

УДК 378.147

DOI: 10.31652/2412-1142-2021-61-20-28

Крупський Ярослав Володимирович

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики та інформатики

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна

ORCID ID 0000-0001-6324-2697

kruyarik@gmail.com

Тютюнник Оксана Іванівна

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої математики

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна

ORCID ID 0000-0002-8544-4246

tutunnik.oksana@gmail.com

Клеопа Ірина Анатоліївна

асистент кафедри вищої математики

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна

ORCID ID 0000-0001-8408-6515

paceka08@gmail.com

АДАПТАЦІЯ СИСТЕМИ MAPLE ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ ЕКСТРЕМУМУ ФУНКЦІЇ ДВОХ ЗМІННИХ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ

Анотація. В сучасному світі швидкий розвиток інформаційних технологій та комп'ютеризація усіх сфер діяльності – наукової, освітньої, значно підвищує вимоги до впровадження та систематичного застосування новітніх інформаційних технологій у процесі навчання. Математика як навчальна дисципліна має великі можливості для реалізації дистанційного навчання, так як використання комп'ютерів надає можливість підсилити прикладну і практичну спрямованість курсу математики і створює умови для реалізації індивідуального підходу на якісно новому рівні. Стаття присвячена проблемі впровадження та адаптації системи комп'ютерної математики Maple у навчальний процес закладу вищої освіти при викладанні курсу вища математика. Зазначено, що системи комп'ютерної математики надають можливість створити принципово інше інформаційно-освітнє середовище, що оптимізує навчальний процес, скорочуючи час на одержання системи знань та умінь в умовах дистанційної освіти. Продемонстровано роботу стандартної процедури пошуку мінімуму функції, яка вбудована в систему комп'ютерної математики Maple. Запропоновано два варіанти навчальних програмних тренажерів, які розроблені в середовищі системи комп'ютерної математики Maple, для опанування студентами методу знаходження екстремуму функції двох змінних. Скорочений варіант навчального тренажера надає можливість студенту перевірити свою кінцеву відповідь та демонструє поверхню функції та точку екстремуму. Другий тренажер з покроковим розписом дослідження функції на екстремум надає можливість студенту перевірити усі свої кроки при дослідженні функції. Досліджено роботу цих тренажерів на окремих прикладах та зроблено висновок про позитивний ефект від їх використання. Система комп'ютерної математики Maple є ефективним засобом навчання математики студентів закладу вищої освіти.

Ключові слова: навчальний Maple-тренажер, метод знаходження екстремуму функції двох змінних, типові задачі вищої математики, дистанційні технології.

1. ВСТУП

Постановка проблеми. Дистанційні технології освіти, що базуються на використанні інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), впевнено входять в практику діяльності багатьох навчальних закладів різних форм і рівнів. Оскільки однією з головних переваг дистанційної освіти є незалежність від географічного розташування, від відстані між викладачем і студентом, а також важливим є те, що дистанційна освіта відображає всі властиві навчальному процесу компоненти (цілі, зміст, методи, організаційні форми, засоби

навчання) та реалізовується специфічними засобами інтернет-технологій або іншими засобами, які передбачають інтерактивність [6].

Вимушене дистанційне навчання, що спричинила пандемія, стало єдиною формою навчання, а з іншого боку викликом для всіх учасників освітнього процесу. Організувати якісне навчання з використанням цифрових технологій, надихати й мотивувати студентів, давати раду технічним проблемам – це вимоги часу, нові умови життя, нові та єдині засоби взаємодії і нарешті – новий стиль мислення.

Математика як навчальна дисципліна має великі можливості для реалізації дистанційного навчання, так як використання комп'ютерів дозволяє підсилити прикладну і практичну спрямованість курсу математики і створює умови для реалізації індивідуального підходу на якісно новому рівні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Однією з умов вдосконалення математичної освіти в ЗВО є активне використання систем комп'ютерної математики (СКМ). Щороку збільшується кількість наукових та навчально-методичних праць, які присвячені питанням використання СКМ у процесі навчання вищої математики. Загальні питання використання інформаційних технологій, зокрема СКМ у навчанні математики в середній і вищій школах досліджені в роботах В. Ю. Бикова [2], М. І. Жалдака [3], В. І. Клочка, В. М. Михалевича [10], С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, О. В. Співаковського, С. О. Семерікова, Ю. В. Триуса [1].

