

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

В. В. Кухарчук, Ю.Г. Ведміцький, В.Ф. Граняк

**ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ОБЕРТАЛЬНОГО
РУХУ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ
ЕНЕРГІЇ В ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМАХ РОБОТИ**

Монографія

**ВІННИЦЯ
ВНТУ
2018**

УДК 681.518.3.08
К

Рецензенти:

Квасніков В. П., доктор технічних наук, професор
Кучерук В.Ю., доктор технічних наук, професор

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 1 від 29 серпня 2018 року).

Кухарчук В. В., Ведміцький Ю.Г., Граняк В. Ф.
К Вимірювання параметрів обертального руху електромеханічних перетворювачів енергії в перехідних режимах роботи. **Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2018. – 155 с.**

ISBN

Монографія містить елементи теорії вимірювального перетворення таких параметрів обертального руху як кутове положення, кутова швидкість та биття. Пропонуються нові математичні моделі вимірювального перетворення параметрів обертального руху в значення струму на виході позиційно-чутливого елемента і описано ці фізичні процеси системою диференціальних рівнянь, яка враховує динамічні властивості засобу контролю. Показано, що застосування розроблених засобів контролю дозволяє розширити діапазон вимірювань інформативних параметрів та підвищити вірогідність контролю.

Монографія розрахована на інженерів, аспірантів та студентів вищих навчальних закладів, що спеціалізуються в галузі експериментальної інформатики.

УДК 681.518.3.08

ISBN

© В. В. Кухарчук, Ю.Г.Ведміцький, В. Ф. Граняк 2018

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	6
ВСТУП.....	7
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ ІНФОРМАТИВИХ ПАРАМЕТРІВ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ.....	.9
1.1 Загальна характеристика параметрів обертального руху.....	9
1.2 Особливості контролю параметрів обертального руху.....	10
1.2.1 Вимірювання кутових переміщень.....	11
1.2.2 Вимірювання кутової швидкості.....	13
1.2.3 Основні положення теорії моментів інерції.....	14
1.3 Особливості побудови засобів вимірювання параметрів обертального руху.....	16
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ЕНЕРГІЇ.....	19
2.1 Класифікація та аналіз математичних моделей.....	19
2.2 Математична модель асинхронного двигуна.....	21
2.3 Математична модель синхронного двигуна.....	29
2.4 Математична модель двигуна постійного струму.....	33
2.5 Математична модель крокового двигуна.....	36
РОЗДІЛ 3. АНАЛІЗ ПЕРВИННИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ.....	47
3.1 Класифікація оптичних вимірювальних перетворювачів параметрів обертального руху.....	47
3.2 Фотоелектричні вимірювальні перетворювачі.....	49
3.2.1 Принцип дії перетворювачів кутових положень.....	51
3.2.2 Математична модель взаємодії об'єкту вимірювання і фотоелектричного сенсора.....	54
3.3 Метод просторової модуляції для вимірювання параметрів обертального руху.....	59
3.3.1 Узагальнена математична модель вимірювального перетворення в оптичній системі.....	61
3.3.2 Оцінка функцій впливу неінформативних параметрів.....	65
3.3.3 Математичні моделі оптико-механічного дефлектора...	69
3.3.4 Математична модель засобу вимірювання кутових параметрів.....	74

3.3.4.1	Математична модель вимірювального перетворення параметрів обертального руху в динамічному режимі.....	74
3.3.4.2	Дослідження перехідної та імпульсної характеристик.....	78
3.3.4.3	Уточнені математична і електрична моделі позиційно чутливого детектора.....	82
3.3.4.4	Позиційно чутливий датчик, як електрична система з розподіленими параметрами.....	83
3.3.4.5	Позиційно чутливий датчик, як електрична система з зосередженими параметрами.....	86
3.4.	Математичні моделі і принцип дії ємнісного акселерометра...	89
3.4.1	Математичні та електричні моделі мікромеханічного ємнісного акселерометра.....	90
3.4.1.1	Уточнені математична та електрична моделі мікромеханічного ємнісного акселерометра.....	91
3.4.1.2	Спрощені математична та електрична моделі мікромеханічного ємнісного акселерометра.....	95
3.5.	Математична модель та принцип дії сенсора аксіальних зміщень.....	97
3.5.1	Типи, принцип дії та конструкція накладних вихрострумівих вимірювальних перетворювачів осьових зміщень.....	97
3.5.2	Математичні моделі накладних вихрострумівих вимірювальних перетворювачів.....	100
3.5.2.1	Математична модель накладного параметричного вихрострумівого вимірювального перетворювача.....	100
3.5.2.1	Математична модель накладного трансформаторного вихрострумівого вимірювального перетворювача.....	101
РОЗДІЛ 4. ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ.....		104
4.1	Архітектура побудови оптико-електронних засобів вимірювання параметрів обертального руху.....	104
4.1.1	Алгоритм роботи засобу контролю параметрів обертального руху.....	105

4.1.2 Виведення функції перетворення засобу вимірювання...	107
4.1.3 Визначення діапазону вимірювання.....	109
4.1.4 Експериментальні дослідження.....	110
4.2 Мікропроцесорний засіб вимірювання кутової швидкості з фотоелектричним сенсором.....	116
4.3. Мікропроцесорний засіб вимірювання ковзання.....	120
4.4. Мікропроцесорний засіб вимірювання моменту інерції і динамічного моменту.....	121
4.5 Мікропроцесорний засіб вимірювання кутового положення....	125
4.6 Вимірювання вібрацій.....	129
4.7 Вимірювання осьових зміщень.....	132
4.7.1 Фазовий безконтактний метод та засіб вимірювання осьових зміщень ротора електричних машин.....	133
4.7.2 Удосконалений вихрострумний метод та засіб вимірювання осьового зміщення ротора електричних машин.	140
ВИСНОВКИ.....	147
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	149

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

АЦП	аналоґо-цифровий перетворювач
БП	блок підсилення
ВВП	вихроструманий вимірювальний перетворювач
ВП	вимірювальний перетворювач
ЕРС	електрорушійна сила
ЗВ	засіб вимірювання
ЗК	засіб контролю
КМОН	комплементарний метало-оксидний напівпровідник
МХ	метрологічні характеристики
НВЧ	надвисокі частоти
ОЗП	оперативний запам'ятовувальний пристрій
ОР	обертальний рух
ПВЗ	пристрій вибірки зберігання
ПЗЗ	пристрій з зарядовим зв'язком
ПЧД	позиційно-чутливий детектор
ПЧП	позиційно-чутливий перетворювач
СВД	світловипромінювальний діод
СКВ	середньоквадратичне відхилення
ТП	тахометричний перетворювач
УФ	ультрафіолетовий
ФП	фотоприймальний пристрій
ФТ	фототранзистор

ВСТУП

Розширення діапазону, підвищення точності вимірювань і вірогідності контролю об'єкта, що досліджується, завжди залишається важливою науково-технічною задачею. У випадку, коли неможливо з достатньою точністю аналітично описати параметри об'єкта контролю, експериментальні дослідження є єдиним способом одержання вимірювальної інформації, а вірогідність контролю – єдиною кількісною оцінкою відповідності результату контролю дійсному стану об'єкта. До таких параметрів відносять і параметри обертального руху: кутове положення, кутова швидкість, биття ротора. Оскільки операції порівняння з нормою передують операції порівняння зі зразковою величиною, то для кількісної оцінки параметрів обертального руху застосовують різноманітні засоби вимірювань, але обов'язковими їхніми складовими є об'єкт контролю, елементи спряження з сенсором, засіб вимірювання електричної величини (вимірювальний канал). У теперішній час застосовують як контактні, так і безконтактні засоби контролю виділених інформативних параметрів. Відсутність елементів спряження сенсора з об'єктом в безконтактних засобах контролю забезпечує відсутність впливу інерційних властивостей сенсора, похибки ексцентриситету, перехідного процесу муфти спряження на результати вимірювань. Але такі засоби не забезпечують необхідну роздільну здатність z (кількість вимірюваних значень за один оберт валу об'єкта контролю) і тому їх не використовують для динамічних вимірювань параметрів обертального руху (ОР) є обмеженим.

Контактні засоби контролю характеризуються достатньо високою роздільною здатністю ($z \leq 10000$), завдяки чому забезпечуються прийнятні метрологічні характеристики як в статичному, так і в динамічному режимах роботи об'єкту. Але наявність перехідного процесу муфти спряження призводить до обмеження нижньої межі вимірювань кутової швидкості $\omega_{\min} \leq 20 \dots 50$ об/хв і появи похибки ексцентриситету. Інерційні властивості сенсора та муфти спряження є причиною появи динамічної похибки. Конструктивні особливості таких сенсорів також значно обмежують і верхню межу вимірювань кутової швидкості $\omega_{\max} \leq 5000 \dots 10000$ об/хв.

Контроль кутового положення, наприклад, крокового двигуна, за рахунок тривалості перехідного процесу муфти спряження призводить до невиправданого зменшення швидкодії. Крім того, така конструкція (муфта спряження – сенсор) ускладнюють контроль параметрів ОР в умовах експлуатації, коли вихідний вал тіла обертання з'єднано з навантаженням.

Тому створення засобів контролю, які би забезпечували високу точність, малу інерційність, широкий діапазон вимірювань є важливою і актуальною задачею. Одним із шляхів вирішення цієї задачі є розробка такого методу і мікропроцесорного засобу контролю параметрів ОР, яким були б

властиві переваги відомих безконтактних засобів та відсутні недоліки контактних.

Метою цієї роботи є підвищення вірогідності контролю і розширення діапазону вимірювань параметрів обертального руху за допомогою оптико-електронних засобів на основі безконтактного методу просторової модуляції.

Монографія складається зі вступу і чотирьох розділів та містить бібліографічний список із 95 найменувань.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ІНФОРМАТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ

ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

1.1 Загальна характеристика параметрів обертального руху

Положення твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, визначається кутом повороту φ , тобто двограним кутом між двома площинами, що проходять через вісь обертання, з яких одна нерухома, а інша жорстко закріплена з твердим тілом і обертається разом з ним. Під час обертання кут повороту φ є функцією часу

$$\varphi = f(t). \quad (1.1)$$

Дане рівняння називають рівнянням обертання. Якщо воно задане, то для будь-якого моменту часу t можна визначити значення кута φ , що визначає положення тіла. Якщо взяти два моменти t і $t + \Delta t$ часу і розкласти $f(t)$ в степеневий ряд по приросту Δt , отримаємо [1, 2]

$$f(t + \Delta t) = f(t) + f'(t)\Delta t + f''(t)\frac{\Delta t^2}{2} + \dots \quad (1.2)$$

Приріст $\Delta\varphi = f(t + \Delta t) - f(t)$ за проміжок часу запишеться таким чином [1, 2]:

$$\Delta\varphi = \omega(t)\Delta t + \varepsilon(t)\frac{\Delta t^2}{2} + \dots, \quad (1.3)$$

де $\omega(t)$ – кутова швидкість у момент часу t ;

$\varepsilon(t)$ – кутове прискорення у момент часу t .

Членами рівності, що мають у своєму складі Δt вище другого ступеня, в першому наближенні можна знехтувати [1, 2]. Поділивши обидві частини (1.3) на Δt , отримаємо

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega(t) + \varepsilon(t)\frac{\Delta t}{2} + \dots \quad (1.4)$$

Кутова швидкість дорівнює похідній кута повороту за часом:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (1.5)$$

Якщо $\omega = \text{const}$ – обертання є рівномірним. У цьому випадку рівняння обертання матиме вигляд [2]:

$$\varphi = \omega t + \varphi_0, \quad (1.6)$$

де φ_0 – початковий кут повороту.

При нульових початкових умовах рівняння рівномірного обертання прийме такий вигляд [2]:

$$\varphi = \omega t . \quad (1.7)$$

Якщо кутова швидкість змінюється в часі, то величина [2]

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varepsilon \quad (1.8)$$

відображає собою кутове прискорення тіла в даний момент часу.

Обертання, під час якого кутова швидкість є лінійною функцією часу, називають рівнозмінним [2]. Рівняння обертання матиме вигляд

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon \frac{t^2}{2}, \quad (1.9)$$

де φ_0 – початковий кут повороту;

ω_0 – початкова кутова швидкість;

ε – постійне кутове прискорення.

За основну одиницю кутової швидкості прийнято рад/с. На практиці часто використовують термін частота обертання n – величина, яка дорівнює відношенню кількості обертів, здійснених тілом, до часу обертання [3-5].

1.2 Особливості вимірювання параметрів обертального руху

Високоточний контроль та вимірювання кута повороту, кутової швидкості, биття та вібрації об'єктів обертання має велике значення для забезпечення якісної та надійної роботи багатьох електротехнічних комплексів та систем. В якості об'єктів обертання тут розглядаються різноманітні тіла, наприклад, ротори або вали електричних двигунів змінного та постійного струму, роторні системи з газоманітним підвісом, турбіни, гідрогенератори тощо.

Складним завданням залишається високоточний контроль та вимірювання параметрів обертального руху в динамічному режимі роботи. Контроль кутових параметрів у динамічному режимі має ряд особливостей [6-16]. По-перше, це необхідність отримання великої кількості вимірювальної інформації за короткий проміжок часу. Тобто існує необхідність сумісних вимірювань кутового положення, швидкості обертання, биття і вібрації у широкому діапазоні їх зміни. Крім того, необхідно відслідковувати зміну інформативних параметрів у часі та виявляти так звані «синхронні провали», що суттєво впливають на якість роботи обладнання. Процедура контролю основана на попередньому вимірювальному перетворенні неелектричної величини в електричну, тому спершу виникає необхідність детального аналізу відомих вимірювальних перетворювачів параметрів обертального руху.

1.2.1 Вимірювання кутових переміщень

Перетворювачі кутових переміщень надзвичайно поширені в практиці вимірювань механічних величин. У ряді галузей техніки до цих перетворювачів пред'являються досить часто суперечливі вимоги до точності, чутливості, діапазону і швидкодії вимірювального перетворення, високої надійності та малих габаритних розмірів, конструктивної адаптивності до об'єкту контролю, спеціальні вимоги.

Досить часто застосовуються багатополюсні обертові трансформатори, індукційні редуктосини, кругові індуктосини, фазові перетворювачі кута з обертовим модулятором [1, 12, 16], фотоелектричні перетворювачі [16-11, 13] й ін.

Багатополюсні обертові трансформатори мають одно- або двохфазні обмотки на роторі і двофазні обмотки на статорі, тобто вимагають наявності контактів при необмеженому куті повороту ротора [1]. Для них характерними є малий коефіцієнт ослаблення вихідного сигналу, тобто відношення напруги живлення до максимального значення вихідної напруги дорівнює 2 – 10.

Індукційні редуктосини відрізняються від багатополюсних обертових трансформаторів тим, що як первинна, так і двофазна вторинна обмотки розташовані в пазах статора, а ротор являє собою зубчасте колесо. Основною перевагою індукційного редуктосина є його безконтактність. Ослаблення вихідного сигналу в редуктосинах більше ніж у багатополюсних обертових трансформаторах. При малій площі паза статора коефіцієнт ослаблення сигналу досягає приблизно 40. В індукційних редуктосинах існують властиві їм додаткові джерела похибок, що вимагають для їхнього зменшення спеціальних методів проектування і виготовлення [1].

Створюються також перетворювачі з багатополюсними друкованими обмотками. Такі перетворювачі кутових переміщень відомі як індуктосини. Торцеві друковані обмотки створюються на ізоляційній основі. При цьому можна збільшити електричну редукцію при малих габаритах, завдяки чому за умови виконання інших конструктивних і технологічних вимог вдається підвищити точність перетворювачів [1, 17]. Однак коефіцієнт ослаблення сигналу в них значний і може досягати 8000.

Завдяки відсутності цілого ряду джерел похибок, властивих перерахованим перетворювачам з електричною редукцією, практичний інтерес представляє також застосування фазових перетворювачів кута з обертовим модулятором. Можливість збільшення електричної редукції при малих габаритах дозволяє одержати високу точність таких перетворювачів. Їхнім недоліком вважають складність конструкції, пов'язану з необхідністю мати подвоєний сенсор опорного каналу і синхронний двигун для обертання роторів. Ці перетворювачі за принципом дії є генераторними. Живлення здій-

снюється від джерела постійного струму, а на виході виділяється змінна складового сигналу, амплітуда якого може досягати 0,5 В. У даному випадку існують свої джерела похибок, що відносяться до цього типу перетворювачів з електричною редукацією [1, 18].

Відсутність обмоток, можливість одержання високої точності за рахунок збільшення коефіцієнта електричної редукації при малих габаритах, різні методи перетворення кута в електричні сигнали й інші технологічні і конструктивні особливості сприяють широкому застосуванню фотоелектричних перетворювачів кутових переміщень [1, 2, 19-23]. Найбільше поширення отримали перетворювачі послідовного відліку накопичувального типу та перетворювачі зчитування.

У перетворювачах послідовного відліку перетворюваний кут розбивається на рівні одиничні прирости, кожному з яких відповідає одиниця молодшого розряду двійкового коду. Числовий еквівалент отримують підрахунком кількості одиничних приростів у діапазоні зміни кута. В накопичувальних перетворювачах послідовного відліку відбувається алгебраїчне додавання числа, що відповідає попередньому значенню кута, до кількості приростів, що відповідають даному значенню кута, тобто відбувається накопичення приростів. Такі перетворювачі дозволяють отримати досить високу точність і швидкодію. Однак цим перетворювачам притаманні додаткові похибки перетворення при втраті або появі «зайвих» імпульсів, що відповідають одиничному приросту кута [1, 3, 18]. Крім того, при перетворенні кута від заданого нульового положення необхідна додаткова операція переходу через це положення.

У перетворювачах зчитування кожному значенню кута, що перетворюється, відповідає повне значення числового еквівалента. Двійковий код задається непрозорими і прозорими ділянками растрової доріжки. Для усунення похибки неоднозначності користуються кодовими масками Грея. Тому такі позиційні перетворювачі забезпечують високу інформаційну надійність, дозволяють отримати вихідні сигнали без додаткових операцій переміщення, мають високу точність перетворення, стійкість до зовнішніх впливних величин. Недоліком є відносна складність виготовлення, особливо високоточних перетворювачів [1, 3, 18].

1.2.2 Вимірювання кутової швидкості

Засіб вимірювання (ЗВ) кутової швидкості ще називають тахометром. Відомі тахометри основані на трьох принципах вимірювання кутової швидкості [3]:

– вимірюється приріст часу Δt , за який точка об'єкту, що обертається, повернеться на фіксований кут $\Delta\varphi$. Кутова швидкість розраховується за формулою (1.5);

– вимірюється кут $\Delta\varphi$, на який точка об'єкта, що обертається, повернеться за фіксований проміжок часу Δt . Кутова швидкість також розраховується за виразом (1.5);

– значення кутової швидкості безпосередньо перетворюється в іншу фізичну величину, яка вимірюється вторинним засобом вимірювань, і опосередковано отримують результат.

Вимірювальні пристрої, що здійснюють перетворення кутової швидкості, кута повороту, часу, за який відбувається поворот на фіксований кут, в іншу фізичну величину, називають тахометричними перетворювачами (ТП).

Для вимірювання кутової швидкості часто застосовують тахогенератори постійного і змінного струму, частотні фотоелектричні ТП, растрові, волоконно-оптичні на основі ефекту Саньяка, магнітоелектричні та електромагнітні ТП, ТП на основі ефекту Холла. Один з найбільш точних методів вимірювання кутової швидкості є накопичувальні кодувальні перетворювачі та перетворювачі зчитування [3, 6-26].

У теперішній час за допомогою будь-якого одного тахометра неможливо з високою точністю виконувати вимірювання в усіх діапазонах можливої зміни кутових швидкостей та у різних режимах роботи об'єкту. Тому тахометри створюються як спеціалізовані технічні засоби, призначені для покриття тільки певних ділянок діапазону. Дана обставина зумовлює велику кількість ТП і тахометрів на їхній основі.

Тахогенератори застосовують для вимірювання частоти обертання будь-якого вала в діапазоні 0 – 10000 об/хв. Однак вихідна характеристика тахогенератора має зону нечутливості, що зумовлена впливом опору щіткового контакту. Реальна вихідна характеристика є нелінійною внаслідок наявності магніторушійної сили реакції якоря, що послаблює потік збудження. Відхилення від лінійності через розмагнічувальну дію якоря визначає першу складову похибки тахогенератора. Друга складова зумовлена наявністю перехідного контакту між колектором і щітками [26].

Частотні ТП здійснюють перетворення швидкості обертання в послідовність імпульсів, частота яких пропорційна вимірюваній швидкості. Частотні ТП поєднують простоту і універсальність, притаманну аналоговим пристроям, з точністю і завадостійкістю, що характерні для сенсорів з кодовим виходом. До частотних ТП відносяться фотоелектричні, оптикоелектронні, магнітоелектричні та електромагнітні ТП [3, 12, 15-23].

Серед частотних ТП можна виділити растровий ТП, який має високу роздільну здатність (від 1000 – 250000 імпульсів за один оберт) [3, 12, 15]. Іншим ефективним частотним ТП для вимірювання низьких частот обертання в діапазоні 10^{-3} – 1 об/хв є волоконно-оптичні ТП на основі ефекту Саньяка. До переваг слід віднести високу точність не більше 0,5%, роздільну здатність 10^5 – 10^6 імпульсів за оберт, здатність вимірювати в важко-

доступних місцях, в умовах підвищеної радіації, високих температур тощо [2].

У ряді практичних застосувань, при вимірюванні середньої частоти обертання можуть застосовуватись більш дешеві перетворювачі, ніж ті, що використовуються в оптичних і магнітних кодувальних пристроях. Електромагнітні ТП є надійними, простими, дешевими і можуть функціонувати в температурному діапазоні $-50 \div +100^\circ\text{C}$ [12]. Але внаслідок залежності вихідного сигналу від швидкості обертання діапазон вимірюваної швидкості обмежений: знизу на рівні 10 Гц, а зверху – 10 кГц.

Розповсюдженими є також ТП на основі ефекту Холла. Такі ТП мають просту конструкцію, забезпечують відносну похибку $0,5 \div 1\%$ в діапазоні вимірювання до 10000 об/хв. Недоліками є низька надійність, чутливість до завад і впливу навколишнього середовища [3].

Один з найбільш точних і прямих методів вимірювання положення вала засновано на використанні тахометричних перетворювачів просторового кодування. В ТП просторового кодування інформацію про кутову швидкість отримують шляхом диференціювання коду кутового переміщення вала в часі. Просторовий параметр (кутове переміщення) визначають за допомогою кодувальної маски, оснащеної зчитувальним пристроєм [3, 15-23]. Для побудови ТП просторового кодування використовують накопичувальні кодові перетворювачі кута і перетворювачі зчитування, розглянуті в п. 1.2.1.

Точність ТП просторового кодування визначається точністю виготовлення маски, точністю зчитування інформації та точністю виконання операції диференціювання. Основною похибкою є похибка диференціювання. Крім того, операція диференціювання знижує швидкодію ТП, а роздільна здатність залежить від швидкості.

Актуальною задачею є можливості контролювати, крім кутової швидкості та кута повороту, інших параметрів, що впливають на якість роботи обладнання, а саме, биття і вібрація об'єктів обертання.

1.2.3 Основні положення теорії моментів інерції

Геометрія мас. Геометрія мас, як спеціальний розділ теоретичної механіки, вивчає розподіл матеріальних мас механічних систем в просторі і об'єднує в собі ряд теорій, які своїм предметом мають теоретичні та ек-

периментальні дослідження сум виду $\sum_{k=1}^n f(x_k, y_k, z_k) m_k$, поширених на всі

утворюючі систему матеріальні точки за умови її дискретного подання. У випадку суцільних тіл чи неперервних середовищ об'єктами дослідження

стають інтеграли $\iiint_V f(x, y, z) \rho(x, y, z) dx dy dz$. Назва «геометрія мас» запропонована в 1857 році французьким вченим Атоном де ля Гупієром.

Теорія моментів інерції. Теорія моментів інерції є складовою геометрії мас і вивчає такі вищенаведені суми та інтеграли, які утворюються в припущенні, що функція $f(x, y, z)$ є цілою функцією другої степені відносно координат [1-14, 24, 27-31]. Тому предметом дослідження теорії моментів інерції є момент другого порядку, який називають моментом інерції. Вперше величини, подібні моментам інерції, були отримані в 1673 р. в роботах Хр. Гюйгенса, а сам термін «момент інерції» був введений в 1749 р. Л. Ейлером. Він же сформулював фундаментальні положення та теореми, що власне і утворили основу теорії моментів інерції.

Момент інерції відносно осі. Моментом інерції дискретної системи відносно осі (осьовим моментом інерції) називається скалярна величина, яка дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок цієї системи на квадрати їх відстаней до осі [27-29]

$$J = \sum_{k=1}^n r_k^2 m_k, \quad (1.10)$$

а для тіл з неперервним розподілом маси в просторі

$$J = \int_m r^2 dm, \quad (1.11)$$

за наявності прямокутної системи координат

$$J = \iiint_V r^2(x, y, z) \rho(x, y, z) dx dy dz.$$

Фізичний зміст осьового моменту інерції. Осьовий момент інерції тісно і глибоко пов'язаний з динамікою обертального руху механічної системи і має прямий фізичний зміст. Відповідно до диференціального рівняння обертального руху твердого тіла (системи) навколо нерухомої осі

$$\ddot{\varphi} \sum_{k=1}^n r_k^2 m_k = \sum_{i=1}^m M_z(\vec{F}_i^{(e)})$$

похідна за часом від кутової швидкості (кутове прискорення) пропорціональна головному моменту прямо прикладених сил відносно осі обертання (наприклад, z) і обернено пропорціональна моменту інерції тіла (системи) відносно цієї ж осі

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_z}{J_z}, \quad (1.12)$$

де J – момент інерції тіла, системи,

M_∂ – динамічний момент системи.

Рівняння (1.12), подане у такому вигляді

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_\partial \quad (1.13)$$

показує, що динамічний момент електромеханічних перетворювачів енергії визначається як добуток моменту інерції ротора на кутове прискорення його руху.

Відтак, перебуваючи в залежності від просторового розподілу мас системи, момент інерції слугує мірою інертності цієї системи по відношенню до свого руху навколо осі обертання і виявляє тим самим глибокий зв'язок з динамікою обертального руху матеріальної системи в цілому.

Параметри обертального руху, які обрано в якості об'єктів вимірювання, подано в табл.1.

Таблиця 1.1 – Параметри обертального руху

№ п/п	Параметри обертального руху	Рівняння
1	Кут повороту твердого тіла (ротора)	φ
2	Кутова швидкість обертання ротора	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
3	Кутове прискорення	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$
4	Момент інерції ротора	J
5	Динамічний момент	$M_{\partial} = J \frac{d\omega}{dt}$
6	Динамічна механічна характеристика	$M_{\partial} = f(\omega)$

1.3 Особливості побудови засобів вимірювання параметрів обертального руху

При вимірюванні неелектричних величин широко застосовуються електричні методи вимірювання, тобто виконується «електрифікація» таких вимірювань – перетворення неелектричної величини в електричну.

Це зумовлює наявність вимірювального перетворювача в структурі засобу вимірювання неелектричної величин, що здійснює попереднє перетворення досліджуваної неелектричної величини у функціонально пов'язану з нею електричну величину.

У загальному випадку засоби вимірювання неелектричних величин конструктивно найчастіше складаються з двох самостійних вузлів:

- **сенсора, що неелектричну величину перетворює в електричну;**
- **і засобу вимірювання електричної величини.**

Розглянемо узагальнену структурну схему (рис.1.1) засобу вимірювання параметрів обертального руху.

