

**С. В. Репінський<sup>1</sup>**  
**Л. Г. Козлов<sup>1</sup>**  
**О. В. Паславська<sup>1</sup>**  
**М. М. Мошноріз<sup>1</sup>**  
**А. А. Бартецький<sup>1</sup>**

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МЕХАТРОННОГО ГІДРОПРИВОДУ МАНІПУЛЯТОРА З ЧАСТОТНИМ КЕРУВАННЯМ АСИНХРОННОГО ЕЛЕКТРОДВИГУНА

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет

*Розглядається мехатронний гідропривід маніпулятора, в якому об'ємний насос приводиться в дію від асинхронного електродвигуна з перетворювачем частоти. Привід маніпулятора з частотним керуванням асинхронного електродвигуна дає можливість пропорційно регулювати подачу робочої рідини від об'ємного гідронасоса до гідродвигуна, оптимально виконувати робочі операції маніпулятора та економити значну кількість енергії в робочому циклі машини порівняно з традиційним дросельним керуванням. Наявність пропорційного регулювання подачі рідини та стабілізації швидкості руху маніпулятора підвищує також точність наведення його на об'єкт, покращує умови роботи оператора.*

*Метою роботи є створення й апробація математичної моделі мехатронного гідроприводу маніпулятора з частотним керуванням асинхронного електродвигуна, яка була б придатна для імітаційного дослідження статички та динаміки приводу в програмному середовищі MATLAB Simulink.*

*Розроблено розрахункову схему мехатронного гідроприводу маніпулятора з частотним керуванням асинхронного електродвигуна. Згідно з розрахунковою схемою та прийнятими припущеннями математична модель включає рівняння сил, що прикладені до поршня гідроциліндра; рівняння нерозривності потоків для відповідних ділянок гідроприводу; рівняння крутного моменту на привідному валу насоса; рівняння датчика головного зворотного зв'язку за частотою обертання вала насоса; рівняння суматора та рівняння, що описують роботу асинхронного електродвигуна з перетворювачем частоти. Математичну модель представлено у вигляді структурної схеми, яка наочно відображає всі зв'язки між рівняннями (розрахунковими блоками). Для імітаційного моделювання приводу в програмному середовищі MATLAB Simulink розроблена відповідна обчислювальна структура (блок-схема). Тестування цієї структури показало, що процес обчислення є стійким, а також підтверджує її працездатність.*

**Ключові слова:** об'ємний гідропривід, гідронасос, асинхронний електричний двигун, частотне керування, перетворювач частоти, математична модель.

### Вступ

Асинхронні електродвигуни (АД) у яких регулювання швидкості здійснюється від перетворювачів частоти (ПЧ) знаходять все більше застосування в різних галузях [1–5]. В роботі розглядається мехатронний гідропривід маніпулятора, в якому об'ємний насос приводиться в дію від АД з ПЧ [6–10]. Останнім часом такий привід широко впроваджується не тільки для стаціонарних маніпуляторів, а і для маніпуляторів на базі мобільних машин. Привід маніпулятора з частотним керуванням АД дає можливість пропорційно регулювати подачу робочої рідини від об'ємного гідронасоса до гідродвигуна, оптимально виконувати робочі операції маніпулятора та економити значну кількість енергії в робочому циклі машини порівняно з традиційним дросельним керуванням. Наявність пропорційного регулювання подачі рідини та стабілізації швидкості руху маніпулятора підвищує також точність наведення його на об'єкт, покращує умови роботи оператора.

Під час проектування таких систем актуальною задачею залишається швидке і всебічне виявлення впливу структури приводу, його параметрів і параметрів навантаження на характеристики перехідних процесів [1–6]. На сьогодні ефективним засобом розв'язання такої задачі є використання програмного середовища імітаційного моделювання MATLAB Simulink.

*Метою роботи є створення і апробація математичної моделі мехатронного гідроприводу маніпулятора з частотним керуванням асинхронного електродвигуна, яка була б придатна для імітаційного дослідження статички та динаміки приводу в програмному середовищі MATLAB Simulink.*

## Результати дослідження

Розрахункова схема мехатронного приводу маніпулятора з частотним керуванням асинхронного електродвигуна показана на рис. 1. Схема включає стійак 1, стрілу 2, рукоять 3, захват 4, гідроциліндри 5, 7, 8 та механізм повороту 9. Маніпулятор змонтований на рамі 10. Насос постійного робочого об'єму  $H$  подає робочу рідину через гідролінію 18, гідророзподільники  $P2$  та  $P1$ , робочу гідролінію 20 в гідроциліндр 5, приводячи до руху стрілу 2 маніпулятора. Злив робочої рідини з гідроциліндра 5 забезпечується через робочу гідролінію 21, гідророзподільник  $P1$ , гідролінію керування 22, гальмівний клапан 12 та зливу гідролінію 23. Гідророзподільник  $P2$  має пружинне повернення та керується електромагнітом. Насос  $H$  приводиться в дію асинхронним електродвигуном АД, що живиться від перетворювача частоти ПЧ з датчиком швидкості обертання 17 вала електродвигуна. Рівень подачі насоса  $H$  пропорційний частоті обертання АД і визначає швидкість руху штока 6, а значить і швидкість руху стріли 2 маніпулятора. Гідроциліндр 8 повороту стійака 1 живиться від окремого насоса, який на схемі не показаний.

