

УДК 681.5.015+62-83:629.433

О.Б. МОКІН

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ СТРУКТУРИ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРИЧНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ З РІЗНОПРОФІЛЬНИМИ ВАГОНАМИ, ЩО РУХАЮТЬСЯ ПРЯМОЛІНІЙНОЮ ГОРИЗОНТАЛЬНОЮ КОЛІСЮ

Вінницький національний технічний університет

Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна

E-mail: abmokin@gmail.com

Анотація. Запропоновано метод визначення структури математичної моделі електричного транспортного засобу з різнопрофільними вагонами, що рухаються прямолінійною горизонтальною колією. В основу метода покладені ті ж вихідні передумови, що і у методі інтегрально-гармонійної ідентифікації, але з іншою їх трансформацією.

Ключові слова: математична модель, електротransпорт, різнопрофільні вагони, горизонтальна колія.

Аннотация. Предложен метод определения структуры математической модели электрического транспортного средства с разнопрофильными вагонами, движущимися по прямолинейной горизонтальной колее. В основу метода положены те же исходные предпосылки, что и в методе интегрально-гармонической идентификации, но с другой их трансформацией.

Ключевые слова: математическая модель, электротransпорт, разнопрофильные вагоны, горизонтальная колія.

Abstract. There had been suggested method for determining the structure of mathematical model of an electric vehicle with different profiles of railcars moving along a straight horizontal track. The method is based on the same presuppositions that have a method of integrally-harmonic identification, but on the other their transformation.

Ключові слова: mathematical model, electric vehicle, railcars with different profiles, the horizontal track.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ І ВИХІДНІ ПЕРЕДУМОВИ

В роботах [1, 2] показано, що рух електричного транспортного засобу по прямолінійному відрітку залізничної колії, прокладеній на горизонтальній площині, можна описати математичною моделлю, яка має вигляд

$$m \frac{dV(t)}{dt} = F_T(t) - F_T(V, t) = k_F n I \Phi(I) - \mu_0 - \mu_1 V(t) - \mu_2 (V(t))^2, \quad (1)$$

де m – маса електричного транспортного засобу з вантажем, $F_T(t), F_T(V, t)$ – відповідно, сила тяги транспортного засобу та гальмівна сила, що діє на транспортний засіб під час руху, $V(t)$ – лінійна швидкість руху транспортного засобу, $I(t)$ – струм в кожній із n паралельних якірних гілок електроприводу, $\Phi(I)$ – магнітний потік тягового електродвигуна, що є функцією від цього струму, k_F – коефіцієнт, який обраховується через паспортні дані електродвигуна та радіус колеса електровоза, μ_0 – складова гальмівної сили, яка, як показано в роботі [3], залежить від ваги електричного транспортного засобу та коефіцієнту тертя кочення колеса по залізничній рейці, μ_1 – параметр моделі, який враховує залежність гальмівної сили від лінійної швидкості руху електричного транспортного засобу, а μ_2 – параметр моделі, який враховує залежність гальмівної сили від квадрату лінійної швидкості цього транспортного засобу.

Але математична модель (1) не викликає сумніву до тих пір, поки ми її застосовуємо для моделювання руху електричного транспортного засобу, складеного із однопрофільних вагонів,

наприклад, як це має місце при формуванні багатовагонних трамваїв і пасажирських електропотягів. В разі ж моделювання руху вантажного електропотягу, складеного із вагонів, що суттєво відрізняються один від одного своїм профілем, адекватність математичної моделі (1) параметрам руху такого електропотяга стає далеко не очевидною, адже ми уже не можемо стверджувати, що сила бокового опору кожного із таких вагонів пропорційна швидкості, а сила лобового опору пропорційна її квадрату. Принаймні, деякі із цих різнопрофільних вагонів будуть вносити і складові, пропорційні кубу швидкості, як це має місце, наприклад, для вітрового колеса вітрогенератора.

