

О. М. Безвесільна¹
Ю. В. Киричук¹
Н. М. Назаренко¹

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ ЗБУРЕНЬ НА РОБОТУ ДВОКАНАЛЬНОГО П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОГО ГРАВІМЕТРА

¹Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Досліджено вплив параметрів збуджуючих прискорень та власних параметрів двоканального п'єзогравіметра на його роботу за допомогою ЕОМ. Для цього використана математична модель двоканального п'єзоелектричного гравіметра. Отримано та подано результати моделювання на ЕОМ. Моделювався вплив параметрів зовнішніх збурень на роботу нового двоканального п'єзогравіметра. Як зовнішні збурення розглядалися вплив частот і амплітуд вимушених вібрацій основи (по поздовжній і поперечній осях), на якій розміщено двоканальний п'єзогравіметр, а також збуджуючих вібраційних прискорень для найнесприятливіших резонансних випадків: $\omega = \omega_0$, $\omega = 2\omega_0$, $\omega = 3\omega_0$, $2\omega = \omega_0$, $3\omega = \omega_0$, де ω_0 — частота власних коливань двоканального п'єзогравіметра, ω — частота збурень. В результаті моделювання отримано графіки зміни вихідного сигналу для різних значень частоти збурень вібраційних прискорень, коефіцієнта демпфірування та різних значень амплітуд збуджуючих віброприскорень основи. Кожний отриманий результат та графік проаналізовано щодо величини усталених вимушених коливань двоканального п'єзогравіметра і зроблено висновок про наявність або відсутність резонансу. Використовуючи результати попередніх досліджень авторів, проведено порівняння аналітичного розв'язку рівнянь руху двоканального п'єзоелектричного гравіметра під дією зовнішніх збурень з отриманими результатами цифрового моделювання. Аналіз результатів моделювання показав, що середньоквадратичне відхилення розв'язків не перевищує 0,009 мм та підтвердив адекватність математичної моделі двоканального п'єзогравіметра. Тобто, отримана математична модель двоканального п'єзогравіметра відповідає реальному приладу і її можна застосовувати для проведення подальших досліджень параметрів руху двоканального п'єзогравіметра.

Ключові слова: прискорення, моделювання, вібрація, амплітуда, двоканальний п'єзогравіметр.

Вступ

У роботах [1]—[5] відсутня інформація про моделювання впливу параметрів збурень на роботу нового двоканального п'єзогравіметра (ДПГ) авіаційної гравіметричної системи (АГС).

Метою роботи є дослідження впливу параметрів збуджуючих прискорень та власних параметрів ДПГ на його роботу за допомогою ЕОМ.

Задачі цього дослідження такі: дослідити за допомогою ЕОМ вплив частот ω і амплітуд w_a, w_b , збуджуючих вібраційних прискорень для найнесприятливіших резонансних випадків: $\omega = \omega_0$, $\omega = 2\omega_0$, $\omega = 3\omega_0$, $2\omega = \omega_0$, $3\omega = \omega_0$, де ω_0 — частота власних коливань ДПГ, ω — частота збурень.

Результати дослідження

Скористаємося рівнянням руху ДПГ, записавши його у вигляді

$$m\ddot{x} + \dot{x}[2n - L \sin(\omega t + \varepsilon)] + \omega_0^2 x = N \sin \omega t, \quad (1)$$

де $L = mw_a$, $N = mw_b$ — параметри вібрації; w_a, w_b — амплітуди.

Вважаємо, що $M(t) = 2n - L \sin(\omega t + \varepsilon)$, а $D(t) = \omega_0^2$, тоді

$$\ddot{x} + \dot{x}M(t) + D(t)x = 0, \quad (2)$$

де $M(t)$ та $D(t)$ — Т-періодичні функції.

Рівняння вигляду (2) без зміни характеристик показників можна звести до аналогічного, де $M(t) = \text{const}$.

$$\text{Нехай} \quad \int_0^t M(t_1) dt_1 = \Psi t + M_1(t), \quad (3)$$

$$\text{де } \Psi = 2n; \quad M(t_1) = \int_0^{t_1} (M(t_1) - \Psi) dt = \frac{L}{\omega} \cos(\omega t + \varepsilon).$$

$$\text{Змінюючи} \quad x = e^{-\frac{1}{2}M_1(t)} \quad x' = e^{-\frac{1}{2}\omega \cos(\omega t + \varepsilon)} x', \quad (4)$$

$$\text{визначимо} \quad \dot{x}' + 2n\dot{x}' + F(t)x' = 0, \quad (5)$$

$$\text{в якому} \quad F(t) = \omega_0^2 + v_0 \sin(\omega t + e + \sigma_8), \quad (6)$$

$$\text{де } \sigma_8 = \text{arctg} \frac{\omega}{2n}; \quad v_0 = \frac{L\sqrt{\omega + 4n^2}}{2}.$$

Вираз (6) з урахуванням (1) і (5) можна записати у вигляді

$$\ddot{x}' + 2n\dot{x}' + \left[\omega_0^2 + v_0 \sin(\omega t + e + \sigma_8) \right] x' = N \sin \omega t \quad (7)$$

або з урахуванням параметрів: $m = 0,005$ кг, $\varepsilon + \sigma_8 = 0$

$$\ddot{x}' + 2\xi\omega_0\dot{x}' + \left(\omega_0^2 + v_1 w_b \sin \omega t \right) x' = 0,005 w_a \sin \omega t, \quad (8)$$

$$\text{де } v_1 = \frac{v_0}{w_b}.$$

Отже, отримано рівняння (8) типу Мат'є-Хілла, яке є зручним для моделювання на ЕОМ [6]—[7].