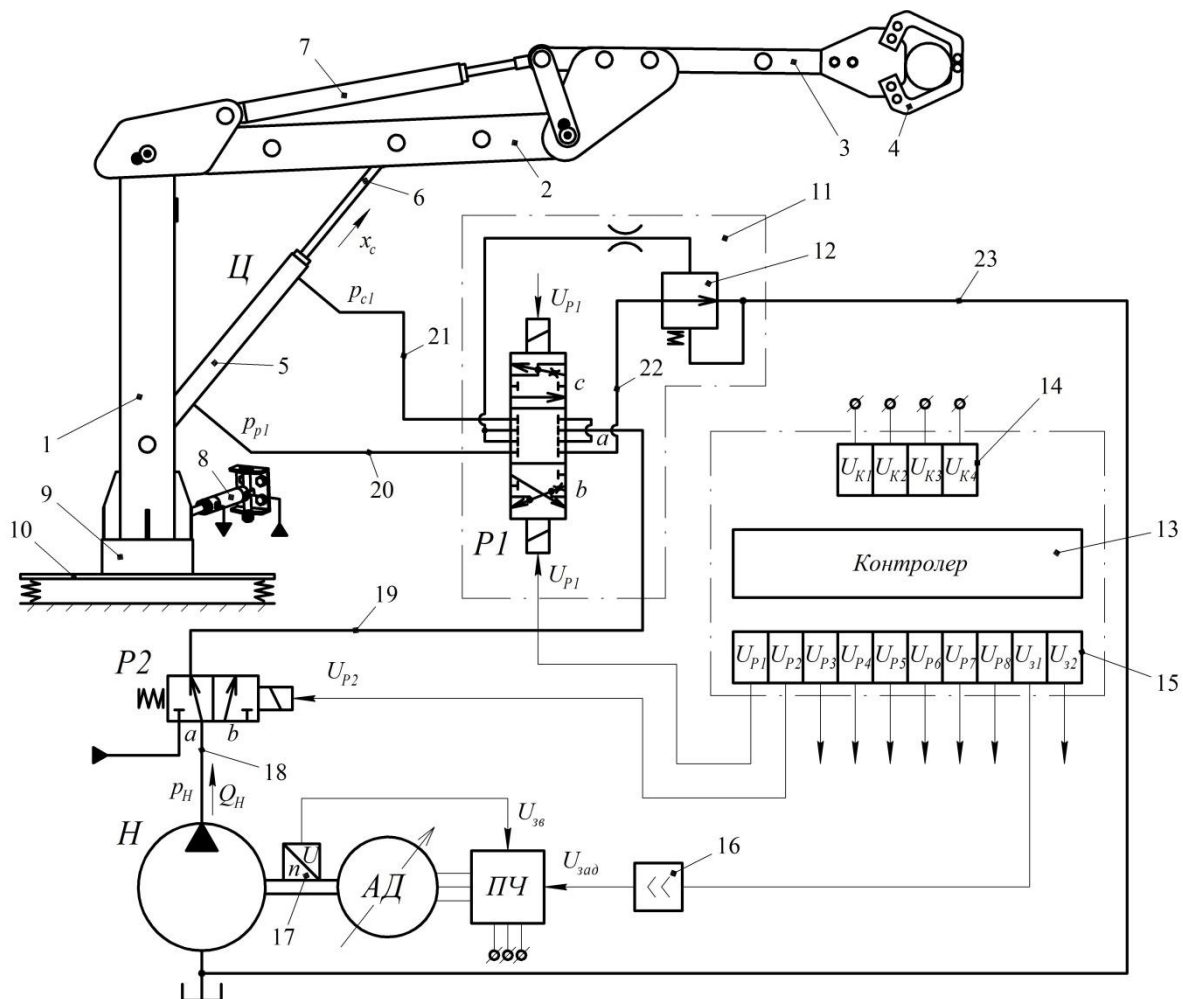


Рис. 1. Схема мехатронного гідроприводу маніпулятора з частотним керуванням асинхронного електродвигуна

