

# СТАТИСТИЧНІ МОДЕЛІ ТРИВАЛОСТІ МАШИННОГО ДОЇННЯ

П.І. Кулаков, Т.В. Гнесь

«Вінницький національний технічний університет», Вінниця, Україна

Тривалість машинного доїння є важливим параметром доїльної установки, який має домінуюче значення при визначенні її продуктивності [1, 2]. Складність визначення продуктивності установки в значній мірі зумовлено недосконалістю існуючих моделей тривалості машинного доїння. Виходячи з цього, подальше вдосконалення цих моделей є актуальним завданням. Невід'ємною складовою процесу машинного доїння є технологічний процес підготовки тварини. В роботі [3] розглянуто цей процес і пропонується вважати постійною його тривалість при розрахунках продуктивності доїльної установки. Це твердження не є коректним, тому як тривалість підготовки тварини є випадковою величиною, яка залежить від ряду факторів об'єктивного і суб'єктивного характеру. Інтервал часу, за який здійснюється видоювання тварини, також є випадковою величиною. Він залежить від принципу розподілу тварин за групами, алгоритму роботи доїльного апарату, типу доїльної установки і т. д. У роботі [1] наводяться результати досліджень, на основі яких пропонується вважати тривалість видоювання розподіленою за логнормальним законом. За спостереженнями авторів, закон розподілу часу видоювання тварини наближається до логнормального, якщо тварини розподілені на велику кількість груп у відповідності до стадії їх лактаційного періоду, що на практиці виконується дуже рідко. На основі досліджень, проведених авторами, встановлено, що закон розподілу часу  $t_p$  підготовки тварини до доїння наближається до хі-квадрат розподілу, який визначається виразом [4]

$$p_{PD}(t) = \frac{t^{k/2-1} e^{-t/2}}{2^{k/2} \Gamma(k/2)}, \quad (1)$$

де  $t$  - час;  $k$  - параметр закону розподілу;  $\Gamma(z)$  - гамма-функція Ейлера;

Для хі-квадрат розподілу математичне очікування визначається виразом

$$M_{PD} = \int_0^{+\infty} \frac{t^{k/2} e^{-t/2}}{2^{k/2} \Gamma(k/2)} dt = k, \quad (2)$$

а дисперсія

$$D_{PD} = \int_0^{+\infty} \frac{(t-k)^2 t^{k/2-1} e^{-t/2}}{2^{k/2} \Gamma(k/2)} dt = 2k. \quad (3)$$

При використанні доїльного апарату без функції керування доїнням, після вдягання доїльних стаканів, дояр візуально оцінює процес доїння і за певними ознаками робить висновок про необхідність його завершення. У цьому випадку, час доїння  $t_{TD}$  є випадковою величиною. При використанні доїльного апарату з функцією керування доїнням, після одягання доїльних стаканів дояр запускає доїльний апарат, який протягом часу  $t_s$  здійснює стимуляцію вимені. Після закінчення стимуляції відбувається перехід до некерованого доїння протягом часу  $t_{ND}$ . Далі здійснюється перехід до керованого доїння, яке має випадкову тривалість  $t_{KD}$ . Після зниження інтенсивності молоковиділення, відбувається перехід до додоювання, яке триває протягом часу  $t_M$ . Авторами встановлено, що розподіл часових інтервалів  $t_{TD}$  та  $t_{KD}$  наближається до гамма-розподілу і визначається виразом [4]

$$p_{TD}(t) = \frac{t^l e^{-t/m}}{m^{l+1} \Gamma(l+1)}, \quad (4)$$

де  $l$ ,  $m$  - параметри розподілу;

Математичне очікування для гамма-розподілу визначається виразом

$$M_{TD} = \int_0^{+\infty} \frac{t^{l+1} e^{-t/m}}{m^{l+1} \Gamma(l+1)} dt = m(l+1), \quad (5)$$