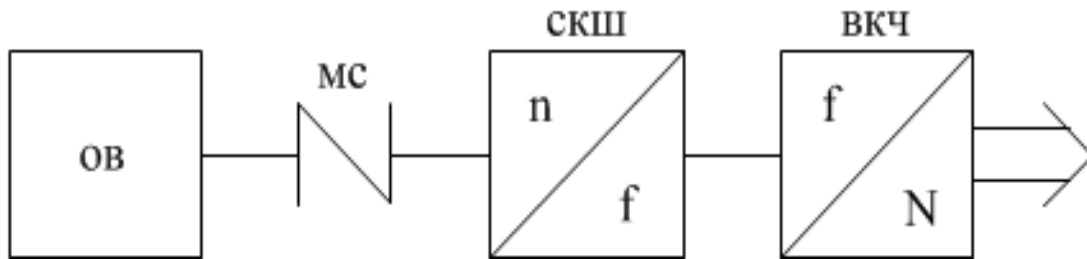


Рисунок 1.1 - Структурна схема засобу вимірювання параметрів обертового руху:

ОВ – об’єкт вимірювання; МС – муфта спряження; СКШ – сенсор кутової швидкості; ВКЧ – вимірювальний канал миттєвих значень частоти.

Така структурна схема продиктована конструктивною особливістю об’єктів вимірювання (ЕМПЕ), основними з яких є наступні:

- асинхронні;
- синхронні;
- постійного струму;
- крокові;
- моментні;
- турбіни;
- гідрогенератори;
- оборотні машини;
- з магнітним підвісом і т.д.

Муфта спряження ОВ з сенсором також вносить свої труднощі в процес проектування тахометрів. Серед інших виділимо такі основні особливості:

- різноманітність конструкцій муфт спряження ОВ з СКШ;
- ексцентриситет з’єднання валів ОВ і СКШ;
- наявність перехідного процесу МС суттєво обмежує нижню межу вимірювання.

Оскільки основним елементом ЗВ неелектричних величин є різні вимірювальні перетворювачі, розглянемо більш детально принципи їх побудови. Залежно від енергетичних властивостей вихідного сигналу і способу його дальшого використання первинні вимірювальні перетворювачі поділяються на дві великі групи: параметричні і генераторні. В тахометрії перевагу надають генераторним сенсорам, основними з яких є:

- тахогенератори постійного і змінного струму;
- фотоелектричні сенсори на основі Муарового ефекту;
- високочутливі фотоелектричні сенсори N-кодерів.

Така увага до цих вимірювальних перетворювачів пояснюється:

- широким діапазоном вимірюваних швидкостей;
- малим моментом інерції валу самого сенсора;

- надзвичайно великою роздільною здатністю ($z=1000\dots 50000$).

Не менш важливим в структурі тахометра є вимірювальний канал, до основних особливостей відносять такі:

- вимірювання частоти миттєвих значень тільки в примикаючих інтервалах;

- забезпечення за відносно невеликий проміжок часу (долі, одиниці секунд) великої кількості вимірюваних значень (десятки тисяч);

- наявність великого об'єму оперативної пам'яті під результати вимірювань;

- програмне забезпечення згладжування експериментальних даних для наступного диференціювання;

- апаратне, програмне і метрологічне забезпечення метрологічної атестації і перевірки вимірювального каналу кутової швидкості.

Розділ 2

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ЕНЕРГІЇ

2.1 Класифікація та аналіз математичних моделей

Перші роботи з математичної теорії ЕМ появились усередині 20-40-х років. До них відносяться роботи Р. Парка, О. О. Горєва, Г. Крона, Г. М. Петрова. Фундаментальними роботами з математичної теорії ЕМ є роботи Г. Крона, який запропонував модель і рівняння узагальненої ЕМ.

В останні роки зусиллями багатьох вчених (Б. Адкінс, І. О. Глебов, Г. О. Сипайлов, Е. Я. Казовський, С. В. Страхов, В. В. Хрущев, І. П. Копилов, В. Й. Чабан) математична теорія ЕМ розвилась досить глибоко. Використання обчислювальної техніки дозволило аналізувати установлені процеси як окремий випадок перехідних процесів.

Історія розвитку електромеханіки свідчить про існування кількох підходів до математичного моделювання і побудови математичних моделей ЕМ [1-16, 24, 27-31]: на базі теорії поля (рівняння Максвелла); на базі теорії кіл (рівняння Кірхгофа); комбінований (рівняння Максвелла та Кірхгофа); на базі окремих фізичних законів (рівняння Лагранжа 2-го роду).

Найдосконалішим та найпоширенішим є комбінований підхід, в якому поєднуються рівняння поля та рівняння кіл, коли, виходячи з картин поля у повітряному зазорі ЕМ, записують рівняння напруг, а через струми чи поточастягнення – рівняння електромагнітного моменту.

У цьому випадку ЕМ (рис.2.1) подається як багатополіусник має електричні виводи, які характеризуються напругою \bar{U} і частотою f ; механічні виводи: момент на валу M_{cm} , кутова швидкість ω_r та момент механічних втрат M_0 .

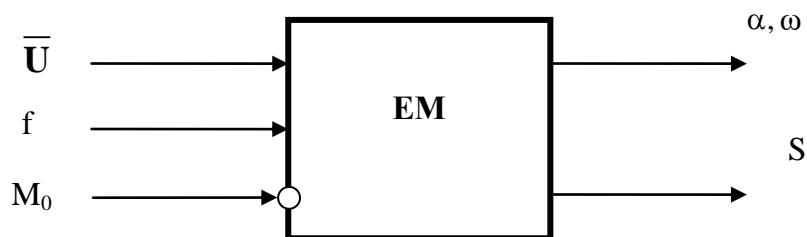


Рисунок 2.1 – Ідеалізоване подання ЕМ у вигляді багатополіусника

Загальний стан розвитку теорій технічної діагностики ЕМ важко охопити, не давши класифікацію існуючих діагностичних моделей ЕМ. Пропонується класифікація (рис. 2.2) математичних моделей ЕМ за такими найхарактернішими ознаками [17]: за видом представлення; за способом формування; за вмістом розвитку несправності; за глибиною опису проце-

су; за фізичним принципом; за способом рішення рівнянь Максвелла; за видом електричної схеми заміщення; за видом системи координат; за методом аналізу схеми заміщення.

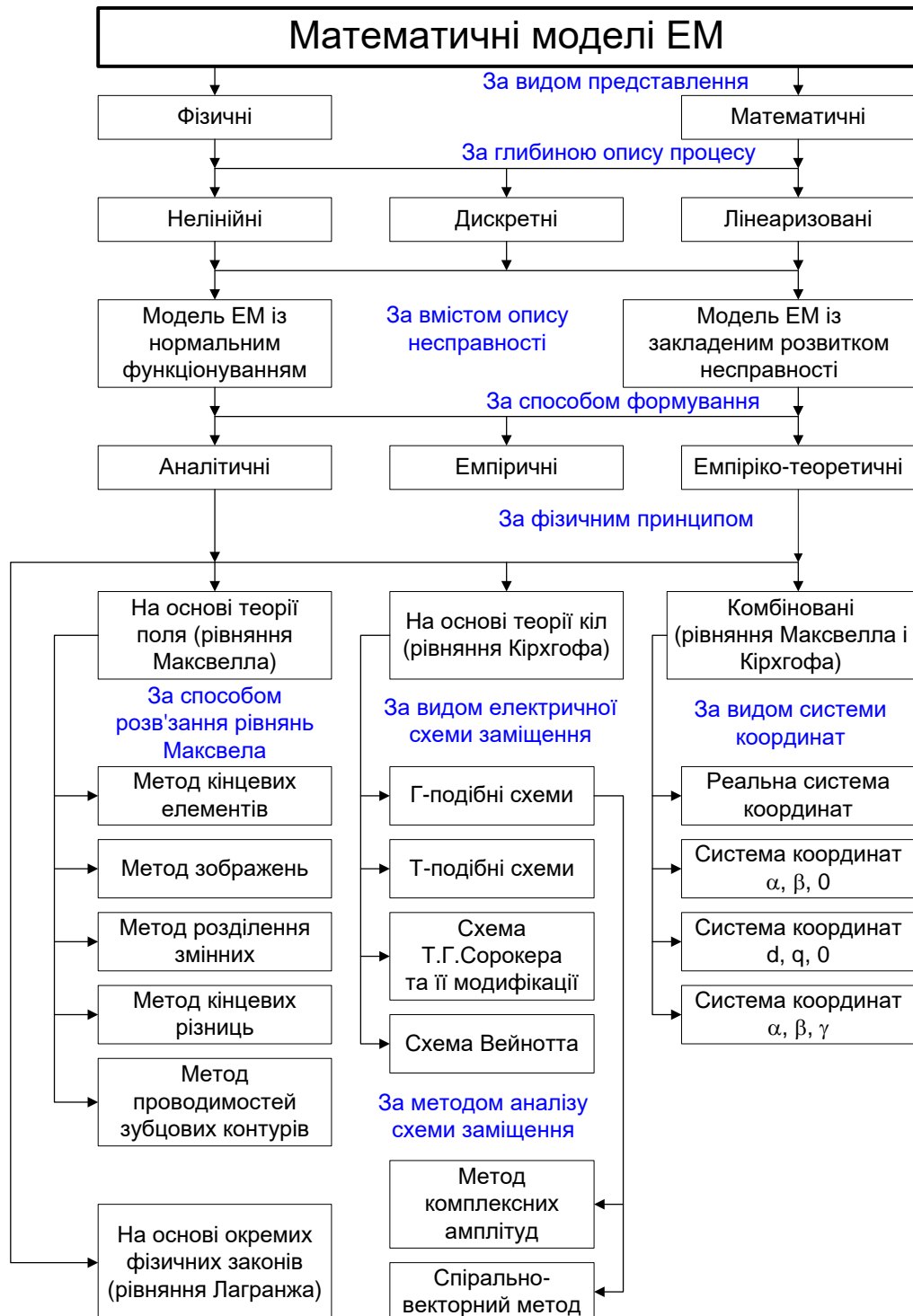


Рисунок 2.2 – Класифікація математичних моделей ЕМ

2.2 Математична модель асинхронного двигуна

Диференціальні рівняння АД можливо записати в кількох різних формах. Найпоширенішою формою запису диференціальних рівнянь для АД є система координат $\alpha, \beta, 0$ [27]:

$$\begin{cases} d\psi_{s\alpha}/dt = U_{s\alpha} - i_{s\alpha}R_{s\alpha}; \\ d\psi_{s\beta}/dt = U_{s\beta} - i_{s\beta}R_{s\beta}; \\ d\psi_{r\alpha}/dt = U_{r\alpha} - i_{r\alpha}R_{r\alpha} - \omega_r\psi_{r\beta}; \\ d\psi_{r\beta}/dt = U_{r\beta} - i_{r\beta}R_{r\beta} - \omega_r\psi_{r\alpha}, \end{cases} \quad (2.1)$$

де $\psi_{s\alpha}, \psi_{s\beta}, \psi_{r\alpha}, \psi_{r\beta}$ - потокозчеплення статора і ротора в координатах $\alpha, \beta, 0$;

$U_{s\alpha}, U_{s\beta}, U_{r\alpha}, U_{r\beta}$ - проєкції напруг статора і ротора на осі координат $\alpha, \beta, 0$;

$i_{s\alpha}, i_{s\beta}, i_{r\alpha}, i_{r\beta}$ - струми в обмотках статора і ротора;

$R_{s\alpha}, R_{s\beta}, R_{r\alpha}, R_{r\beta}$ - активні опори статора і ротора;

ω_r - кутова швидкість обертання ротора.

Потокозчеплення в (2.1) зображуються у вигляді:

$$\begin{cases} \psi_{s\alpha} = L_{s\alpha}i_{s\alpha} + L_m i_{r\alpha}; \\ \psi_{s\beta} = L_{s\beta}i_{s\beta} + L_m i_{r\beta}; \\ \psi_{r\alpha} = L_{r\alpha}i_{r\alpha} + L_m i_{s\alpha}; \\ \psi_{r\beta} = L_{r\beta}i_{r\beta} + L_m i_{s\beta}, \end{cases} \quad (2.2)$$

де $L_{s\alpha}, L_{s\beta}, L_{r\alpha}, L_{r\beta}$ - індуктивності в обмотках статора і ротора;

L_m - взаємна індуктивність між обмотками статора і ротора.

Дану математичну модель було вибрано як базову для проведення подальших досліджень, оскільки вона є найбільш поширеною та універсальною.

Приймаючи узвичаєні допущення $L_s = L_{s\alpha} = L_{s\beta}$; $L_r = L_{r\alpha} = L_{r\beta}$; $R_s = R_{s\alpha} = R_{s\beta}$; $R_r = R_{r\alpha} = R_{r\beta}$ і підставивши (2) в (1), отримаємо

$$\begin{cases} U_{s\alpha} = R_{s\alpha}i_{s\alpha} + \frac{d}{dt}(L_s i_{s\alpha}) + \frac{d}{dt}(L_m i_{r\alpha}); \\ U_{s\beta} = R_{s\beta}i_{s\beta} + \frac{d}{dt}(L_s i_{s\beta}) + \frac{d}{dt}(L_m i_{r\beta}); \\ U_{r\alpha} = R_{r\alpha}i_{r\alpha} + \frac{d}{dt}(L_r i_{r\alpha}) + \frac{d}{dt}(L_m i_{s\alpha}) + \omega_r(L_r i_{r\beta} + L_m i_{s\beta}); \\ U_{r\beta} = R_{r\beta}i_{r\beta} + \frac{d}{dt}(L_r i_{r\beta}) + \frac{d}{dt}(L_m i_{s\beta}) - \omega_r(L_r i_{r\alpha} + L_m i_{s\alpha}). \end{cases} \quad (2.3)$$

Розглядаючи ОД як АД із короткозамкненим ротором ($U_{r\alpha} = U_{r\beta} = 0$) та як систему із зосередженими параметрами, можна записати

$$\begin{cases} U_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + L_s \frac{d}{dt} i_{s\alpha} + L_m \frac{d}{dt} i_{r\alpha}; \\ U_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + L_s \frac{d}{dt} i_{s\beta} + L_m \frac{d}{dt} i_{r\beta}; \\ 0 = R_r i_{r\alpha} + L_r \frac{d}{dt} i_{r\alpha} + L_m \frac{d}{dt} i_{s\alpha} + \omega_r (L_r i_{r\beta} + L_m i_{s\beta}); \\ 0 = R_r i_{r\beta} + L_r \frac{d}{dt} i_{r\beta} + L_m \frac{d}{dt} i_{s\beta} - \omega_r (L_r i_{r\alpha} + L_m i_{s\alpha}). \end{cases} \quad (2.4)$$

Провівши відповідні математичні перетворення, можна записати систему рівнянь (4) в матричній формі:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} = k \cdot \begin{bmatrix} L_r (U_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}) + L_m (R_r i_{r\alpha} + \omega_r (L_r i_{r\beta} + L_m i_{s\beta})) \\ L_r (U_{s\beta} - R_s i_{s\beta}) + L_m (R_r i_{r\beta} - \omega_r (L_r i_{r\alpha} + L_m i_{s\alpha})) \\ -L_m (U_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}) - L_s (R_r i_{r\alpha} + \omega_r (L_r i_{r\beta} + L_m i_{s\beta})) \\ -L_m (U_{s\beta} - R_s i_{s\beta}) - L_s (R_r i_{r\beta} - \omega_r (L_r i_{r\alpha} + L_m i_{s\alpha})) \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

$$\text{де } k = \frac{1}{L_s L_r - L_m^2}.$$

Рівняння руху ротора АД має вигляд:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{p}{J} (M_e - M_0), \quad (2.6)$$

де M_e – електромагнітний момент АД:

$$M_e = \frac{mp}{2} L_m (i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta}); \quad (2.7)$$

M_0 – момент опору на валу;

J – момент інерції ротора;

m – кількість фаз;

p – кількість пар полюсів.

У широкому діапазоні кутових швидкостей момент опору (тертя у підшипниках та аеродинамічний опір, момент опору навантаження) M_0 зв'язаний із ω_r нелінійною залежністю [18]:

$$M_0(\omega_r) = \text{sgn}(\omega_r) \cdot \left[M_{II} + (M_{\text{НОМ}} - M_{II}) \cdot \left(\frac{\omega_r}{\omega_{\text{НОМ}}} \right)^2 \right], \quad (2.8)$$

де M_{II} – пусковий момент;

$M_{\text{НОМ}}$ – момент опору при номінальному навантаженні;

$\omega_{\text{НОМ}}$ – номінальна кутова швидкість;

$\text{sgn}(\dots)$ – функція знаку аргументу (рис. 2.3).

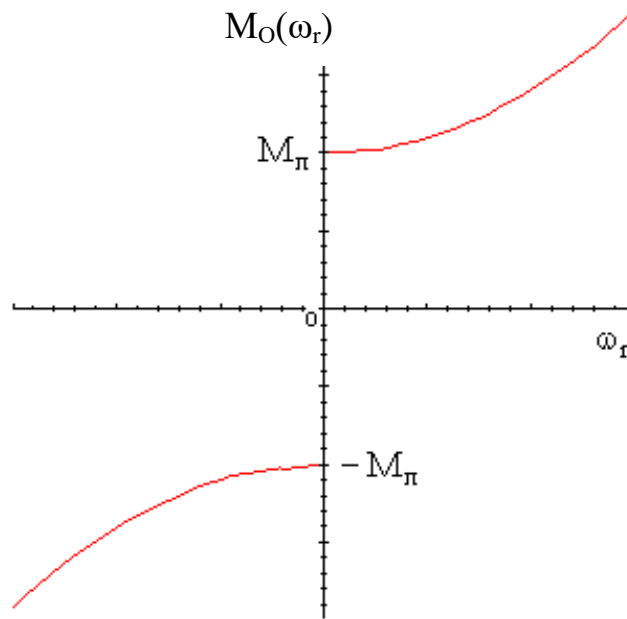


Рисунок 2.3 – Залежність моменту опору M_0 від кутової швидкості ω_r

Таким чином, математична модель АД запишеться у такому вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{s\alpha}(t)}{dt} = k \left[L_r (U_{s\alpha}(t) - R_s i_{s\alpha}(t)) + L_m (R_r i_{r\alpha}(t) + \omega_r(t) (L_r i_{r\beta}(t) + L_m i_{s\beta}(t))) \right]; \\ \frac{di_{s\beta}(t)}{dt} = k \left[L_r (U_{s\beta}(t) - R_s i_{s\beta}(t)) + L_m (R_r i_{r\beta}(t) - \omega_r(t) (L_r i_{r\alpha}(t) + L_m i_{s\alpha}(t))) \right]; \\ \frac{di_{r\alpha}(t)}{dt} = k \left[-L_m (U_{s\alpha}(t) - R_s i_{s\alpha}(t)) - L_s (R_r i_{r\alpha}(t) + \omega_r(t) (L_r i_{r\beta}(t) + L_m i_{s\beta}(t))) \right]; \\ \frac{di_{r\beta}(t)}{dt} = k \left[-L_m (U_{s\beta}(t) - R_s i_{s\beta}(t)) - L_s (R_r i_{r\beta}(t) - \omega_r(t) (L_r i_{r\alpha}(t) + L_m i_{s\alpha}(t))) \right]; \\ \frac{d\omega_r(t)}{dt} = \frac{p}{J} \cdot (M_{em}(t) - M_0(\omega_r(t))); \quad k = \frac{1}{L_s L_r - L_m^2}; \\ M_{em}(t) = \frac{mp}{2} \cdot L_m (i_{s\beta}(t) i_{r\alpha}(t) - i_{r\beta}(t) i_{s\alpha}(t)), \end{array} \right. \quad (2.9)$$

де $U_{s\alpha}(t) = \sqrt{2}U_m \cos(\omega t)$;

$U_{s\beta}(t) = \sqrt{2}U_m \sin(\omega t)$;

U_m - напруга мережі живлення;

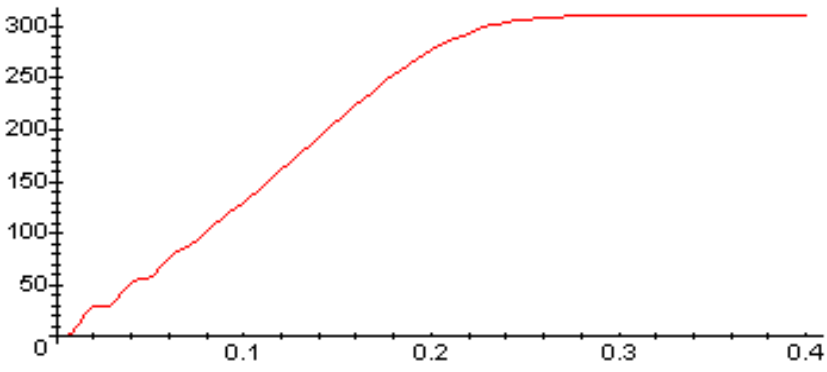
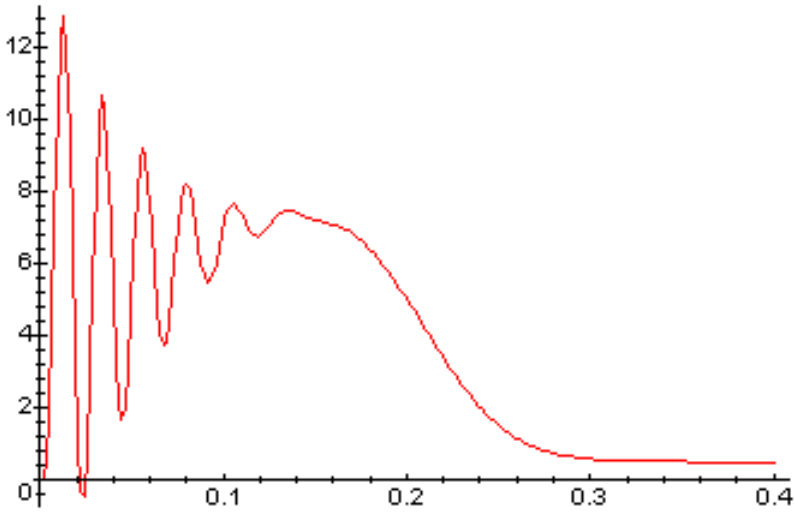
ω - кругова частота мережі живлення.

Система (2.9) являє собою систему жорстких нелінійних диференціальних рівнянь, розв'язок яких можна отримати лише числовими методами, наприклад, методом Рунге-Кутта із змінним кроком інтегрування в середовищі символічної математики Maple V R5 [19] (табл. 2.1).

Розв'язок системи (2.9) дозволяє отримати окрім залежностей механічних величин $\omega_r(t)$, $M_{em}(t)$, $M_{em}(\omega_r)$ також і такі енергетичні характеристики ЕМ (табл.2.1):

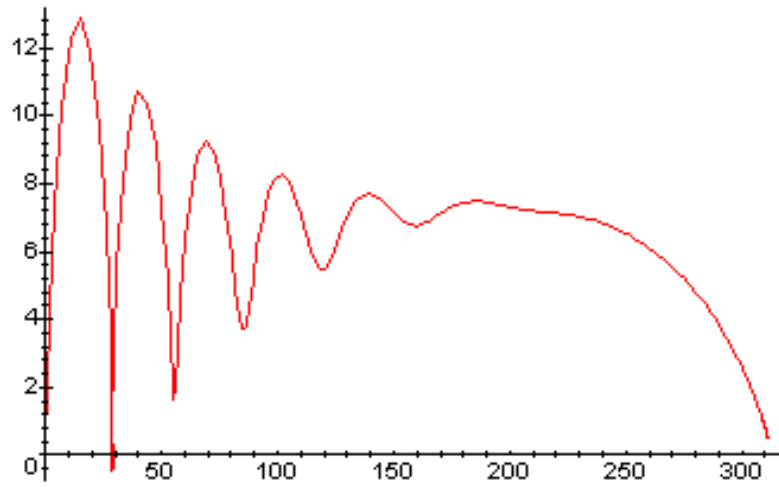
- втрати в обмотках статора $Q_s(t) = R_s(i_{s\alpha}(t) + i_{s\beta}(t))^2$;
- втрати в обмотках ротора $Q_r(t) = R_r(i_{r\alpha}(t) + i_{r\beta}(t))^2$;
- електромагнітну потужність $P_{em}(t) = \omega_r(t) \times M_{em}(t)$;
- потужність в обмотках статора $P_s(t) = P_{em}(t) + Q_s(t)$;
- потужність, що передана на ротор $P_r(t) = P_{em}(t) - Q_r(t)$;
- коефіцієнт корисної дії ЕМ $\eta(t) = P_r(t)/P_s(t)$.