СКМ надають змогу збагатити науки математичного спрямування, розширити їх застосування, суттєво вплинути на математичну діяльність. Тому, головним чином, змістом математичної освіти стане не опанування певних алгоритмів розв'язання задач (вони, до речі, досить ефективно розв'язуються за допомогою комп'ютера), а математична компетентність, розуміння, застосування математичних методів дослідження [8]. Все це повинно враховуватись при розробці методичних систем навчання математично спрямованих дисциплін у вищій школі.

На нашу думку, перспективним напрямком використання СКМ є розробка комп'ютерних тренажерів для розв'язування задач вищої математики з реалізацією символічних обчислень.

Під навчальними Maple-тренажерами (НМТ) будемо розуміти навчальні тренажери розв'язування типових задач вищої математики, що призначені для автоматизованого відтворення покрокового ходу розв'язання задач з наявністю текстового коментаря українською мовою які розроблені та функціонують у середовищі СКМ Maple [10].

Метою статті є розробка та аналіз навчального Maple-тренажера для дослідження функції двох змінних на екстремум як елемент активізації пізнавальної діяльності студентів в умовах дистанційної освіти.

2. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Розглянемо основні можливості використання СКМ Maple для розв'язування задач на пошук екстремумів функцій кількох змінних. В цій системі для дослідження функцій на екстремум є кілька команд, які входять до стандартної бібліотеки даної програми.

Для знаходження мінімуму і максимуму функції від однієї чи багатьох змінних на певному інтервалі без обмежень на змінні використовуються відповідно команди:

minimize(f, vars, ranges, opts),
maximize(f, vars, ranges, opts),

де **f** – досліджувана на екстремум функція; **vars** – список змінних, за якими шукається мінімум чи максимум; **ranges** – область визначення змінних виду $x_1=a_1..b_1$, $x_2=a_2..b_2$, ..., $x_n=a_n..b_n$ для функції від n змінних.

Якщо в описі змінної не вказувати межі `infinity..infinity`, то пошук екстремуму буде здійснюватися тільки на множині дійсних чисел. **opts** – список необов'язкових параметрів. Наприклад, при введенні параметра `location` (або `location=true`) результат виводиться в розширеному вигляді, після значення мінімуму (максимуму) в фігурних дужках вказуються

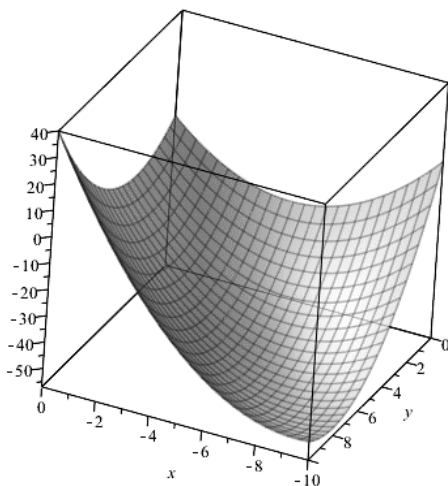
координати точок мінімуму (максимуму). Якщо мінімум (максимум) відповідної функції не існує, або не вдається його знайти, то виводиться вираз, що відповідає заданій функції, а при наявності параметра `location` виводиться текст `location=false` і порожній список.

Продемонструємо роботу стандартної процедури пошуку мінімуму функції, яка вбудована в СКМ Maple. Щоб бачити наочно характер точки та поведінку функції, додатково побудуємо поверхню функції, скориставшись пакетом `plots3d`. Перед зверненням до команд пакету треба під'єднати його за допомогою команди `with(plots)` (Рис. 1).

```
> f:=-x^2+y^2+9x-6y+xy;
plot3d(f,x=-10..0,y=0..10,axes=box,transparency=0.5);
minimize(f,location);
```

