

НАВЧАЛЬНИЙ MAPLE-ТРЕНАЖЕР ІЗ ЗАСТОСУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛА ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ ДО НАБЛИЖЕНИХ ОБЧИСЛЕНЬ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Запропоновано два варіанти навчальних програмних тренажерів, що розроблені в середовищі системи комп'ютерної математики Maple, для опанування студентами методу наближених обчислень із застосуванням диференціала функції однієї змінної. Досліджено роботу цих тренажерів на окремих прикладах та зроблено висновок про позитивний ефект від їх використання, а також про доцільність подальшого вдосконалення.

Ключові слова: навчальний Maple-тренажер, метод наближених обчислень, приріст функції, диференціал функції, типові задачі вищої математики.

Abstract

Two versions of educational software simulators were developed in the environment of the Maple computer mathematics system. The simulators are designed to improve the students' mastering of the method of approximate calculations using the approximation by differential for one-variable function. The work of these simulators was investigated on individual examples and a conclusion was made about the positive effect of their use, as well as the expediency of further improvement.

Keywords: educational Maple-simulator, approximation by differential, increment of the one-variable function, typical problems of higher math.

Вступ

Щороку збільшується кількість наукових та навчально-методичних праць, що присвячені питанням використання систем комп'ютерної математики (СКМ) у процесі навчання вищої математики. Розглянуто комп'ютерну підтримку розв'язання типових задач лінійної й векторної алгебри та аналітичної геометрії, теорії рядів, обчислення границь, знаходження похідних та інтегралів, розв'язання диференціальних рівнянь [1-8], дослідження операцій [9-14] та багато інших [15-24].

При цьому запропоновано велику кількість тренажерів для розв'язування типових задач вищої математики (ТЗВМ), або фрагменти програмного коду, що можуть бути використані під час створення вказаних тренажерів.

Під навчальними тренажерами розв'язування ТЗВМ будемо розуміти прикладне програмне забезпечення, що призначені для автоматизованого відтворення покрокового ходу розв'язання ТЗВМ з наявністю текстового коментаря. Під навчальними Maple-тренажерами – навчальні тренажери розв'язування ТЗВМ, що розроблені та функціонують у середовищі СКМ Maple [9]. Під ТЗВМ розуміються математичні задачі, уміння розв'язувати які передбачається засвоєним студентами матеріалом на рівні навичок у відповідності з навчальною програмою з дисципліни вищої математики для студентів відповідної спеціальності [2].

Вказані тренажери можуть бути важливим елементом відносно нового виду навчальних матеріалів - електронних освітніх ресурсів, що розроблено в середовищі СКМ [25-28].

В той же час не було розроблено вказаних тренажерів для кращого опанування матеріалом із застосування диференціала до наближених обчислень.

Метою роботи є розробка та аналіз навчального Maple-тренажера із застосування диференціала

функції однієї змінної до наближених обчислень.

Результати дослідження

Постановка задачі

Пропонується два варіанти програмного тренажера: у найбільш компактному вигляді, що може бути реалізований одним програмним рядком в середовищі СКМ Maple та більш розширений варіант, що призначений відтворювати покроковий хід розв'язування відповідних задач, як це викладено в статичних підручниках та посібниках.

Компактний варіант тренажера та приклади його застосування

```
restart:  
ApprByDiff:=(f,x)->f(x+Delta[x])=eval(f(x)+diff(f(x),x)*Delta[x]):  
ApprByDiff(y,x);
```

$$y(x + \Delta_x) = y(x) + \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) \Delta_x$$

Тут знак рівності слід розуміти як наближену рівність, оскільки нам невідомі способи запису в Maple наближених рівностей.

Приклад 1. Обчислити наближено $\sin(0.1)$.

Розв'язування.

```
ApprByDiff(z->sin(z),x);eq0:=%:  
subs(x=0,eq0);  
subs(Delta[x]=0.1,%);
```

$$\sin(x + \Delta_x) = \sin(x) + \cos(x) \Delta_x$$

$$\sin(\Delta_x) = \sin(0) + \cos(0) \Delta_x$$

$$\sin(0.1) = 0.1$$

Приклад 2. Обчислити наближено $\sqrt{0.15}$.

Розв'язування.

```
ApprByDiff(z->sqrt(z),x);eq0:=%:  
simplify(subs(x=25,eq0));  
lhs(%) [Delta[x]=1]=subs(Delta[x]=1,rhs(%));
```

$$\sqrt{x + \Delta_x} = \sqrt{x} + \frac{1}{2} \frac{\Delta_x}{\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{25 + \Delta_x} = 5 + \frac{1}{10} \Delta_x$$

$$\left(\sqrt{25 + \Delta_x} \right)_{\Delta_x=1} = 5.1$$

Приклад 3. Обчислити наближено $\ln(0.85)$.