Роботою приводів маніпулятора керує контролер 13. На вхідну плату 14 контролера надходять сигнали  $U_{K1} \dots U_{K4}$  від керуючих важелів оператора, які задають необхідний напрямок та швидкість переміщення маніпулятора. На основі вхідних сигналів контролер 13 генерує сигнали, які через вихідну плату 15 подаються до електромагніта розподільника  $P1$ , переводячи його у відповідну задану робочу позицію ( $b$  або  $c$ ), та через підсилювач 16 до частотного перетворювача ПЧ, який забезпечує задану частоту обертання АД. Вбудований регулятор перетворювача ПЧ обробляє задане і реальне значення частоти обертання і відповідно їм корегує частоту АД. Перевагами такого приводу є: висока точність регулювання; економія енергії в робочому циклі машини (особливо при роботі електричного двигуна з неповним навантаженням); зменшення гідравлічних втрат в трубопроводі через відсутність дросельного регулювання витрати; стабілізація швидкості руху маніпулятора при зміні навантаження.

Математична модель гідроприводу складена з такими припущеннями:

- густина і питома вага робочої рідини постійні;
- коефіцієнт об'ємного стиснення робочої рідини враховувався як величина, залежна від тиску;
- тиск зливу дорівнює нулю;
- коефіцієнти витрат через дросельні і золотникові елементи постійні;
- довжина гідроліній відносно мала і тому хвильовими процесами і гідравлічними втратами в них можна знехтувати;
- зовнішні витоки і внутрішні перетікання рідини через ущільнення відсутні;
- зусилля на штокові гідроциліндра формується спільною дією інерційного, швидкісного та позиційного навантажень;
- асинхронний двигун працює на робочій ділянці механічної характеристики;
- перетворювач частоти забезпечує пропорційне співвідношення між напругою і частотою живлення двигуна;
- зворотний зв'язок за швидкістю обертання двигуна реалізовано з використанням безінерційного сенсора (стала часу контуру зворотного зв'язку за струмом відсутня).

Відповідно до рис. 1 і прийнятих припущень математичну модель гідроприводу складають такі рівняння.

Рівняння сил, що прикладені до поршня гідроциліндра

$$m_C \frac{d^2 x_C}{dt^2} = p_1 \cdot F_C - R - b_C \frac{dx_C}{dt}. \quad (1)$$

Рівняння нерозривності потоку в трубопроводі між насосом і розподільником

$$Q_H = Q_P + \beta_p(p) \cdot W_H \cdot \frac{dp_H}{dt}. \quad (2)$$

Рівняння нерозривності потоку в трубопроводі між розподільником і гідроциліндром

$$Q_P = F_C \cdot \frac{dx_C}{dt} + \beta_p(p) \cdot W_C \cdot \frac{dp_1}{dt}. \quad (3)$$

Рівняння подачі рідини на виході насоса

$$Q_H = q_H \cdot n_H \cdot \eta_{Ноб}. \quad (4)$$

Рівняння витрати рідини на виході розподільника

$$Q_P = \mu \cdot f_{оп} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{|p_H - p_1|} \cdot \text{sign}(p_H - p_1). \quad (5)$$

Крутний момент на приводному валу насоса

$$M_{крН} = \frac{q_H}{2\pi\eta_{Мех}} \cdot (p_H - p_{вс}). \quad (6)$$

Рівняння датчика головного зворотного зв'язку за частотою обертання вала насоса

$$U_{зв} = k_{зв} \cdot n_H. \quad (7)$$

Рівняння суматора

$$\Delta U = U_{зад} - U_{зв}. \quad (8)$$

Напруга керування електропривода

$$U_k = R_{ув}(s) \cdot \Delta U. \quad (9)$$

Перетворювач частоти можна описати диференціальним рівнянням

$$T_{Пч} \frac{df}{dt} + f = K_{Пч} \cdot U_k. \quad (10)$$

Перетворення частоти напруги живлення двигуна у синхронну швидкість обертання двигуна відбувається за виразом

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{p_{II}} f. \quad (11)$$

Залежність між моментом асинхронного двигуна та його ковзанням на лінійній ділянці механічної характеристики можна описати диференціальним рівнянням

$$T_e \frac{dM}{dt} + M = \beta \cdot (\omega_0 - \omega). \quad (12)$$

Залежність між частотою обертання двигуна та різницею моментів можна описати основним рівнянням руху

$$J_{\text{пр}} \frac{d\omega}{dt} = M - M_{\text{крН}}. \quad (13)$$

Співвідношення між швидкістю обертання двигуна та частотою обертання має такий вигляд:

$$n_n = \frac{60}{2\pi} \omega. \quad (14)$$

В рівняннях математичної моделі прийняті такі позначення:  $m_C$  – зведена маса рухомих частин гідроциліндра;  $x_C$  – переміщення поршня гідроциліндра;  $p_1$  – поточне значення тиску робочої рідини в напірній гідролінії гідроциліндра;  $F_C$  – ефективна площа поршня гідроциліндра;  $R$  – навантаження на шток гідроциліндра;  $b_C$  – коефіцієнт в'язкого тертя під час руху поршня гідроциліндра;  $q_H$  – робочий об'єм насоса;  $n_H$  – частота обертання вала насоса;  $\eta_{\text{Ноб}}$  – об'ємний к. к. д. насоса;  $\mu$  – коефіцієнт витрати робочого вікна розподільного золотника;  $f_{\text{др}}$  – площа робочого вікна розподільного золотника;  $\rho$  – густина робочої рідини;  $p_H$  – поточне значення тиску робочої рідини на виході насоса;  $\beta_p(p)$  – коефіцієнт об'ємного стиснення робочої рідини;  $W_H$  – об'єм рідини в трубопроводі, що сполучає насос з розподільником;  $W_C$  – об'єм рідини в трубопроводі, що сполучає розподільник з циліндром;  $\eta_{\text{Нмех}}$  – механічний к. к. д. насоса;  $p_{\text{вс}}$  – тиск робочої рідини у всмоктувальній гідролінії насоса;  $k_{\text{зв}}$  – коефіцієнт підсилення датчика головного зворотного зв'язку;  $U_{\text{зад}}$  – задавальна напруга (вхідний сигнал), що пропорційно визначає частоту обертання вала насоса;  $R_{\text{ус}}(s)$  – передавальна функція регулятора швидкості;  $s$  – оператор Лапласа;  $T_{\text{пч}}$  – стала часу перетворювача частоти;  $f$  – частота напруги живлення електродвигуна;  $K_{\text{пч}}$  – коефіцієнт підсилення перетворювача частоти;  $p_H$  – число пар полюсів електродвигуна;  $T_e$  – електромагнітна стала часу двигуна;  $M$  – момент електродвигуна (рушійний, електромагнітний);  $\beta$  – коефіцієнт жорсткості робочої ділянки механічної характеристики електродвигуна;  $\omega$  – швидкість обертання ротора електродвигуна;  $J_{\text{пр}}$  – приведений до вала електродвигуна момент інерції електроприводу.

Структурна схема математичної моделі мехатронного гідроприводу маніпулятора з частотним керуванням асинхронного електродвигуна, побудована на основі рівнянь (1)–(8), показана на рис. 2.

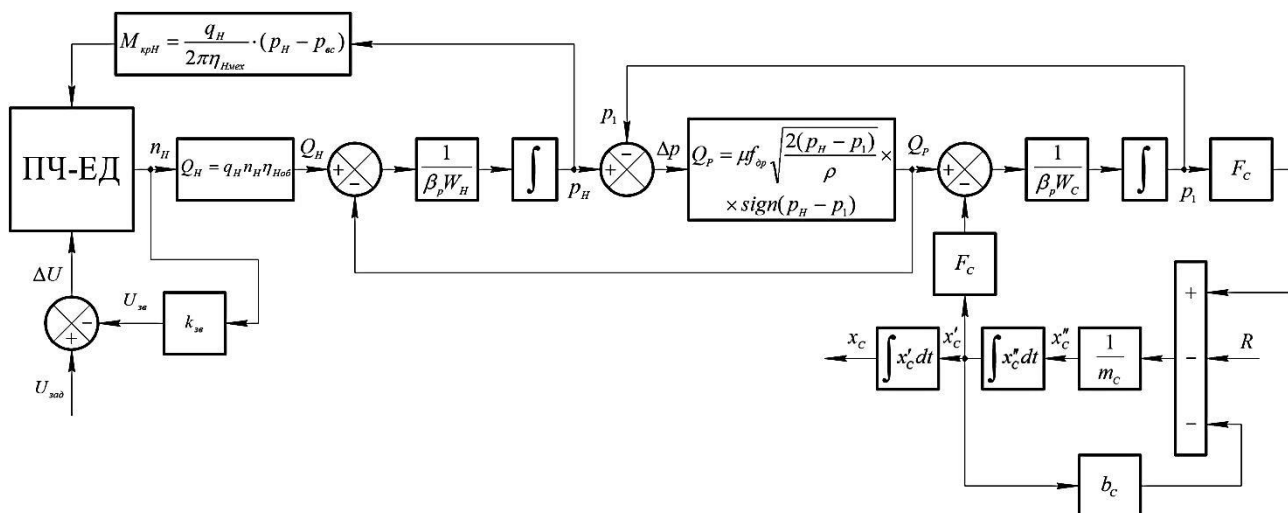


Рис. 2. Структурна схема математичної моделі приводу

Модель частотно-керованого асинхронного двигуна реалізовано на основі лінеаризованої моделі асинхронного двигуна з перетворювачем частоти [2]. Структурна схема двоконтурної системи електричного приводу типу ПЧ-АД зі зворотним зв'язком за швидкістю обертання представлена на рис. 3.