В таблиці подано результати моделювання на ЕОМ рівняння (8). Моделювався вплив параметрів зовнішніх збурень на роботу нового двоканального п'єзогравіметра.

Амплітуди вимушених коливань ДПГ (результати моделювання)

№ з/п	ω , рад/с	w_a , м/с ²	w_b , м/с ²	ξ			
1	$\omega_0 = 0,1$	1	1	Резонанс	0,5505	0,3299	0,2474
2		3	3		1,6268	0,9703	0,7287
3		3	10		1,6520	0,9912	0,7441
4		10	3		5,5420	3,3244	2,4927
5		3	15		1,6416	0,9869	0,7396
6		15	3		8,3045	4,9607	3,7213
7	$\omega_0/2 = 0,05$	1	1	0,64665	0,5672	0,4684	0,3977
8		3	3	1,915	1,6771	1,3892	1,1795
9		3	10	1,8958	1,6317	1,3545	1,1621
10		10	3	6,3844	5,5970	4,6284	3,9392
11		3	15	1,9358	1,5741	1,2980	1,1150
12		15	3	9,5769	8,3951	6,9441	5,9098
13	$\omega_0/3 = 0,033$	1	1	0,5547	0,5335	0,4861	0,4479
14		3	3	1,6226	1,5967	1,4366	1,3243
15		3	10	1,5532	1,4461	1,3590	1,2617
16		10	3	5,4123	5,1605	4,7869	4,4147
17		3	15	1,4128	1,4016	1,3251	1,2596
18		15	3	8,1178	7,8995	7,1813	6,6197
19	$2\omega_0 = 0,2$	1	1	Резонансу немає, біття	0,1507	0,1167	0,1005
20		3	3		0,4543	0,3519	0,3035
21		3	10		0,4631	0,3627	0,3088
22		10	3		1,5147	1,1832	1,0125
23		3	15		0,4692	0,3686	0,3129
24		15	3		2,2720	1,7757	1,5188

Продовження табл.

№ з/п	ω , рад/с	w_a , м/с ²	w_b , м/с ²	ξ			
25	3 $\omega_0 = 0,3$	1	1	Резонансу немає	0,0636	0,0539	0,0508
26		3	3		0,1916	0,1632	0,1528
27		3	10		0,1967	0,1682	0,1568
28		10	3		0,6404	0,5445	0,5109
29		3	15		0,2005	0,1714	0,1599
30		15	3		0,9599	0,8172	0,7666

Далі по пунктах проаналізуємо отримані в таблиці дані.

1. Проаналізуємо найнесприятливіший щодо можливості виникнення резонансу випадок $\omega = \omega_0 = 0,1$ рад/с. Шляхом цифрового моделювання параметричного рівняння (8) ДПГ на ЕОМ отримано графіки функціональної залежності $x = f(t)$ для випадку, коли основа, на якій розміщено розглядуваний ДПГ, підпадає під дію збурюючих впливів, для яких $w_a = w_b = 1$ м/с², відповідно по осях Oz і Oy . Послідовно задано значення відносного коефіцієнта затухання ξ : 0,15; 0,45; 0,705; 1.

Експериментально визначено, що за малого демпфірування $\xi = 0,15$ можливий резонанс. У випадку збільшення демпфірування зменшується амплітуда усталених вимушених коливань (табл., рис. 1).

2. Аналіз отриманих залежностей $x = f(t)$ для $\omega = \omega_0 = 0,1$ рад/с; $w_a = w_b = 3$ м/с², ξ : 0,15; 0,45; 0,705; 1 показав, що у цьому разі амплітудні значення усталених вимушених коливань ДПГ у три рази більші ніж у попередньому випадку для відповідних ξ .

Резонанс можливий за малого демпфірування $\xi = 0,15$ як і у попередньому випадку (табл.).

3. Визначено залежності $x = f(t)$, коли амплітудне збурення по осі Oz $w_a = 3$ м/с², а по осі Oy в 3,33 рази більше, ніж у попередньому випадку $w_b = 10$ м/с² ($\omega = \omega_0 = 0,1$ рад/с). Такі амплітудні значення усталених вимушених коливань незначно відрізняються від попередніх відповідних коливань $x = f(t)$. В результаті аналізу статичних похибок ДПГ впливає, що на його роботу не впливають горизонтальні прискорення. Характер впливу демпфірування такий самий, як і у попередніх випадках (табл.).