Таблиця 2.1 – Результати математичного моделювання АД

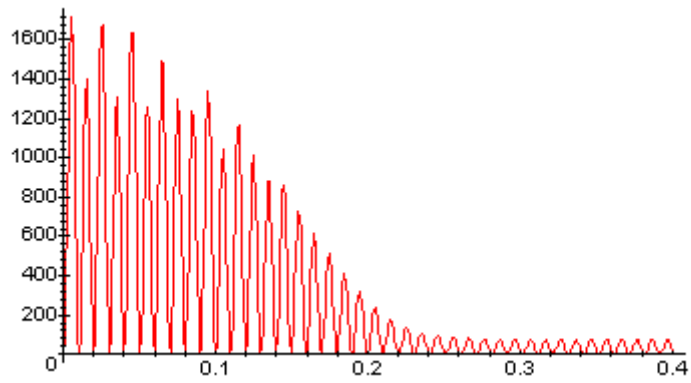
Залежність	Графічне представлення залежностей
$\omega_r(t)$	 <p>Графік показує частоту обертання ротора $\omega_r(t)$ в залежності від часу t. Ось t має позначки 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4. Ось $\omega_r(t)$ має позначки 0, 50, 100, 150, 200, 250, 300. Крива починається в нулі і монотонно зростає, наближаючись до значення 300 за часу 0,4 секунди.</p>
$M_{em}(t)$	 <p>Графік показує електромагнітний момент $M_{em}(t)$ в залежності від часу t. Ось t має позначки 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4. Ось $M_{em}(t)$ має позначки 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12. Крива починається в нулі, має великі коливання в перші 0,1 секунди, а потім згасає до нуля за часу 0,4 секунди.</p>

Продовження табл. 2.1

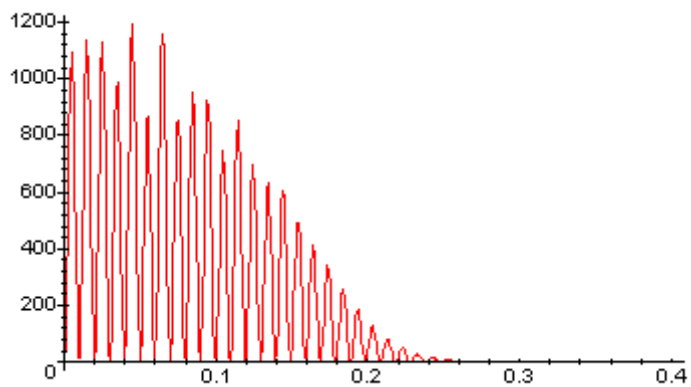
$M_{em}(\omega)$



$Q_s(t)$

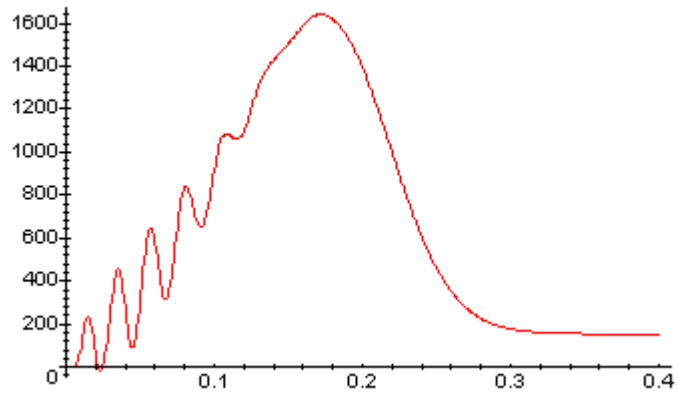


$Q_r(t)$

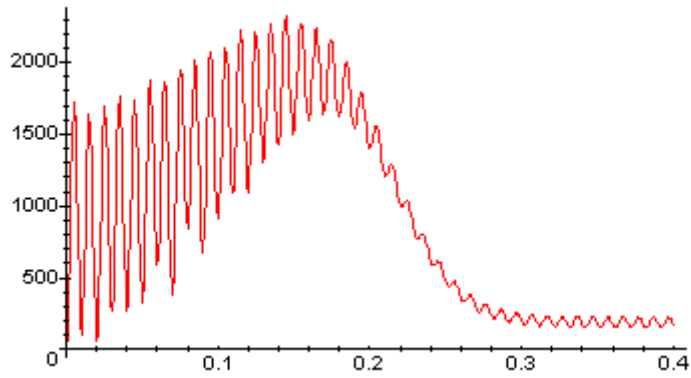


Продовження табл. 2.1

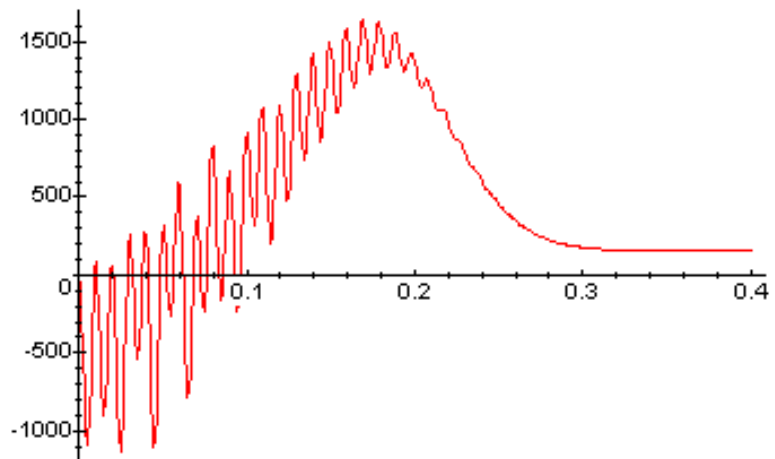
$P_{em}(t)$



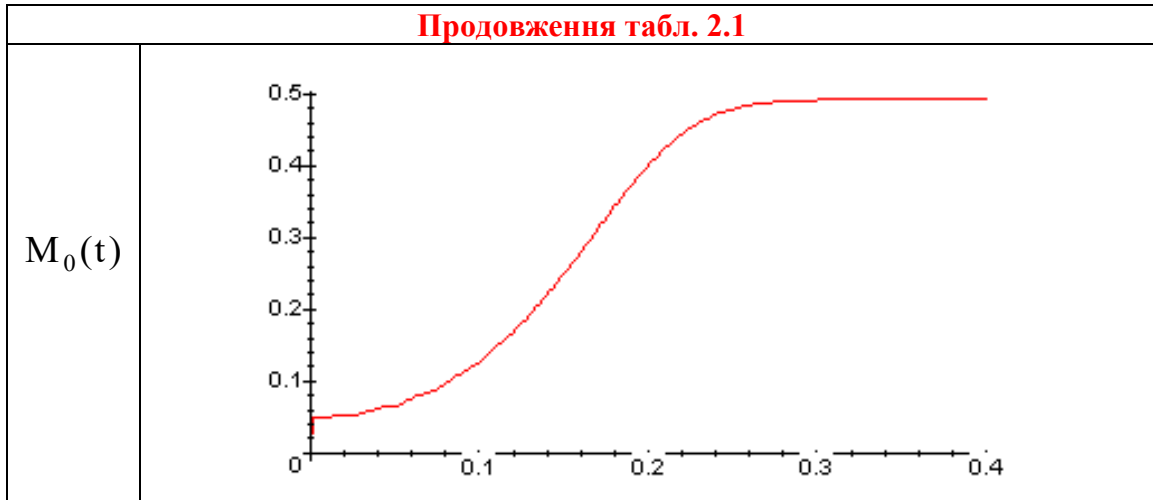
$P_s(t)$



$P_r(t)$



Продовження табл. 2.1



Лінеаризована математична модель асинхронного двигуна

Залежність кутової швидкості ω_r в часі t є досить важливим параметром, тому що дана фізична величина є вихідною для опосередкованих вимірювань кутового прискорення $d\omega_r/dt$, моменту інерції ротора J , динамічного моменту $J \cdot d\omega_r/dt$.

Дослідження перехідних режимів пов'язані з великими труднощами, що зумовлені суттєвою нелінійністю та великою жорсткістю системи диференціальних рівнянь ОД. Разом з цим, для практичних розрахунків суттєво необхідною є розробка методів для аналітичного динамічного аналізу, які відображають з необхідною точністю реальні процеси [27, 28].

Одним із напрямків такого роду досліджень є використання лінеаризованих динамічних характеристик ОД, які отримані в результаті різноманітних спрощень. В практиці динамічних розрахунків використовується спрощена лінеаризована характеристика ОД у вигляді [29]

$$\left(T_{eo} \frac{dM_d(t)}{dt} + M_d(t) \right) \gamma_0 = 1 - \frac{\omega_r(t)}{\omega_0}, \quad (2.10)$$

де M_d – електромагнітний обертальний момент ОД;

$T_{eo} = 1/(\omega_c S_k)$ – електромагнітна постійна часу;

$\gamma_0 = S_k/(2M_k)$ – крутизна статичної характеристики;

ω_r – кутова швидкість ротора;

ω_0 – кутова швидкість для ідеального холостого ходу;

$\omega_c = 2\pi f_c$ – кутова швидкість поля статора;

S_k, M_k – критичні значення ковзання та обертального моменту.

Аналіз перехідних режимів ОД показав, що розрахунки, виконані з використанням характеристики (1), дають задовільні за точністю результати в діапазоні ковзання $S < 0,08 \div 0,1$ [14]. Як було показано в [30], саме в

цьому діапазоні проявляється найбільший вплив МС. Тому для проведення подальших досліджень вибрано модель (1). Для визначення $\omega_r(t)$ використовується рівняння руху ротора

$$J \frac{d\omega_r(t)}{dt} = M_d(t) - M_c, \quad (2.11)$$

де J – момент інерції;

M_c – момент механічних втрат.

Аналітичний розв'язок системи диференціальних рівнянь (2.10), (2.11) відносно $\omega_r(t)$ та $M_d(t)$ при нульових початкових умовах $M_d(0) = 0$, $\omega_r(0) = 0$, отриманий за допомогою пакету символної математики Maple V, представлено у вигляді:

$$\begin{aligned} \omega_r(t) = & \frac{-\omega_0}{4F^2 T_{eo}} \left[\frac{(2M_c \gamma_0 T_{eo} - \gamma_0 \omega_0 J_n + F)(-F^2 - F\gamma_0 \omega_0 J_n + 2FT_{eo})}{\exp\left(-t \frac{\gamma_0 \omega_0 J_n - F}{2\gamma_0 \omega_0 J_n T_{eo}}\right)} \right] + \\ & + \frac{\omega_0}{4F^2 T_{eo}} \left[\frac{(2M_c \gamma_0 T_{eo} - \gamma_0 \omega_0 J_n - F)(-F^2 + F\gamma_0 \omega_0 J_n - 2FT_{eo})}{\exp\left(-t \frac{\gamma_0 \omega_0 J_n + F}{2\gamma_0 \omega_0 J_n T_{eo}}\right)} \right] - \\ & - \omega_0(1 - \gamma_0 M_c) \\ M_d(t) = & \frac{1}{2\gamma_0(4T_{eo} - \gamma_0 \omega_0 J_n)} \left[\exp\left(-t \frac{\gamma_0 \omega_0 J_n + F}{2\gamma_0 \omega_0 J_n T_{eo}}\right) \left[\gamma_0^2 \omega_0 J_n M_c - \gamma_0 M_c F + 2F - \right] + \right. \\ & + \exp\left(-t \frac{\gamma_0 \omega_0 J_n - F}{2\gamma_0 \omega_0 J_n T_{eo}}\right) \left[-2F - 4\gamma_0 M_c T_{eo} + \gamma_0^2 \omega_0 J_n M_c + \gamma_0 M_c F \right] + 8M_c T_{eo} \gamma_0 \\ & \left. - 2M_c \gamma_0^2 \omega_0 J_n \right] \\ F = & \sqrt{\gamma_0 \omega_0 J_n (\gamma_0 \omega_0 J_n - 4T_{eo})}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Чисельний розв'язок рівнянь (2.12) представлено на рис. 2.4.

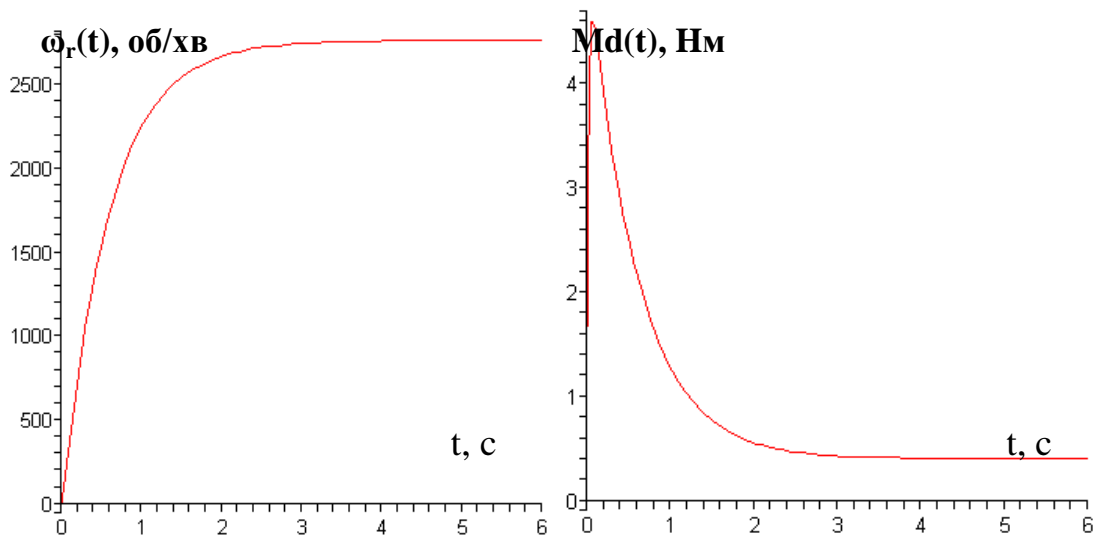


Рисунок 2.4 – Результати моделювання кутової швидкості та динамічного моменту за їх аналітичними виразами (2.12)

2.3 Математична модель синхронного двигуна

В усталеному режимі роботи в синхронному двигуні (СД) $\omega_r = \omega_c$. Тому можливі коливання, коли кутова швидкість при постійному навантаженні і постійній напрузі коливається відносно усталеного значення швидкості. Звичайно частота коливань на один-два порядки нижча частоти мережі і визначається параметрами СД. Щоб зменшити амплітуду і частоту коливань, в СД вводять демпферну обмотку.

При аналізі процесів перетворення енергії в СД розглядають загальмовану машину з приведеними обмотками [20-23].

СД ділять на явно- і неявнополюсні. Хоча явнополюсні СД мають різні опори по осях d і q (рис. 2.5), з точки зору процесів електромеханічного перетворення енергії це симетричні ЕМ. СД явно- і неявнополюсні при аналізі потрібно розглядати як багатообмоткові і враховувати наявність обмоток якоря, збудження і демпферної обмотки (рис. 2.4). У найпростішому випадку СД – триобмоткова машина.

Рівняння СД прийнято записувати для системи координат d, q, зв'язаних з обмотками ротора. Для машин з приведеними обмотками записуються такі рівняння [22] у вигляді:

$$\begin{cases} U_d = d\psi_d/dt + \psi_q\omega_r + R_a i_d; \\ U_q = d\psi_q/dt - \psi_d\omega_r + R_a i_q; \\ U_f = d\psi_{fd}/dt + R_f i_f; \\ 0 = d\psi_{dd}/dt + R_{dd} i_{dd}; \\ 0 = d\psi_{dq}/dt + R_{dq} i_{dq}, \end{cases} \quad (2.13)$$

де R_a - активний опір обмоток якоря;
 R_f - активний опір обмоток збудження;
 R_{dd}, R_{dq} - активний опір демпферної обмотки в повздовжній та поперечній осях;
 U_d, U_q, U_f - напруги обмотки якоря в повздовжній та поперечній осях і обмотки збудження відповідно.

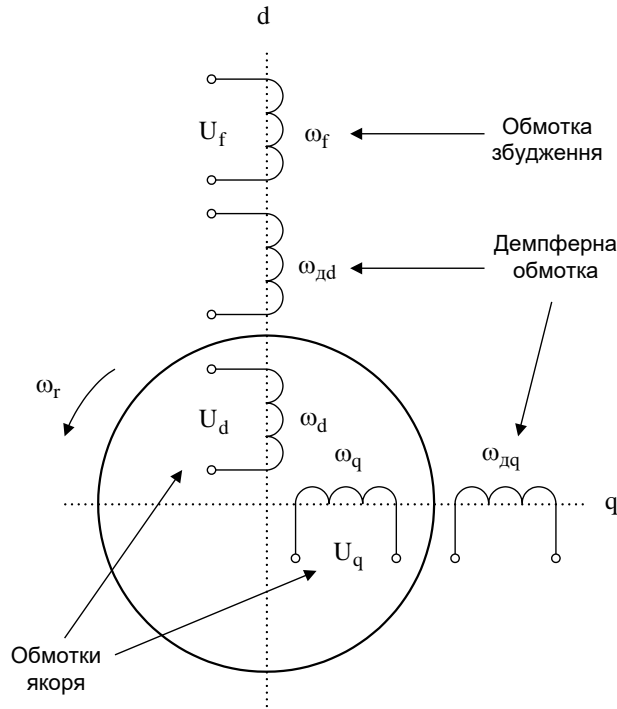


Рисунок 2.5 – Просторова модель синхронного двигуна СД

Потокозчеплення обмоток

$$\begin{cases} \psi_d = L_d i_d + M_{ad} i_f + M_{ad} i_{dd}; \\ \psi_q = L_q i_q + M_{aq} i_{dq}; \\ \psi_f = L_f i_f + M_{ad} i_d + M_{ad} i_{dd}; \\ \psi_{dd} = L_{dd} i_{dd} + M_{ad} i_d + M_{ad} i_f; \\ \psi_{dq} = L_{dq} i_{dq} + M_{ad} i_q, \end{cases} \quad (2.14)$$

де $L_d, L_q, L_f, L_{dd}, L_{dq}$ – індуктивності обмоток якоря, обмотки збудження і демпферної обмотки по осях d і q відповідно;

M_{ad}, M_{aq} – взаємні індуктивності обмоток по осях d і q відповідно.

Електромеханічний момент M_e визначається через струми і потокозчеплення або через струми

$$M_e = \psi_d i_q - \psi_q i_d; \quad (2.15)$$

$$M_e = M(i_f i_q + i_q i_{dq} - i_d i_{dq}), \quad (2.16)$$

де $M = M_{aq} = M_{ad}$, що має місце в неявнополюсному СД.

Сукупність рівнянь напруг (2.13) і рівняння моменту (2.15) чи (2.16) описує процеси електромеханічного перетворення енергії в СД.

Підставивши (2.14) в (2.13) та провівши відповідні математичні перетворення, можна записати систему рівнянь (2.13) у матричній формі:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_f \\ i_{dq} \\ i_{dq} \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \times \begin{bmatrix} U_d + L_q i_q \omega_r + M_{aq} i_{dq} \omega_r - R_a i_d \\ U_q - L_d i_d \omega_r - M_{aq} i_f \omega_r - M_{ad} i_{dq} \omega_r - R_a i_q \\ U_f - R_f i_f \\ -R_{dq} i_{dq} \\ -R_{dd} i_{dq} \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

де

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_{ad} & 0 & M_{ad} \\ 0 & L_q & 0 & M_{aq} & 0 \\ M_{ad} & 0 & L_f & 0 & M_{ad} \\ 0 & M_{aq} & 0 & L_{dq} & 0 \\ M_{ad} & 0 & M_{ad} & 0 & L_{dd} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{M_{ad}^2 - L_f L_{dd}}{k} & 0 & \frac{(L_{dd} - M_{ad})M_{ad}}{k} & 0 & \frac{(L_f - M_{ad})M_{ad}}{k} \\ 0 & -L_{dq}/k_1 & 0 & M_{aq}/k_1 & 0 \\ \frac{(L_{dd} - M_{ad})M_{ad}}{k} & 0 & \frac{M_{ad}^2 - L_d L_{dd}}{k} & 0 & \frac{(L_d - M_{ad})M_{ad}}{k} \\ 0 & M_{aq}/k_1 & 0 & -L_q/k_1 & 0 \\ \frac{(L_f - M_{ad})M_{ad}}{k} & 0 & \frac{(L_d - M_{ad})M_{ad}}{k} & 0 & \frac{M_{ad}^2 - L_d L_f}{k} \end{bmatrix};$$

$$k = -2M_{ad}^3 + M_{ad}^2(L_d + L_f + L_{dd}) - L_d L_f L_{dd}; k_1 = M_{aq}^2 - L_q L_{dq}.$$

Таким чином, математична модель СД запишеться у такому вигляді

$$\left. \begin{aligned}
\frac{di_d(t)}{dt} &= \frac{1}{k} \left[\left(M_{ad}^2 - L_f L_{\text{дd}} \right) \left(U_d(t) + L_q i_q(t) \omega_r(t) + M_{aq} i_{\text{дq}}(t) \omega_r(t) - R_a i_d(t) \right) - \right. \\
&\quad \left. - M_{ad} \left(M_{ad} - L_{\text{дd}} \right) \left(U_f(t) - R_f i_f(t) \right) \right]; \\
\frac{di_q(t)}{dt} &= \frac{1}{k_1} \left[L_{\text{дq}} \left(U_q(t) - L_d i_d(t) \omega_r(t) - M_{ad} i_f(t) \omega_r(t) - M_{ad} i_{\text{дq}}(t) \omega_r(t) - R_a i_q(t) \right) + \right. \\
&\quad \left. + M_{aq} R_{\text{дq}} i_{\text{дq}}(t) \right]; \\
\frac{di_f(t)}{dt} &= -\frac{1}{k} \left[M_{ad} \left(M_{ad} - L_{\text{дq}} \right) \left(U_d(t) + L_q i_q(t) \omega_r(t) + M_{aq} i_{\text{дq}}(t) \omega_r(t) - R_a i_d(t) \right) + \right. \\
&\quad \left. + \left(L_d L_{\text{дd}} - M_{ad}^2 \right) \left(U_f(t) - R_f i_f(t) \right) + M_{ad} \left(L_d - M_{ad} \right) R_{ad} i_{\text{дd}}(t) \right]; \\
\frac{di_{\text{дd}}(t)}{dt} &= -\frac{1}{k_1} \left[\left(U_q(t) - L_d i_d(t) \omega_r(t) - M_{ad} i_f(t) \omega_r(t) - M_{ad} i_{\text{дq}}(t) \omega_r(t) - R_a i_q(t) \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times M_{aq} + L_q R_{\text{дq}} i_{\text{дq}}(t) \right]; \\
\frac{di_{\text{дq}}(t)}{dt} &= \frac{1}{k} \left[-M_{ad} \left(M_{ad} - L_f \right) \left(U_d(t) + L_q i_q(t) \omega_r(t) + M_{aq} i_{\text{дq}}(t) \omega_r(t) - R_a i_d(t) \right) + \right. \\
&\quad \left. + M_{ad} \left(L_d - M_{ad} \right) \left(U_f(t) - R_f i_f(t) \right) + \left(L_d L_f - M_{ad}^2 \right) R_{\text{дd}} i_{\text{дd}}(t) \right]; \\
\frac{d\omega_p(t)}{dt} &= \frac{p}{J} \left(M_e(t) - M_0(\omega_r(t)) \right); \quad M_e(t) = M \left(i_f(t) i_q(t) + i_q(t) i_{\text{дd}}(t) - i_d(t) i_{\text{дq}}(t) \right); \\
k &= -2M_{ad}^3 + M_{ad}^2 \left(L_d + L_f + L_{\text{дd}} \right) - L_d L_f L_{\text{дd}}; \quad k_1 = M_{aq}^2 - L_q L_{\text{дq}}; M = M_{aq} = M_{ad}.
\end{aligned} \right. \quad (2.18)$$

Розв'язок системи (2.18) отримано чисельними методами в середовищі символної математики Maple V R5 (рис. 2.6 – 2.7).

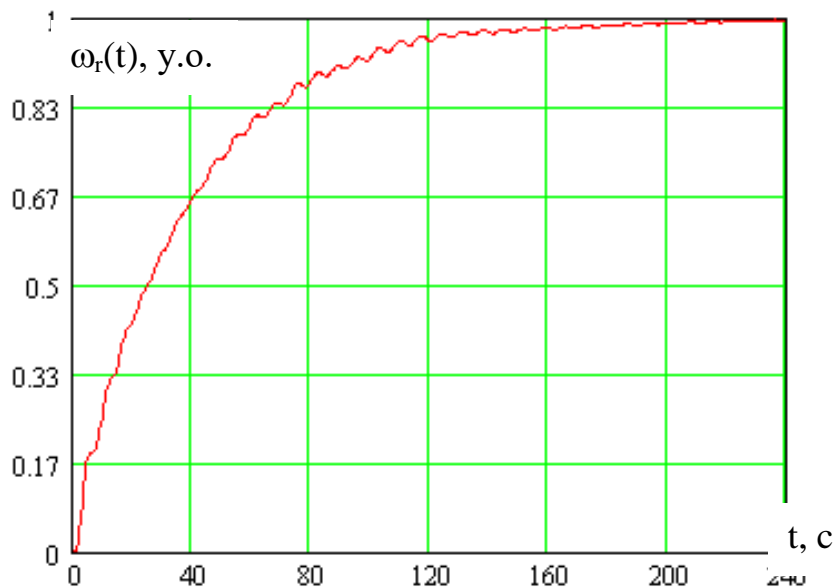


Рисунок 2.6 – Залежність кутової швидкості СД від часу

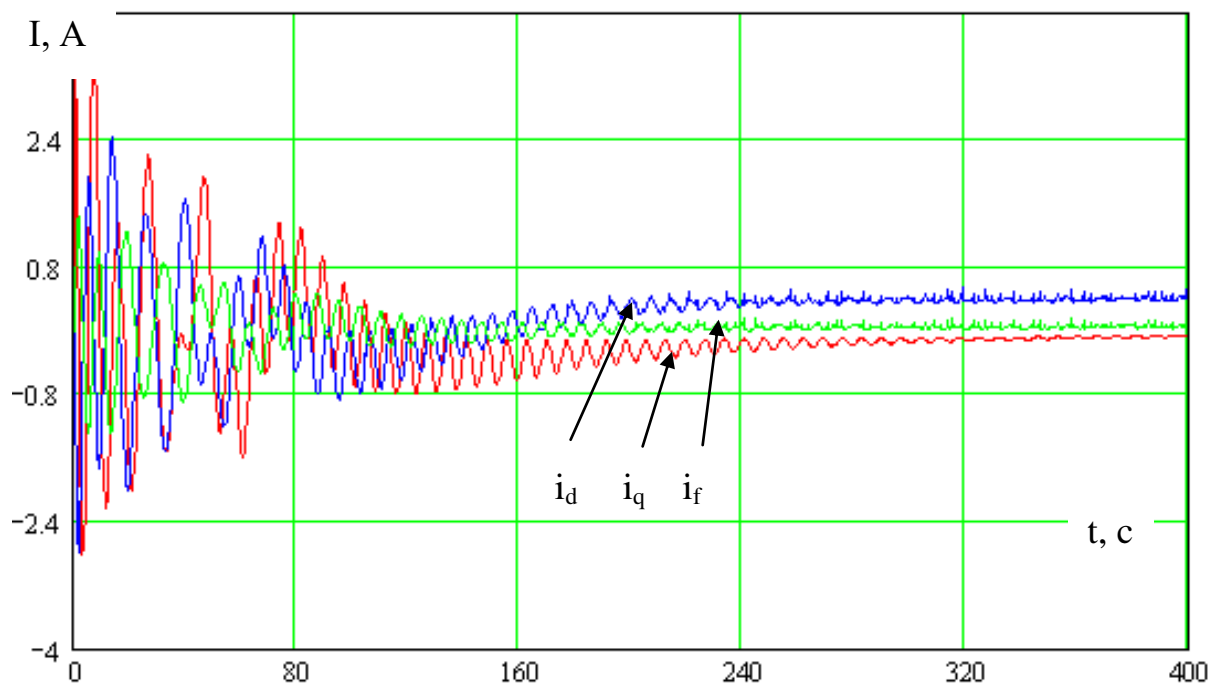


Рисунок 2.7 – Залежності струмів i_d, i_q, i_f СД від часу

2.4 Математична модель двигуна постійного струму

Розглянемо діагностичну модель ДПС на прикладі двигуна паралельного збудження. В цій ЕМ є два контури: контур обмотки збудження і контур якоря, що складається із послідовно з'єднаних обмоток – компенсаційної, додаткових полюсів і якоря. Рівняння рівноваги напруг контурів ДПС прийнято записувати в системі нерухомих координат α, β [12, 25, 26]:

$$\begin{cases} U = R_b i_b + \frac{d\psi_{вщ}}{dt}; \\ U = R i_a + \frac{d\psi}{dt} + \omega_r \psi_{ад}, \end{cases} \quad (2.19)$$

де U – напруга, що прикладена до контактів ДПС;

i_a, i_b – струми, що протікають в обмотках;

R_b, R – активні опори контурів обмоток збудження і якоря, причому $R_b = R_{ш} + R_{рег}, R = R_k + R_d + R_a$;

$R_{ш}, R_k, R_d, R_a$ – активні опори шунтової, компенсаційної обмоток і обмоток додаткових полюсів та якоря;

$R_{рег}$ – опір регулювання;

$\psi_{вщ}$ – потокозчеплення обмотки паралельного збудження;

ψ – повне потокозчеплення обмоток контуру якоря ідеалізованої ЕМ.

Потокозчеплення обмоток ДПС паралельного збудження

$$\begin{cases} \Psi_{\text{вш}} = L_{\text{ш}} i_{\text{в}}; \\ \Psi_{\text{ад}} = L_{\text{ад}} i_{\text{в}}; \\ \Psi = L i_{\text{а}}; \\ L = (L_{\text{к}} + L_{\text{д}} + L_{\text{а}}) + 2(L_{\text{кд}} - L_{\text{ка}} - L_{\text{да}}), \end{cases} \quad (2.20)$$

де $L_{\text{ш}}$ – повна індуктивність обмотки паралельного збудження;

$L_{\text{к}}, L_{\text{д}}, L_{\text{а}}$ – повні індуктивності обмоток: компенсаційної, додаткових полюсів і якоря;

$L_{\text{кд}}, L_{\text{ка}}, L_{\text{да}}$ – взаємні індуктивності обмоток: компенсаційної і додаткових полюсів, додаткових полюсів і обмотки збудження.

$L_{\text{ад}}$ – взаємна індуктивність обмотки якоря по повздовжній осі і обмотки збудження.