Розв'язування.

```
ApprByDiff(z->ln(1+z),x);eq0:=%:  
simplify(subs(x=0,eq0));
```

```
lhs (%) [Delta[x]=-0.15]=subs (Delta[x]=-0.15, rhs (%) );
```

$$\ln(1+x+\Delta_x) = \ln(1+x) + \frac{\Delta_x}{1+x}$$

$$\ln(1+\Delta_x) = \Delta_x$$

$$\ln(1+\Delta_x)_{\Delta_x=-0.15} = -0.15$$

Запропонований варіант тренажера передбачає обізнаність користувача в сутності цього способу наближених обчисленнях. Крім того, він має сховані негативні особливості програмного коду, обговорення яких виходить за рамки цієї праці.

Розгорнутий варіант тренажера та приклади його застосування

```
restart:
ApprByDifE:=proc(f,X0,Dx)#X0 - точка x0, Dx - Delta[x];
local x,y;
printf(`Нехай дана функція`);
print(y=y(x));

printf(`Застосування диференціала до наближених обчислень
базується на наближеній рівності`);
print(Delta*y=dy);
printf(`де`);
print(Delta*y=y(x+Delta*x)-y(x));
print(dy=y*` ` (x)*dx);
printf(`У розгорнутому вигляді наближеною рівністю зручно
користуватися в такому вигляді`);
#ApprByDiff(y,x);
print(y(x+Delta[x])=y(x)+diff(y(x),x)*Delta[x]);
printf(`Останньою формулою зручно користуватися тоді, коли відомо
значення функції
в точці "x" і треба знайти її значення в точці
`);print(x+Delta*x*`.`);

printf(`В цьому прикладі`);
print(x=X0,Delta*x=Dx):
#f:=t->3^(1/t)+1/2^(2*t)+6^sqrt(t):
print(y=f(x));
printf(`Знайдемо диференціал функції`);
print(dy=diff(f(x),x)*dx);

printf(`Обчислимо значення функції та її диференціала в точці `);
print(x=X0);
print(y(x=X0)=f(X0));
print(dy[x=X0,Delta[x]=Dx]=eval(diff(f(x),x),x=X0)*[Dx]);

printf(`Отже, наближене значення`);
print(y(X0+Dx)=evalf(f(X0)+eval(diff(f(x),x),x=X0)*Dx));
printf(`Точне значення`);
print(y(X0+Dx)=evalf(f(X0+Dx)));
```

end proc:

Приклад 4. Обчислити наближено $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{90}\right)$.

Розв'язування.

ApprByDifE(t->sin(t), Pi/6, -Pi/90, x);

Нехай дана функція

$$y = y(x)$$

Застосування диференціала до наближених обчислень базується на наближеній рівності

$$\Delta y = dy$$

де

$$\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x)$$

$$dy = y'(x) dx$$

У розгорнутому вигляді наближеною рівністю зручно користуватися в такому вигляді

$$y(x + \Delta x) = y(x) + \left(\frac{d}{dx} y(x)\right) \Delta x$$

Останньою формулою зручно користуватися тоді, коли відомо значення функції в точці "x" і треба знайти її значення в точці

$$x + \Delta x.$$

В цьому прикладі

$$x = \frac{\pi}{6}, \Delta x = -\frac{\pi}{90}$$

$$y = \sin(x)$$

Знайдемо диференціал функції

$$dy = \cos(x) dx$$

Обчислимо значення функції в точці

$$x = \frac{\pi}{6}$$

та її диференціал

$$y\left(x = \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$dy_{x=\frac{\pi}{6}, \Delta x=-\frac{\pi}{90}} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \left[-\frac{\pi}{90}\right]$$

Отже, наближене значення

$$y\left(\frac{7\pi}{45}\right) = 0.4697700106$$

Точне значення

$$y\left(\frac{7\pi}{45}\right) = 0.4694715630$$

Приклад 5. Обчислити наближено $1.98^3 + 1.98^2 + 3$.

Розв'язування.