4. Добуто залежності $x = f(t)$, коли амплітудне збурення по осі Oz у 3,33 рази більше, ніж у випадку п. 2, $w_a = 10$ м/с², а по осі Oy $w_b = 3$ м/с²; ξ : 0,15; 0,45; 0,705; 1, $\omega = \omega_0 = 0,1$ рад/с. Амплітудні значення усталених вимушених коливань у цьому разі приблизно в три рази більші ніж у випадку п. 2 (табл.).

5. Проведений аналіз графіків функціональної залежності $x = f(t)$, коли $w_a = 3$ м/с², $w_b = 15$ м/с² дає змогу зробити ті самі висновки, що і в п. 3 (табл.).

6. Дослідження графіків залежностей $x = f(t)$, відповідним значенням $w_a = 15$ м/с², $w_b = 3$ м/с² дає змогу зробити висновки, аналогічні попередньому п. 4. Різниця полягає лише у тому, що в цьому випадку амплітуди вимушених коливань ДПГ більші у 1,5 разів ніж для п. 3 (табл., рис. 2).

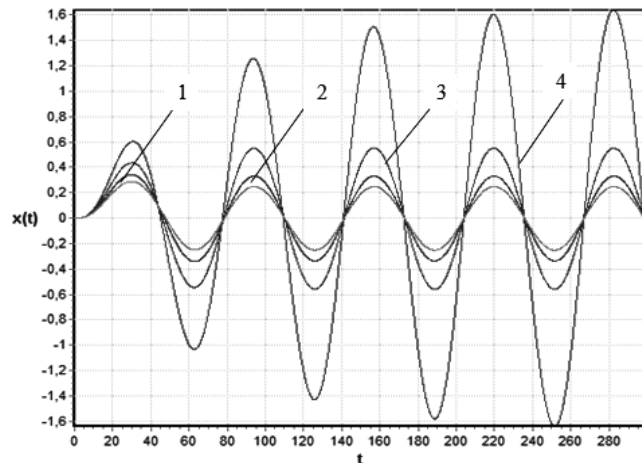


Рис. 1. Типовий графік зміни амплітуди вихідного сигналу $x = x'(t)$, якщо $\omega = \omega_0 = 0,1$ рад/с:
1 – $\xi = 1$; 2 – $\xi = 0,705$; 3 – $\xi = 0,45$; 4 – $\xi = 0,15$

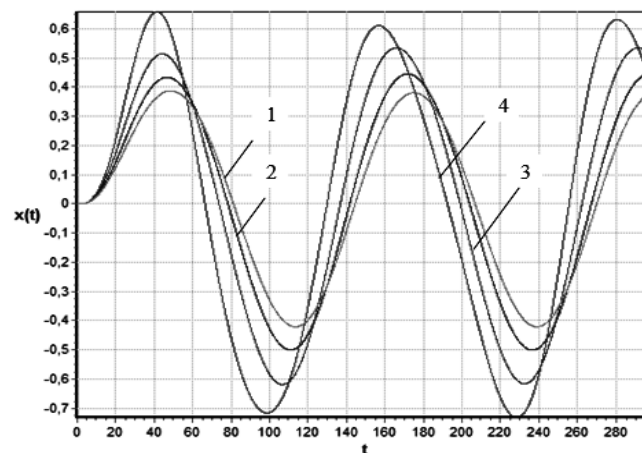


Рис. 2. Типовий графік зміни амплітуди вихідного сигналу $x = x'(t)$, коли $\omega = \omega_0/2 = 0,05$ рад/с:
1 — $\xi = 1$; 2 — $\xi = 0,705$; 3 — $\xi = 0,45$; 4 — $\xi = 0,15$

7. Проаналізуємо результати моделювання рівняння руху ДПГ для співвідношення частот $\omega = \omega_0/2 = 0,05$ рад/с. Отримано залежність $x = f(t)$ для $w_a = w_b = 1$ м/с². Відносний коефіцієнт згасання ξ становив: 0,15; 0,45; 0,705; 1.

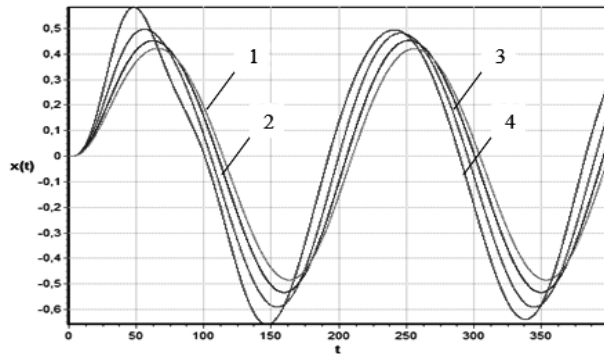


Рис. 3. Типовий графік зміни амплітуди вихідного сигналу $x = x'(t)$, коли $\omega = \omega_0/3 = 0,033$ рад/с:
1 – $\xi = 1$; 2 – $\xi = 0,705$; 3 – $\xi = 0,45$; 4 – $\xi = 0,15$

одразу ж входить в усталений режим вимушених коливань. Зі збільшенням ξ амплітуди коливань вихідного сигналу ДПГ зменшуються (табл.).