а дисперсія

$$D_{TD} = \int_0^{+\infty} \frac{(t - m(l+1))^2 t^l e^{-t/m}}{m^{l+1} \Gamma(l+1)} dt = m^2 (l+1). \quad (6)$$

При використанні доїльного апарату без функції керування доїнням, час доїння визначається як сума двох випадкових часових інтервалів

$$t_{N-D} = t_p + t_{TD}. \quad (7)$$

Закон розподілу цієї суми  $p_D(t)$  знаходиться за допомогою інтегралу згортки [5]

$$p_D(t) = p_{PD}(t) * p_{TD}(t) = \int_0^{+\infty} \frac{\tau^{k/2-1} (t-\tau)^l e^{-(2t+\tau(m-2))/2m}}{2^{k/2} m^{l+1} \Gamma(l+1) \Gamma(k/2)} d\tau. \quad (8)$$

Наведений інтеграл аналітично не визначається і розраховується тільки за допомогою чисельних методів. Математичне очікування тривалості доїння визначається за виразом

$$M_{N-D} = m(l+1) + k, \quad (9)$$

а дисперсія

$$D_{N-D} = m^2(l+1) + 2k. \quad (10)$$

Час доїння з використанням доїльних апаратів з функцією керування доїнням визначається як сума

$$t_{K-D} = t_p + t_s + t_{ND} + t_{KD} + t_M. \quad (11)$$

Випадковими величинами у виразі (11) є час підготовки тварини та час керованого доїння, закон розподілу суми яких визначається (8). Математичне очікування часу доїння з використанням доїльних апаратів з функцією керування доїнням визначається виразом

$$\dot{i}_{K-D} = t_s + t_{ND} + t_M + m(l+1) + k, \quad (12)$$

а дисперсія

$$D_{K-D} = m^2(l+1) + 2k. \quad (13)$$

При використанні доїльного робота тривалість підготовки тварини до доїння є детермінованою величиною  $t_p$ . Таким чином, тривалість доїння визначається як сума

$$t_{R-D} = t_p + t_s + t_{ND} + t_{KD} + t_M, \quad (14)$$

математичне очікування цього часу визначається виразом

$$M_{R-\bar{A}} = t_p + t_s + t_{ND} + m(l+1) + t_M, \quad (15)$$

а дисперсія

$$D_{R-D} = m(l+1). \quad (16)$$

Вирази (7) – (10) описують статистичну модель тривалості доїння при використанні доїльного апарату без функції керування доїнням, вирази (11) – (13) – при використанні апарату з функцією керування доїнням, вирази (14) – (16) - при використанні доїльного робота. На основі проведених досліджень встановлено, що часовий інтервал підготовки тварин до доїння має хі-квадрат розподіл, а часовий інтервал тривалості доїння при використанні доїльних апаратів без функції управління доїнням та часовий інтервал керованого доїння при використанні доїльних апаратів з функцією керування доїнням мають гамма-розподіл. Отримано вирази, які описують статистичну модель тривалості машинного доїння при використанні доїльного робота, доїльного апарату без функції керування доїнням, доїльного апарату з функцією керування доїнням.

## Література

1. Цой, Ю. А. Процессы и оборудование доильно-молочных отделений животноводческих ферм [Текст] / Ю. А. Цой. - М. : ГНУ ВИЭСХ, 2010. - 424 с.
2. Каталог продуктов и услуг ДеЛаваль [Текст], 2011 – 372 с.
3. Де Монмоллен, Н. Системы «человек-машина» [Текст] / Н. Де Монмоллен, - М.: Мир, 1973, 256 с.
4. Тихонов, В. И. Статистическая радиотехника [Текст] / В. И. Тихонов. - М. : Радио и связь, 1982. - 624 с.
5. Справочник по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : справочник / В. С. Королюк, Н. И. Портенко, А. В. Скороход, А. Ф. Турбин. - М. : Наука, 1985. - 640 с.