

## Математичне моделювання механічного зневоложення в'язко-пластичної сировини на вібраційно-планетарній машині

Вінницький національний аграрний університет  
Подільський науково-технічний ліцей для обдарованої молоді

**Анотація.** Визначені фактори, які впливають на процес вібраційно-планетарного центрифугування такі як: швидкість руху вологи, густина і вологість продукт, конструктивні і технологічні характеристики зневоднювача. На основі вказаних факторів, використовуючи метод аналізу розмірностей, складено критеріальне рівняння, яке описує процес вібраційно-планетарного зневоднення в'язко-пластичної сировини.

**Ключові слова:** зневоднення, вібропланетарний рух, розмірність, метод подібності.

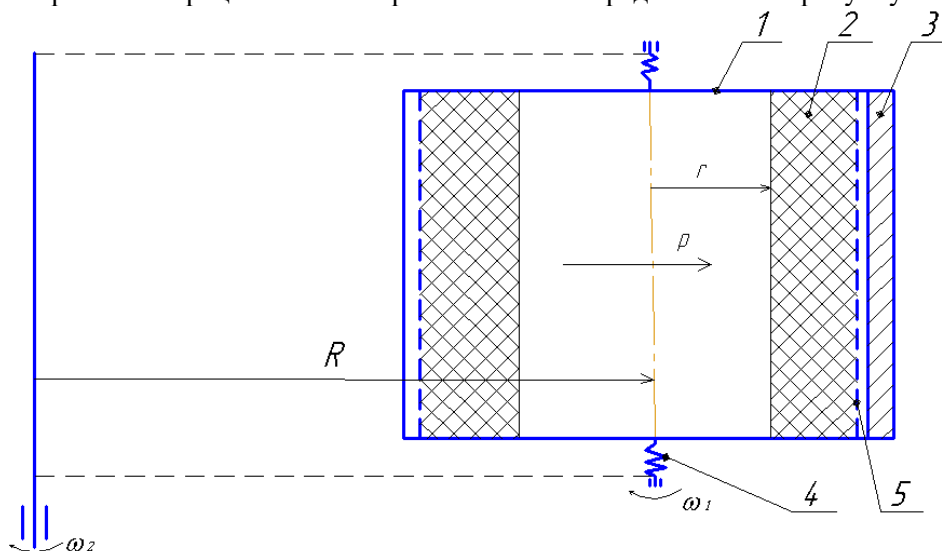
**Summary.** The factors that influence the process of vibration-planetary centrifugation are determined, such as: speed of movement of moisture, density and humidity of the product, structural and technological characteristics of the dehydrator. Based on these factors, using the dimensional analysis method, a criterion equation is described that describes the process of vibration-planetary dehydration of visco-plastic raw materials.

**Key words:** dehydration, vibroplanetary motion, dimension, similarity method.

Механічне зневоложення (зокрема центрифугування) часто передує сушінню, якому піддаються продукти після видалення вільної вологи. Пов'язане це з тим, що воно дешевше і швидше термічного.

Механічне зневоложення є безальтернативним, коли продуктом технологічного процесу є видалена волога (розчин, який в подальшому піддається кристалізації). В цьому випадку від кількості видаленої вологи залежить вихід готового продукту.

Для інтенсифікації процесу відцентрового відтискування доцільно використовувати центрифуги з вібраційно-планетарним рухом робочих барабанів, завдяки чому якісно зросте рушійна сила та якість процесу механічного зневоложення. Крім того в цьому випадку можливе одночасне використання двох і більше барабанів, що дасть можливість поетапної обробки сировини. Це і обумовлює актуальність і перспективи даного дослідження. Принципова схема реалізації механічного зневоложення сировини вібраційно-планетарним способом представлена на рисунку 1.



1 – робочий барабан; 2 – оброблювана сировина; 3 – дебаланси; 4 – пружні елементи;  
5 – перфоровані стінки.

Рисунок 1 – Принципова схема відцентрово-планетарного зневоложення.

На середній тиск, необхідний для зневоложення, впливають наступні фактори: розміщення робочого барабану відносно осі обертання підвіски (відстань від осі обертання підвіски до осі обертання барабану)  $R$ ; швидкість руху вологи по мікропорам продукту  $v$ ; об'єм оброблюваної сировини або ступінь завантаження барабану, яка визначається радіусом  $r$  (рис.1); початкова густина сировини  $\rho$  і її в'язкість  $\eta$ .

При математичній обробці представлених параметрів використаємо другу теорему Федермана-Бекінгема та метод аналізу розмірностей. Тому шукану функціональну залежність представимо у вигляді

$$p = f(R, v, \rho, \eta, r) \quad (1)$$

Основні складові функції (1) занесемо в таблицю 1.

Таблиця 1.

**Основні параметри досліджуваного процесу**

№ з/п	Параметр факторного простору	Символ	Розмірність
1	Відстань від осі обертання підвіски до осі обертання барабану	$R$	$m$
2	Швидкість руху вологи	$v$	$m \cdot c^{-1}$
3	Початкова густина сировини	$\rho$	$kg \cdot m^{-3}$
4	В'язкість сировини	$\eta$	$kg \cdot m^{-1} \cdot c^{-1}$
5	Ступінь завантаження робочої ємності	$r$	$m$
6	Середній тиск зневоложення	$p$	$kg \cdot m^{-1} \cdot c^{-2}$

Очевидно, що для досліджуваного факторного простору число змінних дорівнює 6 при кількості розмірностей 3. Тому за  $\pi$ -теоревою кількість безрозмірних комплексів становить  $6 - 3 = 3$ .

