

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Наукові праці
Донецького національного технічного
університету

**Серія: “Інформатика, кібернетика
та обчислювальна техніка”**

Всеукраїнський науковий збірник

Заснований у травні 1996 року

Виходить 2 рази на рік

№ 2(31) ' 2020

Покровськ – 2020

УДК 004.3+004.9+004.2+51.7+519.6+519.7

Публікується згідно з рішенням Вченої ради ДВНЗ «Донецький національний технічний університет» (протокол № 2 від 25.02. 2021).

Збірник містить наукові статті співробітників ДонНТУ та інших навчальних і наукових закладів України, які є науковими партнерами ДонНТУ. Публікації висвітлюють результати наукових досліджень і розробок в таких напрямках, як інформатика, чисельні методи, паралельні обчислення, програмування, розробка засобів обчислювальної техніки, дослідження комп'ютерних мереж, машинна графіка і обробка зображень, математичне моделювання в різних галузях. Матеріали збірника призначені для наукових співробітників, викладачів, інженерно-технічних працівників, аспірантів та студентів.

Засновник та видавець – Донецький національний технічний університет (ДонНТУ)

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Д-р техн. наук, проф. Є.О. Башков (головний редактор); д-р техн. наук, проф. О.А. Дмитрієва (заступник головного редактора); член-кореспондент НАН України, д-р техн. наук, проф. В.П. Боюн; д-р техн. наук, проф. О.О. Баркалов; д-р техн. наук, проф. О.В. Вовна; д-р техн. наук, проф. А.А. Зорі; д-р техн. наук, проф. С.Д. Погорілий; д-р техн. наук, проф. О.Н. Романюк; д-р техн. наук, проф. В.А. Святний; д-р техн. наук, проф. Тянев Димитр Стоянов; д-р техн. наук, проф. Г.Г. Швачич; канд. техн. наук, доц. І.Я. Зеленьова; канд. техн. наук, доц. І.С. Лактіонов; канд. техн. наук, доц. Н.О. Маслова; канд. техн. наук, доц. І.А. Назарова (відп. секретар випуску).

Адреса редакції: 85300, м. Покровськ, пл. Шибанкова, 2, ДВНЗ «ДонНТУ», 3.312.

E-mail: yevhen.bashkov@donntu.edu.ua

Збірник зареєстровано в Державному комітеті інформаційної політики, телебачення та радіомовлення України. Свідоцтво: серія КВ, №7374 від 03.06.2003.

Збірник включено до переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора наук, кандидата наук та ступеня доктора філософії за спеціальностями 121 Інженерія програмного забезпечення, 122 Комп'ютерні науки, 123 Комп'ютерна інженерія (наказ Міністерства освіти і науки України №409 від 17 березня 2020 р.)

Збірник "Наукові праці ДонНТУ, серія "Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка" за наказом № 409 МОНУ від 17. 03.2020р. отримав категорію Б.

© Автори статей, 2020

ISSN 1996-1588

© ДВНЗ «Донецький національний технічний університет», 2020

ЗМІСТ

Дмитрієва О.А., Погорєлов А.Є. Математичне моделювання процесу поширення повідомлень із застосуванням орієнтованих зважених графів у приватних блокчейн-мережах	4
Tyanev Dimitar S., Petkova Yulka P. Asynchronous arbitration. Synthesis of multi-input asynchronous arbiters. Arbitration in conditions of superscalarity	14
Романюк А.Н., Мельник А.В., Романюк С.А., Озерчук Д.А. Особливості формування еліпсів, повернутих на заданий кут, на гексагональному растрі	23
Самощенко О. В. , Лапко В. В. Контроль переповнення при додаванні та відніманні цілих операндів в системі доповняльних кодів	30
Романюк А. Н., Вяткин С. И., Михайлов П. И., Чехместрук Р. Ю, Озерчук Д. А. Методы построения разверток и поверхностей	39
Фролов О. В. Оптимізація параметру функції-регулятора вузлів при кусково-лінійній інтерполяції плоских кривих з наявними точками перегину за асимптотично-оптимальним алгоритмом	47
Горбань А. С., Мінаков М. А., Цололо С. О. Побудова структурної схеми та визначення потоків даних в технологічному процесі фізико-хімічної лабораторії синтезу наноматеріалів	59
Іващенко О. О., П'ятикоп О. Є. Моделювання методу морфологічного аналізу україномовного тексту	66
Башков Є. О., Ануфрієв П. О. Дослідження впливу баз зображень на точність систем розпізнавання обличч з різними методами класифікації	74
Назарова І. А. Особливості паралельної реалізації вкладених неявних однокрокових чисельних методів розв'язання багатовимірних жорстких задач Коші	84

УДК 004.921

О. Н. Романюк, д-р техн. наук, проф.

