язане також з питанням знаходження оптимальних режимів процесу

сушіння: мінімум витрати енергії на одиницю випаруваної вологи, мінімум витрати палива на одиницю (тонну) висушеного зерна; швидкість її з врахуванням обмежень на температуру сушильного агента і температуру зерна, а при сушінні насіння - з врахуванням обмежень на максимальне вологознімання за один прохід.

В якості вихідних даних для моделювання з врахуванням нормування лінійних розмірів сушильної камери прийняті наступні параметри:  $y_4 = 20$ ;  $y_5 = 0$ ;  $T_0 = 50$ ;  $\nu = 0,7$ . Нульовий (середній) рівень змінних параметрів був обраний;  $k_w = 0,06$ ;  $\alpha = 0,40$ ;  $k_\alpha = 0,90$ . При імітаційному моделюванні і проведенні числових експериментів крок цих параметрів був прийнятий рівним 0,02; 0,05; 0,10, відповідно. В моделі коефіцієнти теплообміну і масообміну є змінними величинами

$$\alpha(W, \Theta) = I(W, \Theta; k_\alpha, \alpha, k_w, \tau) = \alpha \left( J(W, \Theta; k_w; \tau) k_\alpha \frac{dw}{dt} \right), \quad (13)$$

$$\beta(W, \Theta; k_w; \tau) = k_w \Theta w. \quad (14)$$

Це відповідає результатам експериментальних досліджень [5].

### Висновки

Таким чином, запропонована математична модель повністю відтворює практично реалізовані і теоретично можливі режими сушіння, в тому числі:

- режим з монотонним зростанням температури матеріалу, що сушиться в сушарці;
- режим з практично горизонтальним ділянкою кривої температури в зоні постійної швидкості випаровування вологи;
- режим з провалом кривої температури матеріалу в зоні максимальної швидкості випаровування;
- коливальний хід кривої температури матеріалу в зоні постійної швидкості випаровування вологи.

Запропонована модель має достатню простоту, а також грубість і гнучкість. Вона з повною якісною і доброю кількісною точністю відтворює процес сушіння. Модель має слабку чутливість до варіації параметрів, тобто коректна. У неї широка область застосування, її можна використовувати на будь-які зерносушарки, котрі реалізують конвективний спосіб сушіння в щільному рухомому шарі, її коефіцієнти сталі і їх легко визначити а змінні стану можна виміряти з прийнятною для практичних цілей точністю.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Голубкович А. В., Павлов С. А. Оптимизация сушки зерна при осциллирующем режиме // Тракторы и сельхозмашины. 2014, – № 1. – С. 10-13.
2. Васильев А. Н., Северинов О. В., Галов А. С. Задачи совершенствования управления процессом активного вентилирования зерна // Инновации в сельском хозяйстве: электронный журнал. 2014, – №1(6). URL: <http://ej.viesh.ru/wp-content/uploads/2014/04/insel6.pdf>.
3. Sysuev V. A., Saitov V. E., Savinyh P. A., Kazakov V. A., Saitov A.V. Improvement of machinery for grain production and feed // International Journal of Applied and Fundamental Research. 2015, – № 2. URL: [www.science-sd.com/461-24816](http://www.science-sd.com/461-24816).
4. Измайлов А.Ю., Лобачевский Я.П., Сизов О.А. Перспективные пути применения энерго- и экологически эффективных машинных технологий и технических средств // Сельскохозяйственные машины и технологии. 2013, – № 4. – С. 811.
5. Гинзбург А.С. Основы теории и техники сушки пищевых продуктов. М.: Пищевая промышленность, 1973. – 527 с.

**Співак Олександр Юрійович** — науковий керівник, канд. техн. наук, доцент кафедри теплоенергетики, Вінницький національний технічний університет, Вінниця. e-mail : [spivak000@gmail.com](mailto:spivak000@gmail.com)

**Задорожний Вадим Вячеславович** — студент групи ТЕ-16б, факультет будівництва теплоенергетики та газопостачання, Вінницький національний технічний університет, Вінниця,

**Мазур Володимир Іванович** — студент групи ТЕ-19мз, факультет будівництва теплоенергетики та газопостачання, Вінницький національний технічний університет, Вінниця,

**Spivak O.Y.** — scientific supervisor, Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor of Building Heating and Gas Supply, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia. e-mail : [spivak000@gmail.com](mailto:spivak000@gmail.com)

**Zadorozny V.V.**— student of group TE-16b, department of Building Heating and Gas Supply, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

**Mazur V.I.**— student of group TE-19mz, department of Building Heating and Gas Supply, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.