9. Проаналізуємо залежності $x = f(t)$, коли $w_a = 3$ м/с², $w_b = 10$ м/с² (у 3,3 рази більших, ніж у випадку п. 8). Очевидно, що навіть за малого демпфірування $\xi = 0,15$ резонанс не виникає. Коли $\xi = 0,45$ прилад одразу ж входить у режим усталених вимушених коливань. Зі зростанням ξ амплітуди вимушених коливань вихідного сигналу ДПГ зменшуються. Амплітудні значення вимушених коливань приладів незначно відрізняються від відповідних амплітудних значень для п. 8 (табл.).

10. Отримано залежності $x = f(t)$ для $w_a = 10$ м/с², $w_b = 3$ м/с² ($\omega = \omega_0/2 = 0,05$ рад/с). Амплітудні значення вимушених коливань ДПГ у цьому разі приблизно в три рази більші ніж у випадку п. 8. Зі збільшенням відносного коефіцієнта згасання ξ амплітуда вимушених коливань ДПГ зменшується (табл.).

11. Аналіз залежностей для параметрів $w_a = 3$ м/с², $w_b = 15$ м/с², дає змогу зробити ті самі висновки, що й у п. 9 (табл.).

12. Дослідження залежностей $w_a = 15$ м/с², $w_b = 3$ м/с² дає аналогічні висновки, зроблені у п. 10. Однак амплітуди усталених вимушених коливань приблизно в 1,5 разів більші ніж у випадку п. 10 (табл.).

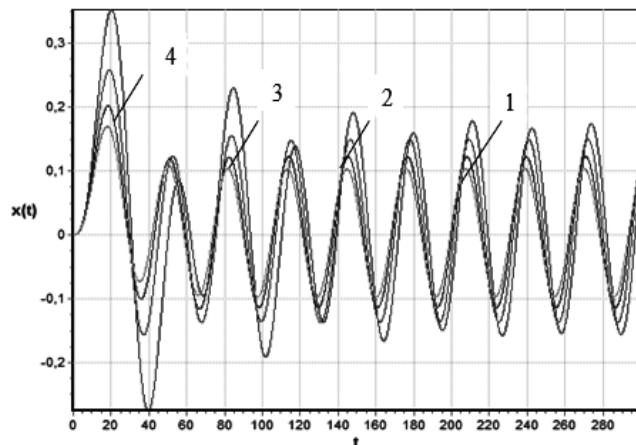


Рис. 4. Типовий графік зміни амплітуди вихідного сигналу $x = x'(t)$, коли $\omega = 2\omega_0 = 0,2$ рад/с:
1 — $\xi = 1$; 2 — $\xi = 0,705$; 3 — $\xi = 0,45$; 4 — $\xi = 0,15$

значень ξ видно, що як і в попередньому випадку п. 13, навіть за малого демпфірування $\xi = 0,15$ резонансу немає. Якщо $\xi = 0,45$, то прилад одразу ж входить в усталений режим вимушених коливань. Зі збільшенням ξ амплітуди вимушених коливань зменшуються (табл.).

Встановлено, що навіть для дуже малого демпфірування $\xi = 0,15$ резонанс ДПГ не виникає. У разі збільшення ξ прилад одразу ж входить у режим усталених вимушених коливань, спостерігається зменшення амплітуди коливань вихідного сигналу приладу (табл., рис. 3).

Як видно з графіків на рис. 3 коливання ДПГ входять в усталений режим за час $t = 50$ с, що цілком задовільно.

8. Розглянемо випадок $w_a = w_b = 3$ м/с², $\omega = \omega_0/2 = 0,05$ рад/с і таких самих значень ξ , що і в попередніх варіантах. Тут, як і для п. 7, можна бачити, що навіть за малого демпфірування $\xi = 0,15$ резонансу немає. Коли $\xi = 0,45$, прилад

13. Проаналізуємо роботу ДПГ, якщо $\omega = \omega_0/3 = 0,033$ рад/с. Цифровим моделюванням параметричного рівняння (5) ДПГ на ЕОМ отримано залежності $x = f(t)$ для $w_a = w_b = 1$ м/с² і ξ : 0,15; 0,45; 0,705; 1, з яких видно, що навіть за малого демпфірування $\xi = 0,15$ резонанс не виникає. Зі збільшенням ξ ДПГ переходить у режим усталених вимушених коливань.

Зі збільшенням демпфірування спостерігають зменшення амплітуди усталених вимушених коливань приладу (табл., див. рис. 3).

Як видно з графіків на рис. 4 коливання ДПГ входять в усталений режим за час $t = 50$ с, що цілком задовільно.