Більше того, логічно припустити, що рух одного і того ж електропотяга з різнопрофільними вагонами в залежності від швидкості руху можна описати моделлю

$$m \frac{dV(t)}{dt} = k_F n I \Phi(I) - \mu_0 - \mu_1 V(t) - \mu_2 (V(t))^2 - \mu_3 (V(t))^3, \quad (2)$$

в якій на малих швидкостях виконується умова

$$\mu_0 \neq 0, \quad \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0, \quad (3)$$

на середніх швидкостях — умова

$$\mu_0 \neq 0, \quad \mu_1 \neq 0, \quad \mu_2 = \mu_3 = 0, \quad (4)$$

на швидкостях, вищих за середні, — умова

$$\mu_0 \neq 0, \quad \mu_1 \neq 0, \quad \mu_2 \neq 0, \quad \mu_3 = 0, \quad (5)$$

а на максимальних швидкостях — умова

$$\mu_0 \neq 0, \quad \mu_1 \neq 0, \quad \mu_2 \neq 0, \quad \mu_3 \neq 0. \quad (6)$$

Як бачимо, умови (3) – (6) задають нам різні структури математичної моделі руху електричного транспортного засобу з різнопрофільними вагонами. Тому доцільною є розробка методу визначення структури електричного транспортного засобу з різнопрофільними вагонами, в процесі побудови якого нам потрібна буде ще одна вихідна передумова, суть якої полягає в тому, що, як показано в роботі [4], крива намагнічування $\Phi(I)$ тягового електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням найбільш точно і просто у відносних одиницях представляється моделлю

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_{cn}), \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_{cn}, \infty), \end{cases} \quad (7)$$

яка являє собою сукупність параболи і прямої, що стикаються при значенні аргументу i_{cn} . Оскільки справедливою є нерівність $i_{cn} < i_n$, або, що одне і те ж саме, $i_{cn} < 1$, то можна стверджувати, що в разі повної завантаженості електричного транспортного засобу електродвигуни його електропривода працюють на прямолінійній частині характеристики намагнічування, а в разі руху порожняком — на параболічній.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ПОСТАВЛЕНОЇ ЗАДАЧІ

Увівши оператори диференціювання D та інтегрування $\frac{1}{D}$, математичну модель (2) можна представити у вигляді

$$V(t) = \frac{1}{mD} k_F n I \Phi(I) - \frac{1}{mD} (\mu_0 + \mu_1 V(t) + \mu_2 (V(t))^2 + \mu_3 (V(t))^3). \quad (8)$$

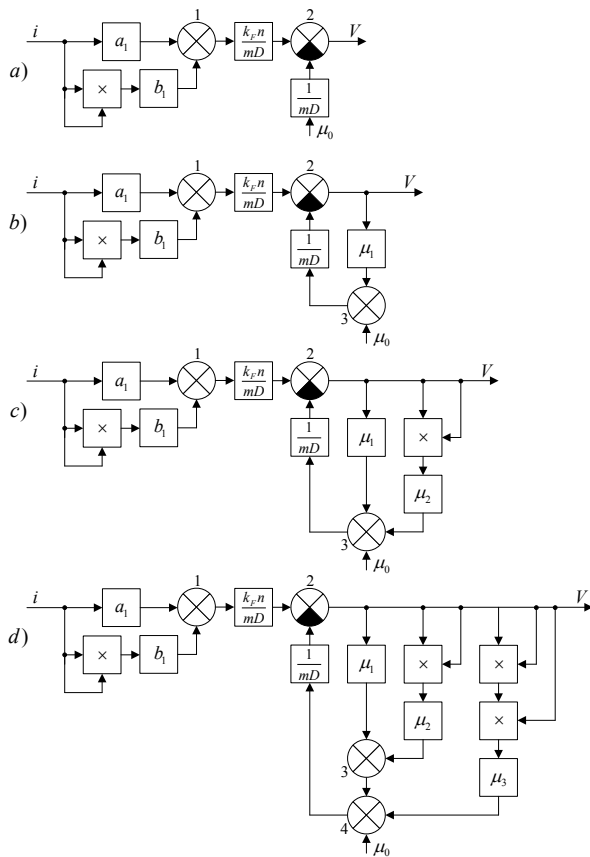


Рис. 1. Структурні схеми математичних моделей завантаженого електричного транспортного засобу, що рухається прямолінійною горизонтальною колією: варіант (а) – для умови (3), варіант (б) – для умови (4), варіант (с) – для умови (5), варіант (д) – для умови (6)

Оскільки інтегратор $\frac{1}{mD}$ гармоніки $\{\sin \omega t, \cos 2\omega t\}$ перетворює у масштабовані гармоніки тих же частот $\left\{ \frac{1}{\omega} \cos \omega t, \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right\}$, які проходять через суматор 2 в швидкісну частину структурних схем, а постійну складову $\frac{A^2 b_1}{2}$ цей інтегратор перетворює у лінійно-наростаючу функцію