`ApprByDifE (t->t^3+t^2+3, 2, -0.02, x) ;`

Нехай дана функція

$$y = y(x)$$

Застосування диференціала до наближених обчислень базується на наближеній рівності

$$\Delta y = dy$$

де

$$\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x)$$

$$dy = y'(x) dx$$

У розгорнутому вигляді наближеною рівністю зручно користуватися в такому вигляді

$$y(x + \Delta_x) = y(x) + \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) \Delta_x$$

Останньою формулою зручно користуватися тоді, коли відомо значення функції

в точці "x" і треба знайти її значення в точці

$$x + \Delta x.$$

В цьому прикладі

$$x = 2, \Delta x = -0.02$$

$$y = x^3 + x^2 + 3$$

Знайдемо диференціал функції

$$dy = (3x^2 + 2x) dx$$

Обчислимо значення функції в точці

$$x = 2$$

та її диференціал

$$y(x = 2) = 15$$

$$dy_{x=2, \Delta_x = -0.02} = [-0.32]$$

Отже, наближене значення

$$y(1.98) = 14.68$$

Точне значення

$$y(1.98) = 14.682792$$

Розширений варіант тренажера містить стислі теоретичні відомості про сутність методу наближених обчислень, що застосовується та може бути застосований для кращого і більш швидкого опанування студентами прийомів наближених розрахунків.

Висновки

Із двох запропонованих тренажерів перевагу слід надати розширеному варіанту. Проте обидва варіанти заслуговують на подальше дослідження з метою їх удосконалення та використання як під час аудиторної так і самостійної роботи студентів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Михалевич В. М. Навчально-контролюючий Maple — комплекс з вищої математики / В. М. Михалевич // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. — 2004. — № 1. — С. 74–78.
2. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків : монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. — Вінниця: ВНТУ, 2013. — 236 с. ISBN. — 978-966-641-539-7.
3. Михалевич В.М. Елементарна математика. Алгебра. Новітні інформаційні технології навчання (Maple). Ч. 2. : практикум / В. М. Михалевич, А. Ф. Дода. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 160 с. (надрукований в 2011 р.)
4. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2011. — Т. 21 — № 1. — Режим доступу до журн. : <http://journal.iitta.gov.ua>.
5. Бондаренко З. В. Курс вищої математики з комп'ютерною підтримкою. Диференціальні рівняння : навч. посіб. / З. В. Бондаренко, В. І. Клочко. – Вінниця : ВНТУ, 2004. – 130 с.
6. Краєвський В. О. Спецкурс математичного аналізу. Диференціальні рівняння з частинними похідними та їх аналіз в системі Maple [Текст] : навч. посіб. / В. О. Краєвський, Н. В. Сачанюк-Кавецька ; Вінниц. нац. техн. ун-т. - Вінниця : ВНТУ, 2017.
7. Михалевич В. М. Організація самостійної роботи студентів шляхом використання системи комп'ютерної математики Maple / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, О. І. Тютюнник // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2014. — № 3. — С. 114–118.
8. Кугай Н. В., Калініченко М. М., Заїка О. В. Використання системи комп'ютерної математики Matlab у процесі розв'язування задач інтегрального числення (71-77). Восточно Европейский Научный Журнал. Педагогические науки. 2020/01/08; 52(7):71-77.
9. Михалевич В. М. Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ: монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – 279 с. ISBN 978-966-641-670-7.
10. Михалевич В. М. Проектування навчальних задач з лінійного програмування з використанням систем комп'ютерної математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, О.І. Тютюнник // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2013. — Т. 38 — № 6. — Режим доступу до журн. : <http://journal.iitta.gov.ua>.
11. Тютюнник О. І. Реалізація принципу наочності за допомогою засобів СКМ у процесі навчання лінійного програмування / О. І. Тютюнник, В. М. Михалевич // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб. наук. пр. – Випуск 36 / Редкол.: І.А. Зязюн (голова) та ін. – Київ-Вінниця : ТОВ фірма “Планер”, 2013, – С.434-440.
12. Кобильник Т. П. Методичні аспекти використання системи matha у процесі навчання дослідження операцій / Т. П. Кобильник, У. П. Когут // Інформаційні технології в освіті. - 2016. - Вип. 2. - С. 67-80. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/itvo_2016_2_8.
13. Архангельская Е. В. Возможности использования Microsoft Excel для разработки программных средств решения задач динамического программирования [Електронний ресурс] / Е. В. Архангельская // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2019. — Т. 72 — № 4. — Режим доступу до журн. : <http://journal.iitta.gov.ua>.
14. Шишкіна М. П. Використання хмаро орієнтованого компоненту на базі системи Matha у процесі навчання дослідження операцій / М. П. Шишкіна, У. П. Когут // Інформаційні технології і засоби навчання. - 2017. - Т. 57, вип. 1. - С. 154-172. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ITZN_2017_57_1_16.
15. Бедратюк, Л. П. Системи комп'ютерної алгебри Maple в елементарній теорії чисел / Л. П. Бедратюк, Г. І. Бедратюк // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – № 6/4 (66). – С. 10–13.