14. Зі знайдених залежностей для $w_a = w_b = 3$ м/с², $\omega = \omega_0/3 = 0,033$ рад/с і таких самих

Амплітуди усталених вимушених коливань ДПГ приблизно у 3 рази більші за амплітуди при відповідних ξ у разі п. 13.

15. Отримано залежності $x = f(t)$, коли $w_a = 3 \text{ м/с}^2$, $w_b = 10 \text{ м/с}^2$, $\omega = \omega_0/3 = 0,033 \text{ рад/с}$ (приблизно у три рази більші ніж у випадку п. 14), з яких видно, що навіть за малого демпфірування $\xi = 0,15$ резонанс не виникає. У разі, коли $\xi = 0,45$, прилад зразу ж входить у режим усталених вимушених коливань. Амплітудні значення вимушених коливань ДПГ несуттєво відрізняються від відповідних значень для п. 14 (табл.).

16. Якщо амплітудне значення збурення по осі чутливості приблизно в три рази більше, ніж у випадку п. 14, $w_a = 10 \text{ м/с}^2$, а по осі Oy попереднє, як у разі п. 14, $w_b = 3 \text{ м/с}^2$, то видно, що амплітудні значення усталених вимушених коливань приблизно у три рази більші ніж для п. 14. Зі збільшенням демпфірування амплітуди вимушених коливань ДПГ зменшуються. (табл.).

17. Отримано залежності $x = f(t)$ для $w_a = 3 \text{ м/с}^2$, $w_b = 15 \text{ м/с}^2$, аналіз яких дає змогу зробити ті самі висновки, що й у випадку п. 15 (табл.).

18. З аналізу залежностей $x = f(t)$, коли $w_a = 15 \text{ м/с}^2$, $w_b = 3 \text{ м/с}^2$, $\omega = \omega_0/3 = 0,033 \text{ рад/с}$, можна зробити висновки, аналогічні п. 16. (рис. 2). Однак у цьому разі амплітуди усталених вимушених коливань приблизно у 1,5 разів більші ніж у вказаному випадку. (табл.).

19. Проаналізуємо роботу ДПГ, якщо $\omega = 2\omega_0 = 0,2 \text{ рад/с}$. Отримано залежності $x = f(t)$ для значень $w_a = w_b = 1 \text{ м/с}^2$ і $\xi = 0,15; 0,45; 0,705; 1$, з яких видно, що за малого демпфірування $\xi = 0,15$ прилад здійснює складні коливання, які є результатом складання вільних або власних коливань приладу з частотою ω_0 і вимушених коливань з частотою ω . Унаслідок збільшення демпфірування коливання ДПГ вирівнюються і прямують до ідеальних усталених коливань. Зі зростанням ξ амплітуда усталених вимушених коливань ДПГ зменшується. Резонансні коливання не виникають навіть за малого демпфірування, наприклад, коли $\xi = 0,15$ (табл., див. рис. 4).

Як видно з графіків на рис. 5 коливання ДПГ входять в усталений режим за час $t \leq 50 \text{ с}$, що також цілком задовільно.

20. Отримано залежності $x = f(t)$, коли $w_a = w_b = 3 \text{ м/с}^2$, $\omega = 2\omega_0 = 0,2 \text{ рад/с}$ для таких самих ξ . Як і в разі п. 19, навіть за малого демпфірування $\xi = 0,15$ резонансу немає. В разі збільшенні ξ коливання вирівнюються і прямують до ідеальних усталених вимушених коливань, амплітуди усталених вимушених коливань зменшуються, але вони в 3 рази більші амплітуд, що наведені в п. 19.

21. З аналізу залежностей з параметрами $w_a = 3 \text{ м/с}^2$, $w_b = 10 \text{ м/с}^2$, $\omega = 2\omega_0 = 0,2 \text{ рад/с}$ (у 3,3 рази більші ніж у випадку п. 20), видно, що навіть за малого демпфірування $\xi = 0,15$ резонанс не виникає, однак, як і у попередніх випадках, є складні коливання, що зі збільшенням ξ вирівнюються і прямують до усталених коливань. Амплітудні значення вимушених коливань ДПГ несуттєво відрізняються від відповідних значень для випадку п. 20 (табл.).

22. З аналізу залежності $x = f(t)$ для $w_a = 10 \text{ м/с}^2$ (приблизно в три рази більші ніж у випадку п. 20), $w_b = 3 \text{ м/с}^2$, $\omega = 2\omega_0 = 0,2 \text{ рад/с}$ видно, що амплітудні значення вимушених коливань ДПГ приблизно в три рази більші ніж для п. 20 за відповідних ξ . Зі збільшенням ξ амплітуда вимушених коливань приладу зменшується. Резонанс не виникає навіть за малих ξ , до прикладу, $\xi = 0,15$, однак мають місце складні коливання, які зі збільшенням ξ , починаючи з $\xi = 0,45$, вирівнюються і прямують до усталених вимушених коливань (табл.).