Електромеханічний момент $M_{\text{е}}$ визначається через струми і потокозчеплення

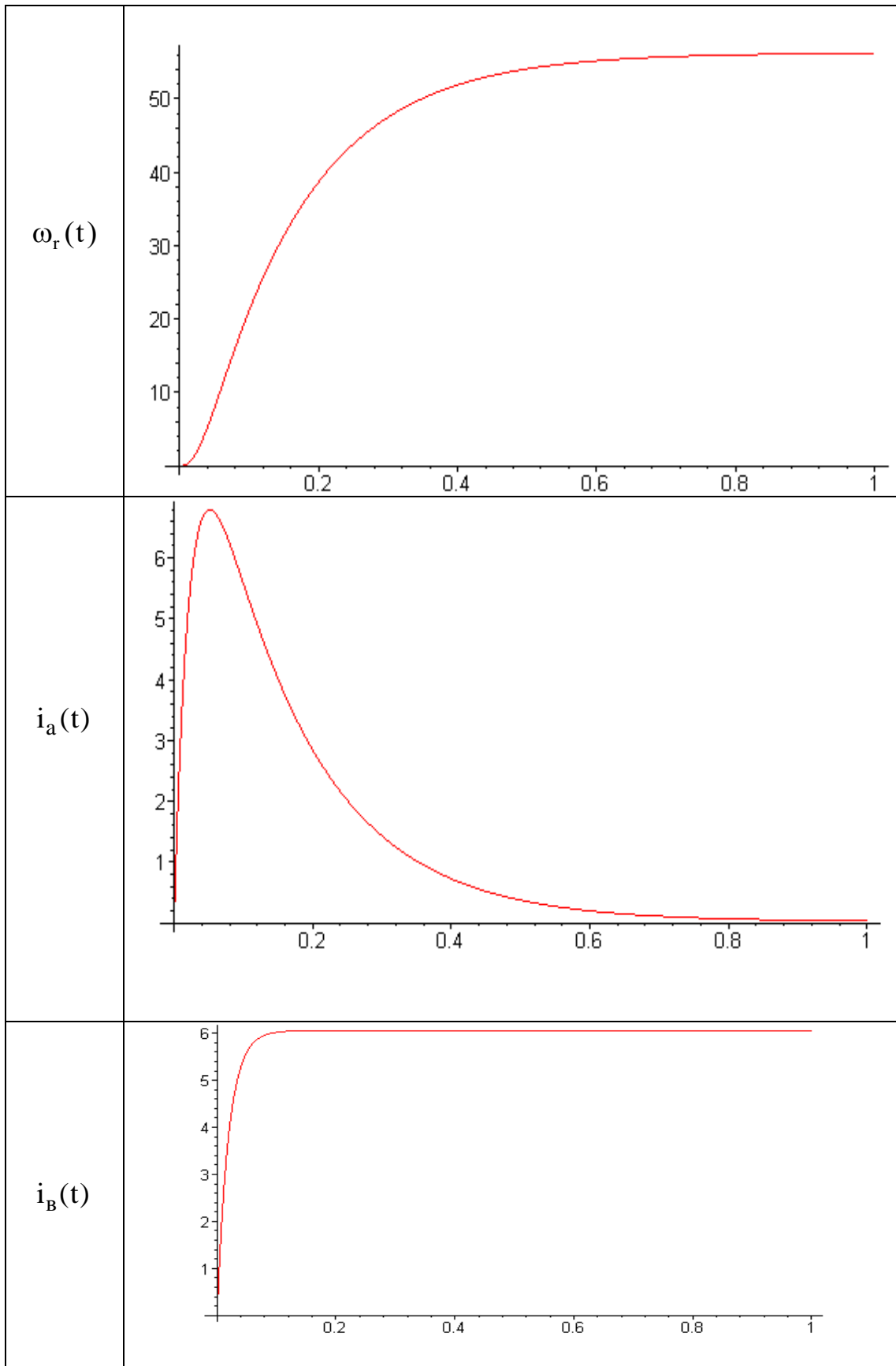
$$M_{\text{е}} = \Psi_{\text{ад}} i_{\text{а}}. \quad (2.21)$$

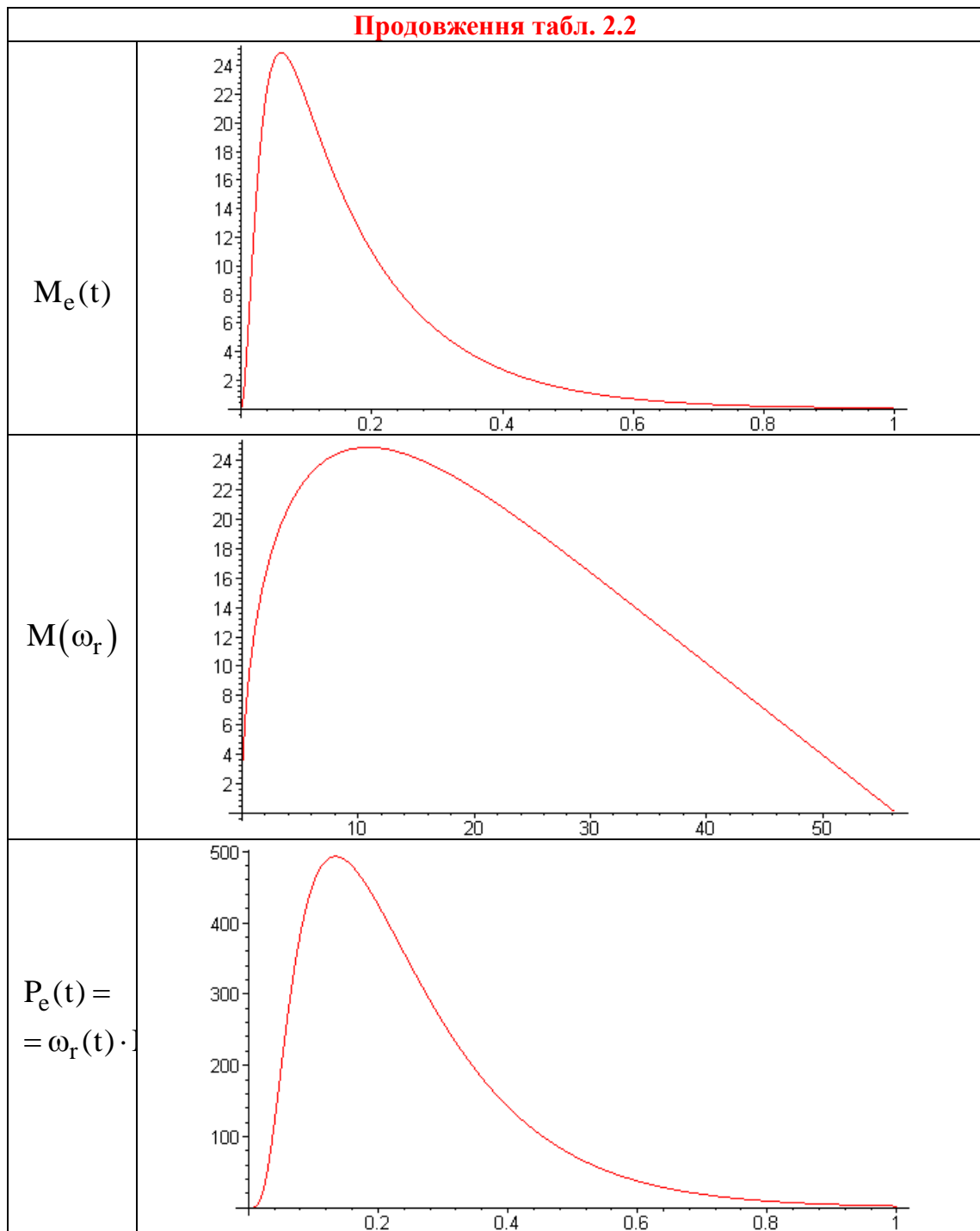
Таким чином, математична модель ДПС запишеться у вигляді

$$\begin{cases} \frac{di_{\text{в}}(t)}{dt} = \frac{U(t) - R_{\text{в}} i_{\text{в}}(t)}{L_{\text{ш}}}; \\ \frac{di_{\text{а}}(t)}{dt} = \frac{U(t) - R i_{\text{а}}(t) - \omega_{\text{r}}(t) L_{\text{ад}} i_{\text{в}}(t)}{L}; \\ \frac{d\omega_{\text{r}}(t)}{dt} = \frac{p}{J} [M_{\text{е}}(t) - M_0(\omega_{\text{r}}(t))]; \\ M_{\text{е}}(t) = L_{\text{ад}} i_{\text{в}}(t) i_{\text{а}}(t). \end{cases} \quad (2.22)$$

Розв’язок системи (2.22) отримано чисельними методами в середовищі символної математики Maple V R5 [19] (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Результати математичного моделювання ДПС





2.5 Математична модель крокового двигуна

Для аналізу електромеханічних процесів в двофазному КД застосовується структурна модель [27], представлена на рис. 2.8. Ротор такого двигуна є постійним магнітом і має $2p$ магнітних полюсів. Статор складається з ідентичних полюсів і обмоток, розташованих через рівні інтервали λ .

Раптові стрибкоподібні зміни кутових положень складають основу всіх режимів роботи КД і по суті є єдиною, але дуже важливою його особливістю. Тому всі параметри, які підлягають вимірюванню також змінюються відповідним чином.

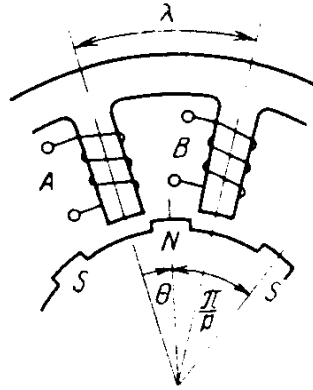


Рисунок 2.8 – Структурна модель крокового двигуна

Це стає очевидним після розв'язку математичної моделі КД (1), яка являє собою систему нелінійних диференціальних рівнянь [27].

$$\begin{cases} J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + pn\Phi_m i_A \sin(p\theta) + pn\Phi_m i_B \sin(p(\theta - \lambda)) = 0, \\ V_{gA} - r \cdot i_a - L \cdot \frac{di_A}{dt} - M \frac{di_B}{dt} + \frac{d}{dt} [n\Phi_m \cos(p\theta)] = 0, \\ V_{gB} - r \cdot i_b - L \cdot \frac{di_B}{dt} - M \frac{di_A}{dt} + \frac{d}{dt} [n\Phi_m \cos(p \cdot (\theta - \lambda))] = 0, \\ M_{ем} = -nN_r \Phi_m \cdot [i_A \cdot \sin(N_r \cdot \theta) + i_B \cdot \cos(N_r \cdot \theta)]. \end{cases} \quad (2.23)$$

де V_{Ga} , V_{gB} – напруга живлення, відповідно фази A та B;

L – власна індуктивність кожної фази;

M – взаємна індуктивність;

r – опір кола обмотки статора.

N_r – кількість зубців ротора.

J – момент інерції;

D – коефіцієнт в'язкого тертя;

θ – кут повороту ротора КД відносно статора;

p – число пар полюсів;

n – кількість витків обмоток;

Φ_m – взаємоіндукція;

i_A , i_B , – струм в обмотках фаз, відповідно A та B;

λ – крок зубців статора КД.

Одним із методів розв'язку системи (2.23) є приведення нелінійних диференціальних рівнянь до лінійних, таким чином фактично виводиться лінеаризована математична модель КД. Проте тоді стає неможливим знай-

ти похибку і попередньо оцінити адекватність отриманої моделі. Тому розв'яжемо систему (2.23) чисельними методами за допомогою сучасних комп'ютерних засобів, які забезпечують похибку не більшу $10^{-5} \%$.

Особливу увагу варто звернути на кут пороту θ , відповідно кутову швидкість $\omega = d\theta / dt$ та обертовий момент $M_{\dot{\theta}}$.

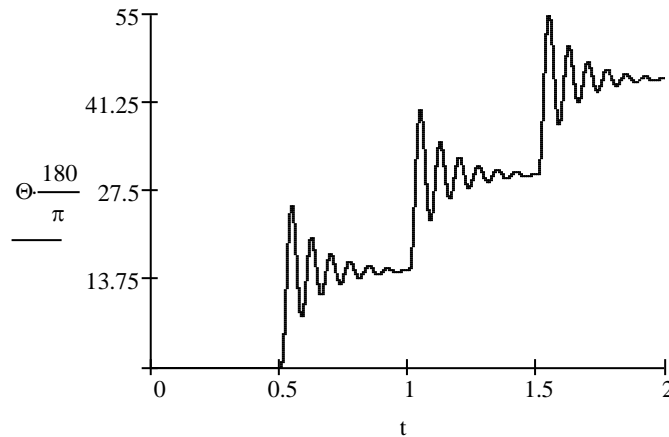


Рисунок 2.9 – Графік зміни кута повороту вала КД

На рис. 2.9 показано зміну кута повороту КД та коливання навколо стійких положень, що також спостерігається на графіку зміни кутової швидкості (рис. 2.10).

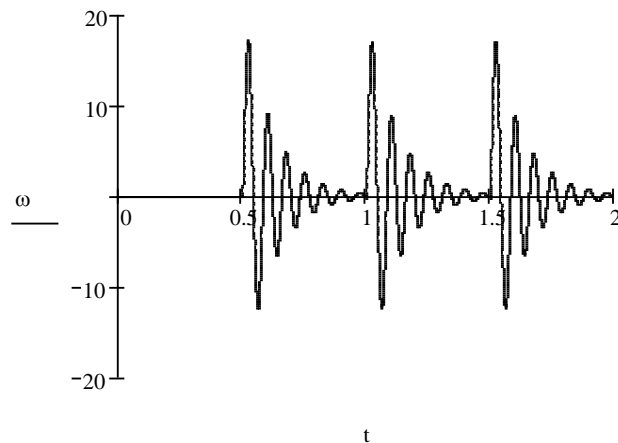


Рисунок 2.10 – Графік зміни кутової швидкості вала КД

Різка зміна напрямку обертання супроводжується і зміною обертового моменту (рис. 2.11).

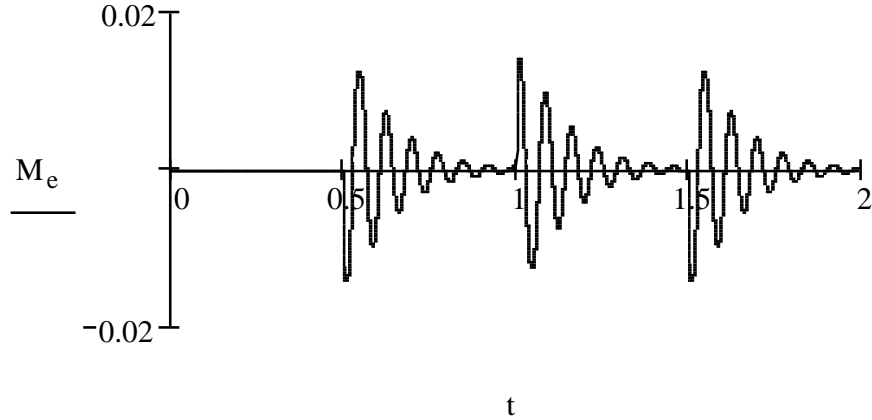


Рисунок 2.11 – Графік зміни обертового моменту КД

При лінеаризації системи (2.20) припускається, що L та M не залежать від θ , а відхилення $\delta\theta$ від положення рівноваги $\lambda/2$ достатньо мале, при цьому струм в обох фазах змінюється на $\delta i_a, \delta i_b$ [27]. Таким чином припускається, що:

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{\lambda}{2} + \delta\theta, \\ \delta i_a &= I_0 + \delta i_a, \\ \delta i_b &= I_0 + \delta i_b.\end{aligned}\tag{2.24}$$

де I_0 – усталене значення струму в обмотках.

Тоді з врахуванням (2.24) лінеаризована система (2.23) матиме вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned} & J \frac{d^2 \delta\theta}{dt^2} + D \frac{d\delta\theta}{dt} + 2N_r^2 n \Phi_m I_0 \cos\left(\frac{N_r \lambda}{2}\right) + \\ & \quad + N_r n \Phi_m \sin\left(\frac{N_r \lambda}{2}\right) (\delta i_a - \delta i_b) = 0, \\ & V_{gA} - r \cdot \delta i_a - L \cdot \frac{d\delta i_a}{dt} - M \frac{d\delta i_b}{dt} - \\ & \quad - N_r n \Phi_m \sin\left(\frac{N_r \lambda}{2}\right) \frac{d\delta\theta}{dt} = 0, \\ & V_{gB} - r \cdot \delta i_b - L \cdot \frac{d\delta i_b}{dt} - M \frac{d\delta i_a}{dt} + \\ & \quad + N_r n \Phi_m \sin\left(\frac{N_r \lambda}{2}\right) \frac{d\delta\theta}{dt} = 0, \\ & M_{\dot{a}i} = -n N_r \Phi_M \cdot [\delta i_a \cdot \sin(N_r \cdot \delta\theta) + \\ & \quad + \delta i_b \cdot \cos(N_r \cdot \delta\theta)]. \end{aligned} \right.\tag{2.25}$$

Розв'язком спрощеної системи лінійних диференціальних рівнянь (2.25) є аналітичні залежності (2.26)

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta(s) = \frac{\left\{ s^2 + \left(\frac{r}{L_p} + \frac{D}{J} \right) \cdot s + \left(\frac{r}{L_p} \frac{D}{J} + k_p \omega_{i\delta}^2 \right) \right\} \cdot \theta_i}{s^3 + \left(\frac{r}{L_p} + \frac{D}{J} \right) \cdot s^2 + \left(\frac{r}{L_p} \frac{D}{J} + \omega_{i\delta}^2 (1 + k_p) \right) \cdot s + \left(\frac{r}{L_p} \right) \omega_{i\delta}^2} \\ I_A = -I_B = \frac{p\Phi_m n \sin\left(\frac{p\lambda}{2}\right) (s\Theta - \theta_i)}{(r + L_p s)}; \\ M_{\ddot{a}i} = \frac{N_r n \Phi_m}{\sqrt{r^2 + \omega_{i\ddot{a}}^2 L^2}} \cdot V \sin\left\{ \rho + \arctg\left(\frac{r}{\omega_{i\ddot{a}} \cdot L}\right) \right\} - \frac{n^2 N_r \Phi_m^2 \omega_{i\ddot{a}} r}{r^2 + \omega_{i\ddot{a}}^2 L^2}. \end{array} \right. \quad (2.26)$$

де ρ – кут моменту;

$v = \arctg\left(\frac{r}{\omega_{i\delta} \cdot L}\right)$ – корегувальний коефіцієнт,

$L_p = L - M$ – коефіцієнт, який залежить від типу КД;

$k_p = \frac{n\Phi_m \sin^2\left(\frac{p\lambda}{2}\right)}{L_p I_0 \cos\left(\frac{p\lambda}{2}\right)}$ – коефіцієнт, який також залежить від типу КД;

$\omega_{\text{пр}}^2 = \frac{2p^2 \Phi_m n I_0 \cos\left(\frac{p\lambda}{2}\right)}{J}$ – коефіцієнт, залежний від типу КД.

Представимо результати розв'язку лінеаризованої математичної моделі (2.26) у вигляді графічних залежностей кута повороту, кутової швидкості та моменту від часу.

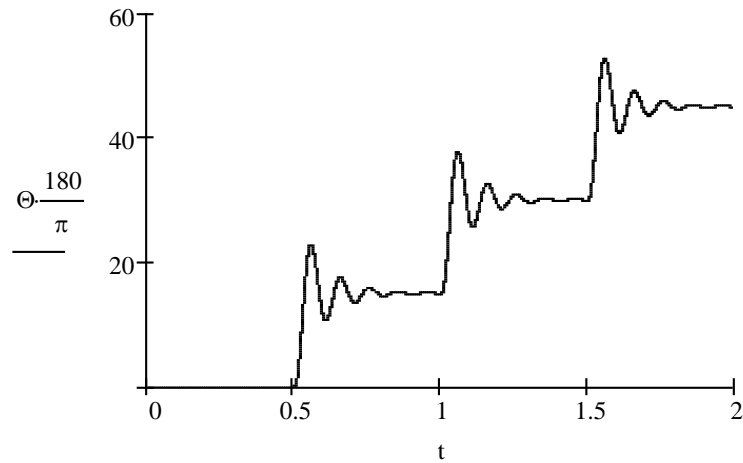


Рисунок 2.12 – Графік зміни кута повороту вала КД (лінеаризована модель)

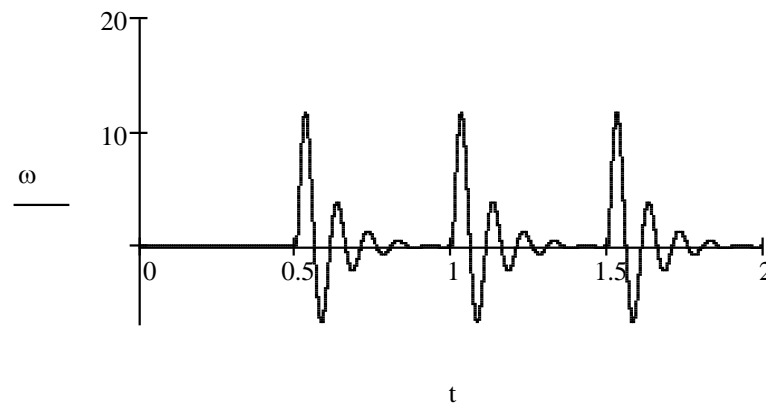


Рисунок 2.13 – Графік зміни кутової швидкості вала КД

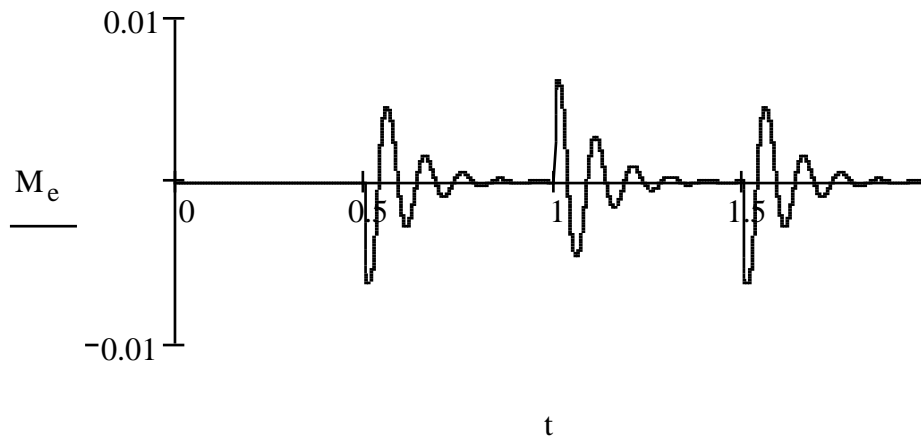


Рисунок 2.14 – Графік зміни обертового моменту КД (лінеаризована модель)

Для визначення відносної похибки лінеаризованої моделі КД відносно нелінійної використовуємо таку розрахункову формулу:

$$\delta_{\text{лін.моделі}}(t) = \frac{|\Theta^{\text{НЛ}}(t) - \Theta^{\text{Л}}(t)|}{\Theta^{\text{НЛ}}(t)} \cdot 100\%, \quad (2.27)$$

де $\Theta^{\text{НЛ}}(t)$ – кут повороту нелінійної моделі КД;

$\Theta^{\text{Л}}(t)$ – кут повороту лінеаризованої моделі.

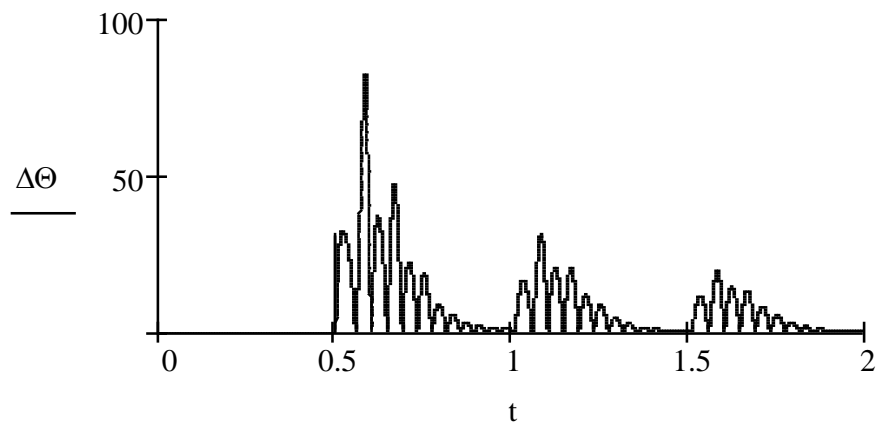


Рисунок 2.14 – Графік зміни відносної похибки лінеаризованої математичної моделі КД відносно нелінійної.

Для опису фізичних процесів у чотирьохфазному КД використовуємо структурну модель наведену на рис. 2.15.

Для отримання математичної моделі такого двигуна (1). Очевидно що електромеханічні процеси, що протікають у обох двигунах можуть описуватися одними и тими ж рівняннями, з тою лише різницею, що складових буде в двічі більше. Таким чином, одна із можливих математичних моделей чотирьохфазного КД має вигляд:

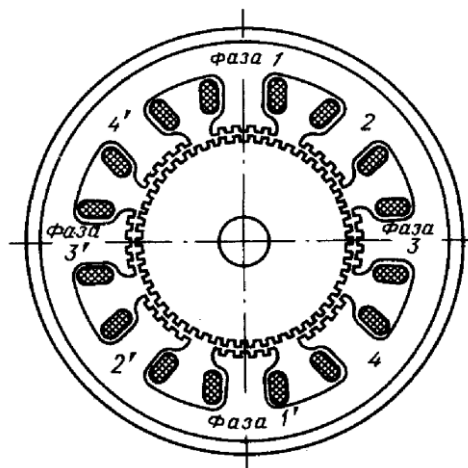


Рисунок 2.15 – Структурна модель чотирьохфазного КД

$$\left\{ \begin{aligned}
 & J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + pn\Phi_m [i_1 \sin(p\theta) + i_2 \sin(p(\theta - \lambda)) + i_3 \sin(p(\theta - 2\lambda)) + i_4 \sin(p(\theta - 3\lambda))] = 0, \\
 & V_{g1} - r \cdot i_1 - L \cdot \frac{di_1}{dt} - M \left(\frac{di_2}{dt} + \frac{di_4}{dt} \right) - \frac{d}{dt} [n\Phi_m \cos(p\theta)] = 0, \\
 & V_{g2} - r \cdot i_2 - L \cdot \frac{di_2}{dt} - M \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_3}{dt} \right) - \frac{d}{dt} [n\Phi_m \cos(p \cdot (\theta - \lambda))] = 0, \\
 & V_{g3} - r \cdot i_3 - L \cdot \frac{di_3}{dt} - M \left(\frac{di_2}{dt} + \frac{di_4}{dt} \right) - \frac{d}{dt} [n\Phi_m \cos(p \cdot (\theta - 2\lambda))] = 0, \\
 & V_{g4} - r \cdot i_4 - L \cdot \frac{di_4}{dt} - M \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_3}{dt} \right) - \frac{d}{dt} [n\Phi_m \cos(p \cdot (\theta - 3\lambda))] = 0, \\
 & M_{\dot{a}i} = -nN_r\Phi_M \cdot [i_1 \sin(p\theta) + i_2 \sin(p(\theta - \lambda)) + i_3 \sin(p(\theta - 2\lambda)) + i_4 \sin(p(\theta - 3\lambda))]
 \end{aligned} \right. \quad (2.28)$$

де i_1, i_2, i_3, i_4 – струм в обмотках фаз 1,2,3 та 4;

$V_{g1}, V_{g2}, V_{g3}, V_{g4}$ – напруга живлення, відповідно фаз 1, 2, 3 та 4;

Систему нелінійних диференціальних рівнянь (2.28) аналогічно розв'язуємо наближеним методом в середовищі ППП MathCad.

