

М. В. Жиром
А. О. Гайовий
Б. П. Грицюк
В. В. Вавшко
Ю. Ю. Іванов

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ФУНКЦІЇ ЕВРИСТИЧНИМИ МЕТОДАМИ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У даній роботі проаналізовано низку ефективних методів розв'язання математичної задачі оптимізації функції та представлено їх математичні моделі.

Ключові слова: оптимізація, евристики, алгоритми Спендлі-Хекста-Хімсворта, амеби, кажанів, імітації відпалу.

Abstract

In this paper have been analyzed a few of effective methods for solving a mathematical task of function optimization and have been presented the mathematical models.

Keywords: optimization, heuristics, Spendley-Hext-Himsworth algorithm, amoeba, bat, simulated annealing.

Вступ

У зв'язку зі стрімким розвитком обчислювальної техніки, велика увага приділяється використанню евристичних методів оптимізації. Математичну постановку задачі оптимізації можна задати наступним чином: потрібно знайти такий набір елементів x_i із множини допустимих рішень D , при якому забезпечується екстремальне значення цільової функції $f(x_1, \dots, x_n)$, тобто

$$f(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \text{ext} (\min, \max), \quad x_i \in D, \quad i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

Особливістю більшості актуальних науково-технічних задач сьогодення є пошук раціональних рішень у багатовимірному просторі альтернатив. Показники якості варіантів, як правило, описуються нелінійними залежностями і оцінюються за допомогою складних алгоритмів, що обумовлює високу трудомісткість обчислень у ході вирішення задач оптимізації. Крім того, застосування класичних чисельних методів пошуку екстремуму багатоекстремальних функцій зі складним рельєфом поверхонь рівня стає малоефективним [1, 2].

Метою роботи є аналіз низки ефективних евристичних методів оптимізації нелінійних функцій від багатьох змінних.

Результати дослідження

Розв'язання задачі мінімізації функції від багатьох змінних пов'язане зі знаходженням послідовності точок, які задовольняють умові

$$f(x^{k+1}) < f(x^k), \quad k = 0, 1, \dots, n. \quad (2)$$

У залежності від найвищого порядку частинних похідних функції, які використовуються у процесі її оптимізації, методи пошуку екстремуму поділяються на три групи: нульового, першого та другого порядку. Будемо розглядати методи нульового порядку.

Алгоритм Спендлі-Хекста-Хімсворта [3]. Процедура симплексного пошуку Спендлі-Хекста-Хімсворта базується на тому, що зразком, який містить найменшу кількість точок, є регулярний

симплекс, який в n -мірному просторі представляє собою багатогранник, утворений $(n+1)$ рівновіддаленою одна від одної точкою. Наприклад, у випадку $n=1$ симплексом є відрізок, при $n=2$ – рівносторонній трикутник; в тривимірному просторі – тетраедр. Регулярний симплекс будується з метою швидкого руху в напрямку мінімуму функції. Отже, щоб задати регулярний симплекс достатньо використати координати початкової точки $X_0 = (x_1, \dots, x_n)^T$ та довжину ребра симплекса l .

У даному методі застосовано важливу властивість, згідно з якою новий симплекс можна побудувати на будь-якій грані базового симплексу шляхом переносу вибраної вершини на певну відстань (пропорційну α) уздовж прямої, проведеної через центр ваги інших вершин симплексу. Отже, визначається вершина, якій відповідає найбільше значення цільової функції. Потім знайдена вершина проектується через центр ваги X_c інших вершин симплекса в нову точку. Отримана точка є вершиною нового симплексу, а вибрана під час побудови вершина базового симплексу видаляється.

Алгоритм амеби [4, 5]. В основу алгоритму покладена побудова послідовності $k=1, 2, \dots$, систем точок $x^i(k)$, $i=1, \dots, n+1$, які є вершинами опуклого багатогранника. Точки системи $x^i(k+1)$ співпадають з точками системи $x^i(k)$, крім точки $x^h(k)$, яка є найгіршою в системі $x^i(k)$, і яку на $k+1$ ітерації замінюють по спеціальним правилам (віддзеркалення, розширення, стиснення, редукція). У процесі виконання цих правил багатогранник змінює свої розміри подібно руху амеби, що і обумовило назву методу. Побудова послідовності закінчується, коли значення функції у вершинах поточного багатогранника відрізняються від значення функції в центрі симплексу не більше, ніж на деяку задану величину $\xi \rightarrow 0$ або розміри багатогранника стають достатньо малими.