23. Знайдено залежності $x = f(t)$, коли $w_a = 3 \text{ м/с}^2$, $w_b = 15 \text{ м/с}^2$, $\omega = 2\omega_0 = 0,2 \text{ рад/с}$, аналіз яких дає змогу зробити такі самі висновки, що й у випадку п. 21 (табл. 1).

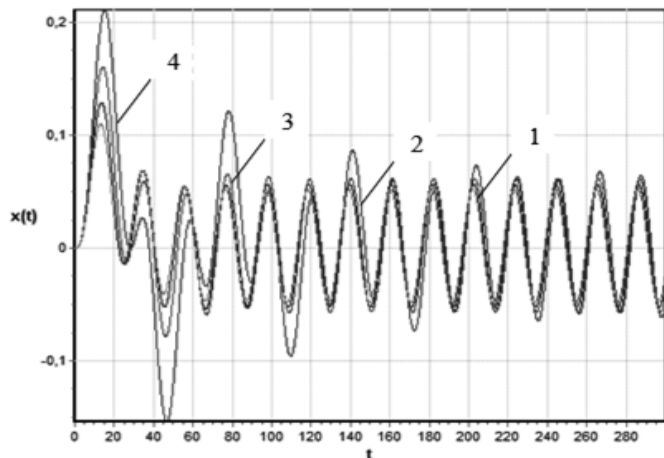


Рис. 5. Типовий графік зміни амплітуди вихідного сигналу $x = x'(t)$, якщо $\omega = 3\omega_0 = 0,3 \text{ рад/с}$:
1 — $\xi = 1$; 2 — $\xi = 0,705$; 3 — $\xi = 0,45$; 4 — $\xi = 0,15$

24. Дослідження залежностей для $w_a = 15 \text{ м/с}^2$, $w_b = 3 \text{ м/с}^2$, $\omega = 2\omega_0 = 0,2 \text{ рад/с}$ дає змогу зробити висновки, аналогічні п. 22. Однак, у цьому випадку амплітуди усталених вимушених коливань ДПГ у 1,5 рази більші ніж у вказаному випадку (табл.).

25. Отримано залежності $x = f(t)$ для випадку, коли $\omega = 3\omega_0 = 0,3 \text{ рад/с}$, $w_a = w_b = 1 \text{ м/с}^2$ і $\xi = 0,15; 0,45; 0,705; 1$, з яких видно, що у разі збільшення демпфірування коливання ДПГ вирівнюються і прямують до усталених коливань. Зі зростанням ξ амплітуда останніх зменшується. Резонанс не виникає навіть, якщо $\xi = 0,15$. Амплітуди усталених вимушених коливань у цьому і подальших випадках, коли $\omega = 0,3 \text{ рад/с}$, у 1,5 рази менші, ніж у разі $\omega = 2\omega_0 = 0,2 \text{ рад/с}$ (табл., рис. 5).



Рис. 6. Порівняння отриманих результатів вихідного сигналу (зміщення ІМ) при поступальних збуреннях частотою $\omega = \omega_0$ цифрового моделювання з результатами аналітичних розрахунків

Як видно з графіків на рис. 6 коливання ДПГ входять в усталений режим за час $t \leq 50 \text{ с}$, що цілком задовільно.

26. Аналіз залежностей $x = f(t)$ за $w_a = w_b = 3 \text{ м/с}^2$, $\omega = 3\omega_0 = 0,3 \text{ рад/с}$ і таких самих значеннях ξ , що і у попередніх випадках, свідчить, що навіть за малого демпфірування $\xi = 0,15$ резонансу немає. Зі збільшенням ξ коливання приладу вирівнюються і прямують до ідеальних усталених, амплітуди яких зі зростанням ξ зменшуються. Однак, вони приблизно в три рази більші ніж у попередньому випадку п. 25 (табл., рис. 5).

27. З аналізу залежностей за умови, що $w_a = 3 \text{ м/с}^2$, $w_b = 10 \text{ м/с}^2$, $\omega = 3\omega_0 = 0,3 \text{ рад/с}$ (у 3,3 рази більші ніж у випадку п. 26) видно, що навіть за малого демпфірування $\xi = 0,15$ резонанс не виникає. Амплітудні значення вимушених коливань ДПГ несуттєво відрізняються від відповідних значень для випадку п. 26 (табл.).

28. Аналіз залежності $x = f(t)$ для $w_a = 10 \text{ м/с}^2$ (приблизно в 3 рази більші ніж у випадку п. 26), $w_b = 3 \text{ м/с}^2$ свідчить, що амплітудні значення вимушених коливань ДПГ приблизно в три рази більші ніж у разі п. 26 для відповідних ξ . Зі збільшенням ξ амплітуда вимушених коливань приладу зменшується. Резонанс не виникає навіть за малих ξ , до прикладу, $\xi = 0,15$, однак мають місце складні коливання, які вирівнюються і прямують до усталених значень вимушених коливань зі збільшенням ξ (табл.).