На рис. 2.16 – 2.18 результати розв'язку математичної моделі (2.28), відповідно кут повороту, кутова швидкість та момент.

Як вже згадувалося в стійких кутових положеннях ротор КД здійснює коливання, що яскраво видно на рис.2.16.

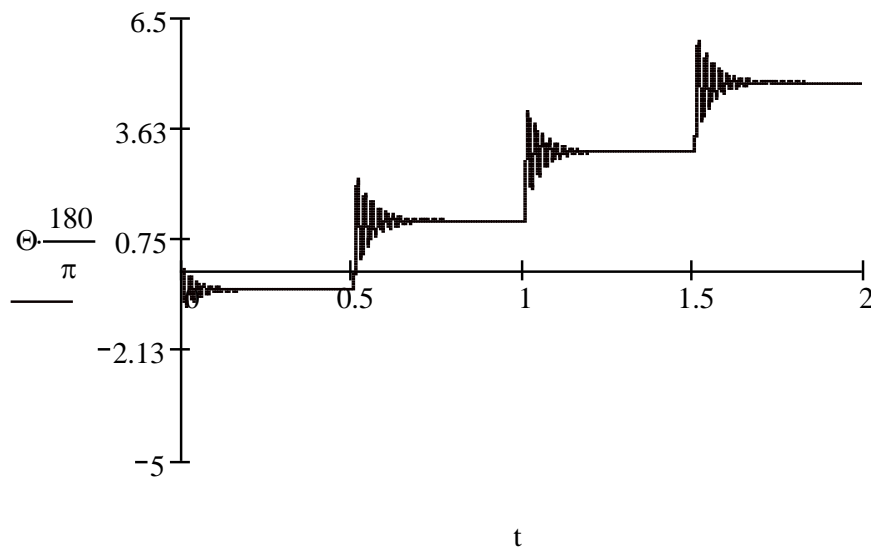


Рисунок 2.16 – Перехідний процес кута повороту ротора чотирьохфазного КД

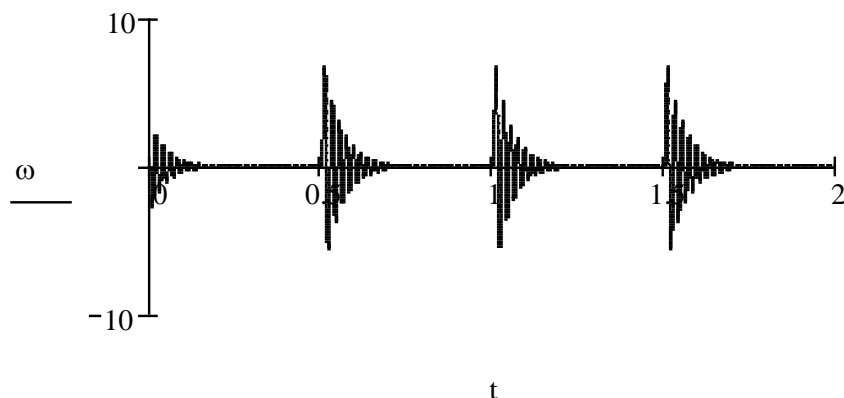


Рисунок 2.17 – Перехідний процес кутової швидкості чотирьохфазного КД

Відповідно при визначенні наприклад, похибок відпрацювання кроків, під час якого здійснюється вимірювання кута повороту на кожному кутовому положенні, необхідно враховувати зміну напрямку обертання. В протилежному випадку відносна похибка вимірювань може перевищити 100%.

Аналогічно методиці лінеаризації моделі двофазного КД здійснимо лінеаризацію моделі чотирьохфазного двигуна (2.28). Матимемо систему рівнянь (2.29), розв'язок якої представлений на рис. 2.18 – рис. 2.19.

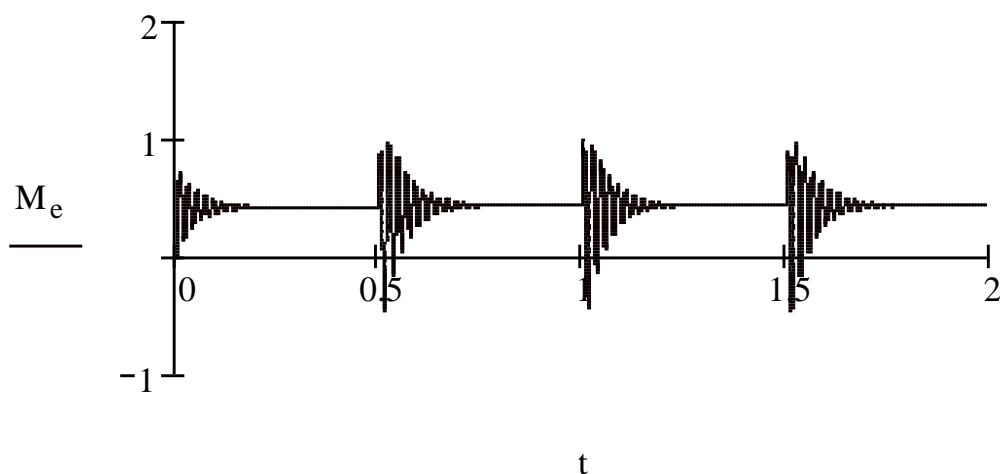


Рисунок 2.18 – Перехідний процес електромагнітного моменту чотирьохфазного КД

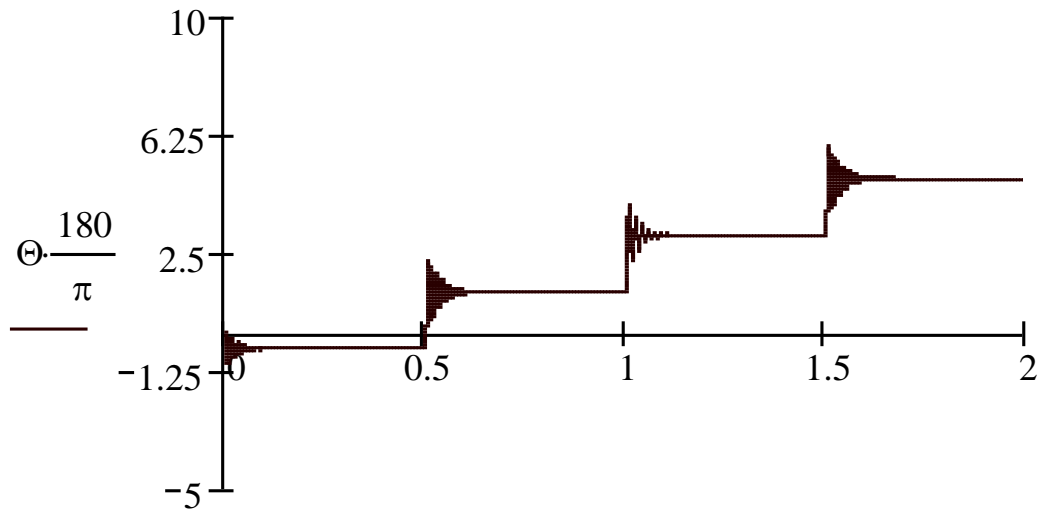


Рисунок 2.19 – Перехідний процес кута повороту ротора чотирьохфазного КД (лінеаризована модель)

Відповідно відносна похибка лінеаризованої математичної моделі чотирьохфазного КД наведена на рис.2.20.

(5):

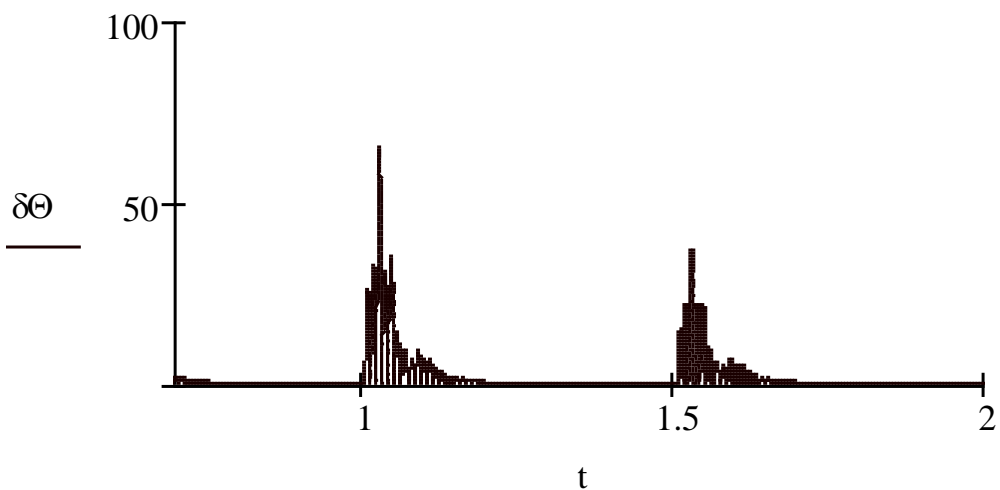


Рисунок 2.20 – Похибка лінеаризованої моделі чотирьохфазного КД відносно нелінійної

$$\left\{ \begin{aligned}
& J \frac{d^2 \delta \theta}{dt^2} + D \frac{d \delta \theta}{dt} + 4 N_r^2 n \Phi_m I_0 \cos\left(\frac{N_r \lambda}{2}\right) + \\
& + N_r n \Phi_m \sin\left(\frac{N_r \lambda}{2}\right) (\delta i_1 - \delta i_2 + \delta i_3 - \delta i_4) = 0, \\
& V_{g1} - r \cdot \delta i_1 - L \cdot \frac{d \delta i_1}{dt} - M \left(\frac{d i_2}{dt} + \frac{d i_4}{dt} \right) - \\
& \quad - N_r n \Phi_m \sin\left(\frac{N_r \lambda}{2}\right) \frac{d \delta \theta}{dt} = 0, \\
& V_{g2} - r \cdot \delta i_2 - L \cdot \frac{d \delta i_2}{dt} - M \left(\frac{d i_1}{dt} + \frac{d i_3}{dt} \right) + \\
& \quad + N_r n \Phi_m \sin\left(\frac{N_r \lambda}{2}\right) \frac{d \delta \theta}{dt} = 0, \\
& V_{g3} - r \cdot \delta i_3 - L \cdot \frac{d \delta i_3}{dt} - M \left(\frac{d i_2}{dt} + \frac{d i_4}{dt} \right) - \\
& \quad - N_r n \Phi_m \sin(N_r \lambda) \frac{d \delta \theta}{dt} = 0, \\
& V_{g4} - r \cdot \delta i_4 - L \cdot \frac{d \delta i_4}{dt} - M \left(\frac{d i_1}{dt} + \frac{d i_3}{dt} \right) + \\
& \quad + N_r n \Phi_m \sin\left(\frac{3 N_r \lambda}{2}\right) \frac{d \delta \theta}{dt} = 0, \\
& M_{\ddot{a}i} = -n N_r \Phi_m \cdot [\delta i_1 \sin(p \delta \theta) + \\
& \quad + i_2 \sin(p(\delta \theta - \lambda)) + \\
& \quad + \delta i_3 \sin(p(\delta \theta - 2\lambda)) + \delta i_4 \sin(p(\delta \theta - 3\lambda))]
\end{aligned} \right. \tag{2.29}$$

Розділ 3

АНАЛІЗ ПЕРВИННИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ

3.1 Класифікація оптичних вимірювальних перетворювачів параметрів обертального руху

Як зазначалось вище, оптичні вимірювальні перетворювачі мають ряд переваг, що суттєво відрізняють їх від інших. Відсутність обмоток, можливість одержання високої точності при малих габаритах, безконтактність вимірювань, різні методи перетворення кутових величин в електричні сигнали сприяють широкому застосуванню оптичних перетворювачів для побудови засобів контролю параметрів ОР. Крім того, поєднання оптики, електроніки й обчислювальної техніки робить можливим створення на основі оптичних сенсорів багатопараметричних засобів, що забезпечують контроль одночасно декількох параметрів обертального руху.

Оптичні вимірювальні перетворювачі дуже різноманітні за будовою, принципом дії і застосуванням. Існує ряд основних ознак, за якими їх класифікують.

Проаналізувавши узагальнену структуру оптичного вимірювального перетворювача (ВП), її було умовно поділено на три основні частини (рис. 3.1):

- джерело випромінювання;
- оптична система з модулятором;
- і приймач випромінювання.



Рисунок 3.1 - Узагальнена структурна схема оптичного вимірювального перетворювача параметрів обертального руху

Виходячи з вищесказаного пропонується класифікація ВП (рис. 3.2), в основу якої покладено сім основних класифікаційних ознак [32, 33]:

- 1) за типом джерела випромінювання;
- 2) за типом інформативного сигналу;
- 3) за наявністю або відсутністю оптичної системи;

- 4) за наявністю і типом чутливого елемента, модулятора або дефлектора;
- 5) за типом приймача випромінювання;
- 6) за принципом перетворення променевої енергії;
- 7) за видом інформативного параметра вихідної величини.

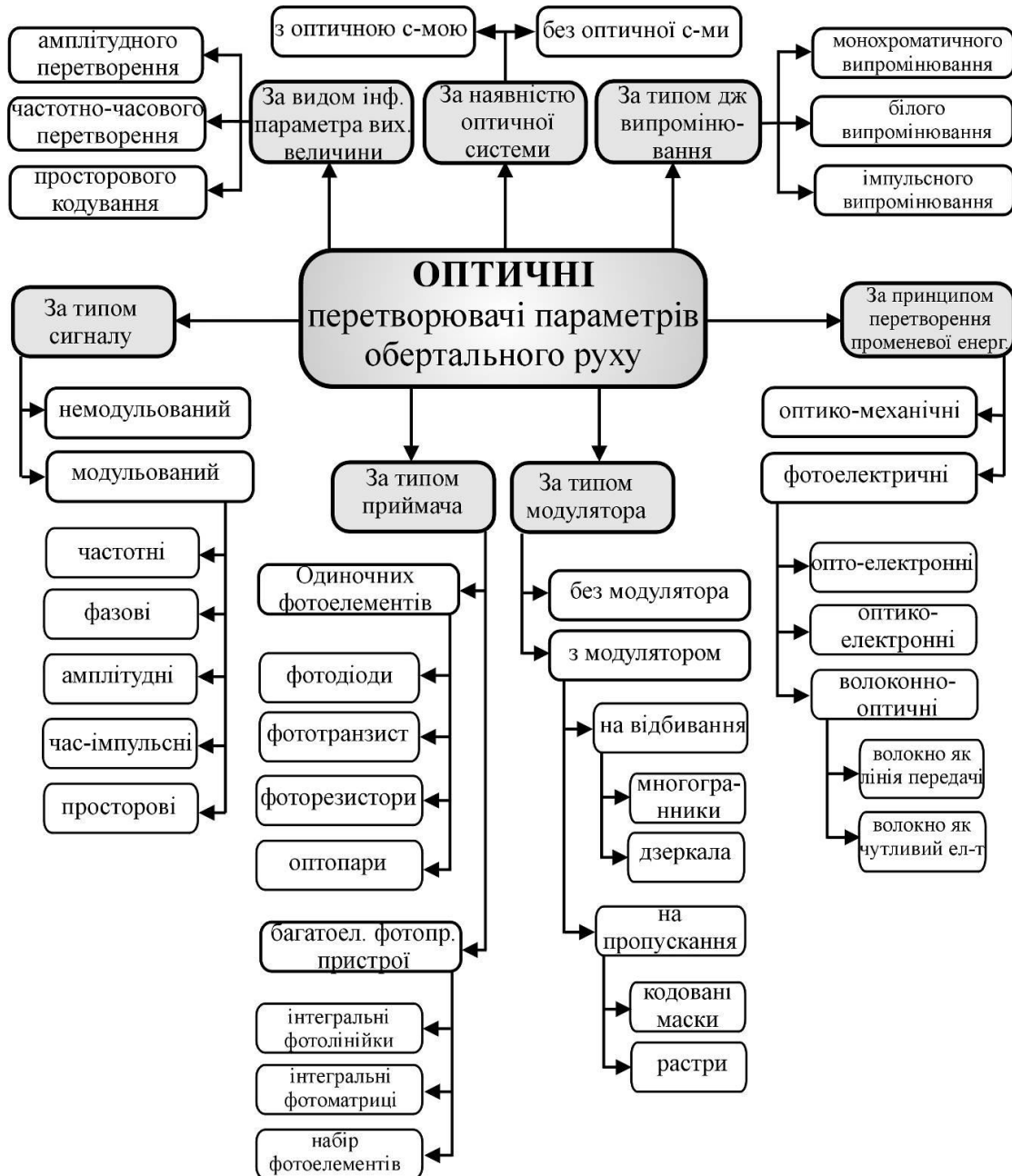


Рисунок 3.2 – Класифікація вимірювальних перетворювачів параметрів обертального руху

Поділ ВП за певними ознаками не виключає того, що визначена за однією ознакою група сенсорів може, в свою чергу, поділитися за іншою

основною ознакою. Наприклад, оптико-електронні ВП можуть містити модулятор або бути без нього, використовувати одиночні фотоприймачі або інтегральні багатоелементні фотоприймальні пристрої.

За типом джерела випромінювання оптичні вимірювальні перетворювачі поділяються на такі, що використовують монохроматичне, біле або імпульсне випромінювання. Відповідно до цього застосовують різні види випромінювачів, наприклад, напівпровідникові лазери, лампи розжарювання, світлодіоди [34-36].

Імпульсне випромінювання може бути як монохроматичне, так і біле.

При цьому даний сигнал може бути модульованим і немодульованим. Вимірювальні перетворювачі кутової швидкості використовують частотну, фазову, амплітудну, час-імпульсну і просторову модуляції. Перетворювачі просторового кодування поділяються на накопичувальні і перетворювачі зчитування.

Оптичні вимірювальні перетворювачі можуть мати або ж не мати оптичну систему. Оптична система може включати в себе набір фокусувальних лінз, об'єктиви, оптичне волокно і т.п. Перетворювачі з оптичною схемою можуть також містити модулятори або дефлектори. Модулятори розміщуються на валу тіла обертання і бувають на відбивання і пропускання випромінювання. Досить поширеними є дефлектори у вигляді правильних і неправильних відбивальних багатогранників. Використовують також різноманітні дзеркала. На пропускання найчастіше застосовують растри і кодовані маски Грея, в яких вимірювана величина безпосередньо перетворюється у двійковий код. Кількість розрядів кодованих масок при прийнятних габаритах (зовнішній діаметр менше 100 мм) складає 13–14. Растрові інтерполятори перетворювачів кута мають 22–23 розряди при діаметрі диска 100–150 мм [1, 13].

3.2 Фотоелектричні вимірювальні перетворювачі

В основу побудови генераторних фотоелектричних перетворювачів покладено явище зовнішнього фотоефекту. До них належать фотодіоди і фототранзистори.

Суть зовнішнього фотоефекту полягає в емісії (випусканні) електронів на поверхні фотокатода у вакуум під дією світлового потоку.

Кванти світла, що досягають фоточутливої поверхні катода, викликають емісію фотоелектронів, які під дією зовнішнього електричного поля створюють фотострум.

Рівняння перетворення фотодіода має такий вигляд

$$E = \frac{kT}{e} \ln \left(S_I \frac{\Phi}{I_s} - 1 \right), \quad (3.1)$$

де E – фото-ЕРС;
 k – стала Больцмана;
 T – абсолютна температура;
 e – заряд електрона;
 S_1 – чутливість;
 I_s – тепловий струм.

Фотоелектричні перетворювачі використовуються для вимірювання як світлових, так і несвітлових неелектричних величин. Прикладами використання фотоелектричних перетворювачів є кут повороту, швидкість обертання, кутова швидкість, обертальний момент та інші.

Розглянемо застосування фотоелектричних перетворювачів в сенсорах кутової швидкості.

Принцип дії фотоелектричного сенсора швидкості ґрунтується на модуляції освітлення робочої поверхні фотоелектричного елемента числом обертів (частотою обертання n).

Із великої кількості фотоелектричних перетворювачів найбільш поширені сенсори з перериванням світлового потоку (рис.3.3). Світловий потік спрямовується оптичною системою на обертальний диск і після переривання потрапляє на фотоелемент, який реєструє імпульс фотоструму.

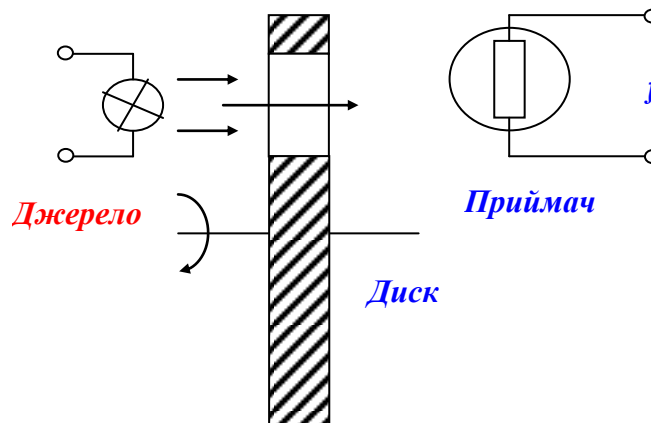


Рисунок 3.3 – Структурна схема фотоелектричного ВП

У разі переривання світлового потоку на об'єкт вимірювання (вал, який обертається) необхідно насадити диск з отворами або прорізами, а на випадок відбиття нанести на об'єкт глянцевої або матової поверхні. Частота пульсацій f фотоструму з частотою обертання об'єкта вимірювання пов'язана такою залежністю:

$$f = \frac{nz}{60}, \quad (3.2)$$

де z – кількість прорізів або отворів у диску.

Фотоелектричні перетворювачі використовуються для вимірювання частоти обертання та інших фізичних величин, функціонально пов'язаних з нею.

Їхні переваги: широкий діапазон вимірювання (від 10^{-3} до 10^6 об/хв.), простота конструкції, мале навантаження на об'єкт вимірювання, висока завадостійкість, практично необмежений строк служби.

Недоліки: похибка, зумовлена нерівномірним нанесенням отворів (прорізів, поділок, позначок); похибка від ексцентриситету між центром диска і віссю вала, на якому він встановлений.

3.2.1 Принцип дії перетворювачів кутових переміщень

Перетворювачі кутових переміщень знайшли широке застосування в електроенергетиці та електромеханіці для вимірювання кутових переміщень, кутових швидкостей та прискорень. Вони здійснюють перетворення кутового переміщення в послідовність електричних сигналів, яка містить інформацію про значення і напрямок інформативного сигналу (рис.3.4).

Принцип дії перетворювачів кутових переміщень засновано на фотоелектричному зчитуванні растрових і кодових спряжень, ресстрації відносної величини потоку оптичного випромінювання, що пройшло через растрове спряження як координатно-періодичної функції взаємного кутового положення регулярного растра шкали і растрів вікон аналізатора.

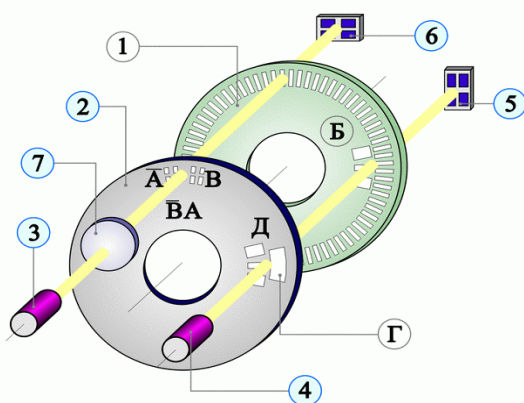


Рисунок 3.4 – Зовнішній вигляд перетворювача кутових переміщень

Перетворювач має два кінематично функціональних зв'язаних блоки: радіальну растрову шкалу 1, яка жорстко зв'язана з валом перетворювача, і растровий аналізатор 2 нерухомого блоку зчитування (рис.3.4.)

До складу растрового аналізатора входять чотири поля (рис.3.5) зчитування A, \bar{A}, B, \bar{B} , кожне з яких зсунуте в просторі відносно попереднього на $1/4$ періоду растра.

Паралельний світловий потік, сформований конденсором 7 випромінювача 3, проходячи через растрове спряження, аналізується 4-х квадрантним фотоприймачем 5.

Здвоєні відповідним чином фотоприймачі дозволяють отримати два ортогональних струмових сигнали I_A та I_B (рис.3.4), постійна складова яких не залежить від рівня освітленості.

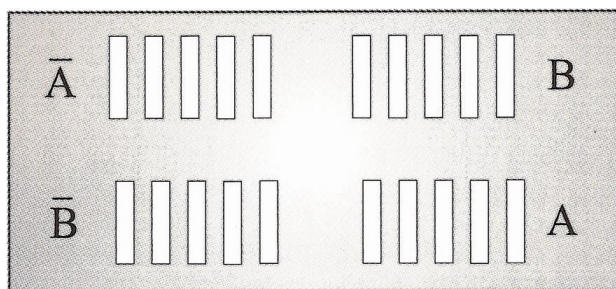


Рисунок 3.5 – Розгорнуте зображення растрового аналізатора

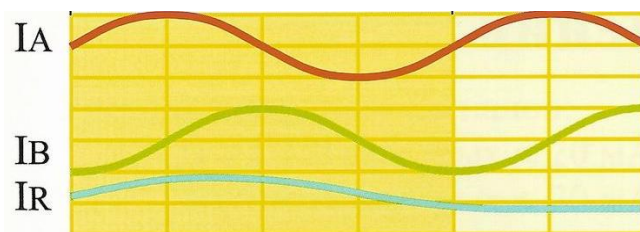


Рисунок 3.6 – Сигнали на вході растрового аналізатора

Наявність двох ортогональних вимірювальних сигналів дозволяє визначати напрямок переміщення та суттєво підвищити роздільну здатність в процесі обробки цих сигналів в електронному блоці.

Сигнал I_A випереджає сигнал I_B під час обертання вимірювального лімба за годинниковою стрілкою, який жорстко зв'язаний з валом перетворювача (вид зі сторони вала перетворювача).

Растровий аналізатор крім вікон інкрементувального зчитування має референтну мітку Д. Референтна мітка Д позиційно узгоджена з доріжкою референтних міток лімба. Сигнал референтної мітки на рис.3.6 позначено I_R . Він формується один раз за один повний оберт вала, що дозволяє цей перетворювач використовувати також в якості сенсора положення.

На виходах сенсора електронною схемою можуть формуватися сигнали у вигляді:

- синусоїди струму (СС ~ 11 мкА; $U_{ж} = +5$ В $\pm 5\%$);
- синусоїди напруги (СН ~ 1 В; $U_{ж} = +5$ В $\pm 5\%$);
- прямокутних імпульсних сигналів (ПІ типу TTL; $U_{ж} = +5$ В $\pm 5\%$).

Приклад вихідних прямокутних сигналів типу TTL наведено на рис.3.7. Рівні вихідних TTL сигналів:

$$U_1 > 2,4 \text{ В при } I_{\text{вих.}} \leq 20 \text{ мА};$$

$$U_0 < 0,5 \text{ В при } I_{\text{вих.}} \leq 20 \text{ мА}.$$

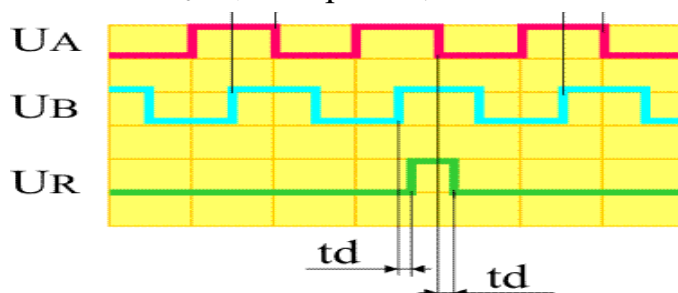


Рисунок 3.7 – Приклад вихідних прямокутних сигналів типу TTL

Тривалість фронтів вихідних сигналів не перевищує 100 нс.