О. В. Мельник

С. О. Романюк, канд. техн. наук

Д. А. Озерчук

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна

rom8591@gmail.com

Особливості формування еліпсів, повернутих на заданий кут, на гексагональному растрі

Еліпси відносять до найбільш поширених графічних примітивів. Особлива велика їх питома частка в машинобудівних кресленнях. Оскільки графічні примітиви формуються в дискретному просторі, то траєкторія замінюється набором точок, які територіально розміщені ближче до ідеальної траєкторії. У дискретному просторі завжди є кілька альтернативних варіантів вибору точок, які формують крокову траєкторію. Для забезпечення максимальної точності вибирають із набору точок ту точку, яка найближче розміщена до ідеального примітиву. Існуючі методи орієнтовані на формування еліпсів, осі яких паралельні координатним осям, що складає частковий випадок. При формуванні траєкторії кривих на гексагональному растрі досягається їх краща згладженість. Визначено типи крокових приростів для побудови еліпса, розміщеного під довільним кутом, за умови відображенні на екрані з гексагональним растром. Якщо еліпс відображається на гексагональній сітці, то незважаючи на локальне підвищення обчислювальної складності запропонованого алгоритму за рахунок додаткових обчислень, він стає надзвичайно ефективним порівняно з неоптимізованим алгоритмом Брезенхема – обчислювальна складність алгоритму асимптотично зменшується утричі.

Ключові слова: еліпс, гексагональний растр, метод оцінювальної функції, еліптична інтерполяція, крокова траєкторія.

DOI: 10.31474/1996-1588-2020-2-31-23-29

Вступ

Еліпси відносять до найбільш поширених графічних примітивів [1, 2]. Особлива велика їх питома частка в машинобудівних кресленнях. Оскільки графічні примітиви формуються в дискретному просторі, то траєкторія замінюється набором точок, які територіально розміщені ближче до ідеальної траєкторії.

У дискретному просторі завжди є кілька альтернативних варіантів [1, 3] вибору точок, які формують крокову траєкторію. Для забезпечення максимальної точності вибирають із набору точок ту точку, яка найближче розміщена до ідеального примітиву.

Існуючі методи [1,2] орієнтовані на формування еліпсів, осі яких паралельні координатним осям, що складає частковий випадок.

Ставиться задача визначення типів крокових приростів для побудови еліпса, розміщеного під довільним кутом, за умови відображенні на екрані з гексагональним растром.

При формуванні траєкторії кривих на гексагональному растрі [2-6] досягається їх краща згладженість, тому доцільна розробка методів і засобів формування графічних примітивів для такої моделі пікселя [7].

Аналіз літературних джерел

Рівняння похилого еліпса з центром у початку координат має вигляд:

$$\frac{(x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2}{a^2} + \frac{(x \sin \alpha - y \cos \alpha)^2}{b^2} = 1, \quad (1)$$

де α – кут між великою піввіссю a та віссю абсцис Ox , тобто кут, на який повернуто еліпс у напрямку проти годинникової стрілки. Це рівняння можна записати у параметричній формі:

$$\begin{cases} x = a \cos t \cos \alpha - b \sin t \sin \alpha \\ y = a \cos t \sin \alpha + b \sin t \cos \alpha \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi. \quad (2)$$

Використовуючи наведені формули можна згенерувати еліпс за прямим методом [1,2]. Проте, операції синуса та косинуса суттєво обмежують швидкодію. Для досягнення високої точності потрібно використовувати числа з плаваючою комою.