16. Клочко В. І. Вища математика з комп'ютерною підтримкою. Теорія функцій комплексної змінної : навч. посіб. / В. І. Клочко, С. А. Кирилашук — Вінниця: ПП «Торговий дім Едельвейс і К», 2010. – 128 с.
17. Словак К. І. Теорія та методика застосування мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей [Електронний ресурс] / Семеріков Сергій Олексійович, Словак Катерина Іванівна // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2011. – №1(21). – Режим доступу до журналу : <http://journal.iitta.gov.ua>
18. Кіяновська Н. М. Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання вищої математики студентів технічних ВНЗ / Н. М. Кіяновська // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. - 2015. - Вип. 41. - С. 337-342. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Sitimn_2015_41_75.
19. Семеніхіна, О. В. Застосування комп'ютерних математичних інструментів у процесі професійної підготовки майбутніх учителів математики / О. В. Семеніхіна, В. В. Прошкін // Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету. – 2018. – № 4. – С. 61–73.
20. Дерезь Є. В. Дослідження готовності студентів до використання комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / Є. В. Дерезь // Збірник наукових праць Дніпровського державного університету. - 2017. - Режим доступу: <http://sjdstu.dp.ua/index.php/sjdstu/article/view/153/163>
21. Коломієць А. А. Застосування систем комп'ютерної математики у процесі фундаментальної математичної підготовки майбутніх інженерів.. Застосування систем комп'ютерної математики у процесі фундаментальної математичної підготовки майбутніх інженерів [Текст] / А. А. Коломієць, Я. В. Крупський, В. О. Краєвський, І. А. Клеопа, Н. Б. Дубова // Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені М. Коцюбинського. Серія "Педагогіка і психологія". – Вінниця, 2019. – № 58. –С. 101-108.
22. Воевода, А. Л. Розвиток пізнавальної активності студентів в умовах використання комп'ютерних засобів навчання / А. Л. Воевода, О. І. Матяш // Зб. наук. пр. / Уманський держ. педуніверситет ім. П. Тичини. Спеціальний випуск. – К. : Міленіум, 2005. – С. 97-102.
23. Мороховець Г. Ю. Використання системи комп'ютерної математики MAPLE у навчанні медичній і біологічній фізиці / Г. Ю. Мороховець, М. С. Сасенко, Ю. В. Лисанець, О. В. Сілкова // Проблеми екології та медицини. – 2018. – Т. 22, № 1-2. – С. 60–62.
24. Бишевец Н. Г. Досвід застосування сучасних засобів навчання на практичних заняттях з теорії ймовірностей / Н. Г. Бишевец // Інформаційні технології в освіті. - 2017. - Вип. 2. - С. 95-108. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/itvo_2017_2_10
25. Михалевич В. М. Розробка електронних освітніх ресурсів в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, Ю. В. Добранюк // Математика та інформатика у вищій школі: виклики сучасності : зб. наук. праць за матеріалами Всеукр. наук.-практ. конф., 18-19 травня 2017 р. / М-во освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського [та ін.]. - Вінниця : ФОП Рогальська І. О., 2017. - С. 69-72. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmocv/index/pages/view/zbirn2018> Дата звернення: Черв. 2018
26. Михалевич В. М. Фрагменти електронних освітніх ресурсів з функції двох змінних в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Я. В. Крупський // <http://ir.lib.vntu.edu.ua/handle/123456789/15474>
27. Михалевич В. М. Курс математики для слухачів-іноземців в середовищі СКМ Maple. Алгебраїчні рівняння і системи рівнянь: Електронний освітній ресурс / В. М. Михалевич, Н. Б. Дубова, І. А. Клеопа – Вінниця : ВНТУ, 2019. – 64 с.
28. Михалевич В. М. Електронний освітній ресурс з курсу математики для слухачів-іноземців в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Н. Б. Дубова, І. А. Клеопа // Збірник наукових праць за матеріалами дистанційної всеукраїнської наукової конференції «Математика у технічному університеті XXI сторіччя», м. Краматорськ, 15–16 травня 2019 р. – Краматорськ : ДДМА, 2019. – С. 193-195.

Володимир Олексійович Гнідунець – студент групи ІКІ-20Б, факультет інформаційних технологій і комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: vgnidunec1ki20b@gmail.com

Владислава Сергіївна Ланова – студентка групи ІБС-20Б, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, email: tatlan@meta.ua

Науковий керівник: **Володимир Маркусович Михалевич** — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: vmykhal@gmail.com

Hnidunets Volodymyr O. – student of group ІКІ-20В, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: vgnidunec1ki20b@gmail.com

Lanova Vladyslava S. — student of group ІБС-20В, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: tatlan@meta.ua

Supervisor: **Mykhalevych Volodymyr M.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair for Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, vmykhal@gmail.com.