Час затримки сигналу U_R референтної мітки відносно основних сигналів U_A і U_B $t_d \leq 300$ нс.

Рівняння перетворення для широко вживаних в електроенергетиці та електромеханіці сесорів, в основу побудови яких покладено перетворювач кутових переміщень, наведено в табл.3.1.

Таблиця 3.1 – Рівняння перетворення сесорів кутових переміщень

Вимірювана ФВ	Одиниці вимірювання	Рівняння перетворення
Кут повороту	град	$\alpha_x = i \cdot \frac{360}{Z},$ α_x - кут повороту; i - поточна кількість вихідних імпульсів ($i \in 0 \dots Z$); Z - кількість імпульсів за один повний оберт ($Z \in 10^3 \dots 10^6$).
	рад	$\alpha_x = i \cdot \frac{2\pi}{Z}$
Частота обертання	об/хв	$f_x = \frac{n_x Z}{60},$ де n_x - швидкість обертання; f_x - частота вихідних прямокутних імпульсів.
Кутова швидкість	рад/с	$f_x = \frac{\omega_x Z}{2\pi},$ де ω_x - кутова швидкість.

Рух обертальних механізмів можна описувати термінами «кутова швидкість» чи «частота обертання», сутність яких різна.

Приведемо визначення цих параметрів кутових переміщень, що відповідають міжнародній системі одиниць вимірювання.

Кутовою швидкістю називається фізична величина, зумовлена першою похідною від кута повороту φ за час t , рад/с:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (3.3)$$

Частотою обертання n називається фізична величина, обумовлена відношенням кількості обертів N обертового вала до часу обертання $\Delta t \in [0, T]$

$$n(t) = \frac{N}{t}. \quad (3.4)$$

Одиниця вимірювання n відрізняється від ω у формулі множником 2π .

Неважко з'ясувати, що вживане поняття «швидкість обертання n » точно відповідає величині «частота обертання». Основне рівняння вимірювання швидкості обертання як і частоти обертання

$$n = \frac{N}{t}. \quad (3.5)$$

Ці визначення вказують на те, що швидкість обертання, як і частота обертання, ніяк не є синонімами кутової швидкості. За фізичним змістом це різні величини, не пропорційні одна іншій. При періодичному обертанні $n = \text{const}$, але кутова швидкість може бути змінною протягом одного оберту. Рівність

$$\omega = 2\pi n \quad (3.6)$$

справедлива тільки для рівномірного обертання.

3.2.2 Математична модель взаємодії об'єкту вимірювання і фотоелектричного сенсора

Основними складовими, що приймають участь у формуванні первинної вимірювальної інформації про кутову швидкість є:

- об'єкт вимірювання;
- муфта спряження;
- фотоелектричний сенсор.

Тільки в процесі взаємодії цих складових можливе отримання вимірювальної інформації, як в динамічному, так і в статичному режимі роботи ОВ.

Математична модель фотоелектричного сенсора, що перетворює частоту (швидкість обертання $n_x(t)$) в частоту імпульсів $f_{\text{фс}}$ на своєму виході подається так:

$$f_{\text{фс}} = \frac{n_x(t) \cdot z}{60}, \quad (3.7)$$

а для кутової швидкості

$$f_{\text{фс}} = \frac{\omega_x(t) \cdot z}{2\pi}, \quad (3.8)$$

Фотоелектричний сенсор під'єднують до вала об'єкту вимірювання за допомогою муфти спряження:

$$\begin{cases} \frac{d\omega_r(t)}{dt} = \frac{M_{\text{Н}}(t) - c \cdot [\varphi_r(t) - \varphi_m(t)] - b \cdot [\omega_r(t) - \omega_m(t)]}{J_r}, & \frac{d\varphi_r(t)}{dt} = \omega_r(t); \\ \frac{d\omega_m(t)}{dt} = \frac{-M_0 + c \cdot [\varphi_r(t) - \varphi_m(t)] + b \cdot [\omega_r(t) - \omega_m(t)]}{J_m}, & \frac{d\varphi_m(t)}{dt} = \omega_m(t), \end{cases} \quad (3.9)$$

де $\varphi_r(t)$, $\varphi_m(t)$ – кут повороту ротора і муфти спряження відповідно;
 $\omega_r(t)$, $\omega_m(t)$ – кутова швидкість обертання ротора і муфти спряження відповідно;

J_r , J_m – момент інерції ротора ОБ і муфти спряження відповідно;

$M_e(t)$ – зміна електромагнітного моменту ОБ;

M_0 – момент опору на валу ОБ;

a, b, c, d – коефіцієнти, що характеризують пружні властивості муфти спряження.

Отримаємо математичну модель засобу вимірювання кутової швидкості на прикладі асинхронного двигуна, що працює в динамічному режимі роботи. Математична модель (2.9) АД має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_{r\alpha}(t)}{dt} = k(L_m(-U_{s\alpha}(t) + R_s I_{s\alpha}(t)) - L_s(R_r I_{r\alpha}(t) + \omega_r(t)(L_r I_{r\beta}(t) + L_m I_{s\beta}(t))); \\ \frac{dI_{r\beta}(t)}{dt} = k(L_m(-U_{s\beta}(t) + R_s I_{s\beta}(t)) - L_s(R_r I_{r\beta}(t) - \omega_r(t)(L_r I_{r\alpha}(t) + L_m I_{s\alpha}(t))); \\ \frac{dI_{s\alpha}(t)}{dt} = k(L_r(U_{s\alpha}(t) - R_s I_{s\alpha}(t)) + L_m(R_r I_{r\alpha}(t) + \omega_r(t)(L_r I_{r\beta}(t) + L_m I_{s\beta}(t))); \\ \frac{dI_{s\beta}(t)}{dt} = k(L_r(U_{s\beta}(t) - R_s I_{s\beta}(t)) + L_m(R_r I_{r\beta}(t) - \omega_r(t)(L_r I_{r\alpha}(t) + L_m I_{s\alpha}(t))); \\ \frac{d\omega_r(t)}{dt} = \frac{p}{J} \cdot (M_{\text{эм}}(t) - M_o(t)); \quad k = \frac{1}{L_r L_s - L_m^2}; \\ M_{\text{эм}}(t) = 0.5mpL_m [I_{s\beta}(t)I_{r\alpha}(t) - I_{r\beta}(t)I_{s\alpha}(t)] \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Кутова швидкість $\omega_r(t)$ обертання ротора ОБ у фотоелектричному сенсорі (3.8), перетворюється в частоту імпульсів на його виході. Далі частоту цих сигналів необхідно виміряти частотоміром середніх або миттєвих значень. Для динамічних вимірювань кутової швидкості з позиції забезпечення максимальної точності віддають перевагу тахометру миттєвих значень

$$N_x(t) = \frac{f_0 \cdot 2\pi}{\omega_r(t) \cdot z}. \quad (3.11)$$

Підставивши (3.8), (3.9) і (3.11) в (3.10) отримаємо остаточну математичну модель засобу вимірювання кутової швидкості асинхронного двигуна в процесі його перехідного процесу

$$\left\{ \begin{aligned}
 \frac{dI_{r\alpha}(t)}{dt} &= k(L_m(-U_{s\alpha}(t) + R_s I_{s\alpha}(t)) - L_s(R_r I_{r\alpha}(t) + \omega_r(t)(L_r I_{r\beta}(t) + L_m I_{s\beta}(t)))); \\
 \frac{dI_{r\beta}(t)}{dt} &= k(L_m(-U_{s\beta}(t) + R_s I_{s\beta}(t)) - L_s(R_r I_{r\beta}(t) - \omega_r(t)(L_r I_{r\alpha}(t) + L_m I_{s\alpha}(t)))); \\
 \frac{dI_{s\alpha}(t)}{dt} &= k(L_r(U_{s\alpha}(t) - R_s I_{s\alpha}(t)) + L_m(R_r I_{r\alpha}(t) + \omega_r(t)(L_r I_{r\beta}(t) + L_m I_{s\beta}(t)))); \\
 \frac{dI_{s\beta}(t)}{dt} &= k(L_r(U_{s\beta}(t) - R_s I_{s\beta}(t)) + L_m(R_r I_{r\beta}(t) - \omega_r(t)(L_r I_{r\alpha}(t) + L_m I_{s\alpha}(t)))); \\
 \frac{d\omega_r(t)}{dt} &= \frac{p}{J} \cdot (M_{\gamma''}(t) - M_o(t)); \quad k = \frac{1}{L_r L_s - L_m^2}; \\
 M_{\gamma''}(t) &= 0.5mpL_m [I_{s\beta}(t)I_{r\alpha}(t) - I_{r\beta}(t)I_{s\alpha}(t)]; \\
 \frac{d\omega_r(t)}{dt} &= \frac{M_{\gamma''}(t) - c \cdot [\varphi_r(t) - \varphi_m(t)] - b \cdot [\omega_r(t) - \omega_m(t)]}{J_r}; \quad \frac{d\varphi_r(t)}{dt} = \omega_r(t); \\
 \frac{d\omega_m(t)}{dt} &= \frac{-M_0 + c \cdot [\varphi_r(t) - \varphi_m(t)] + b \cdot [\omega_r(t) - \omega_m(t)]}{J_m}; \quad \frac{d\varphi_m(t)}{dt} = \omega_m(t); \\
 N_x(t) &= \frac{f_0 \cdot 2\pi}{\omega_r(t) \cdot z}.
 \end{aligned} \right. \quad (3.12)$$

Графік зміни (рис.3.8) кутової швидкості в часі $\omega_r = f(t)$ для перехідного режиму роботи асинхронного АД типу 4А71А4 є розв'язком моделі (3.12).

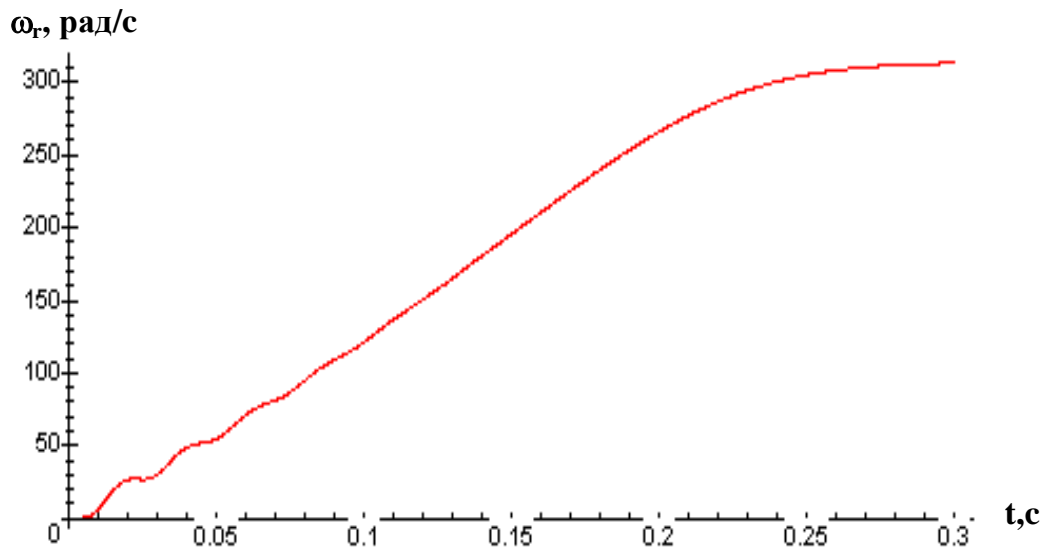


Рисунок 3.8 – Перехідний процес кутової швидкості АД

В процесі динамічних вимірювань кутової швидкості назвичайно важливим є встановлення діапазону зміни вхідної величини, який визначається нижньою $n_{x \min}$ і верхньою $n_{x \max}$ межами вимірювання.

Нижня межа вимірювань $n_{x \min}$ кутової швидкості для тахометра миттєвих значень обмежується максимальною ємністю N_{\max} двійкового лічильника, що підраховує кількість імпульсів зразкової частоти f_0 , які кантують невідомий період T_x .

Максимальна ємність N_{\max} n -розрядного двійкового лічильника визначається

$$N_{\max} = 2^n. \quad (3.13)$$

Врахувавши останнє, перепишемо рівняння перетворення (3.11) у вигляді

$$N_{\max} = 2^n = \frac{f_0 \cdot 60}{n_{x \min} \cdot z}. \quad (3.14)$$

Звідси

$$n_{x \min} = \frac{60 \cdot f_0}{2^n \cdot z}. \quad (3.15)$$

Для цифрового тахометра миттєвих значень з такими параметрами його схеми:

$$f_0 = 5 \cdot 10^6 \text{ Гц};$$

$$\delta_{\text{кн}} = 0.5\% ;$$

$$z \in 100 \dots 10000.$$

матимемо таке значення нижньої межі вимірювання

$$n_{x \min} = \frac{60 \cdot f_0}{2^n \cdot z} = \frac{60 \cdot 5 \cdot 10^6}{2^{16} \cdot 10^4} \approx 0.5 \text{ об/хв.}$$

Верхня межа вимірювання $n_{x \max}$ в даному тахометрі обмежена нормованим значенням похибки квантування

$$\delta_{\text{кн}} = \frac{n_{x \max} \cdot z}{60 f_0} 100\%. \quad (3.16)$$

Якщо нормоване значення похибки квантування становить 0,5 %, то верхня межа вимірювань дорівнює:

$$n_{x \max} = \frac{\delta_{\text{кн}} \cdot 60 \cdot f_0}{100\% \cdot z} = \frac{0.5\% \cdot 5 \cdot 10^6}{100 \cdot 100\%} \approx 15000 \text{ об/хв}$$

Аналіз залежностей для $n_{x\min}$ і $n_{x\max}$ показує, що параметри схеми тахометра f_0 , n , $\delta_{кн}$ в процесі вимірювання є сталими величинами. Змінним може бути лише роздільна здатність z фотоелектричного сенсора. На рис.3.9 наведені залежності $n_{\min}=f(z)$ і $n_{\max}=f(z)$.

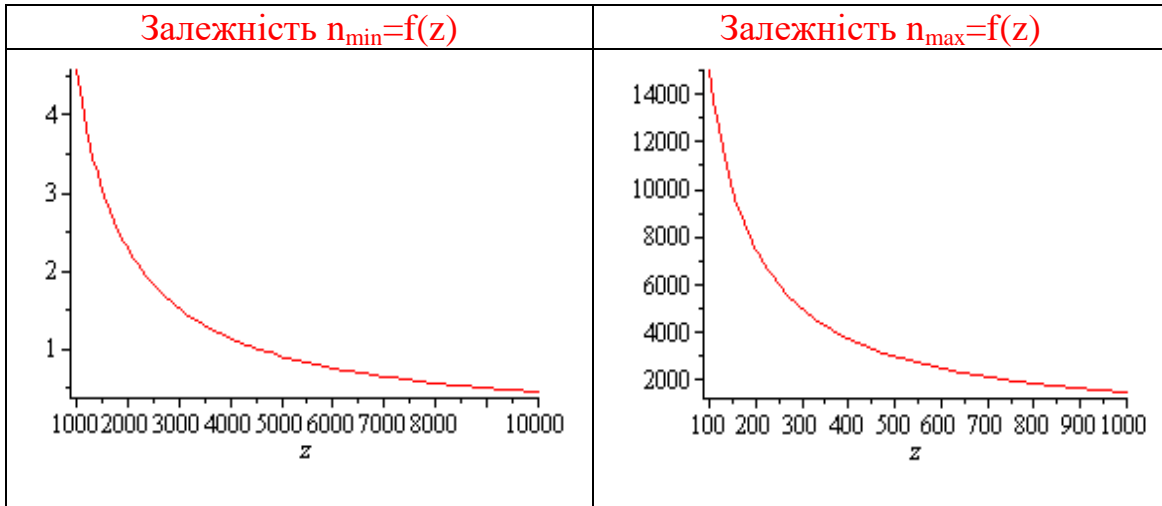


Рисунок 3.9 – Результати моделювання залежності $n(z)$

Отже, якщо реалізувати алгоритм $z=f(n)$, то можливо здійснити вимірювання кутової швидкості в надзвичайно широкому динамічному режимі роботи ОВ

$$D_n \in 1 \dots 15000 \text{ об/хв}$$

з похибкою квантування, що не перевищує $\delta_{кн} \leq 0.5\%$.

Результати моделювання зміни $z=f(n_x)$

$$z = \frac{\delta_k \cdot f_0 \cdot 60}{n_x \cdot 100\%} = \frac{0.5 \cdot 1 \cdot 10^6 \cdot 60}{n_x \cdot 100\%} = \frac{3 \cdot 10^5}{n_x}$$

наведено на рис.3.10.

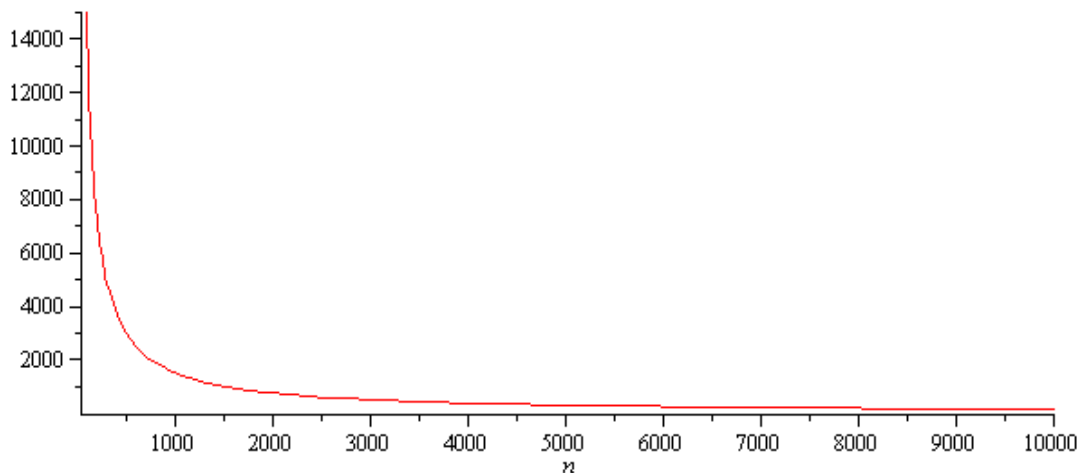


Рисунок 3.10 - Закон зміни z фотоелектричного сенсора для динамічних вимірювань кутової швидкості

Отже, цифрові тахометри здатні забезпечувати динамічні вимірювання кутової швидкості в широкому діапазоні від одиниць об/хв. до десятків тисяч завдяки реалізації алгоритму адаптації розрізняювальної здатності з сенсора до миттєвого значення кутової швидкості.

Даний результат отримано без врахування перехідного процесу муфти спряження, тривалість якого суттєво обмежує значення нижньої межі вимірювання на рівні $50 \div 100$ об/хв. Даний недолік притаманний усім сенсорам кутової швидкості з перериванням світлового потоку, які до ОВ під'єднують за допомогою муфти спряження.

Тому виникає необхідність провести дослідження сенсорів з відбиттям світлового потоку, в яких відсутня муфта спряження.

3.3 Метод просторової модуляції для вимірювання параметрів обертального руху

Для підвищення точності, розширення діапазону вимірювань і підвищення швидкодії безконтактних вимірювань параметрів обертального руху пропонується застосувати метод просторової модуляції оптичного діапазону випромінювання з використанням перетворювача положення. Суть методу полягає в наступному.

До випромінювання, яке надходить від освітлювача, застосовують просторову модуляцію, і за лінійним зміщенням плями випромінювання по двох осях координат на перетворювачі за значення її положення визначають параметри обертального руху.

Для реалізації такого безконтактного методу пропонується узагальнена структурна схема вимірювального перетворювача, яка наведена рис. 3.11.

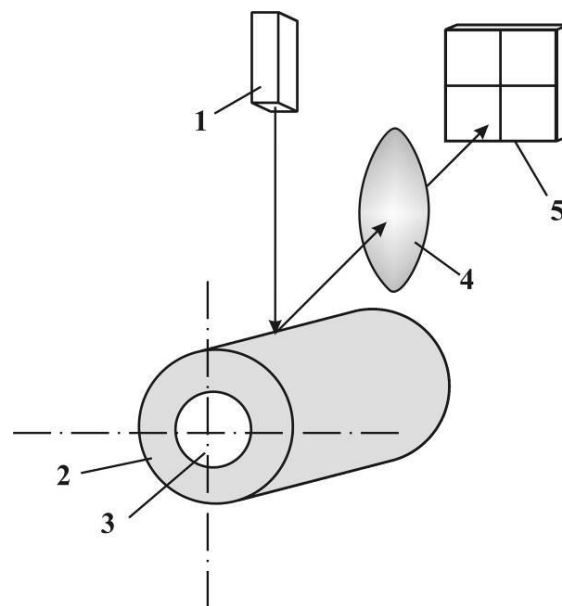


Рисунок 3.11 – Узагальнена структурна схема вимірювального перетворювача параметрів обертального руху

Узагальнена структурна схема для реалізації цього методу містить джерело світла 1, оптико-механічний дефлектор 2, розміщений на об'єкті контролю 3, оптичну систему 4, перетворювач положення 5.

Метод здійснюють за таким алгоритмом. На обертальній частині об'єкта контролю співвісно розміщують оптико-механічний дефлектор. Джерело світла, оптичну систему і перетворювач положення встановлюють так, як це показано на рис. 3.11, та оптично з'єднують. Вихід оптичної системи під'єднують до входу перетворювача положення.

Випромінювання від джерела світла направляється на розміщений на обертальній частині об'єкту дефлектор, відбивається від нього, проходить через оптичну систему і потрапляє на перетворювач положення, який визначає положення центра розподілу інтенсивності світлової плями по двох осях координат. Безконтактне вимірювання параметрів обертального руху відбувається шляхом перетворення кутових параметрів в лінійне зміщення світлової плями на перетворювачі положення.

Така узагальнена структура має широке застосування. На її основі можна вимірювати такі параметри обертального руху (табл. 3.2):

- кут повороту,
- кутова швидкість,
- кутове прискорення,
- лінійні зміщення об'єкта по трьох осях координат,
- биття обертальних частин,
- віброзміщення об'єкта,
- нестабільність кутової швидкості [37-39].

Таблиця 3.2 – Сфери застосування безконтактного ВП параметрів обертального руху

Вид вимірювань	Кутові параметри	Інші параметри, що визначають якість роботи об'єкта контролю
Прямі	– кут повороту	– биття – лінійні зміщення об'єкту – віброзміщення – віброшвидкість – віброприскорення
Опосередковані	– кутова швидкість – кутове прискорення	– естабільність кутової швидкості – дисбаланс

3.3.1 Узагальнена математична модель вимірювального перетворення в оптичній системі

Основними елементами структури вимірювального перетворювача параметрів ОР на основі методу просторової модуляції є об'єкт вимірювання, оптико-механічний дефлектор на оберտальній частині об'єкта, оптична система і перетворювач положення.

Розглянемо детально як відбувається процес перетворення зміщення відбивальної поверхні об'єкту вимірювання в зміщення світлового випромінювання на перетворювачі положення. Для цього проаналізуємо процеси, що відбуваються у розглянутих вище складових узагальненої структурної схеми (рис.3.11).

Випромінювання від освітлювача направляється на дефлектор. В однорідному середовищі випромінювання поширюється прямолінійно. На межі розподілу двох середовищ, тобто при попаданні на дефлектор, випромінювання відбивається і поширюється в іншому напрямку за законами відбивання світла.

Після відбивання від дефлектора промінь надходить на вхід оптичної системи. В загальному найпростішому випадку – це один оптичний компонент. На рис. 3.12, де зображена оптична схема з одним компонентом [27], введені такі позначення: a, b – лінійні розміри випромінювальної поверхні; e, h – лінійні розміри приймача; l – відстань між об'єктивом і джерелом випромінювання; l' – відстань між об'єктивом і приймачем.

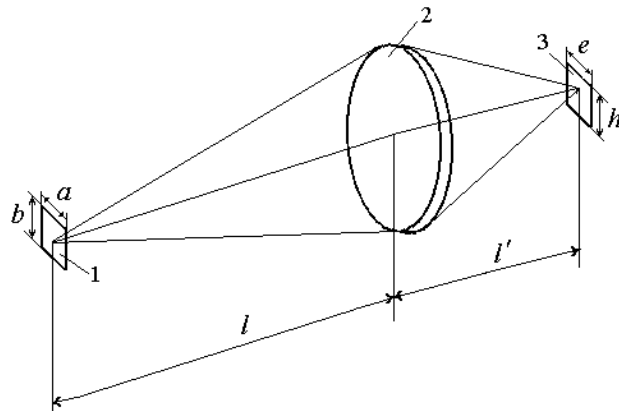


Рисунок 3.12 – Оптична система з одним компонентом: 1 – випромінювач; 2 – об'єктив; 3 – приймач

Розміри зображення випромінювальної поверхні позначимо a' і b' . Помістимо зображення випромінювача в межах поверхні приймача, тобто $a' \leq e$; $b' < h$.

Тоді лінійне збільшення визначається

$$\beta = \frac{a'}{a} = \frac{l'}{l}. \quad (3.17)$$

Підставимо $a' \leq e$ і отримаємо з (3.17) відстань до приймача

$$l' = \frac{el}{a}. \quad (3.18)$$

Відстань l задають виходячи з призначення і застосування пристрою. Тоді положення приймача визначається за (3.18).

Фокусна відстань об'єктива визначається згідно [27, 40]

$$f = \frac{l \cdot l'}{l + l'}. \quad (3.19)$$

При дуже великій відстані l до випромінювача приймач розміщується в фокальній площині об'єктива. Розмір l' визначає повздовжні розміри оптичної системи.

При віддаленому джерелі світлочутлива поверхня приймача розміщується в фокальній площині об'єктива. Якщо найбільший кутовий розмір джерела випромінювання дорівнює 2γ , то лінійний розмір зображення джерела випромінювання складає [27]

$$a' = 2f \operatorname{tg} \gamma. \quad (3.20)$$

Щоб зображення вмістилося на світлочутливій поверхні фотоприймача, необхідно забезпечити $a' \leq e$. Звідси фокусна відстань [27]

$$f' = l' = \frac{e}{2 \operatorname{tg} \gamma}. \quad (3.21)$$

При використанні схем з одним компонентом в освітлювальних пристроях джерело випромінювання встановлюється в фокальній площині компонента, якщо прагнуть отримати паралельний пучок світла, або на відстані, яка трохи перевищує фокусну, якщо треба отримати збіжний пучок [40-42].

Така оптична система є найпростішою. Залежно від задач, що вирішуються, система може ускладнюватись [27].

Вихід оптичної системи зв'язаний із входом перетворювача положення, наприклад, позиційно-чутливого детектора. Випромінювання після проходження оптичної системи, надходить на ПЧД. Отримане положення світлової плями на одномірному ПЧД у загальному вигляді можна представити так [34]:

$$H = \frac{L}{2} \cdot \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}, \quad (3.22)$$

де L – довжина позиційно-чутливого детектора;

I_1, I_2 – вихідні струми ПЧД.

У випадку застосування двомірного позиційно-чутливого детектора просторове зміщення світлової плями (3.22) по двох осях запишеться

$$\begin{cases} H_x = \frac{L_x}{2} \cdot \frac{I_{1x} - I_{2x}}{I_{1x} + I_{2x}}; \\ H_y = \frac{L_y}{2} \cdot \frac{I_{1y} - I_{2y}}{I_{1y} + I_{2y}}. \end{cases} \quad (3.23)$$

Представлена на рис. 3.11 узагальнена структура побудована за принципом триангуляційного детектора. Розглянемо перетворення зміщення відбивальної поверхні об'єкта контролю в зміщення світлової плями на перетворювачі положення.