Ще один метод – формування звичайного еліпса з подальшим його поворотом [1]. До кожної точки застосовується перетворення:

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}, \quad (3)$$

де x' , y' – значення координат після повороту.

При використанні методу оцінювальної функції [1] для похилих еліпсів, модифікують рівняння (1). Для спрощення обчислень його приводять до стандартного вигляду кривої другого порядку

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0:$$

$$\left(\frac{\cos^2 \alpha}{a^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{b^2} \right) x^2 +$$

$$+ \sin 2\alpha \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) xy +$$

$$+ \left(\frac{\sin^2 \alpha}{a^2} + \frac{\cos^2 \alpha}{b^2} \right) y^2 - 1 = 0; \quad (4)$$

$$A = \frac{\cos^2 \alpha}{a^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{b^2}; \quad (5)$$

$$B = \sin 2\alpha \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right); \quad (6)$$

$$C = \frac{\sin^2 \alpha}{a^2} + \frac{\cos^2 \alpha}{b^2}. \quad (7)$$

Коефіцієнти (5)-(7) обчислюють один раз у циклі підготування. Оцінювальна функція матиме вигляд:

$$U_{ij} = Ax^2 + Bxy + Cy^2 - 1 \quad (8)$$

Оцінювальна функція поза еліпсом приймає від'ємні значення, а всередині – додатні. Координатний рух здійснюють по обом осям (x і y) та в обох напрямках (додатному та від'ємному). Для еліпсів можливі 8 випадків (комбінацій) руху, тому ці криві розбивають на 8 октантів. Еліпс симетричний, тому обчислення потрібно провести лише для 4 октантів.

Після одиничного кроку по осі y оцінювальна функція матиме такий вигляд:

$$U_{i,j+1} = Ax^2 + Bx(y+1) + C(y+1)^2 - 1 =$$

$$= Ax^2 + Bxy + Bx + Cy^2 + 2Cy + C - 1 = \quad (9)$$

$$= U_{ij} + Bx + 2Cy + C.$$

Аналогічно для кроку по осі x :

$$U_{i+1,j} = A(x+1)^2 + B(x+1)y + Cy^2 - 1 =$$

$$= Ax^2 + 2Ax + A + Bxy + By + Cy^2 - 1 = \quad (10)$$

$$= U_{ij} + 2Ax + By + A.$$

У результаті можна отримати дві точки (результуючу та симетричну їй відносно центра еліпса). Після кожного кроку потрібно виконувати операцію множення, що суттєво обмежує

швидкодію формування еліпса.

Метод скануючих ліній [8] – теж дозволяє отримувати дві точки. Одна зі змінних рівняння інкрементується, а відносно іншої розв'язують одержане нове рівняння. Проте потрібно розв'язати квадратне рівняння.

Для формування еліпсів зі згладжуванням на квадратному растрі можна використовувати алгоритм Ву [9]. Принцип формування ліній зі згладжуванням, запропонований Ву Сяолінем, простий та універсальний.

Залежно від кутового коефіцієнту дотичної (відношення $\frac{\Delta y}{\Delta x}$) кожен ліній можна вважати

більш горизонтальною ($0 < k \leq 1$, $\Delta x \geq \Delta y$) або більш вертикальною ($k > 1$, $\Delta x < \Delta y$); власне горизонтальні ($\Delta y = 0$) та вертикальні ($\Delta x = 0$) лінії розглядають окремо.

Лінії першого типу формуються на основі цілих, дискретних значень x . Далі обчислюють значення y як числа з рухомою комою. Отримана точка $(x; y)$ займає два пікселі з координатами $(x; \lfloor y \rfloor)$ і $(x; \lceil y \rceil)$. Дробова частина числа y потрібна для визначення інтенсивності (непрозорості) пікселя. Ця інтенсивність обернено пропорційна відстані від центру пікселя до «ідеальної лінії».

Лінії другого типу формуються аналогічно. За цілими значеннями y обчислюють дійсні значення x . У результаті отримують два пікселі $(\lfloor x \rfloor; y)$ та $(\lceil x \rceil; y)$.

Необхідність роботи з дійсними значеннями є основним недоліком даного методу. До переваг алгоритму Ву можна віднести простоту реалізації, швидкість та можливість одразу формувати згладжену лінію.