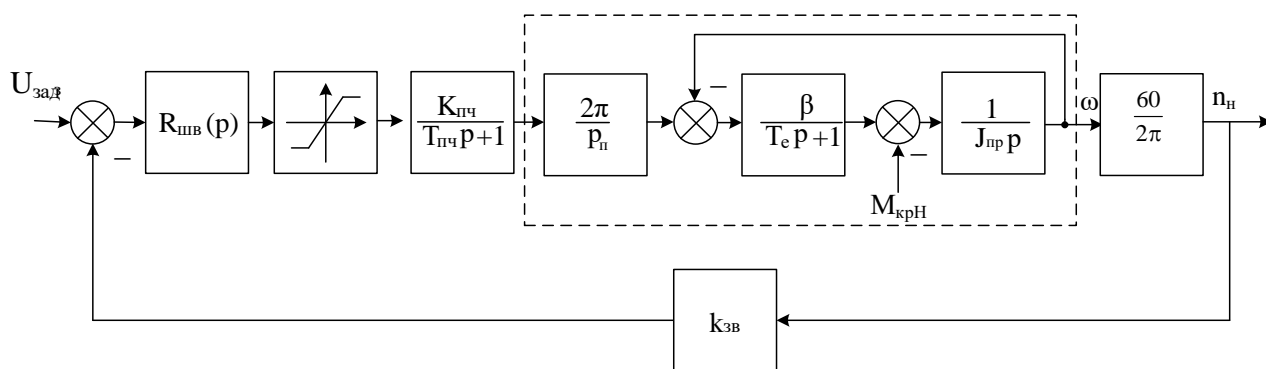


Рис. 3. Структурна схема електродвигуна за системою ПЧ-АД

Під час побудови структурної схеми електропривода враховано також те, що сигнал на виході регулятора швидкості обмежується ланкою «обмеження координат», а також те, що в якості навантаження на двигун подається момент, необхідний для приводу насоса.

Схеми на рис. 2 та рис. 3 наочно відображають всі зв'язки між рівняннями (розрахунковими блоками) математичної моделі та суттєво спрощують розробку обчислювальної структури (рис. 4), яка реалізована в середовищі MATLAB Simulink.

Для оцінювання працездатності розробленої обчислювальної структури виконано її тестування. Для цього в середовищі MATLAB Simulink отримано графіки перехідних процесів в гідроприводі, спричинених ступінчастою зміною вхідного сигналу  $U_{зад}$ , що пропорційно визначає частоту обертання вала насоса (рис. 5).