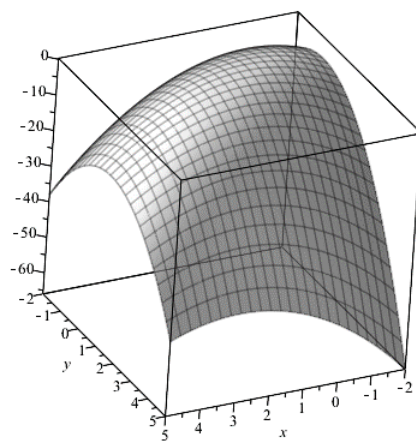
Аналогічно до попереднього прикладу застосуємо процедуру пошуку максимуму функції (Рис. 2).

```
> f:=-x^2-2*y^2+x+xy;
plot3d(f,x=-2..5,y=-2..5,axes=box,transparency=0.5);
maximize(f,location);
```



$-57, \{ \{x = -8, y = 7\}, -57 \}$

Рис. 1. Мінімум функції двох змінних



$\frac{2}{7}, \left\{ \left\{ x = \frac{4}{7}, y = \frac{1}{7} \right\}, \frac{2}{7} \right\}$

Рис. 2. Максимум функції двох змінних

Одним із головних недоліків системи Maple на шляху її ефективного використання в навчальному процесі полягає в недостатній адаптованості цієї системи до навчальних цілей. Як бачимо стандартна процедура не дає повний опис пошуку екстремуму функції двох змінних, а також заздалегідь потрібно знати характер точки та межі побудови поверхні. Як відомо, ця система розроблялась в першу чергу для професійної наукової й інженерної діяльності. Вона не демонструє покрокове розв'язання прикладів, лише кінцеву відповідь.

Для ефективної роботи студента, в умовах дистанційної освіти, запропоновано авторський навчальний Maple-тренажер, який надає можливість не лише перевірити кінцевий результат екстремуму функції, а й побачити кожен крок пошуку точок максимуму та мінімуму, а це в свою чергу активізує самостійну роботу студентів та формує практичні компетентності з вищої математики.

Пропонується два варіанти авторського навчального Maple-тренажера: у найбільш компактному вигляді, що може бути реалізований одним програмним рядком в середовищі СКМ Maple (потрібно підключити відповідну авторську бібліотеку) та більш розширений варіант, що призначений відтворювати покроковий хід розв'язування відповідних задач, що супроводжується текстовими коментарями різного ступеня деталізації, як це викладено традиційно в підручниках та посібниках.

Результат роботи компактного НМТ подано на рисунку 3.

>restart;

read("D:\\Yarik\\Maple\\MyMaple\\myextremum.m");

myextremum(x^2+y^2-9*x-6*y+x*y);

Дослідити на екстремум функцію двох змінних

$$z = x^2 + y^2 + 9x - 6y + xy$$

Розв'язання:

$$M_1 (-8, 7)$$

M_1 – точка мінімуму

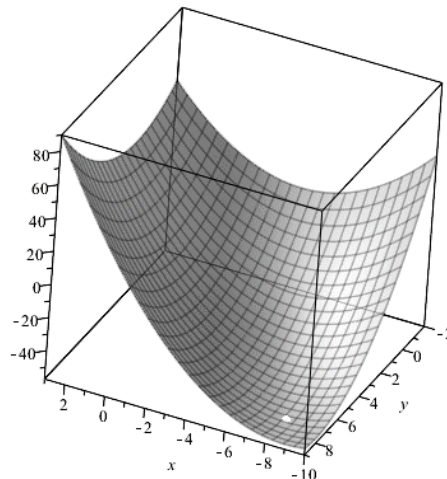


Рис. 3. Компактний варіант роботи НМТ

Розгорнутий варіант тренажера та приклади його застосування

Продемонструємо фрагмент програмного коду Maple для покрокового пошуку точок екстремуму (Рис. 4):

```

restart; with(LinearAlgebra): with(plots): with(plottools):
print(Дослідити на екстремум функцію двох змінних);
f := x*x + y*y - 2*x*y + x*x*y :
z := f; z := f:
print(Розв'язання: );
print(Знайдемо частинні похідні першого порядку );
`z''[x] = diff(z, x);
`z''[y] = diff(z, y);
print(Прирівнюємо знайдені похідні до нуля, та запишемо систему );
diff(z, x) = 0;
diff(z, y) = 0;
print(Розв'язавши систему матимемо стаціонарні точки підозрілі на екстремум);
sp := [solve({diff(z, x)=0, diff(z, y)=0}, {x, y}, real)];
for i from 1 to nops(sp) do
print( M[i] (rhs(sp[i][1]), rhs(sp[i][2])) );
#print(sp[i]);
end do:
print(Знаходимо відповідні частинні похідні другого порядку);
#A = `z''[xx];
`z''[xx] = diff(z, x)''[x];
`z''[xy] = diff(z, x)''[y];
`z''[yy] = diff(z, y)''[y];
print(Одержані значення позначаємо A, B, C);
A = `z''[xx];
A := diff(diff(z, x), x);
A = A;
B = `z''[xy];

```

Рис. 4. Фрагменти програмного Maple коду для покрокового пошуку точок екстремуму

Продемонструємо результат роботи даного тренажера на прикладах.

Приклад 1. $z = x^2 + y^2 + 9x - 6y + xy$

Дослідити на екстремум функцію двох змінних

$$z = x^2 + y^2 + 9x - 6y + xy$$

Розв'язання:

Знайдемо частинні похідні першого порядку

$$z'_x = 2x + 9 + y$$

$$z'_y = 2y - 6 + x$$

Прирівняємо знайдені похідні до нуля, та запишемо систему

$$2x + 9 + y = 0$$

$$2y - 6 + x = 0$$

Розв'язавши систему матимемо стаціонарні точки підозрілі на екстремум

$$M_1 (-8, 7)$$

Знаходимо відповідні частинні похідні другого порядку

$$z''_{xx} = (2x + 9 + y)'_x$$

$$z''_{xy} = (2x + 9 + y)'_y$$

$$z''_{yy} = (2y - 6 + x)'_y$$

Одержані значення позначаємо А, В, С

$$A = z''_{xx} \quad A = 2$$

$$B = z''_{xy} \quad B = 1$$

$$C = z''_{yy} \quad C = 2$$

Складемо вираз

$$\Delta = \begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix}$$

$$\Delta = AC - B^2$$

Підставимо значення А, В, С в отриманий вираз

$$\Delta = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

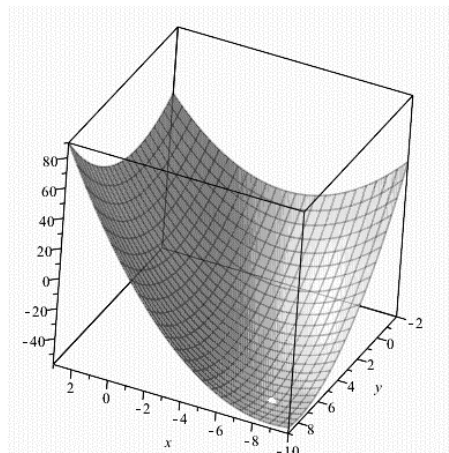
$$\Delta = 3$$

Обчислимо значення параметрів А, В, С та визначника для кожної знайденої точки і проаналізуємо отримані результати

Для точки M_1

$$A = 2, B = 1, C = 2, \Delta = 3$$

M_1 – точка мінімуму



Приклад 2. $z = -x^2 - 2y^2 + x + xy$

Дослідити на екстремум функцію двох змінних

$$z = -x^2 - 2y^2 + x + xy$$

Розв'язання:

Знайдемо частинні похідні першого порядку

$$z'_x = -2x + 1 + y$$

$$z'_y = -4y + x$$

Прирівняємо знайдені похідні до нуля, та запишемо систему

$$-2x + 1 + y = 0$$

$$-4y + x = 0$$

Розв'язавши систему матимемо стаціонарні точки підозрілі на екстремум

$$M_1(,5714, ,1429)$$

Знаходимо відповідні частинні похідні другого порядку

$$z''_{xx} = (-2x + 1 + y)'_x$$

$$z''_{xy} = (-2x + 1 + y)'_y$$

$$z''_{yy} = (-4y + x)'_y$$

Одержані значення позначаємо А, В, С

$$A = z''_{xx} \quad A = -2$$

$$B = z''_{xy} \quad B = 1$$

$$C = z''_{yy} \quad C = -4$$

Складемо вираз

$$\Delta = \begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix}$$

$$\Delta = AC - B^2$$

Підставимо значення А, В, С в отриманий вираз

$$\Delta = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

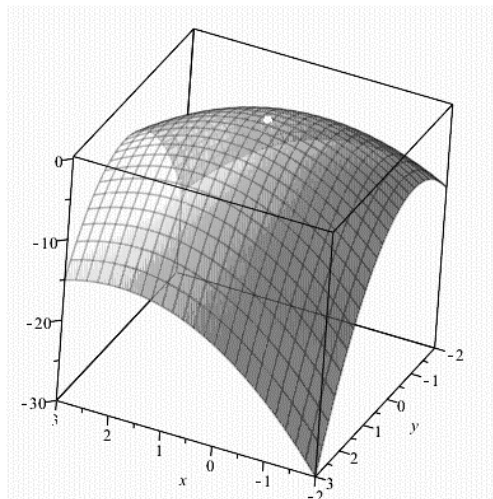
$$\Delta = 7$$

Обчислимо значення параметрів А, В, С та визначника для кожної знайденої точки і проаналізуємо отримані результати

Для точки M_1

$$A = -2, B = 1, C = -4, \Delta = 7$$

M_1 – точка максимуму



Якщо функція має і точку максимуму, і точку мінімуму, то недоліком стандартної процедури СКМ Maple є те, що не має команди, яка вказує на характер точки. Стандартна процедура розрахована уже на максимум або мінімум, тому доводиться вводити окремо процедуру на пошук точки максимум та окремо на пошук точки мінімуму. Авторський НМТ не прив'язується до характеру та кількості точок екстремуму, він надає можливість отримати одночасно усі можливі точки екстремуму та вкаже їх тип, достатньо лише задати досліджувану функцію.

Приклад 3. Наведемо фрагмент поверхні та характер точок екстремуму для функції $z = xy(3 - x - y)$

Дослідити на екстремум функцію двох змінних

$$z = xy(3 - x - y)$$

Розв'язання:

$$M_1(0, 0)$$

$$M_2(3, 0)$$

$$M_3(0, 3)$$

$$M_4(1, 1)$$

Для точки M_1

$$A = 0, B = 3, C = 0, \Delta = -9$$

M_1 не є точкою екстремуму

Для точки M_2

$$A = 0, B = -3, C = -6, \Delta = -9$$

M_2 не є точкою екстремуму

Для точки M_3

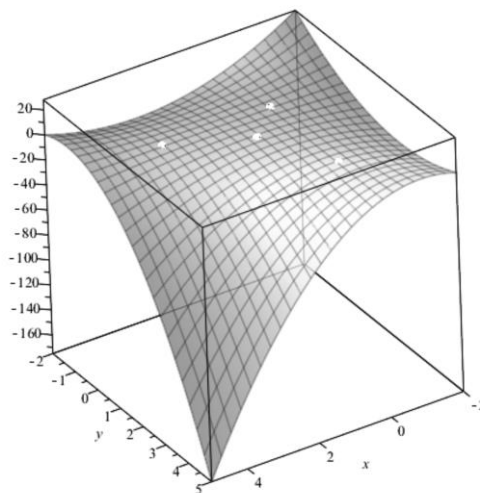
$$A = -6, B = -3, C = 0, \Delta = -9$$

M_3 не є точкою екстремуму

Для точки M_4

$$A = -2, B = -1, C = -2, \Delta = 3$$

M_4 – точка максимуму



Слід зауважити, що за наявності даного тренажера студент має змогу перевірити правильність своїх обчислень, а також наочно побачити поверхню функції та точки екстремуму. Крім того, наявність НМТ надає можливість проведення певних досліджень. Наприклад, студент може змінювати умову і шляхом багаторазового використання НМТ має можливість краще освоїти матеріал та розібратись з методом знаходження точок екстремуму функції двох змінних.

3. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Отже, використанням засобів ІКТ, зокрема СКМ та створених на їх основі інтелектуальних авторських тренажерів, суттєво впливає на зміст, методи, організаційні форми навчання методів обчислень та надає можливість підвищити рівень професійної підготовки та інформатичної культури студентів. Наявність розширеного варіанту запропонованого НМТ надає можливість студенту здійснювати самоконтроль і тим самим може бути застосований для кращого і більш швидкого самостійного опанування даного матеріалу. Проте обидва варіанти тренажера заслуговують на подальше дослідження з метою їх удосконалення та використання як під час аудиторної так і дистанційної роботи студентів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Slovak, K. I., Semerikov, S. O., Tryus, Yu. V. : Mobile mathematical environment: current state and development prospects. In: J. NaukovyiChasopys M.P. Dragomanov NP, series 2 “Computer Oriented Learning Systems”, vol. 19, № 12, 102-109 (2012) (in Ukrainian)
- [2] Биков В.Ю. Цифрова трансформація суспільства і розвиток комп’ютерно-технологічної платформи освіти і науки України. Матеріали методологічного семінару НАПН України “Інформаційно-цифровий освітній простір України: трансформаційні процеси і перспективи розвитку». 4 квітня 2019 р. / За ред. В.Г. Кременя, О.І. Ляшенка. К, 2019. С.20-26.
- [3] Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики / Жалдак М. І. // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання : [зб. наук. праць] / редкол. — К. : НПУ імені М. П. Драгоманова. — Вип. 7. — 2003. — С. 3–16.
- [4] Кіановська Н. М. Використання систем комп’ютерної математики у процесі навчання вищої математики студентів технічних ВНЗ / Н. М. Кіановська // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. - 2015. - Вип. 41. - С. 337-342. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Sitimn_2015_41_75.
- [5] Коломієць А. А. Застосування систем комп’ютерної математики у процесі фундаментальної математичної підготовки майбутніх інженерів [Текст] / А. А. Коломієць, Я. В. Крупський, В. О. Краєвський, І. А. Клеопа, Н. Б. Дубова // Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені М. Коцюбинського. Серія "Педагогіка і психологія". – Вінниця, 2019. – № 58. –С. 101-108.
- [6] Концепція розвитку дистанційної освіти в Україні (затверджено Постановою МОН України В. Г. Кременем 20 грудня 2000 р.). URL: <https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=emFraW5wcG8ub3JnLnVhfGRvfGd4OjU0Nzg0OTc5ZmU3OWJlYzA>
- [7] Михалевич В. М. Використання систем комп’ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ: монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – 279 с. ISBN 978-966-641-670-7.
- [8] Михалевич В. М. Використання системи комп’ютерної алгебри для висвітлення ключових ідей симплекс-алгоритму / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : [зб. наук. праць]. — Вип. IX. — Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2011. — С. 113–118.
- [9] Михалевич В. М. Організація самостійної роботи студентів шляхом використання системи комп’ютерної математики Maple / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, О. І. Тютюнник // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2014. — № 3. — С. 114–118.
- [10] Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків: монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. — Вінниця: ВНТУ, 2013. — 236 с. ISBN. — 978-966-641-539-7

EDUCATIONAL MAPLE-SIMULATOR FUNCTIONS OF TWO VARIABLES AS A MEANS OF ACTIVATION OF INDEPENDENT WORK OF STUDENTS IN THE CONDITIONS OF DISTANCE LEARNING**Krupskiy Yaroslav**

Candidate of pedagogical sciences, associate professor of mathematics and informatics
Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine
ORCID ID 0000-0001-6324-2697
kruyarik@gmail.com

Tytiynnyk Oksana

Candidate of pedagogical sciences, associate professor of high mathematics
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine
ORCID ID 0000-0002-8544-4246
tutunnik.oksana@gmail.com

Klieopa Irina

Assistant of the department of higher mathematics
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine
ORCID ID 0000-0001-8408-6515
paceka08@gmail.com