Мета роботи – розробити оптимальний алгоритм відображення еліпса на гексагональну сітку. Використаємо результати, отримані у роботі [2], де задачу розв'язано у частинному випадку, коли одна з осей еліпса розташована горизонтально.

Визначення типів крокових приростів для побудови еліпса

Приймемо певні припущення та введемо позначення. Вузлом назвемо центр гексагональної комірки. Нехай відстань між сусідніми вузлами дорівнює 1. Відстанню від лінії (еліпса) до комірки назвемо найкоротшу відстань від вузла до лінії (при умові, що лінія не має ширини). Для відображення на гексагональну сітку лінії (еліпса), згідно алгоритму Брезенхема [1], зафарбовуються лише ті комірки, для яких

відстань до лінії найменша. Приймемо, що відображення лінії має одиничну ширину. Якщо лінія неперервна, то комірки зафарбовуються неперервно, тобто для кожної зафарбованої комірки обов'язково має бути зафарбована лише одна з шести сусідніх.

Систему гексагональних координат будемо для зручності співставляти з системою декартових координат $\{O; (x, y)\}$ із центром $O(x_0, y_0)$, що співпадає з центром еліпса і є центром деякої комірки гексагональної сітки. Позначимо за θ кут, утворений вектором дотичної \vec{t} до еліпса і додатним напрямком горизонтальної осі x декартової системи координат (див. рис.1).

У роботі [2] доведено, що у випадку, коли дотична \vec{t} до лінії утворює кути $\theta \in [\pi/2, 2\pi/3]$ (обхід проти годинникової стрілки), то зафарбувати комірки гексагональної сітки, що відображають відповідну ланку лінії, можна рухаючись від початкової точки $\theta = \pi/2$ у напрямку проти годинникової стрілки, переходячи від комірки до сусідньої комірки з використанням лише переходів у напрямках \vec{s}_1 (що відповідає $\theta = 2\pi/3$) та \vec{s}_2 (що відповідає $\theta = \pi/3$) (див. рис.1), причому перехід у напрямку \vec{s}_2 не може відбуватися двічі підряд.

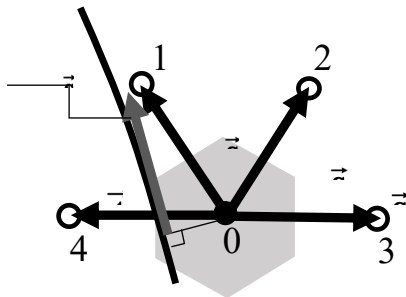


Рисунок 1

Продовжуючи такі міркування і розбивши всі можливі значення $\theta \in [0, 2\pi]$ на певні проміжки, ми зможемо мінімізувати кількість

$$\varphi\left(\theta = \frac{\pi}{2}, \omega\right) = \operatorname{arctg}\left(-\frac{b}{a} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right)\right), \text{ if } -\frac{\pi}{2} < \omega < \frac{\pi}{2} \quad (15)$$

переходів при зафарбуванні комірок, що відображають лінію на кожному проміжку, з шести до двох. З метою оптимізації будемо використовувати також симетрію еліпса.

Таким чином задача полягає у визначенні меж ланок еліпса на кожній з яких необхідні переходи лише у двох напрямках.

Параметричне рівняння еліпса з півосями a, b паралельними координатним осям і центром в початку координат має вигляд:

$$X(\varphi) = \begin{bmatrix} x(\varphi) \\ y(\varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos(\varphi) \\ b \sin(\varphi) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

де φ – кут утворений радіус-вектором \vec{v} точки еліпса і додатним напрямком осі абсцис.