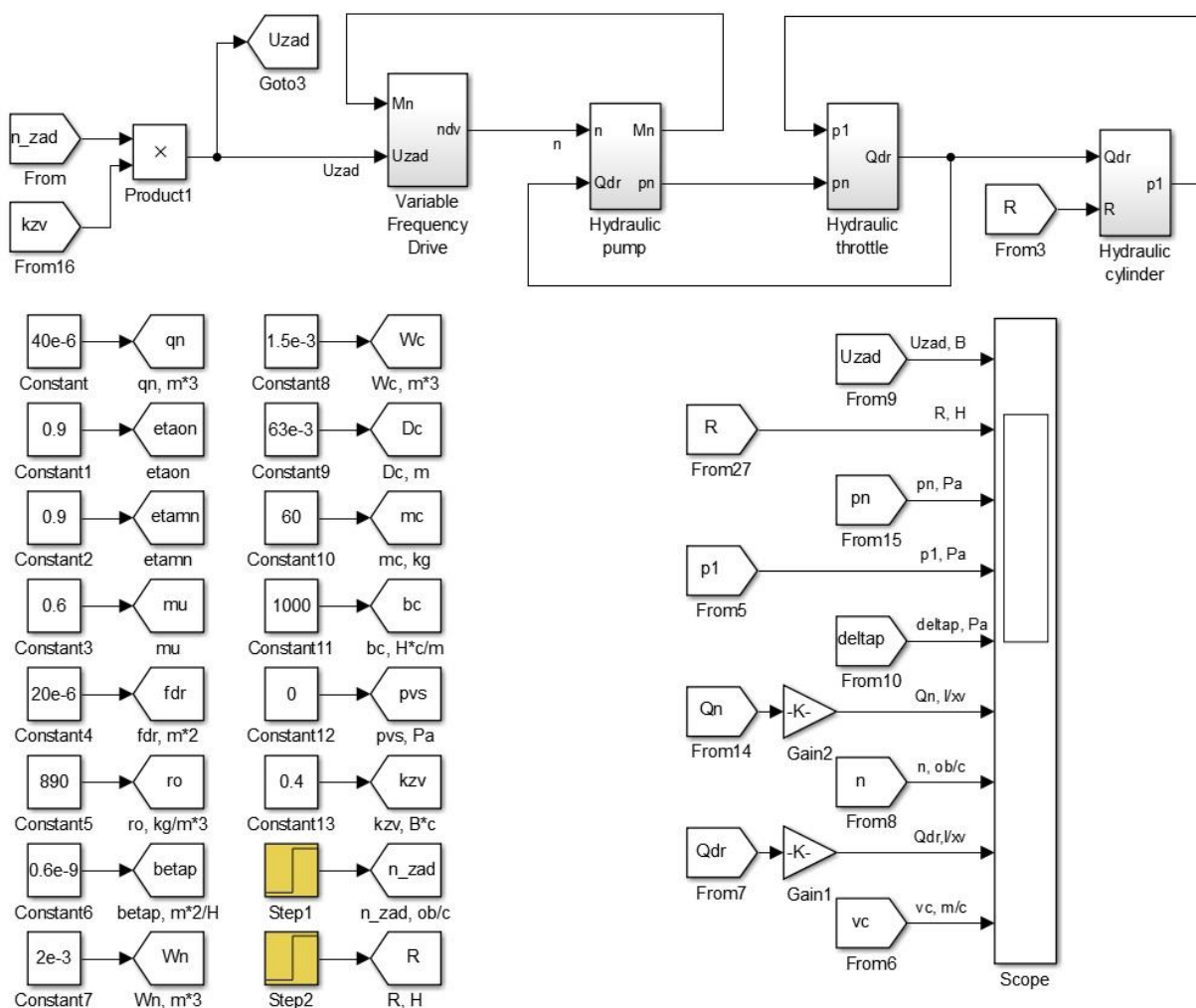


Рис. 4. Обчислювальна структура (блок-схема) для імітаційного моделювання в програмному середовищі MATLAB Simulink

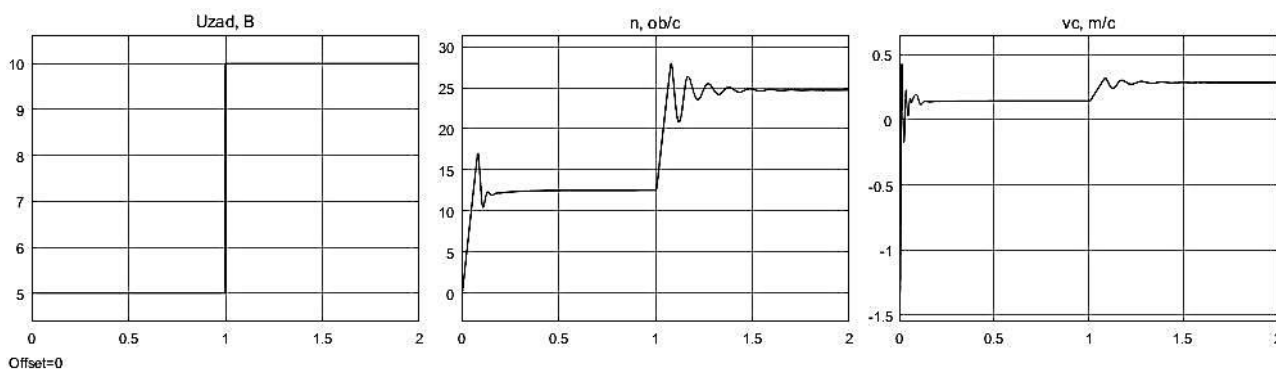


Рис.5. Перехідні процеси змінних стану системи при ступінчастій зміні вхідного сигналу  $U_{зад}$  з 5 до 10 В (відповідає пропорційній зміні частоти обертання вала насоса  $n_H$  з 12,5 до 25 об/с)

Тестування проводилось за таких параметрів гідропроводу:  $q_H = 40 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$ ;  $\eta_{Ноб} = 0,9$ ;  $\eta_{Нмех} = 0,9$ ;  $f_{op} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ ;  $W_H = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ ;  $W_C = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ ;  $D_C = 63 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $m_C = 60 \text{ кг}$ ;  $R = 30 \text{ кН}$ ;  $b_C = 1000 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$ ;  $\rho = 890 \text{ кг/м}^3$ ;  $\mu = 0,6$ .

### Висновки

1. Розроблено математичну модель мехатронного приводу маніпулятора з частотним керуванням асинхронного електродвигуна. Математичну модель представлено у вигляді структурної схеми, яка наочно відображає всі зв'язки між рівняннями (розрахунковими блоками).