Алгоритм імітації відпалу [6]. Даний алгоритм ґрунтується на імітації фізичного процесу, який відбувається при кристалізації речовини, в тому числі при відпалі металів. Передбачається, що атоми вже вишикувалися в кристалічну решітку, але ще допустимі переходи окремих атомів з одного стану в інший. Процес протікає при поступовому зниженні температури. Перехід атома з одного стану в інший відбувається з певною ймовірністю, причому вона зменшується зі зниженням температури T . Стійка кристалічна решітка відповідає мінімуму енергії атомів, тому атом або переходить в стан з меншим рівнем енергії, або залишається на місці. Робота алгоритму ґрунтується на ймовірнісному правилі з використанням розподілу Гіббса та «колеса рулетки»

$$p = \begin{cases} 100\%, & \text{якщо } f(x_{new}) - f(x_{current}) < 0; \\ \exp\left(-\frac{\Delta E}{b \cdot T_k}\right) \cdot 100\%, & \text{якщо } f(x_{new}) - f(x_{current}) \geq 0, \end{cases} \quad (3)$$

де b – константа налаштування (часто приймається рівною одиниці).

Важливою складовою алгоритму є закон зміни температури. В класичному алгоритмі запропоновано лінійний закон

$$T_{k+1} = \sigma \cdot T_k, \quad \sigma = 0,95 \dots 0,99. \quad (4)$$

Алгоритм кажанів [7]. Даний алгоритм є представником ройового інтелекту (колективна поведінка кажанів) та ґрунтується на унікальних ехолокаційних можливостях рукокрилих, які використовуються для виявлення здобичі та перешкод. Основними складовими алгоритму є особливості переміщення кажанів у просторі та характеристики їх звукових сигналів. Практично усі кажани використовують ехолокацію, щоб визначити відстань, а також розрізнити їжу або здобич і перешкоди. Під час польоту з певною швидкістю із поточного положення вони випускають частотно-модульовані звукові сигнали, які мають певну частоту та гучність, і фіксують відлуння, відбите від навколишніх об'єктів. Частота й інтенсивність звукових імпульсів змінюється залежно від близькості до мети. Гучність звукового сигналу змінюється від більшого початкового до меншого заданого значення. Для визначення нових положень кажанів здійснюється локальний пошук в околі поточних положень. Алгоритм кажанів застосовується для вирішення низки обчислювальних задач в різноманітних галузях діяльності людини.

Загалом не існує універсального методу оптимізації, тому інженер змушений налаштовувати кожний метод до певної конкретної задачі.

Висновки

У роботі проведено огляд ефективних евристичних методів розв'язання задачі оптимізації функції. Представлено основні ідеї та математичні моделі пошуку екстремуму функції, які можна реалізувати у програмному забезпеченні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Chapra S.C. Numerical Methods for Engineers / S.C. Chapra, R.P. Canale. – New-York, 2010. – 994 с.
2. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. – М.: Высшая школа, 2005. – 544 с.
3. Spendley W. Sequential Application of Simplex Designs in Optimization and Evolutionary Operation / W. Spendley, G.R. Hext, F.R. Himsforth // Technometrics. – 1962. – V. 4. – P. 441-461.
4. Nelder J.A. A Simplex Method for Function Minimization / J.A. Nelder, R. Mead // Computer Journal. – 1965. – № 7 (4). – P. 308-313.
5. Numerical Optimization: Theoretical and Practical Aspects / J.F. Bonnans, J.C. Gilbert, C. Lemarechal, C.A. Sagastizabal. – Berlin: Springer-Verlag, 1997. – 491 p.
6. Kirkpatrick S. Optimization by Simulated Annealing / S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, M.P. Vecchi // Science. – 1983. – P. 671-680.
7. Карпенко А.П. Популяционные алгоритмы глобальной поисковой оптимизации. Обзор новых и малоизвестных алгоритмов / А.П. Карпенко // Информационные технологии. – М., 2012. – № 7. – 32 с.

Жиром Микола Володимирович — студент групи ІАКІТ-19м, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Гайович Артем Олександрович — студент групи ІІСТ-19м, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Грицюк Богдан Петрович — студент групи ІСІ-166, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Вавшко Владислав Вікторович — студент групи ІКТ-166, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Іванов Юрій Юрійович — канд. техн. наук, доцент кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: Yura881990@i.ua.

Giroma Nicholas V. — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Gayoviy Artem O. — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Gritsyuk Bogdan P. — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Vavshko Vladislav V. — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Ivanov Yurii Yu. — Cand. Sc. (Eng), Senior Lecturer, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: Yura881990@i.ua.