Значимо, що вектори \vec{v} і \vec{t} для точки еліпса, взагалі кажучи, не є ортогональними. Здійснимо поворот еліпса на кут ω . Не втрачаючи загальності, нехай $\omega \in (-\pi/2, \pi/2)$. Матриця, що здійснює поворот має вигляд:

$$A(\omega) = \begin{bmatrix} \cos \omega & -\sin \omega \\ \sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Тоді декартові координати точки $X_R(\varphi, \omega) = (x(\varphi, \omega), y(\varphi, \omega))$ еліпса після повороту:

$$X_R(\varphi, \omega) = \begin{bmatrix} x(\varphi, \omega) \\ y(\varphi, \omega) \end{bmatrix} = A(\omega) \cdot X(\varphi). \quad (13)$$

Визначимо кут $\varphi(\theta, \omega)$ точки еліпса, у якій дотична \vec{t} нахилена під кутом θ з умови:

$$\frac{dy(\varphi, \omega)}{dx(\varphi, \omega)} = \operatorname{tg} \theta, \quad \text{або} \quad \frac{dy(\varphi, \omega)/d\varphi}{dx(\varphi, \omega)/d\varphi} = \operatorname{tg} \theta.$$

Звідки, після спрощень, отримаємо:

$$\operatorname{tg} \varphi(\theta, \omega) = -\frac{b}{a} \operatorname{ctg}(\theta - \omega). \quad (14)$$

Враховуючи область визначення і область значень функцій та допустимі значення параметрів, що входять в останнє рівняння, отримаємо:

$$\varphi\left(\theta = \frac{2\pi}{3}, \omega\right) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(-\frac{b}{a} \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{3} - \omega\right)\right) + \pi, & \text{if } -\frac{\pi}{2} < \omega < -\frac{\pi}{3} \\ \frac{\pi}{2}, & \text{if } \omega = -\frac{\pi}{3} \\ \operatorname{arctg}\left(-\frac{b}{a} \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{3} - \omega\right)\right), & \text{if } -\frac{\pi}{3} < \omega < \frac{\pi}{2} \end{cases}; \quad (16)$$

$$\varphi\left(\theta = \frac{\pi}{3}, \omega\right) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(-\frac{b}{a} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{3} - \omega\right)\right), & \text{if } -\frac{\pi}{2} < \omega < \frac{\pi}{3} \\ -\frac{\pi}{2}, & \text{if } \omega = \frac{\pi}{3} \\ \operatorname{arctg}\left(-\frac{b}{a} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{3} - \omega\right)\right) - \pi, & \text{if } \frac{\pi}{3} < \omega < \frac{\pi}{2} \end{cases}; \quad (17)$$

$$\varphi(\theta = \pi, \omega) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(-\frac{b}{a} \operatorname{ctg}(\pi - \omega)\right) + \pi, & \text{if } -\frac{\pi}{2} < \omega < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{if } \omega = 0 \\ \operatorname{arctg}\left(-\frac{b}{a} \operatorname{ctg}(\pi - \omega)\right), & \text{if } 0 < \omega < \frac{\pi}{2} \end{cases}; \quad (18)$$

Співвідношення (15)-(18) є базовими у подальших розрахунках. Зауважимо, що φ – кут, який відповідає точці еліпса $X(\varphi)$ без врахування повороту на кут ω . Для того, щоб знайти декартові координати цієї ж точки, але після повороту, потрібно скористатися формулою (13). Кут, під яким видно точку після повороту: $\varphi + \omega$.

З наведених вище міркувань випливає, що у той час коли радіус-вектор \vec{v} точки еліпса рухається по дузі $\varphi \in [\varphi(\theta = \pi/2, \omega), \varphi(\theta = 2\pi/3, \omega)]$ (обхід проти годинникової стрілки), дотична \vec{t} до лінії утворює кути $\theta \in [\pi/2, 2\pi/3]$. А отже, можна зафарбувати комірки, рухаючись від початкової точки $\theta = \pi/2$ у напрямку проти годинникової стрілки, переходячи від комірки до комірки з використанням лише переходів у напрямках \vec{s}_1 та \vec{s}_2 , причому перехід у напрямку \vec{s}_2 не може відбуватися двічі підряд. Для обчислення $\varphi(\theta = \pi/2, \omega)$, $\varphi(\theta = 2\pi/3, \omega)$ використовуємо формули (15), (16).