2. Для імітаційного моделювання приводу в програмному середовищі MATLAB Simulink розроблено відповідну обчислювальну структуру (блок-схема). Тестування цієї структури показало, що процес обчислення є стійким, а також підтверджує її працездатність.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] В. М. Перельмутер, *Прямое управление моментом и током двигателей переменного тока*. Харьков, Україна: Основа, 2004, 210 с.
- [2] О. П. Чорний, А. В. Луговой, Д. Й. Родькін, Г. Ю. Сисюк, та О. В. Садовой, *Моделювання електромеханічних систем: підручник*. Кременчук, Україна, 2001, 410 с.
- [3] В. Н. Тихенко, «Разработка гидропривода с регулируемым приводным двигателем насосной установки,» *Промислова гідроліка і пневматика*, № 1(11), с. 84-86. 2006.
- [4] З. Я. Лурье, и И. М. Федоренко, «Математическое моделирование гидроагрегата системы смазки с регулируемым шестеренным насосом,» *Восточно-Европейский журнал передовых технологий. Прикладная механика*, т. 1, № 5(37), с. 10-19. 2009.
- [5] С. В. Репінський, Л. Г. Козлов та Ю. А. Буренніков, *Керування регульованих насосів в гідроприводах, чутливих до навантаження: монографія*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2016, 199 с.
- [6] Л. Г. Козлов, С. В. Репінський, О. В. Паславська, та О. В. Піонткевич, «Характеристики мехатронного приводу під час просторового руху маніпулятора,» *Наукові праці Вінницького національного технічного університету*, № 2. 2017. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/507>.
- [7] С. В. Репінський, Л. Г. Козлов, Ю. А. Буренніков, та О. В. Паславська, «Аналітичне оцінювання ККД об'ємного насоса з частотно-керуваним приводним електродвигуном,» на *XLVI наук.-техн. конф. підрозділів ВНТУ*, Вінниця, 2017. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fmt/all-fmt-2017/paper/view/2904>.
- [8] С. В. Репінський, Л. Г. Козлов, Ю. А. Буренніков, та О. В. Паславська, «Про можливість підвищення ККД агрегату регульованого насос-електродвигун,» на *VII Міжнародній наук.-практ. конф. «Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем»*, Чернігів, 2017, т. 1, с. 203–205.
- [9] С. В. Репінський, Л. Г. Козлов, А. А. Бартецький, та О. В. Паславська, «Математична модель мехатронного гідропроводу маніпулятора з частотним керуванням асинхронного електродвигуна,» на *III Міжнародній наук.-техн. конф. «Гідро- та пневмоприводи машин – сучасні досягнення та застосування»*, Вінниця, 2018, с. 67–71.
- [10] С. В. Репінський, Л. Г. Козлов, та О. В. Паславська, «Імітаційне моделювання статичної мехатронного гідропроводу маніпулятора з частотно-керуваним електродвигуном,» на *XLVIII наук.-техн. конф. підрозділів ВНТУ*, Вінниця, 2019. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fmt/all-fmt-2019/paper/view/7419>.

**Репінський Сергій Володимирович** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри технологій та автоматизації машинобудування, e-mail: repinskyisv@gmail.com;

**Козлов Леонід Геннадійович** – д-р техн. наук, доцент, завідувач кафедри технологій та автоматизації машинобудування, e-mail: osna2030@gmail.com;

**Паславська Оксана Віталіївна** – аспірант кафедри технологій та автоматизації машинобудування, e-mail: o.v.paslavska@gmail.com;

**Мошноріз Микола Миколайович** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті;

**Бартецький Андрій Анатолійович** – канд. техн. наук, старший викладач кафедри електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті.

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**S. Repinskyi<sup>1</sup>**  
**L. Kozlov<sup>1</sup>**  
**O. Paslavska<sup>1</sup>**  
**M. Moshnoriz<sup>1</sup>**  
**A. Bartetskyi<sup>1</sup>**

## **Mathematical model of a mechatronic hydraulic actuator of a manipulator with frequency control of an asynchronous electric motor**

<sup>1</sup>Vinnytsia National Technical University

*The mechatronic hydraulic actuator of the manipulator is considered, in which the volumetric pump is driven by an asynchronous electric motor with a frequency converter. The drive of the manipulator with frequency control of the asynchronous electric motor makes it possible to proportionally regulate the flow of working fluid from the hydraulic pump to the hydraulic motor, optimally perform the working operations of the manipulator and save a significant amount of energy in the operating cycle of the machine compared to traditional throttle control. The presence of proportional regulation of fluid supply and stabilization of the speed of movement of the manipulator also increases the accuracy of pointing it at the object, improves the working conditions of the operator.*

*The aim of the work is to create and test a mathematical model of a mechatronic hydraulic actuator of a manipulator with frequency control of an asynchronous electric motor, which would be suitable for a simulation study of statics and motive dynamics in the MATLAB Simulink software environment.*