Скористаємося рис. 3.13. Нехай маємо випромінювач 1, який посилає світловий промінь на поверхню 2 об'єкта, і оптичну систему 3, яка заломлює і пропускає випромінювання. Головна оптична вісь проходить через точку C і перетинає світловий промінь у точці D . CF – фокусна відстань оптичної системи.

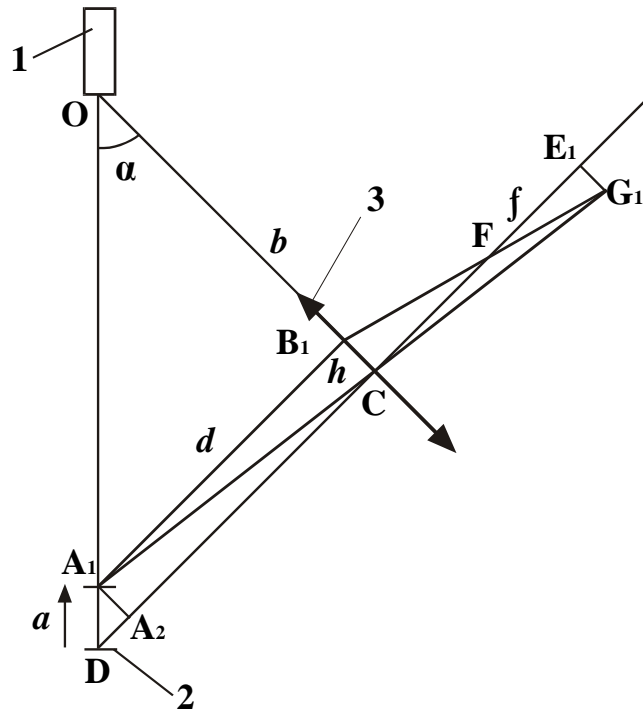


Рисунок 3.13 – Хід променів в оптичній системі

Розглянемо найпростішу оптичну систему, яка складається з однієї опуклої лінзи. Оптична система розміщена таким чином, щоб відбитий від поверхні об'єкта дослідження промінь був паралельним головній оптичній осі оптичної системи. Площина оптичної системи утворює з падаючим променем кут α . Нехай площина відбивання вертикально зміщується вгору.

Позначимо відстань A_1B_1 від поверхні об'єкта до оптичної системи як d . Випромінювання від освітлювача попадає на поверхню об'єкта в точці A_1 , відбивається від неї під кутом $(90 - \alpha)$, проходить відстань d , в точці B_1

заломлюється, проходить через фокус F і на перетині з променем, який проходить з точки A_1 через оптичний центр C , утворює зображення G_1 [43, 44].

З подібності трикутників $\triangle ODC$ і $\triangle OA_1B_1$ можна скласти пропорцію

$$\frac{DC}{A_1B_1} = \frac{OC}{OB_1} \quad \text{або} \quad \frac{DC}{d} = \frac{b}{b-h}, \quad (3.24)$$

де $OB_1 = OC - B_1C = OC - h$; $b = OC$; $h = B_1C$.

Позначимо $A_1B_1 = d$. Перетворивши вираз (3.24), запишемо

$$d = (b-h) \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (3.24)$$

$$\text{де } \operatorname{tg} \alpha = \frac{DC}{OC}.$$

З прямокутного трикутника AA_2D , в якому $AA_2 = CB_1 = h$, запишемо

$$h = a \cdot \cos \alpha, \quad (3.25)$$

де $a = A_1D$.

З подібних прямокутних трикутників A_1B_1C і B_1E_1G запишемо співвідношення пропорційних сторін, яке матиме такий вигляд:

$$\frac{H}{h} = \frac{f}{d}, \quad (3.26)$$

де $H = E_1G_1$ – відстань від зображення до головної оптичної осі; $f = CE_1$ – відстань від оптичної системи до зображення.

Рівняння опуклої лінзи представимо у вигляді [27, 40]

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}, \quad (3.27)(2.12)$$

де F – фокус оптичної системи.

Вирази (3.24), (3.25), (3.26) і (3.27) утворюють таку систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{H}{h} = \frac{f}{d}; \\ \frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}; \\ d = (b-h) \cdot \operatorname{tg} \alpha; \\ h = a \cdot \cos \alpha. \end{array} \right. \quad \text{або} \quad \left\{ \begin{array}{l} H = \frac{f \cdot h}{d}; \\ f = \frac{F \cdot d}{d-F}; \\ d = (b-h) \cdot \operatorname{tg} \alpha; \\ h = a \cdot \cos \alpha. \end{array} \right. \quad (3.28)$$

Розв'яжемо систему рівнянь (3.28) відносно H і отримаємо [43]

$$H = \frac{F \cdot h}{(b-h) \cdot \operatorname{tg} \alpha - F}. \quad (3.29)$$

Підставимо в (3.29) рівняння (3.25) і виразимо зміщення H світлового променя на виході через вертикальне зміщення a відбивальної поверхні:

$$H = \frac{F \cdot a \cdot \cos \alpha}{(b - a \cdot \cos \alpha) \cdot \operatorname{tg} \alpha - F} \quad (3.30)$$

Вираз (3.30) є рівнянням перетворення вертикального зміщення поверхні відбивання об'єкта в зміщення зображення відбитого від поверхні променя. З рівняння перетворення (3.30) побудовано теоретичну статичну характеристику (рис. 3.14).

Як видно з рис. 3.4 залежність між переміщенням поверхні відбивання і зміщенням зображення є нелінійною.

Характеристика побудована для таких початкових даних:

- $b=0,08$ м,
- $F=0,03$ м,
- $\alpha = 30^\circ$.

Статична характеристика є лінійною для мікропереміщень. Зі збільшенням зміщення поверхні відбивання чутливість перетворення зростає. Вказані особливості впливають на вибір діапазону вимірювань лінійних переміщень.

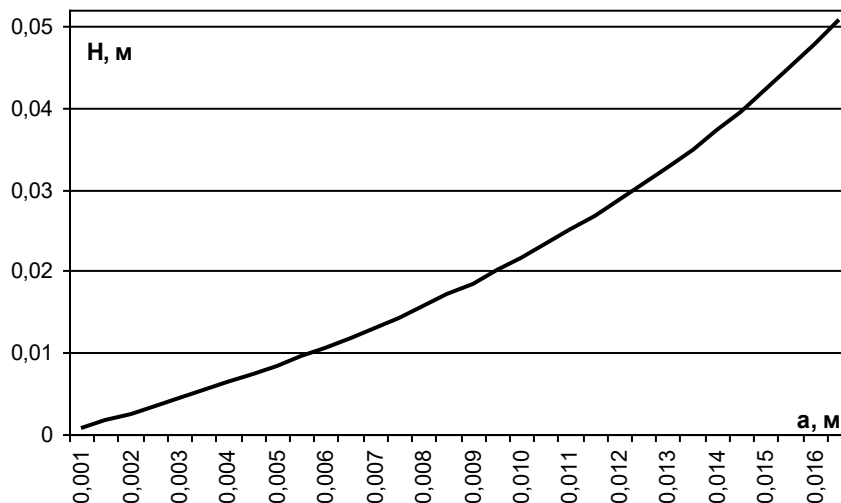


Рисунок 3.14 – Теоретична статична характеристика

3.3.2 Оцінка функцій впливу неінформативних параметрів

На чутливість перетворення вертикального зміщення поверхні об'єкта a у величину H впливають три параметри: значення фокусної відстані оптичної системи F , базовий перпендикуляр b і кут падіння α випромінювання на поверхню об'єкта. Оцінимо вплив цих величин.

На рис. 3.15 наведено теоретичну статичну характеристику для різних значень фокусної відстані оптичної системи.

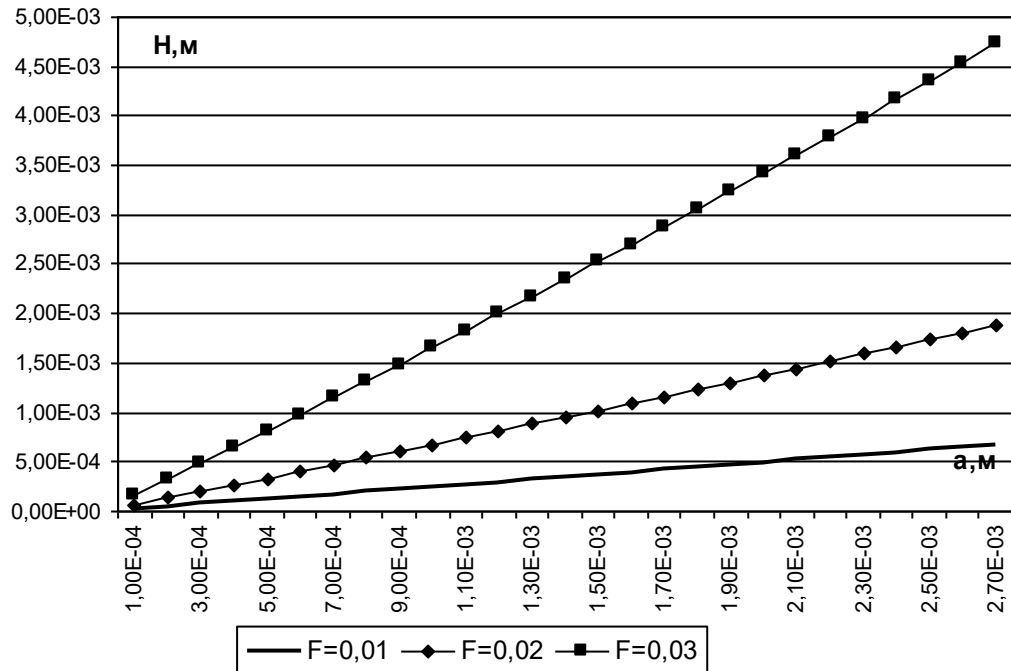


Рисунок 3.15 – Вплив фокуса оптичної системи на чутливість перетворення

Залежність побудовано для таких початкових даних: $\alpha = 30^\circ$, $b=0,08$ м. Проаналізувавши побудовану залежність видно, що чутливість перетворення зростає зі збільшення фокусної відстані.

Кут падіння випромінювання суттєво впливає на лінійність статичної характеристики і на чутливість перетворення. На рис. 3.16 показані статичні характеристики для $b=0,08$ м, $F=0,03$ м і кількох значень кута падіння світлового променя.

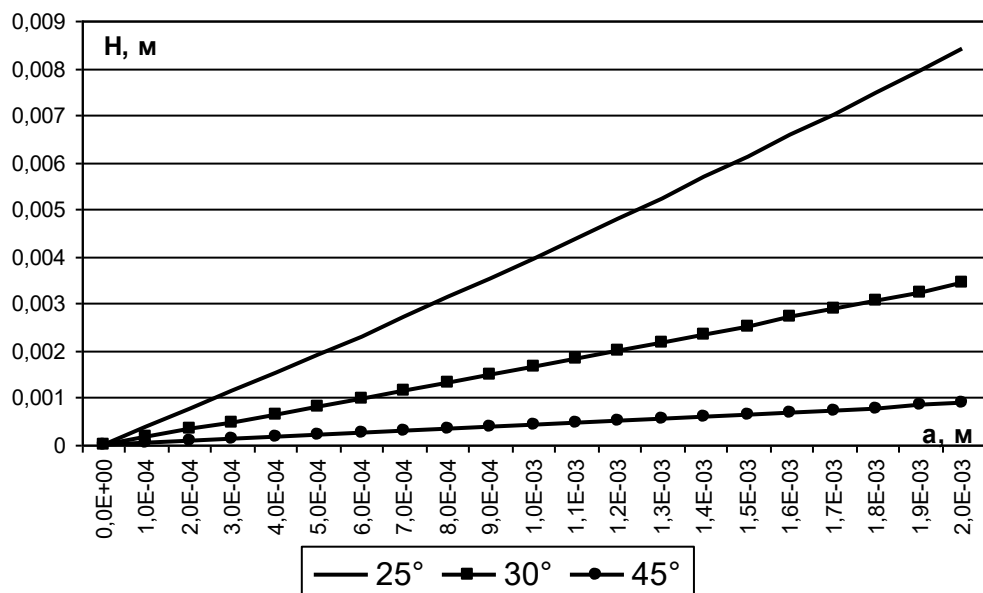


Рисунок 3.16 – Статичні характеристики при різних кутах падіння випромінювання

Як видно з графіків найбільша чутливість забезпечується при куті падіння 25° . Для малих лінійних переміщень статична характеристика є лінійною. Характеристика набуває нелінійності в діапазоні зміни лінійних переміщень об'єкта більше ніж 3 см для заданих початкових умов. Зі збільшенням значення кута падіння характеристика стає більш лінійною, але при цьому зменшується чутливість перетворення.

Від вибору величини базового перпендикуляра також залежить чутливість перетворення. На рис. 3.17 показано статичні характеристики для кількох значень базової відстані, побудовані для таких початкових умов: $\alpha = 30^\circ$, $F=0,03$ м.

Зміщення зображення світлового променя на виході триангуляційного детектора є обернено пропорційним до значення базового перпендикуляра, тобто чутливість перетворення зростає зі зменшенням базового перпендикуляра.

Результати числових розрахунків впливу неінформативних параметрів на чутливість перетворення, зміну чутливості по діапазону

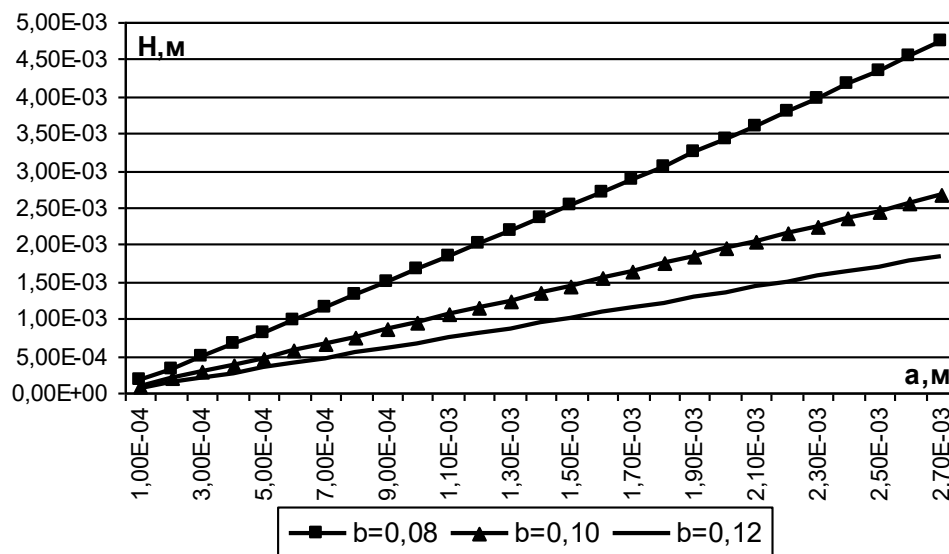


Рисунок 3.17 – Вплив значення базової відстані на чутливість перетворення

вимірювань та похибки нелінійності номінальної функції перетворення наведено в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Результати розрахунку впливу неінформативних параметрів

Метрологічна характеристика	Фокус оптичної системи, мм			Базовий перпендикуляр, мм			Кут падіння випромінювання, град		
	3	4	5	8	10	12	25	30	35
Чутливість перетворення	0,6158	1,0956	2,0575	2,0604	1,0956	0,7462	5,5376	1,9643	1,0956
Зміна чутливості по діапазону	8,8384	20,9731	59,1157	74,0541	20,9731	9,7345	355,211	55,536	20,9731
Абсолютна нелінійність номінальної функції перетворення	$0,8851 \cdot 10^{-7}$	$0,2101 \cdot 10^{-6}$	$0,5929 \cdot 10^{-6}$	$0,7432 \cdot 10^{-6}$	$0,2101 \cdot 10^{-6}$	$0,9747 \cdot 10^{-7}$	$0,3574 \cdot 10^{-5}$	$0,5569 \cdot 10^{-6}$	$0,2101 \cdot 10^{-6}$
Відносна нелінійність номінальної функції перетворення	0,0014	0,0019	0,0029	0,0036	0,0019	0,0013	0,0064	0,0028	0,0019

Числові розрахунки табл. 3.3 підтверджують висновки зроблені з рис. 3.15–3.17. Зі збільшенням фокуса оптичної системи чутливість і зміна чутливості по діапазону зростають. Також збільшуються абсолютна та відносна похибки нелінійності номінальної функції перетворення.

Чутливість перетворення та зміна чутливості по діапазону зменшуються зі зростанням довжини базового перпендикуляра триангуляційного детектора та кута падіння випромінювання. При цьому абсолютна та відносна похибки нелінійності номінальної функції перетворення зменшуються.

Найбільше на чутливість перетворення та зміну чутливості по діапазону впливає кут падіння випромінювання. На лінійність номінальної функції перетворення неінформативні параметри мають незначний вплив, оскільки для зміщень контрольованої поверхні в діапазоні 10^{-3} –10 мм характеристика є майже лінійною.

Підбір оптимального співвідношення базового перпендикуляра, фокуса оптичної системи і кута падіння випромінювання забезпечує необхідну чутливість перетворення [43].

3.3.3 Математичні моделі оптико-механічного дефлектора

Для побудови математичної моделі вимірювального перетворювання оптико-механічного дефлектора скористаємося основними положеннями диференціальної геометрії [45-49]. Дефлектор діє за принципом відбивання світлового лазерного променя видимого діапазону від торцевої частини диска у формі Архімедової спіралі в напрямку, перпендикулярному до головної осі. Дефлектор обертається з кутовою швидкістю, рівною кутовій швидкості досліджуваного об'єкта (рис. 3.18) з метою перетворення кута повороту у відстань прямолінійного зміщення, а кутової швидкості в швидкість лінійну відповідно. Для цього задамо три координатні системи.

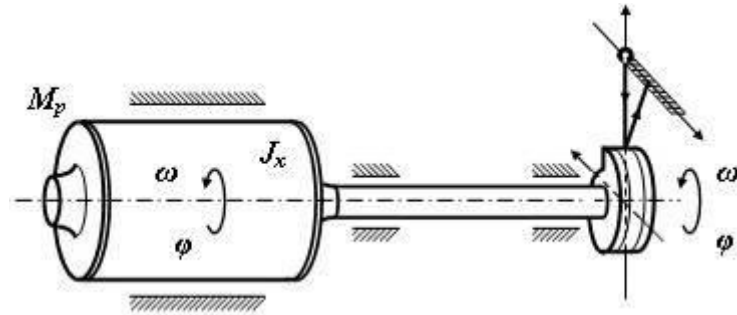


Рисунок 3.18 – Оптико-механічний дефлектор

Перш за все внесемо деякі зміни в систему дефлектора, які не вплинуть на результати математичного моделювання, оскільки будуть еквівалентними.

Нерухому систему координат, в якій обертається диск дефлектора з кутовою швидкістю, замінимо на систему з нерухомим диском, що знаходиться в системі координат, яка обертається з тією ж кутовою швидкістю, але в протилежному напрямку. Це дасть можливість суттєво спростити математичні вирази, оскільки разом з координатною системою навколо нерухомого диска будуть обертатися і випромінювач світла, і координатна вісь перетворювача положення.

Кінцеву швидкість світла в просторі враховувати не будемо.

Перша координатна система є полярною. За допомогою цієї системи подамо форму нерухомого диска дефлектора

$$\rho = \rho(\varphi), \quad \varphi \in [0; 2\pi],$$

де ρ – відстань від центра диска до його торця; φ – повний кут повороту.

Враховуючи, що $\rho(0) = R_{\max}$, $\rho(2\pi) = R_{\min}$ (рис. 3.19), для Архімедової спіралі матимемо

$$\rho(\varphi) = R_{\max} - \frac{\Delta R}{2\pi} \varphi, \quad \varphi \in [0; 2\pi], \quad (3.31)$$

де $\Delta R = R_{\max} - R_{\min}$.

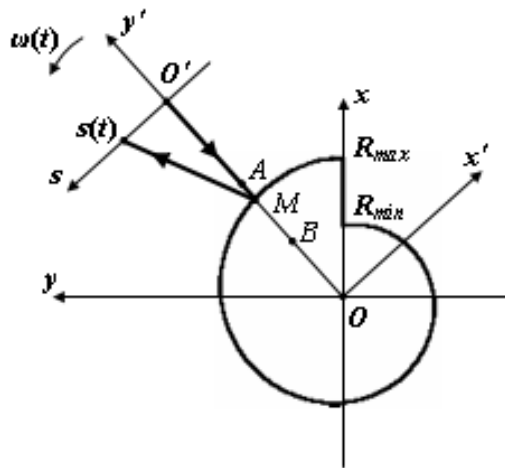


Рисунок 3.19 – Загальний вигляд Архімедової спіралі

Друга координатна система – це Декартова система координат $x'Oy'$, початок якої має збігатися з центром диска. Ця система координат, обертається вищезначеним чином з кутовою швидкістю, яка в загальному випадку є функцією часу $\omega(t)$. На осі Oy' даної координатної системи на відстані L від початку координат знаходиться точкове джерело випромінювання (O'). Вздовж цієї осі від точки A ($y' = R_{\max}$) до точки B ($y' = R_{\min}$) рівномірно рухається точка M , повторюючи контур Архімедової спіралі диска дефлектора.

Опишемо процес руху точки M параметрично за допомогою полярних координат

$$\begin{cases} \rho = \rho(t) = v_{y'} t + \text{const}, \\ \varphi = \varphi(t) = \int_0^t \omega(t) dt + \text{const}, \end{cases} \quad (3.32)$$

де $v_{y'}$ – лінійна швидкість руху точки вздовж осі Oy' .

Третя координатна система – це перпендикулярна до осі Oy' вісь $O's$ лінійного переміщення відбитого світлового променя. Початок цієї системи знаходиться в точці джерела випромінювання, а сама вісь обертається навколо тіла з кутовою швидкістю $\omega(t)$, перебуваючи таким чином нерухомою відносно координатної системи $x'Oy'$.

Визначимо на початку кут α між віссю Oy' та вектором нормалі \vec{n} до Архімедової спіралі в деякій довільній точці M (рис. 3.20).

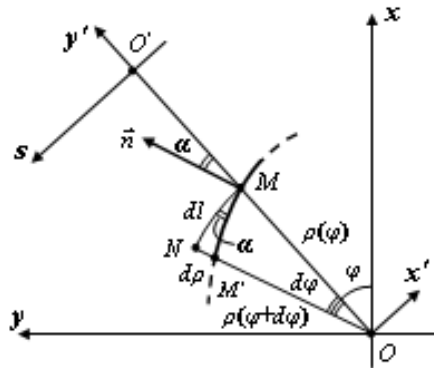


Рисунок 3.20 – Кут між нормаллю та Архімедовою спіраллю в деякій довільній точці M

У цій точці зі зміною кутової координати φ на $d\varphi$ відстань ρ зміниться на $d\rho$. Як видно з рисунка кут α за умови граничного переходу точки M' до точки M буде дорівнювати куту $\angle NMM'$, тобто

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d\rho}{dl}$$

або

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{d\varphi}. \quad (3.33)$$

Враховуючи (3.31), для Архімедової спіралі отримаємо

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\Delta R}{-\Delta R \varphi + 2\pi R_{\max}}. \quad (3.34)$$

Кут α – це кут падіння світлового проміння на торцеву поверхню диска дефлектора. Оскільки кут відбиття дорівнює куту падіння, то відстань лінійного переміщення світлового променя вздовж координатної осі $O's$ перетворювача положення легко визначити з прямокутного трикутника (рис. 3.21), врахувавши, що

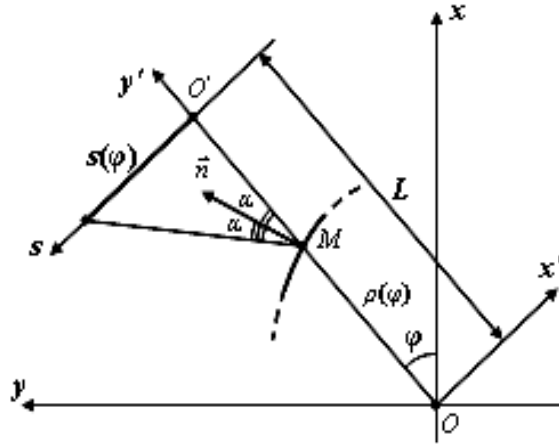


Рисунок 3.21 – Геометрія світлового променя на торцевій поверхні диска дефлектора

$$|O'M| = L - \rho(\varphi).$$

Тоді

$$s(\varphi) = -[L - \rho(\varphi)] \operatorname{tg}(2\alpha). \quad (3.35)$$

У цьому виразі знак "мінус" узгоджує напрямки координатних систем так, щоб за заданих умов $s(\varphi) \geq 0$.

Підставивши (3.31) і (3.34) в (3.35) та врахувавши періодичність процесу перетворення, після математичних спрощень отримаємо функцію перетворення кута повороту у відстань прямолінійного зміщення

$$s(\varphi) = s(\varphi \pm 2\pi k) = \frac{a_2 \varphi^2 + a_1 \varphi + a_0}{b_2 \varphi^2 + b_1 \varphi + b_0}, \varphi \in [0; 2\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.36)$$

де $a_2 = -2\Delta R^3$; $a_1 = -4\pi \Delta R^2 (\Delta l - R_{\max})$; $a_0 = 8\pi^2 \Delta R \Delta l R_{\max}$; $b_2 = 2\pi \Delta R^2$; $b_1 = -8\pi^2 \Delta R R_{\max}$; $b_0 = 8\pi^3 R_{\max}^2 - 2\pi \Delta R^2$ – коефіцієнти поліномів.

На рис. 3.21 показано графік даної функції для $R_{\max} = 0,1$ м, $R_{\min} = 0,05$ м, $L = 0,25$ м.

Графічну залежність між кутом повороту та відстанню прямолінійного зміщення побудовано для одного повного оберту диска дефлектора перетворювача.

Таким чином, враховуючи рівняння (3.32) та (3.36), математичною моделлю оптико-механічного дефлектора перетворювача кутової швидкості є така система рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(t) = \int_0^t \omega(t) dt - 2\pi k + \text{const}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \\ s[\varphi(t)] = \frac{a_2 \varphi(t)^2 + a_1 \varphi(t) + a_0}{b_2 \varphi(t)^2 + b_1 \varphi(t) + b_0}, \quad \varphi \in [0; 2\pi], \\ v_s(t) = \frac{ds[\varphi(t)]}{dt}. \end{array} \right. \quad (3.37)$$

На рисунку 3.22 наведені графіки роботи оптико-механічного дефлектора вимірювального перетворювача в динамічному режимі за умови зміни частоти за законом

$$\omega(t) = \omega_{уст} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (3.38)$$

де $\omega_{уст} = 2\pi \cdot 1000$ рад/с – усталене значення кутової швидкості; $\tau = 0,3$ с – стала часу перехідного процесу.

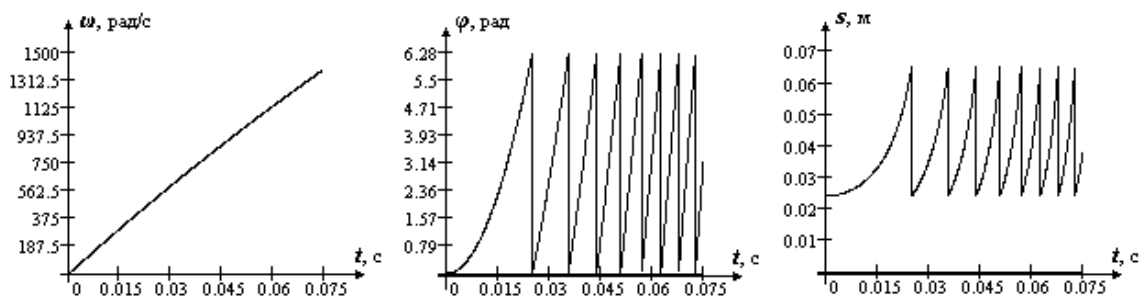


Рисунок 3.22 – Робота оптико-механічного дефлектора -в динамічному режимі

На рис. 3.23 показано процес перетворення вимірювального перетворювача для стаціонарного режиму за умови сталості кутової швидкості $\omega = const$.