Далі, за результатами [2], якщо дотична \vec{t} до лінії утворює кути $\theta \in [\pi/3, 2\pi/3]$, то зафарбувати комірки гексагональної сітки, що відображають задану дугу, можна рухаючись від початкової точки $\theta = \pi/3$ у напрямку

проти годинникової стрілки з використанням лише переходів у напрямках \vec{s}_1 (що відповідає $\theta = 2\pi/3$) та \vec{s}_2 (що відповідає $\theta = \pi/3$). Причому перехід у напрямку \vec{s}_1 не може відбуватися двічі підряд при $\theta \in [\pi/3, \pi/2]$, а перехід у напрямку \vec{s}_2 не може відбуватися двічі підряд при $\theta \in [\pi/2, 2\pi/3]$. Отримані вище формули (15)–(18) дають змогу визначити кути та декартові координати точок, що є крайніми для дуг, що відповідають $\theta \in [\pi/3, \pi/2]$ і $\theta \in [\pi/2, 2\pi/3]$.

Розглянемо дугу еліпса, до якої дотична \vec{t} утворює кути $\theta \in [2\pi/3, \pi]$ (обхід проти годинникової стрілки). Для радіус вектора \vec{v} точки еліпса, що відповідає цій дузі, кути φ визначаються формулами $\varphi(\theta = 2\pi/3, \omega)$ та $\varphi(\theta = \pi, \omega)$, див. формули (15), (18). Як було доведено у [2], зафарбовування (обхід проти годинникової стрілки) вимагає лише двох переходів у напрямках \vec{s}_1 ($\theta = 2\pi/3$) та \vec{s}_4 ($\theta = \pi$). Причому перехід у напрямку \vec{s}_4 не може відбуватися двічі підряд при $\theta \in [2\pi/3, 5\pi/6]$, а перехід у напрямку \vec{s}_1 не може відбуватися двічі підряд при $\theta \in [5\pi/6, \pi]$.

Використаємо тепер центральну симетрію повернутого еліпса і гексагональної сітки. З властивостей симетрії еліпса видно, що $\varphi(\theta = 4\pi/3, \omega) = \varphi(\theta = \pi/3, \omega) + \pi$. З досліджень, проведених у [2], випливає, що на проміжку $\theta \in [\pi, 4\pi/3]$ переходи можливі лише у напрямках \vec{s}_4 та \vec{s}_5 .

Для побудови еліпса на ділянці $\theta \in [4\pi/3, 2\pi + \pi/3]$ достатньо попередньо

побудувати еліпс на ділянці $\theta \in [\pi/3, 4\pi/3]$ і врахувати, що якщо зафарбована точка, що має координати $(x(\varphi, \omega), y(\varphi, \omega))$, то має бути зафарбована також точка, що має координати $(-x(\varphi, \omega), -y(\varphi, \omega))$ у системі декартових координат з центром, що співпадає з центром еліпса.

Рисунок 2 ілюструє специфіку досліджуваної задачі.

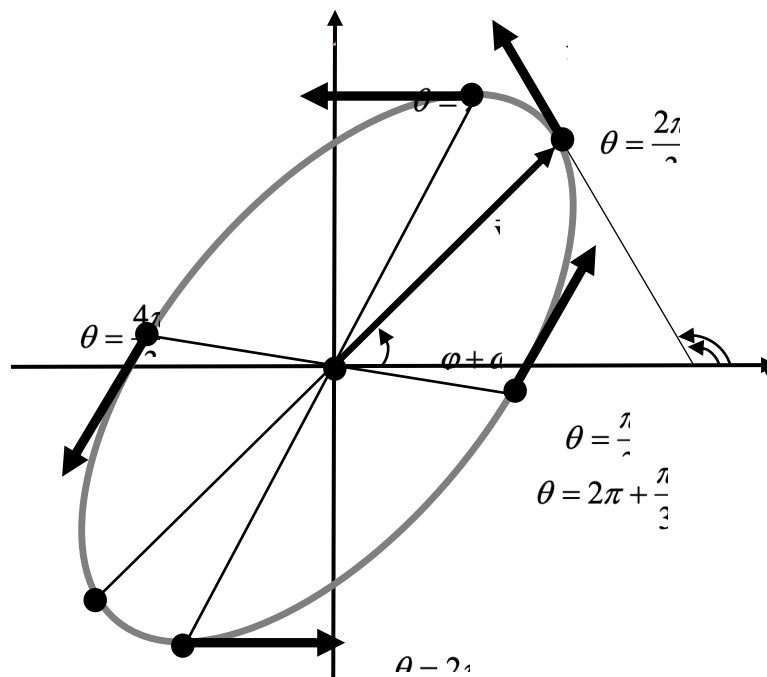


Рисунок 2

Методику застосовану у роботах [2] та у даному дослідженні, можна узагальнити на випадок відображення на гексагональній сітці будь якої кривої, кутові коефіцієнти дотичних до якої обчислюються за аналітичними формулами і відносно просто.