Abstract. In today's world, the rapid development of information technology and computerization of all areas of activity - scientific, educational, significantly increases the requirements for the introduction and systematic application of the latest information technology in the learning process. Mathematics as a discipline has great potential for the implementation of distance learning, as the use of computers provides an opportunity to strengthen the applied and practical orientation of the course of mathematics and creates conditions for the implementation of an individual approach at a qualitatively new level. An article on the problem of implementation and adaptation of the Maple computer mathematics system in the educational process of a higher education institution when teaching a higher mathematics course. It is noted that computer mathematics systems provide an opportunity to create a fundamentally different information and educational environment that optimizes the learning process, reducing the time to obtain a system of knowledge and skills in distance education. The operation of the standard procedure for finding the minimum function, which is built into the Maple computer mathematics system, is demonstrated. There are two variants of training software simulators, which are developed in the environment of the computer mathematics system Maple, for students to master the method of finding the extremum of the function of two variables. The abbreviated version of the training simulator allows the student to check his final answer and demonstrates the surface of the function and the point of extremum. The second simulator with a step-by-step list of the study of the function to the extreme gives the student the opportunity to check all their steps in the study of the function. The work of these simulators is studied on separate examples and the conclusion about positive effect from their use is made. The Maple computer mathematics system is an effective means of teaching mathematics to students in higher education.

Keywords: educational Maple-simulator, approximation by differential, increment of the one-variable function, typical problems of higher math, distance technology education.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

- [1] Slovak, K. I., Semerikov, S. O., Tryus, Yu. V.: Mobile mathematical environment: current state and development prospects. In: J. NaukovyiChasopys M.P. Dragomanov NP, series 2 "Computer Oriented Learning Systems", vol. 19, № 12, 102-109 (2012) (in Ukrainian)
- [2] Bikov V.Yu. Digital transformation of society and development of computer-technological platform of education and science of Ukraine. Proceedings of the methodological seminar of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine "Information and digital educational space of Ukraine: transformation processes and prospects for development." April 4, 2019 / Ed. V.G. Kremenya, OI Ляшенка. К, 2019. S.20-26.
- [3] Zhaldak M. I. Pedagogical potential of computer-oriented systems of teaching mathematics / Zhaldak M. I. // Computer-oriented systems of teaching: [collection. Science. works] / editor. - Kyiv: MP Drahomanov National Pedagogical University. - Vip. 7. - 2003. - P. 3-16.
- [4] Kiyanovska N. M. The use of computer mathematics systems in the process of teaching higher mathematics to students of technical universities / N. M. Kiyanovska // Modern information technologies and innovative teaching methods in training: methodology, theory, experience, problems. - 2015. - Vip. 41. - P. 337-342. - Access mode: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Sitimm_2015_41_75.
- [5] Kolomiets A. A. Application of computer mathematics systems in the process of fundamental mathematical training of future engineers [Text] / A. A. Kolomiets, Ya. V. Krupsky, V. O. Kraevsky, I. A. Kleopa, N. B. Dubova // Scientific Notes of Vinnytsia State Pedagogical University named after M. Kotsyubynsky. Series "Pedagogy and Psychology". - Vinnytsia, 2019. - № 58. -S. 101-108.
- [6] The concept of development of distance education in Ukraine (approved by the Resolution of the Ministry of Education and Science of Ukraine VG Kremen on December 20, 2000). URL: <https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=emFraW5wcG8ub3JnLnVhfGRvfGd4OjU0Nzg0OTc5ZmU3OWJlYzA>
- [7] Mikhalevich VM The use of computer mathematics systems in the process of learning linear programming of university students: a monograph / VM Mikhalevich, OI Tyutyunnik. - Vinnytsia: VNTU, 2016. - 279 p. ISBN 978-966-641-670-7.
- [8] Mikhalevich V. M. The use of computer algebra system to highlight the key ideas of the simplex algorithm / V. M. Mikhalevich, O. I. Tyutyunnik // Theory and methods of teaching mathematics, physics, computer science: [collection. Science. work]. - Vip. IX. - Kryvyi Rih: NMetAU Publishing Department, 2011. - P. 113-118.
- [9] Mikhalevich V. M. Organization of independent work of students by using the system of computer mathematics Maple / V. M. Mikhalevich, J. V. Krupsky, O. I. Tyutyunnik // Bulletin of the Vinnytsia Polytechnic Institute. - 2014. - № 3. - P. 114-118.
- [10] Mikhalevich V. M. Development of the Maple system in teaching higher mathematics to future mechanical engineers: monograph / V. M. Mikhalevich, Ya. V. Krupsky. - Vinnytsia: VNTU, 2013. - 236 p. ISBN. - 978-966-641-539-7.