*The design scheme of the mechatronic hydraulic actuator of the manipulator with frequency control of an asynchronous electric motor has been developed. According to the design scheme and accepted assumptions, the mathematical model includes the equation of forces applied to the piston of the hydraulic cylinder; flow continuity equations for the corresponding sections of the hydraulic drive; equation of torque on the drive shaft of the pump; the equation of the main feedback sensor for the frequency of rotation of the pump shaft; adder equation and equations describing the operation of an asynchronous motor with a frequency converter. The mathematical model is presented in the form of a structural diagram, which clearly reflects all the relationships between the equations (calculated blocks). To simulate a drive in the MATLAB Simulink software environment, a corresponding computational structure (block diagram) has been developed. Testing of this structure has shown that the calculation process is stable, and also confirms its performance.*

**Keywords:** volumetric hydraulic drive, hydraulic pump, asynchronous electric motor, frequency control, frequency converter, mathematical model.

**Repinskyi Serhii** – Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Assistant Professor of the Department of Technology and Automation of Mechanical Engineer, e-mail: repinskyisv@gmail.com;

**Kozlov Leonid** – Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Technology and Automation of Mechanical Engineer, e-mail: osna2030@gmail.com;

**Paslavska Oksana** – Post-Graduate Student of the Department of Technology and Automation of Mechanical Engineer, e-mail: o.v.paslavska@gmail.com;

**Moshnoriz Mykola** – Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Assistant Professor of the Department of Electromechanical Systems of Automation in Industry and Transport;

**Bartetskyi Andrii** – Cand. Sc. (Eng.), Senior Lecturer of the Department of Electromechanical Systems of Automation in Industry and Transport.

**С. В. Репинский<sup>1</sup>**  
**Л. Г. Козлов<sup>1</sup>**  
**О. В. Паславская<sup>1</sup>**  
**Н. Н. Мошнориз<sup>1</sup>**  
**А. А. Бартецкий<sup>1</sup>**

## **Математическая модель мехатронного гидропривода манипулятора с частотным управлением асинхронного электродвигателя**

<sup>1</sup>Винницкий национальный технический университет

*Рассматривается мехатронный гидропривод манипулятора, в котором объемный насос приводится в действие от асинхронного электродвигателя с преобразователем частоты. Привод манипулятора с частотным управлением асинхронного электродвигателя дает возможность пропорционально регулировать подачу рабочей жидкости от объемного гидронасоса к гидродвигателю, оптимально выполнять рабочие операции манипулятора и экономить значительное количество энергии в рабочем цикле машины по сравнению с традиционным дроссельным управлением. Наличие пропорционального регулирования подачи жидкости и стабилизации скорости движения манипулятора повышает также точность наведения его на объект, улучшает условия работы оператора.*

*Целью работы является создание и апробация математической модели мехатронного гидропривода манипулятора с частотным управлением асинхронного электродвигателя, которая была бы пригодна для имитационного исследования статике и динамике привода в программной среде MATLAB Simulink.*

*Разработана расчетная схема мехатронного гидропривода манипулятора с частотным управлением асинхронного электродвигателя. Согласно с расчетной схемой и принятыми допущениями математическая модель включает уравнение сил, приложенных к поршню гидроцилиндра; уравнения неразрывности потоков для соответствующих участков гидропривода; уравнение крутящего момента на приводном валу насоса; уравнение датчика главной обратной связи по частоте вращения вала насоса; уравнение сумматора и уравнения, описывающие работу асинхронного электродвигателя с преобразователем частоты. Математическую модель представлено в виде структурной схемы, которая наглядно отражает все связи между уравнениями (расчетными блоками). Для имитационного моделирования привода в программной среде MATLAB Simulink разработана соответствующая вычислительная структура (блок-схема). Тестирование этой структуры показало, что процесс вычисления является устойчивым, а также подтверждает ее работоспособность.*

**Ключевые слова:** объемный гидропривод, гидронасос, асинхронный электрический двигатель, частотное управление, преобразователь частоты, математическая модель.

**Репинский Сергей Владимирович** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры технологий и автоматизации машиностроения, e-mail: repinskyisv@gmail.com;

**Козлов Леонид Геннадиевич** – д-р техн. наук, доцент, заведующий кафедрой технологий и автоматизации машиностроения, e-mail: osna2030@gmail.com;

**Паславская Оксана Витальевна** – аспирант кафедры технологий и автоматизации машиностроения, e-mail: o.v.paslavska@gmail.com;

**Мошнориз Николай Николаевич** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры электромеханических систем автоматизации в промышленности и на транспорте;

**Бартецкий Андрей Анатоліевич** – канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры электромеханических систем автоматизации в промышленности и на транспорте.