29. Знайдено залежності $x = f(t)$ для $w_a = 3 \text{ м/с}^2$, $w_b = 15 \text{ м/с}^2$, $\omega = 3\omega_0 = 0,3 \text{ рад/с}$, аналіз яких дає змогу зробити такі самі висновки, що й у випадку п. 27 (табл.).

30. Дослідження залежності $x = f(t)$ для $w_a = 15 \text{ м/с}^2$, $w_b = 3 \text{ м/с}^2$, $\omega = 3\omega_0 = 0,3 \text{ рад/с}$ дає змогу зробити висновки, аналогічні п. 28. Однак, у цьому разі амплітуди усталених вимушених коливань ДПГ у 1,5 рази більші ніж у вказаному випадку (табл.).

Порівняння результатів аналітичного розв'язку та цифрового моделювання рівнянь руху ДПГ під дією зовнішніх збурень

У попередніх дослідженнях авторів отримано аналітичний розв'язок рівнянь руху двоканального п'єзоелектричного гравіметра під дією зовнішніх збурень. Проведемо порівняння отриманих результатів цифрового моделювання з результатами аналітичних розрахунків (див. рис. 6).

Аналіз графіків на рис. 6 показав, що середньоквадратичне відхилення розв'язків не перевищує $0,009 \text{ мм}$ та підтвердив адекватність математичної моделі ДПГ, тобто отримана математична модель ДПГ відповідає реальному приладу і її можна застосовувати для проведення подальших досліджень параметрів руху ДПГ.

Висновки

1. У результаті виконаного моделювання отримано графіки зміни вихідного сигналу $x(t)$ для різних значень частоти збурень ω вібраційних прискорень, коефіцієнта демпфірування ξ та різних значень амплітуд збурюючих віброприскорень w_a, w_b .

2. З отриманих графіків видно, що: за частот $\omega = \omega_0/2 = 0,05$ рад/с, $\omega = \omega_0/3 = 0,033$ рад/с встановлюються субгармонійні коливання (вихідний сигнал не спотворюється); якщо частота збурень $\omega = \omega_0 = 0,1$ рад/с, то виникає головний резонанс, найнебезпечніший для ДПГ; з частотами $\omega = 2\omega_0 = 0,2$ рад/с, $\omega = 3\omega_0 = 0,3$ рад/с встановлюється биття (вихідний сигнал спотворюється); коефіцієнт демпфірування ξ доцільно збільшувати у випадку головного резонансу $\omega = \omega_0$ ($\xi = 0,705$) та у випадку $\omega = 2\omega_0$, $\omega = 3\omega_0$, коли встановлюється биття ($\xi = 0,45$); збільшення амплітуд горизонтальних прискорень не впливає на амплітуду вимушених коливань ДПГ.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] О. М. Безвесільна, *Вимірювання гравітаційних прискорень*. Житомир, Україна: ЖІТІ, 2002, 264 с.
 [2] В. Л. Пантелеев, и А. А. Булычев, *Измерение силы тяжести на подвижном основании*, учеб. пос. по курсу «Теория измерения силы тяжести (дополнительные главы)». Москва, РФ, 2003, 80 с.
 [3] В. Торге, *Гравиметрия*, моногр. Москва: Мир, 1999, 428 с.
 [4] О. М. Безвесільна, *Вимірювання прискорень*. Київ, Україна: Либідь, 2001, 261 с.
 [5] О. М. Безвесільна, «Алгоритмічні методи високоточного визначення лінійних прискорень», *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*, № 5 (265), с. 100-105, 2018.
 [6] О. М. Безвесільна, Ю. В. Киричук, і С.С. Ткаченко, *Системи керування навігаційних систем рухомих об'єктів*, моногр. Житомир, Україна: ЖДТУ, 2010, 153 с.
 [7] К. Деккер, и Я. Вервер, *Устойчивость методов Рунге-Кутты для жестких нелинейных дифференциальных уравнений*. Москва: Мир, 1988, 334 с.
 [8] О. М. Безвесільна, і Ю. В. Киричук, *Перетворюючі пристрої приладів та комп'ютеризованих систем (Технологічні вимірювання та прилади)*, навч. посіб. для студентів приладобудівних спец. ВНЗ. Житомир, Україна: ЖДТУ, 2008, 172 с.