$\frac{A^2 b_1}{2m} t$, яка у суматорі 2 компенсується такою ж лінійно-наростаючою функцією $\frac{\mu_0}{m} t$, то можна стверджувати, що для структурної схеми на рис. 1а характерною є поява першої і другої гармонік $\{\cos \omega t, \sin 2\omega t\}$ на виході цієї структури при подачі на її вхід гармоніки $\{\sin \omega t\}$, тобто структура, що наведена на рис. 1а, здійснює перетворення

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t\}. \quad (11)$$

Особливістю структури, наведеної на рис. 1б, є те, що перша і друга гармоніки $\{\cos \omega t, \sin 2\omega t\}$, які стоять в правій частині перетворення (11), після їх появи у швидкісній частині структурної схеми по контуру негативного зворотного зв'язку цієї частини інтегратором, який знаходиться у цьому контурі, перетворюються на гармоніки $\{\sin \omega t, \cos 2\omega t\}$, тож в цілому ця структура здійснює перетворення

з врахуванням моделі кривої намагнічування (7) математичній моделі (8) для завантаженого електричного транспортного засобу в залежності від умов (3) – (6) відповідатимуть структурні схеми, наведені на рис. 1.

В роботі [5] показано, що при послідовному з'єднанні лінійної частини динамічної системи з безінерційною нелінійністю степені n при подачі на вхід цієї системи гармонійного сигналу

$$A \sin \omega t, \quad (9)$$

де $\omega = \frac{2\pi}{T}$, а T – період спостереження, вищою гармонікою у вихідному сигналі системи буде гармоніка порядку n , тобто з частотою $(n\omega)$.

Оскільки в струмовій частині усіх структурних схем, наведених на рис. 1, яка послідовно з'єднана з швидкісною частиною цих структурних схем в суматорі 2, має місце нелінійність другого степеня (квадратор), то при подачі на вхід струмової частини сигналу (9), на виході суматора 1 усіх структурних схем, наведених на рис. 1, згідно з правилами перетворення тригонометричних функцій [6] будемо мати сигнал

$$\frac{A^2 b_1}{2} + A a_1 \sin \omega t - \frac{A^2 b_1}{2} \cos 2\omega t. \quad (10)$$

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t\}. \quad (12)$$

В структурі, наведеній на рис. 1с, в контурі негативного зворотного зв'язку швидкісної частини структурної схеми, з'являється квадратор, який подвоєє кожен гармоніку, що поступає на його вхід, а інтегратор у контурі зворотного зв'язку знову ж таки кожний косинус міняє на синус того ж аргументу і навпаки. Тож в цілому ця структура здійснює перетворення, кількість членів у якому теоретично необмежена, але ми обірвемо його на 16-ій гармоніці, записавши у вигляді

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \cos 4\omega t, \sin 4\omega t, \sin 8\omega t, \cos 8\omega t, \cos 16\omega t, \sin 16\omega t\}. \quad (13)$$

А в останній нашій структурі, наведеній на рис. 1д, в контурі негативного зворотного зв'язку швидкісної частини окрім квадратора з'являється ще й блок підведення до кубу, який потроєє кожен гармоніку, що поступає на його вхід. Тож з врахуванням ще й функції інтегратора у контурі зворотного зв'язку, ця структура здійснює перетворення, кількість членів у якому також теоретично необмежена, але ми також обірвемо його на 16-ій гармоніці, записавши у вигляді

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \cos 3\omega t, \sin 3\omega t, \cos 4\omega t, \sin 4\omega t, \sin 6\omega t, \cos 6\omega t, \sin 8\omega t, \cos 8\omega t, \cos 9\omega t, \sin 9\omega t, \sin 12\omega t, \cos 12\omega t, \cos 16\omega t, \sin 16\omega t\}. \quad (14)$$

Порівнюючи між собою перетворення (11)–(14), помічаємо, що перетворення (11) містить у собі лише косинусоїдальну гармоніку базової частоти і синусоїдальну гармоніку подвійної частоти, перетворення (12) має і косинусоїдальну і синусоїдальну гармоніку базової частоти і косинусоїдальну та синусоїдальну гармоніку подвійної частоти, перетворення (13) додатково до того, що дає перетворення (12), містить четверту, восьму і шістнадцяту як косинусоїдальну так і синусоїдальну гармоніку, а у перетворенні (14) додатково до того, що дає перетворення (13), з'являються третя, шоста, дев'ята і дванадцята як косинусоїдальна так і синусоїдальна гармоніки.