Згідно з принципом аналізу розмірностей функцію (1) представимо у вигляді

$$p = A \cdot R^a \cdot v^b \cdot \rho^c \cdot \eta^e \cdot r^k \quad (2)$$

що відповідає матриці, яка представлена у таблиці 2.

Таблиця 2

**Матриця розмірностей досліджуваних факторів**

	$a$	$b$	$c$	$e$	$k$	$p$
$M(kg)$	0	0	1	1	0	1
$L(m)$	1	1	-3	-1	1	-1
$T(c)$	0	-1	0	-1	0	-2

На основі даної матриці складаємо наступну систему алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} c + e = 1 \\ a + b - 3c - e + k = -1 \\ -b - e = -2 \end{cases} \quad (3)$$

Дана система рівнянь має п'ять незалежних змінних і містить три рівняння, тому її розв'язок представимо у вигляді

$$\begin{cases} c = -1 + b \\ e = 2 - b \\ k = -2 - a + b \end{cases} \quad (4)$$

Враховуючи отримані вирази, перепишемо залежність (2) у вигляді

$$p = A \cdot R^a \cdot v^b \cdot \rho^{-1+b} \cdot \eta^{2-b} \cdot r^{-2-a+b} \quad (5)$$

Після нескладних математичних перетворень отримаємо наступну функціональну залежність

$$\frac{p\rho r^2}{\eta^2} = A \cdot \left(\frac{v\rho}{\eta}\right)^b \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^a \quad (6)$$

Ліву частину рівняння (6) перетворимо до вигляду

$$\frac{p\rho r^2}{\eta^2} = p\rho \cdot \frac{r^2}{\eta^2 v^2} \cdot v^2 = p\rho v^2 \cdot \left(\frac{r}{\eta v}\right)^2 \quad (7)$$

Згідно із законом Ньютона для внутрішнього тертя можна записати

$$p = \eta \cdot \frac{v}{r} \quad (8)$$

Тоді залежність (7) буде виражати безрозмірний комплекс, який є зворотнім до критерію гідродинамічної подібності Ейлера, а саме

$$\frac{p\rho r^2}{\eta^2} = \frac{\rho v^2}{p} = (Eu)^{-1} \quad (9)$$

Права частина рівняння (6) також містить два безрозмірних комплекси: аналог критерію Рейнольдса  $Re = \frac{v\rho}{\eta}$  і параметричний критерій геометричної подібності  $\Gamma = \frac{R}{r}$ .

Таким чином отримаємо наступне критеріальне рівняння, яке описує механічне зневолення в'язко-пластичної сировини вібраційно-планетарним способом:

$$Eu = A \cdot (Re)^n \cdot \Gamma^m \quad (10)$$

Постійні  $A$ ,  $n$  і  $m$  визначаються експериментально і залежать від конструктивних характеристик зневоднювача, співвідношення кутових швидкостей обертання підвіски і робочої ємності, параметрів вібраційного руху барабану, структурно-механічних властивостей оброблюваної сировини та інших факторів.

Аналіз рівняння (10) показує, що при механічному видаленні вологи із в'язко-пластичної сировини має місце подібність руху рідини по мікропорам продукту із рухом рідини в трубопроводі.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бандура В.М., Липовий І.Г. Моделювання вібраційно-планетарного відтискування в'язко-пластичної сировини на основі безрозмірних комплексів. / Вібрації в техніці і технологіях – № 2 (93). - 2019. с. 18-23.
2. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике / Л. И. Седов. — М.:Наука, 1977. — 440 с.
3. Кутателадзе С.С. Анализ подобия и физическое моделирование / С. С. Кутателадзе. — Новосибирск, 1986. — 295 с.

**Бандура Валентина Миколаївна** – кандидат технічних наук, професор кафедри Процесів та обладнання переробних і харчових виробництв ім. проф. П.С.Берника, в.о. зав.кафедри Агроінженерії і технічного сервісу Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: [bandura\\_3@ukr.net](mailto:bandura_3@ukr.net)). Номер ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8074-3020>.

**Липовий Ігор Григорович** – викладач комунального закладу «Подільський науково-технічний ліцей для обдарованої молоді» (вул. Воїнів-Інтернаціоналістів, 9, м. Вінниця, 21030, Україна).

**Галіброта Анатолій Сергійович** – учень комунального закладу «Подільський науково-технічний ліцей для обдарованої молоді» (вул. Воїнів-Інтернаціоналістів, 9, м. Вінниця, 21030, Україна).

**V. Bandura** – PhD, Professor of the Department of Processes and Equipment for Processing and Food Manufacturing them. prof. P. S. Bernick, acting director Head of the Department of Agroengineering and Technical Services of Vinnitsa National Agrarian University (3, Sunny St., Vinnytsia, 21008, Ukraine, e-mail: [bandura\\_3@ukr.net](mailto:bandura_3@ukr.net)). ORCID number: <http://orcid.org/0000-0001-8074-3020>.

**I. Lipoviy** - a teacher of communal establishment is the "Podolsk scientific and technical lyceum for the gifted young people" (street of Warriors-internationalists, 9, Vinnytsya, 21030, Ukraine).

**A. Galibroda** – student of communal establishment is the "Podolsk scientific and technical lyceum for the gifted young people" (street of Warriors-internationalists, 9, Vinnytsya, 21030, Ukraine).