Зауважимо, що для простоти програмної реалізації алгоритму необхідне швидке обчислення значень трансцендентної функції $\arctg(z)$, $z \in R$. Стандартні методи апроксимації $\arctg(z)$ [10, 11]: модель [10]:

$$\arctg(z) \approx \frac{z}{1 + 0.28125z^2}, \quad (19)$$

дає похибку $5 \cdot 10^{-3}$, при $-1 \leq z \leq 1$.

Інша модель [11]:

$$\arctg(z) \approx \frac{\pi}{4}x + 0.273x(1 - |x|), \quad (20)$$

має похибку $4 \cdot 10^{-3}$, при $-1 \leq z \leq 1$.

Для значень z поза межами проміжку $-1 \leq z \leq 1$ використовується тотожність $\arctg(z) + \arctg(1/z) = \pi/2$.

Список літератури

1. Романюк О. Н. Комп'ютерна графіка. Навчальний посібник. Вінниця: ВДТУ, 2001. 129 с.
2. Романюк О. Н., Костюкова Н. С., Абрамчук І. В., Мельник О. В. Особливості формування еліпсів на гексагональному растрі. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. 2018. No. 1 (26). С. 86-90.
3. Романюк О. Н., Мельник О. В., Абрамчук І. В. Визначення типів крокових приростів для

побудови кола на гексагональному растрі. Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. 2017. No. 3. С. 172-175.

4. Романюк О. Н., Мельник О. В. Особливості гексагональної моделі пікселя. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: міжнародний науково-технічний журнал. Хмельницький: ХНУ. 2014. № 1 (46). С. 91-95.

5. Романюк О. Н., Мельник О. В., Романюк О. В. Реалізація кругової інтерполяції при використанні гексагонального растру. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. 2017. No. 1 (24). С. 53-58.

6. Романюк О. Н., Мельник О. В. Особливості гексагональної моделі пікселя. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: міжнародний науково-технічний журнал. Хмельницький: ХНУ. 2014. No. 1 (46). С. 91-95.

7. Романюк О. Н., Курінний М. С. Математичні моделі пікселів для задач антиаліазингу. Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту. 2002. No. 3. С. 35-47.

8. Dilip Da Silva. Raster Algorithms for 2D Primitives. Department of Computer Science, Brown University, 1989. 122 с.

9. Xiaolin Wu. An Efficient Antialiasing Technique. Computer Graphics. 1991. Vol. 25, No. 4. P. 143-152.

10. Lyons R. Another contender in the arctangent race. IEEE Signal Processing Magazine. 2004. Vol. 20, No. 1. P. 109-111.

11. Rajan S., Wang S., Inkol R., Joyal A. Efficient approximations for the arctangent. IEEE Signal Processing Magazine. 2006. Vol. 23, No. 3, P. 108-111.

References

1. Romaniuk, O. N. (2001), *Computer Graphics. Tutorial [Kompiuterna hrafika. Navchalnyi posibnyk]*, VDTU, Vinnytsia, 129 p.

2. Romaniuk, O. N. et al. (2018), "Features of ellipse formation on a hexagonal raster" ["Osoblyvosti formuvannya elipsiv na heksahonalnomu rastrі"], *Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. Seriya: Informatyka, kibernetyka ta obchysliuvalna tekhnika*, No. 1(26), pp. 86-90.

3. Romaniuk, O. N. et al. (2017), "Vyznachennia typiv krokovykh pryrostiv dlia pobudovy kola na heksahonalnomu rastrі", *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Tekhnichni nauky*. No. 3, pp. 172-175.