Тепер ми маємо усе необхідне для побудови алгоритму методу визначення структури математичної моделі руху електричного транспортного засобу з різнопрофільними вагонами, що рухаються прямолінійною горизонтальною колією.

Цей алгоритм буде містити такі кроки:

- 1). Вибираємо відрізок колії, на якому електричний транспортний засіб рухається з постійною швидкістю v_0 і фіксуємо значення струму i_0 якірного кола тягового електропривода.
- 2). Задаємо значення періоду часу спостереження T , для якого визначаємо базову частоту ω .
- 3). Накладаємо на періоді T на струм i_0 синусоїдальний сигнал (9) та фіксуємо протягом цього ж періоду швидкість $v(t)$ електричного транспортного засобу.
- 4). Центруємо сигнал швидкості шляхом віднімання від нього значення базової швидкості v_0 , тобто визначаємо сигнал

$$\tilde{v}(t) = v(t) - v_0. \quad (15)$$

5). Розкладаємо сигнал $\tilde{v}(t)$ в ряд Фур'є на періоді T .

6). Використовуючи в якості еталонів множини, що складають праві частини співвідношень (11), (12), (13), (14), аналізуємо на відповідність їм гармоніки ряду Фур'є, в який розкладено сигналу $\tilde{v}(t)$.

Якщо гармонійний спектр сигналу $\tilde{v}(t)$ містить лише гармоніки правої частини перетворення (11), то структура математичної моделі руху електричного транспортного засобу згідно з умовами (3) матиме вигляд

$$m \frac{dV(t)}{dt} = k_F n I \Phi(I) - \mu_0. \quad (16)$$

Якщо гармонійний спектр сигналу $\hat{v}(t)$ містить лише гармоніки правої частини перетворення (12), то структура математичної моделі руху електричного транспортного засобу згідно з умовами (4) матиме вигляд

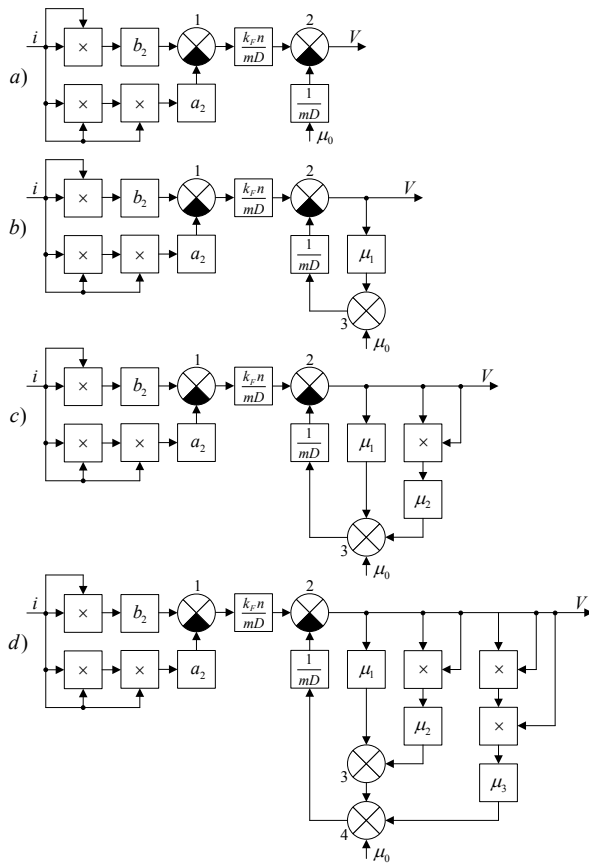


Рисунок 2 — Структурні схеми математичних моделей не завантаженого електричного транспортного засобу, що рухається прямолінійною горизонтальною колією: варіант (a) – для умови (3), варіант (b) – для умови (4), варіант (c) – для умови (5), варіант (d) – для умови (6)

як аналог перетворення (11), який відповідає структурі рис. 2a та підтверджує адекватність математичної моделі (16);

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t, \cos 3\omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \sin 3\omega t\}, \quad (19)$$