Рекомендована кафедрою метрології та промислової автоматики ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 18.02.2021

Безвесільна Олена Миколаївна — д-р техн. наук, професор, професор кафедри приладобудування;
Киричук Юрій Володимирович — д-р техн. наук, доцент, професор кафедри приладобудування, e-mail: kirichuky@gmail.com ;

Назаренко Наталія Миколаївна — асистент кафедри приладобудування, e-mail: l.n.nazarenko20@gmail.com .
 Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ

O. M. Bezvesilna¹
Yu. V. Kyrychuk¹
N. M. Nazarenko¹

Modeling of Disturbance Parameters Influence on a Dual-Channel Piezoelectric Gravimeter Operation

¹National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”

The work is devoted to the problem solving of study of the influence of both perturbing accelerations parameters and the inherent parameters of a dual-channel piezoelectric gravimeter on its operation, by means of a computer. For this purpose, a mathematical model of a dual-channel piezoelectric gravimeter was used. In consequence of the carried out mathematical model modeling, the results of modeling on a computer are obtained and presented. The influence of the external disturbance parameters on a new dual-channel piezoelectric gravimeter operation was modeled. As external disturbances, the following was considered: influence of both frequencies and amplitudes of forced vibrations of the base (along longitudinal and transverse axes), on which a dual-channel piezoelectric gravimeter is located, as well as the disturbing vibration accelerations for the most unfavorable resonance cases: $\omega = \omega_0$, $\omega = 2\omega_0$, $\omega = 3\omega_0$, $2\omega = \omega_0$, $3\omega = \omega_0$, where ω_0 — is the natural vibration frequency of a dual-channel piezoelectric gravimeter, ω - is the disturbances frequency. In consequence of the carried-out modeling, the graphs of the output signal change were obtained for various values of the disturbance frequency of vibration accelerations, the damping coefficient and various values of the disturbing vibration accelerations amplitudes. In view of each result and graph that have obtained, the analyzes as to the steady-state forced vibrations magnitude of a two-channel piezoelectric gravimeter as well as the conclusion concerning presence or absence of resonance were made. Using the results of previous studies of the authors, the comparison of the analytical solution of the equations of a dual-channel piezoelectric gravimeter motion, when exposed to the external disturbances was carried out with the results of digital modeling. The analysis of the modeling results has shown that the mean root square deviation of the solutions does not exceed 0.009 mm and this analysis has confirmed the adequacy of the mathematical model of a two-channel piezoelectric gravime-

ter, in other words, the obtained mathematical model of a dual-channel piezoelectric gravimeter corresponds to a real device and this model can be used for further studies of a dual-channel piezoelectric gravimeter motion parameters.

Keywords: acceleration, modeling, vibration, amplitude, dual-channel piezoelectric gravimeter.

Bezvesilna Olena M. — Dr. Sc. (Eng.), Professor of the Chair of Instrument Making;

Kyrychuk Yurii V. — Dr. Sc. (Eng.), Professor of the Chair of Instrument Making, e-mail: kirichuky@gmail.com ;

Nazarenko Natalia M. — Assistant of the Chair of Instrument Making, e-mail: l.n.nazarenko20@gmail.com

Е. Н. Безвесильная¹

Ю.В. Киричук¹

Н. Н. Назаренко¹

Моделирование влияния параметров возмущений на работу двухканального пьезоэлектрического гравиметра

¹Национальный технический университет Украины

«Киевский политехнический институт имени Игора Сикорского»

Исследовано влияние параметров возмущающих ускорений и собственных параметров двухканального пьезогравиметра на его работу с помощью ЭВМ. Для этого использована математическая модель двухканального пьезоэлектрического гравиметра. В результате выполненного моделирования математической модели получены и приведены результаты моделирования на ЭВМ. Моделировалось влияние параметров внешних возмущений на работу нового двухканального пьезогравиметра. В качестве внешних возмущений рассматривались влияние частот и амплитуд вынужденных вибраций основания (по продольной и поперечной осям), на которой расположен двухканальный пьезогравиметр, а также возмущающих вибрационных ускорений для самых неблагоприятных резонансных случаев: $\omega = \omega_0$, $\omega = 2\omega_0$, $\omega = 3\omega_0$, $2\omega = \omega_0$, $3\omega = \omega_0$, где ω_0 — частота собственных колебаний двухканального пьезогравиметра, ω — частота возмущений. В результате выполненного моделирования получены графики изменения выходного сигнала для различных значений частоты возмущений вибрационных ускорений, коэффициента демпфирования и различных значений амплитуд возмущающих виброускорений основания. Каждый полученный результат и график проанализирован относительно величины устоявшихся вынужденных колебаний двухканального пьезогравиметра и сделан вывод о наличии или отсутствии резонанса. Используя результаты предыдущих исследований авторов, проведено сравнение аналитического решения уравнений движения двухканального пьезоэлектрического гравиметра под действием внешних возмущений с полученными результатами цифрового моделирования. Анализ результатов моделирования показал, что среднее отклонение решений не превышает 0,009 мм и подтвердил адекватность математической модели двухканального пьезогравиметра, то есть, полученная математическая модель двухканального пьезогравиметра соответствует реальному прибору и ее можно применять для проведения дальнейших исследований параметров движения двухканального пьезогравиметра.

Ключевые слова: ускорение, моделирование, вибрация, амплитуда, двухканальный пьезогравиметр.

Безвесильная Елена Николаевна — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры приборостроения;

Киричук Юрий Владимирович — д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры приборостроения, e-mail: kirichuky@gmail.com ;

Назаренко Наталия Николаевна — ассистент кафедры приборостроения, e-mail: l.n.nazarenko20@gmail.com