4. Romaniuk, O. N. et al. (2014), "Osoblyvosti heksahonalnoi modeli piksela", *Vymiriuvalna ta obchysliuvalna tekhnika v tekhnolohichnykh protsesakh: mizhnarodnyi naukovo-tekhnichniy zhurnal. Khmelnytskyi: KhNU*, No. 1 (46), pp. 91-95.

5. Romaniuk, O. N. et al. (2017), "Realizatsiia kruhovoї interpoliatsii pry vykorystanni heksahonalnoho rastru", *Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho univer-sytetu. Seriya : Informatyka, kibernetyka ta obchysliuvalna*, No. 1, pp. 53-58.

6. Romaniuk, O. N. et al. (2014), "Osoblyvosti heksahonalnoi modeli piksela", *Vymiriuvalna ta obchysliuvalna tekhnika v tekhnolohichnykh protsesakh: mizhnarodnyi naukovo-tekhnichniy zhurnal. Khmelnytskyi: KhNU*, № 1 (46), pp. 91-95.

7. Romaniuk, O. N. et al. (2002), "Matematychni modeli pikseliv dlia zadach antyaliiazynhu", *Visnyk Zhytomyrskoho inzhenerno-tekhnolohichnoho instytutu*, No. 3, pp. 35-47.

8. Da Silva, D. (1989), *Raster Algorithms for 2D Primitives*, Department of Computer Science, Brown University, 122 p.

9. Wu, X. (1991), "An Efficient Antialiasing Technique", *Computer Graphics*, Vol. 25, No. 4, pp. 143-152.

10. Lyons, R. (2004), "Another contender in the arctangent race", *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. 20, No. 1, pp. 109-111.

11. Rajan, S. (2006), "Efficient approximations for the arctangent function", *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. 23, No. 3, pp. 108-111.

Надійшла до редакції 13.10.2020

O. N. ROMANYUK, O. V. MELNIK, S. O. ROMANYUK, D. A. OZERCHUK

Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine

rom8591@gmail.com

FEATURES OF FORMATION OF ELLIPSES, ROTATED ON A GIVEN ANGLE, ON A HEXAGONAL RASTER

Ellipses are considered to be one of the most used graphic primitives. Their share is especially large in machine-building drawings. As graphic primitives are formed in a discrete space, the trajectory is replaced by a set of points that are geographically closer to the ideal trajectory. There are always several alternative options for selecting points that form a step trajectory in a discrete space. To ensure maximum accuracy, the point that is closest to the ideal primitive is chosen from a set of points. Existing methods are focused on the formation of ellipses whose axes are parallel to the coordinate axes, which is a partial case.

Forming the trajectory of curves on a hexagonal raster leads to their better smoothness. Various types of incremental step increments for different sections of the screen coordinate system for a hexagonal raster screen are determined. Despite the local increase in the computational complexity of the proposed algorithm due to additional calculations, if the ellipse is displayed on a hexagonal grid, the proposed algorithm becomes extremely efficient compared to Bresenham's non-optimized algorithm — the computational complexity of the algorithm decreases asymptotically three times.

Key words: ellipse, hexagonal raster, estimation function method, elliptic interpolation, stepper trajectory.

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

**НАУКОВІ ПРАЦІ
ДОНЕЦЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО
ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ**

Серія: «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»

№2(31)' 2020

(українською, англійською мовами)

Редактор, коректор *А.В. Зиль*

Формат 60/84^{1/8}

Ум. друк. арк. 10,8

Тираж 150 прим. Замовлення № 1253/1

Видавець: Державний вищий навчальний заклад «Донецький національний технічний університет», пл. Шибанкова, 2, м. Покровськ, 85300, Україна
Свідоцтво про державну реєстрацію суб'єкта видавничої справи: ДК 4911 від 09.06.2015.

Надруковано: ФОП Корзун Д.Ю.
Свідоцтво про державну реєстрацію фізичної особи-підприємця
серія В02 № 818191 від 31.07.2002 р.
21027, м. Вінниця, вул. Келецька, 51а, прим. 143.
Тел.: (0432) 603-000,
(096) 97-30-934, (093) 89-13-852.
e-mail: info@tvoru.com.ua
<http://www.tvoru.com.ua>