як аналог перетворення (12), який відповідає структурі рис. 2b та підтверджує адекватність математичної моделі (17);

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t, \cos 3\omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \sin 3\omega t, \cos 4\omega t, \sin 4\omega t, \cos 6\omega t, \sin 6\omega t, \sin 8\omega t, \cos 8\omega t, \sin 12\omega t, \cos 12\omega t, \cos 16\omega t, \sin 16\omega t\}, \quad (20)$$

як аналог перетворення (13), який відповідає структурі рис. 2c та підтверджує адекватність математичної моделі (1);

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t, \cos 3\omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \sin 3\omega t, \cos 4\omega t, \sin 4\omega t, \cos 6\omega t, \sin 6\omega t, \sin 8\omega t, \cos 9\omega t, \sin 9\omega t, \cos 8\omega t, \sin 12\omega t, \cos 12\omega t, \cos 16\omega t, \sin 16\omega t\}, \quad (21)$$

як аналог перетворення (14), який відповідає структурі рис. 2d та підтверджує адекватність математичної моделі (2).

ВИСНОВКИ

1). Запропоновано метод визначення структури математичної моделі завантаженого електричного транспортного засобу з різнопрофільними вагонами, що рухаються прямолінійною

$$m \frac{dV(t)}{dt} = k_F n I \Phi(I) - \mu_0 - \mu_1 V(t). \quad (17)$$

Якщо гармонійний спектр сигналу $\tilde{v}(t)$ до 16-ї включно містить лише гармоніки правої частини перетворення (13), то структура математичної моделі руху електричного транспортного засобу згідно з умовами (5) матиме вигляд (1).

Якщо гармонійний спектр сигналу $\tilde{v}(t)$ до 16-ї включно містить лише гармоніки правої частини перетворення (14), то структура математичної моделі руху електричного транспортного засобу згідно з умовами (6) матиме вигляд (2).

Звертаємо увагу на те, що хоча приведені алгоритм побудовано для визначення структури засобу, що рухається прямолінійною горизонтальною колією математичної моделі завантаженого електричного засобу з різнопрофільними вагонами, що рухаються горизонтальною прямолінійною колією, він залишатиметься справедливим і при визначенні структури математичної моделі порожнього електричного транспортного засобу за умови, що замість правих частин перетворень (11) – (14) будуть використовуватись відповідно перетворення (18) – (21), які наведені нижче і які отримані шляхом аналогічних міркувань, але по відношенню до структурних схем рис. 2:

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t, \cos 3\omega t\}, \quad (18)$$

горизонтальною колією. В основу метода покладені ті ж вихідні передумови, що використовувались при розробці метода інтегрально-гармонійної ідентифікації, але з іншою їх трансформацією.

2). Здійснена трансформація запропонованого метода на задачу визначення структури математичної моделі не завантаженого електричного транспортного засобу.

3). Побудовано алгоритм реалізації запропонованого метода як для випадку визначення структури завантаженого електричного транспортного засобу, так і для випадку не завантаженого.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Особливості моделювання руху електричних транспортних засобів з врахуванням залежності навантаження від рельєфу місцевості [Електронний ресурс] / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Наукові праці ВНТУ. – 2010. – №1. – С. 1-6. – Режим доступу до журн.: http://www.nbu.gov.ua/e%2Djournals/VNTU/2010-1/uk/10mbidot_uk.pdf.
2. Математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем для задач оптимізації (частина 1) / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. – № 6. – С. 55–58.
3. Математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем для задач оптимізації (частина 2) / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2009. – №1. – С. 28–33.
4. Мокін Б.І. Ідентифікація параметрів моделей та оптимізація режимів системи електропривода трамвая з тяговими електродвигунами постійного струму. Монографія / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 92 с.
5. Метод ідентифікації нелінійних динамічних об'єктів з екстремальними статичними характеристиками [Електронний ресурс] / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. Англ., рос. та укр. мовами. – 2009. – №2. – С.1-8. – Режим доступу до журн.: http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2009-2/2009-2.files/uk/09bimesc_ua.pdf.
6. Бронштейн И.Н. Справочник по математике (для инженеров и учащихся втузов)/ И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1967. – 608 с.

Надійшла до редакції 20.10.2010р.

МОКІН О. Б. – докторант, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри ВЕТЕСК, кафедра відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів (ВЕТЕСК), Інститут електроенергетики та електромеханіки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.