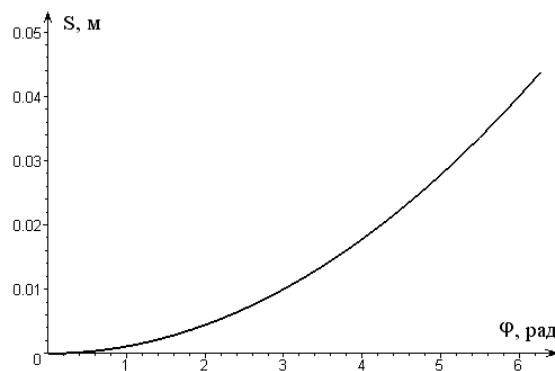


Рисунок. 3.23 – Статична характеристика оптико-механічного дефлектора

3.3.4 Математична модель засобу вимірювання кутових параметрів

Динамічний характер процесу вимірювання, широка номенклатура об'єктів вимірювання та їх конструктивні особливості вимагають особливого підходу до розробки засобів вимірювання параметрів обертального руху. Запропонована узагальнена структура вимірювального перетворювача дозволяє вимірювати кутові параметри і в статичному, і динамічному режимах роботи.

3.3.4.1 Математична модель вимірювального перетворення параметрів обертального руху в динамічному режимі

Для розробки математичної моделі представимо узагальнену структуру (рис. 3.11) у вигляді, як показано на рис. 3.24.

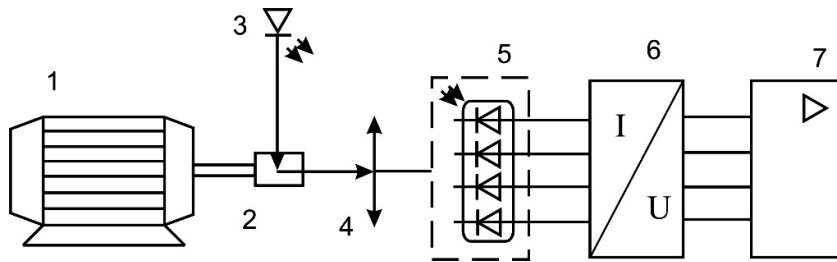


Рисунок 3.24 – Структурна схема вимірювального перетворювача параметрів обертального руху

Найбільш суттєвими елементами структури вимірювального перетворювача кутових параметрів є об'єкт вимірювань 1, оптико-механічний дефлектор 2, джерело випромінювання 3, оптична схема 4, перетворювач положення 5, перетворювач „струм-напруга” 6, підсилювач 7. Перетворювач положення перетворює вхідну неелектричну величину (кутовий параметр) в електричну (струм або напругу), що визначає архітектуру побудови аналого-цифрового перетворювача.

Перетворення кутової швидкості $\omega_r(t)$ в напругу за допомогою оптико-електронного вимірювального перетворювача на основі методу просторової модуляції здійснюється в такій послідовності:

$$\omega_r(t) \Rightarrow \omega_m(t) \Rightarrow S(t) \Rightarrow U(t),$$

де $\omega_r(t)$ – кутова швидкість об'єкта контролю; $\omega_m(t)$ – кутова швидкість дефлектора; $S(t)$ – лінійне зміщення світлового променя наПЧД; $U(t)$ – напруга на виході ПЧД.

Таблиця 3.4 – Результати розрахунку графічних залежностей перетворення кута повороту φ у лінійну відстань s

Назва, рівняння спіралі $\rho(\varphi)$	Графік спіралі $\rho(\varphi)$	Функція перетворення $s(\varphi)$
<p>Архімедова спіраль</p> $\rho(\varphi) = \frac{R_{max} - R_{min}}{2\pi} \varphi + R_{min},$ <p>де $R_{min} = 0,05$ м, $R_{max} = 0,1$ м, $L = 0,2$ м.</p>		
<p>Спіраль Галілея</p> $\rho(\varphi) = \frac{R_{min} \left(\sqrt{\frac{R_{max}}{R_{min}}} - 1 \right)^2}{4\pi^2} \left[\varphi + \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{R_{max}}{R_{min}}} - 1} \right]^2$		
<p>Спіраль Фермі</p> $\rho(\varphi) = \sqrt{\frac{R_{max}^2 - R_{min}^2}{2\pi} \varphi + R_{min}^2}$		
<p>Логарифмічна спіраль</p> $\rho(\varphi) = \left(\frac{R_{max}}{R_{min}} \right)^{\frac{1}{2\pi} \left(\varphi + \frac{2\pi \lg R_{min}}{\lg R_{max} - \lg R_{min}} \right)}$		

Для аналізу динамічного режиму роботи використаємо метод електромеханічних аналогій. Аналогії між механічними і електричними величинами наведено в табл. 3.5.

Таблиця 3.5 – Аналогії між механічними і електричними величинами

Електрична		Механічна
Електричний струм, i	↔	Кутова швидкість, ω
Індуктивність, L	↔	Момент інерції, J
Електричний опір, R	↔	Коефіцієнт втрат, β_{emp}
ЕРС, $e(t)$	↔	Момент опору, $M(t)$

Опишемо динамічні властивості схеми на рис. 3.24 системою диференціальних рівнянь. За методом електромеханічних аналогій цю схему можна замінити еквівалентною. Спрощена схема заміщення (рис. 3.25), відображає об'єкт контролю 1, позиційно-чутливий детектор 2, перетворювач «струм-напруга» 3, підсилювач 4.

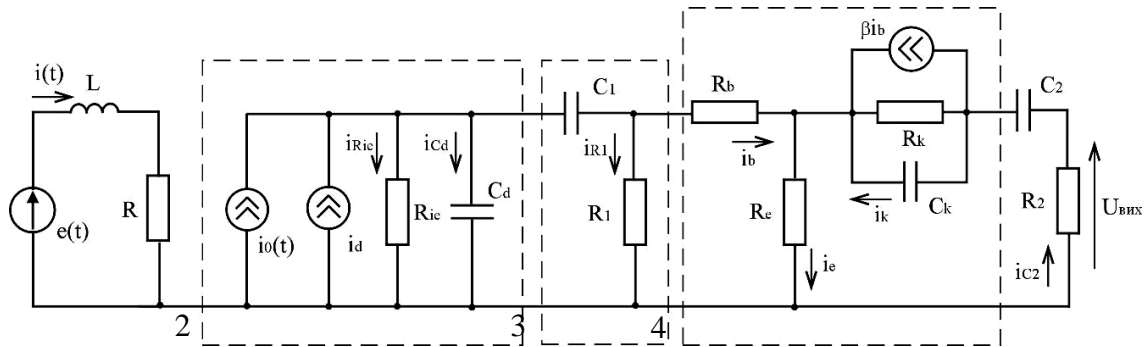


Рисунок 3.25 – Схема заміщення ВП параметрів ОР

Нехай об'єкт контролю генерує струм $i(t)$, а оптична система не має втрат. Позиційно-чутливий детектор можна представити у вигляді джерела фотоструму $i_0(t)$ і джерела темного струму i_d , міжелектродного опору R_{ie} і ємності з'єднання C_d [34, 50]. Оскільки ємність перетворювача „струм-напруга” C_1 незначна, то нею можна знехтувати, врахувавши лише опір R_1 .

Для опису підсилювача використана схема заміщення каскаду на біполярному транзисторі, включеному за схемою зі спільним емітером. Підсилювальний каскад в даному випадку використовується для узгодження вихідного сигналу ПЧД з входом АЦП. Оскільки, вихідний сигнал ПЧД має достатній рівень і не потребує підсилення, то можна використати схему заміщення одного біполярного транзистора. Повна еквівалентна схема транзистора (Гумеля-Пуна або Еберса-Молла) є складною і незручною для аналізу та розрахунку електричних кіл [51, 52]. Тому, використовують еквівалентні схеми транзистора, в яких враховані тільки основні фактори, що

впливають на струми і падіння напруг на електродах транзистора [52]. Позначимо струм емітера транзистора як i_e , колектора – i_k і струм бази – i_b . Зв'язок між струмом $i(t)$, що генерує об'єкт контролю, і напругою на виході схеми заміщення $U_{вих}$ описується такою системою рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_0(t) + i_d = i_{C_d}(t) + i_b(t) + i_{R_1}(t); \\ i_e(t) = i_b(t) + \frac{U_{вих}(t)}{R_2}; \\ -(i_0(t) + i_d) \cdot R_{ie} + \frac{1}{C_d} \cdot \int i_{C_d}(t) dt = 0; \\ -\frac{1}{C_d} \cdot \int i_{C_d}(t) dt + i_{R_1}(t) \cdot R_1 = 0; \quad i_{C_d} = C_d \cdot \frac{dU_{C_d}}{dt}; \\ i_b(t) \cdot R_b + i_e(t) \cdot R_e - i_{R_1}(t) \cdot R_1 = 0; \\ U_{вих}(t) + \frac{1}{C_2} \cdot \int \frac{U_{вих}(t)}{R_2} dt + \beta \cdot i_b(t) \cdot R_k + i_e(t) \cdot R_e = 0; \\ i(t) = k \cdot \frac{dU_{R_{ie}}(t)}{dt}; \\ L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) = e(t). \end{array} \right. \quad (3.39)$$

З системи рівнянь (3.39) виразимо вихідну напругу як функцію від $i(t)$ шляхом математичних перетворень.

З другого, третього і четвертого рівняння системи виразимо струм $i_{R_1}(t)$ і підставимо в перше рівняння:

$$i_0(t) + i_d = C_d \cdot R_{ie} \cdot \frac{d(i_0(t) + i_d)}{dt} + \frac{R_{ie}}{R_1} \cdot (i_0(t) + i_d) + i_e(t) - \frac{U_{вих}(t)}{R_2}. \quad (3.40)$$

Виразимо з другого рівняння системи струм $i_b(t)$ і підставимо в п'яте рівняння:

$$i_e(t) = \frac{\frac{R_b \cdot U_{вих}(t)}{R_2} + (i_0(t) + i_d) R_{ie}}{R_b + R_e}. \quad (3.41)$$

Підставимо вираз (3.40) в (3.41) і виразимо вихідну напругу через струм:

$$\begin{aligned} U_{вих}(t) = \frac{1}{R_e} \cdot \left(\frac{d(i_0(t) + i_d)}{dt} \cdot R_2 \cdot (R_b + R_e) \cdot C_d \cdot R_{ie} + \right. \\ \left. + (i_0(t) + i_d) \cdot \left(R_{ie} \cdot R_2 + \frac{R_{ie} \cdot R_2}{R_1} \cdot (R_b + R_e) - R_2 \cdot (R_b + R_e) \right) \right). \end{aligned} \quad (3.42)$$

Напруга $i_0(t) \cdot R_{ie}$ пропорційна зміщенню на фотодетекторі світлової плями відбитого від дефлектора випромінювання. Перейдемо від електри-

чних аналогій до механічних величин. У результаті отримаємо таку математичну модель вимірювання кутової швидкості:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{\text{вих}}(t) = \frac{1}{R_e} \cdot \left(\frac{d(i_0(t) + i_d)}{dt} \cdot R_2 \cdot (R_b + R_e) \cdot C_d \cdot R_{ie} + \right. \\ \left. + (i_0(t) + i_d) \cdot \left(R_{ie} \cdot R_2 + \frac{R_{ie} \cdot R_2}{R_1} \cdot (R_b + R_e) - R_2 \cdot (R_b + R_e) \right) \right); \\ \omega(t) = k \cdot \frac{di_0(t)}{dt}. \end{array} \right. \quad (3.43)$$

Система рівнянь (3.43) є системою диференціальних рівнянь, яка описує динамічні властивості засобу вимірювання. Коефіцієнт пропорційності k в (3.43) обернено пропорційний радіусу дефлектора

$$k = \frac{1}{R_m}, \quad R_m = c \cdot \varphi, \quad (3.44)$$

де φ – кут повороту об'єкта; $c = \text{const}$.

Розв'язок системи (3.33) [53] в середовищі символічної математики Maple V6 представлений на рис. 3.26.

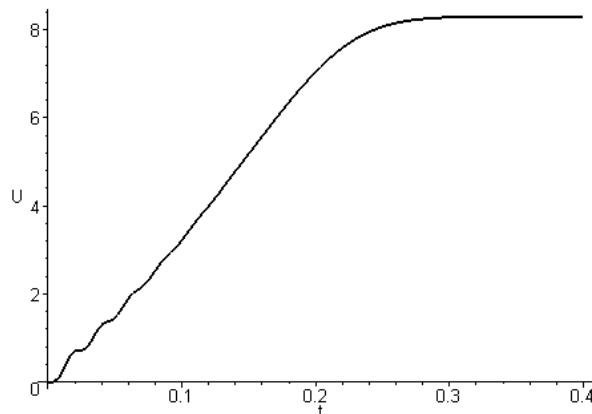


Рисунок 3.26 – Зміна напруги на виході вимірювального перетворювача в процесі зміни кутової швидкості.

Розроблена математична модель (3.43) вимірювання кутової швидкості в динамічному режимі є вихідною для отримання основних динамічних метрологічних характеристик засобу вимірювання кутових параметрів.

3.3.4.2 Дослідження перехідної та імпульсної характеристик

Для дослідження перехідної та імпульсної характеристик представимо схему заміщення рис. 3.25 в операторній формі (рис. 3.27). Отримана операторна схема складається з трьох частин, кожна з яких впливає на наступну і не впливає на попередню.

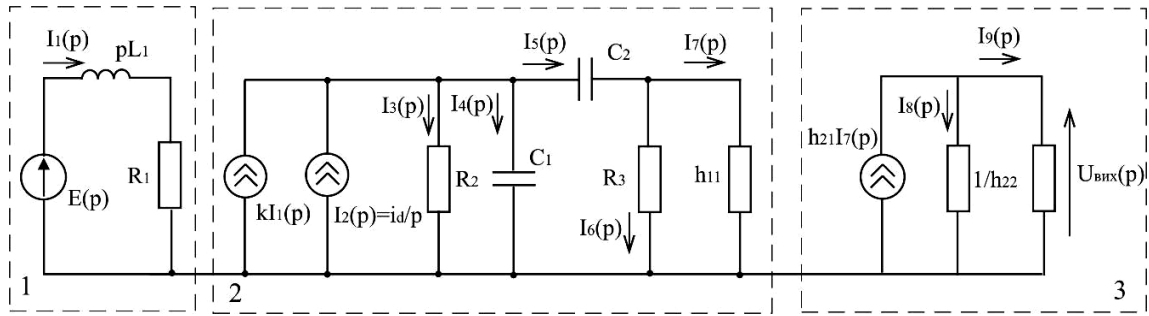


Рисунок 3.27 – Схема заміщення для дослідження перехідної та імпульсної характеристик

Коло 1 на рис. 3.27 в операторній формі описується виразом

$$I_1(p) = \frac{E(p)}{p \cdot L_1 + R_1}, \quad (3.45)$$

де $i_1(t) \div I_1(p)$.

Для спрощення розрахунків перетворимо коло 2 в еквівалентне (рис. 3.28).

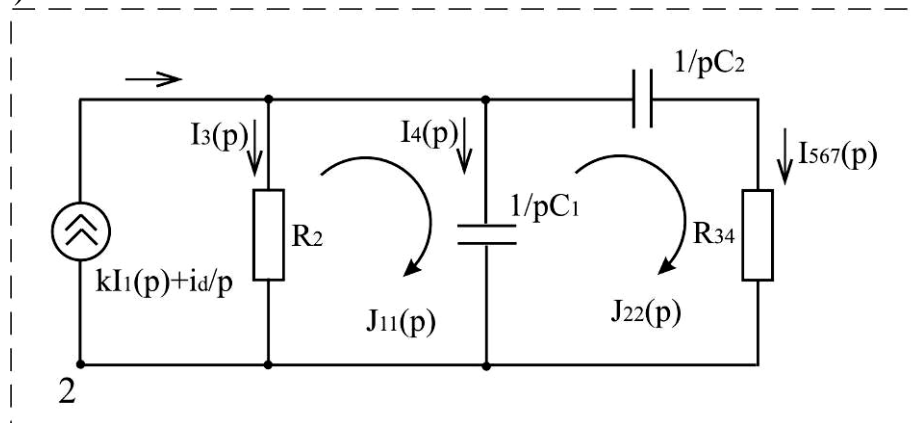


Рисунок 3.28 – Схема заміщення еквівалентного кола 2

Система рівнянь за методом контурних струмів в операторній формі запишеться таким чином:

$$\begin{cases} J_{11}(p) \cdot \left(R_2 + \frac{1}{p \cdot C_1} \right) - J_{22}(p) \cdot \frac{1}{p \cdot C_1} = \left(k \cdot I_1(p) + \frac{i_d}{p} \right) \cdot R_2; \\ -J_{11}(p) \cdot \frac{1}{p \cdot C_1} + J_{22}(p) \cdot \left(R_{34} + \frac{1}{p \cdot C_1} + \frac{1}{p \cdot C_2} \right) = 0, \end{cases} \quad (3.46)$$

$$\text{де } R_{34} = \frac{h_{11} \cdot R_3}{h_{11} + R_3}.$$

Розв'язком системи рівнянь (3.36) є контурні струми $J_{11}(p)$ та $J_{22}(p)$. Розв'язки отримано за допомогою пакету символьної математики Maple VI:

$$J_{11}(p) = R_2 \cdot \left(\frac{C_1 h_{11} k I_1(p) + C_2 h_{11} i_d + h_{11} R_3 p C_1 C_2 i_d + h_{11} R_3 p^2 C_1 C_2 I_1(p)}{C_2 R_3 R_2 p + h_{11} R_3 C_2 p + C_1 h_{11} R_2 p + h_{11} + h_{11} R_3 p^2 C_1 C_2 R_2 + C_1 R_3 R_2 p + R_3 + C_2 h_{11} R_2 p} + \frac{C_1 R_3 k I_1(p) + C_2 R_3 k I_1(p) + C_2 h_{11} k I_1(p) + C_2 R_3 i_d + C_1 h_{11} i_d + C_1 R_3 i_d}{C_2 R_3 R_2 p + h_{11} R_3 C_2 p + C_1 h_{11} R_2 p + h_{11} + h_{11} R_3 p^2 C_1 C_2 R_2 + C_1 R_3 R_2 p + R_3 + C_2 h_{11} R_2 p} \right)$$

$$J_{22}(p) = \frac{R_2 C_2 \cdot (h_{11} i_d + R_3 k I_1(p) p + h_{11} k I_1(p) p + R_3 i_d)}{C_2 R_3 R_2 p + h_{11} R_3 C_2 p + C_1 h_{11} R_2 p + h_{11} + h_{11} R_3 p^2 C_1 C_2 R_2 + C_1 R_3 R_2 p + R_3 + C_2 h_{11} R_2 p}$$

Знайдемо струм $I_7(p)$, підставивши у (3.47) струм $J_{22}(p)$ і R_{34} :

$$I_7(p) = J_{22}(p) \cdot \frac{R_{34}}{h_{11}}, \quad (3.47)$$

$$I_7(p) = \frac{R_{34}}{h_{11}} \cdot \frac{R_2 C_2 \cdot (h_{11} i_d + R_3 k I_1(p) p + h_{11} k I_1(p) p + R_3 i_d)}{C_2 R_3 R_2 p + h_{11} R_3 C_2 p + C_1 h_{11} R_2 p + h_{11} + h_{11} R_3 p^2 C_1 C_2 R_2 + C_1 R_3 R_2 p + R_3 + C_2 h_{11} R_2 p}$$

Тоді за колом 3 вихідна напруга становитиме

$$U_{вих}(p) = I_7(p) \cdot \frac{h_{21} \cdot R_H}{h_{22} \cdot R_H + 1},$$

$$U_{вих}(p) = \frac{h_{21} \cdot R_H}{h_{22} \cdot R_H + 1} \cdot \frac{R_{34}}{h_{11}} \times$$

$$\times \frac{R_2 C_2 \cdot (h_{11} i_d + R_3 k I_1(p) p + h_{11} k I_1(p) p + R_3 i_d)}{C_2 R_3 R_2 p + h_{11} R_3 C_2 p + C_1 h_{11} R_2 p + h_{11} + h_{11} R_3 p^2 C_1 C_2 R_2 + C_1 R_3 R_2 p + R_3 + C_2 h_{11} R_2 p} \quad (3.48)$$

Перехідна характеристика в операторній формі, враховуючи вираз (3.48), визначається таким співвідношенням:

$$H(p) = \frac{U_{вих}(p)}{I_1(p)}, \quad (3.49)$$

де $I_1(p)$ – операторне зображенням функції Хевісайда.

Застосувавши зворотне перетворення Лапласа отримаємо перехідну характеристику $h(t)$. Графічний розв'язок, отриманий за допомогою пакета символьної математики Maple 6, наведено на рис. (3.29).

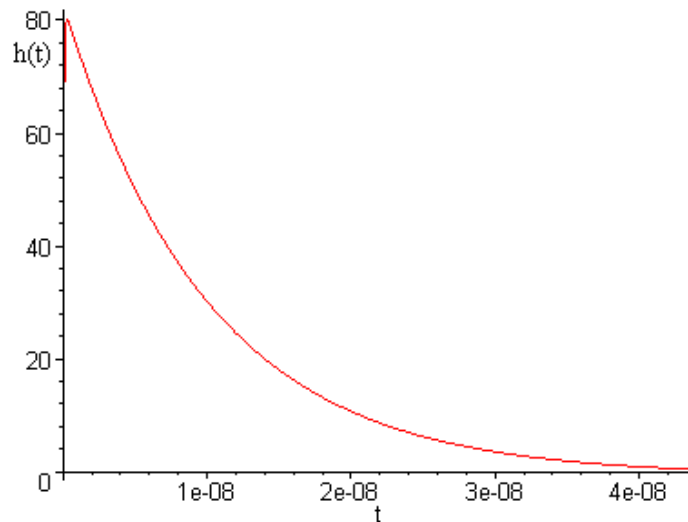


Рисунок 3.29 – Перехідна характеристика

Імпульсну характеристику можна визначити, взявши похідну від перехідної характеристики $h(t)$:

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt}. \quad (3.50)$$

Імпульсна характеристика зображена на рис. 3.30. Характеристику побудовано за допомогою пакета символної математики Maple 6.

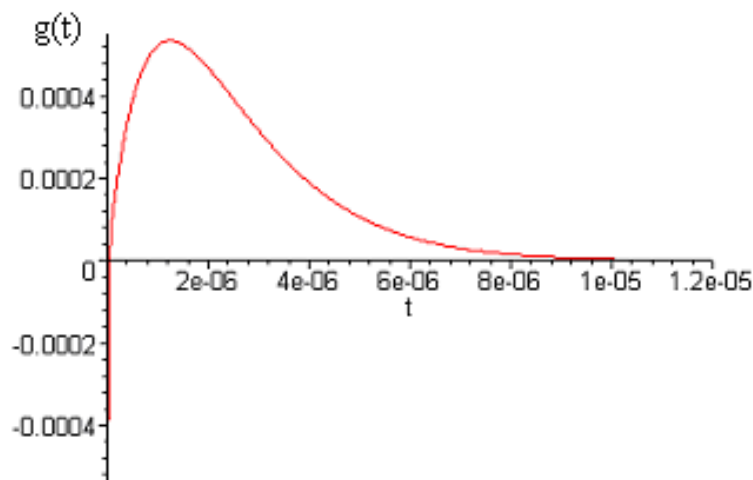


Рисунок 3.30 – Імпульсна характеристика

Для чисельного розв'язку математичної моделі (3.43) та отримання перехідної (3.49) та імпульсної характеристик (3.50) використано середовище символної математики Maple 6. За графічними залежностями перехідної та імпульсної характеристик (рис. 3.29 і рис. 3.30) встановлено, що час перехідного процесу не перевищує $10 \cdot 10^{-6}$ с.

Запропонований метод просторової модуляції з використанням оптико-механічного дефлектора у формі Архімедової спіралі дозволяє в 3–5 ра-

зів розширити діапазон безконтактного вимірювання кутової швидкості в статичному і динамічному режимах та підвищити вірогідність контролю. Запропонована узагальнена структурна схема оптико-електронного вимірювального перетворювача параметрів ОР на основі цього методу може бути використана для розробки мікропроцесорних засобів контролю параметрів ОР в статичному і динамічному режимах роботи.

За результатами порівняння метрологічних характеристик розробленого засобу вимірювання з відомими аналогами встановлено, що представлений засіб дозволяє розширити верхню межу вимірювань кутової швидкості до 10 разів та знизити нижню межу вимірювання кутової швидкості $\omega_{\min} \leq 1 \text{ об/хв}$ при тій же роздільній здатності, має вищу роздільну здатність по кутовому та лінійному положенню. Відсутність муфти спряження дозволяє реалізувати вимірювальний перетворювач, в якого верхня межа вимірювання кутової швидкості $\omega_{\max} \leq 100000 \text{ об/хв}$.

3.3.4.3 Уточнені математична і електрична моделі позиційно чутливого детектора

Для вимірювального перетворення механічних фізичних величин в електричні в сучасних засобах вимірювання одним із перспективних напрямків є використання оптико-електронних пристроїв і систем, принцип роботи яких базується на просторово-оптичній модуляції [54, 55] із застосуванням позиційно-чутливих детекторів (ПЧД) [56, 57]. В першу чергу це пов'язано з тим, що в окремих випадках такі системи за своїми експлуатаційними характеристиками (точністю, динамічним діапазоном, стабільністю і надійністю роботи, лінійністю перетворення тощо) виявляють більшу практичну придатність, а по-друге, сучасні технології обробки матеріалів дозволяють виготовляти багатофункціональні ПЧД в інтегральному виконанні з надзвичайно малими габаритами та низькою собівартістю.

ПЧД [56, 57] являє собою – інтегрально виконаний пристрій, аналогові (цифрові) вихідні сигнали якого пропорційні положенню енергетичного центра світлової плями розсіювання в активній області чутливої поверхні кремнієвої або германієвої фотодіодної пластини. Це пов'язано з фотострумом, що генерується в місці падіння світлового променя і розділяється на декілька струмових компонент, які, як про це заявляють виробники ПЧД, є лінійно залежними від координати місцерозташування світлової плями, у зв'язку з чим наводять відповідні рівняння перетворення, наприклад [56]. Оскільки в літературних джерелах [24, 56-58] адекватного математичного обґрунтування цих рівнянь не наведено, що унеможливило посилення на них, а даної інформації в інших доступних джерелах немає, наразі виникає необхідність:

- по-перше, перевірки опублікованих результуючих формул рівнянь перетворення;
- по-друге, визначення області їх застосування;
- по-третє, побудови уточнених математичних моделей ПЧД, які описуватимуть не тільки статичні режими роботи цих систем, але і динамічні.

Для вирішення сформульованих задач оберемо два підходи.

3.3.4.4 Позиційно чутливий датчик, як електрична система з розподіленими параметрами

Провідними компаніями, які здійснюють розробку та виробництво ПЧД (Hamamatsu Photonics К. К. (Японія), Sharp (Японія), On-TRAK Photonics, Inc. (США, Каліфорнія), Sitek (Швеція) та ін.), на ринку представлено два їхніх різновиди – одновимірні і двовимірні ПЧД. Надалі розглядатимемо тільки перший з них.

В одновимірних ПЧД (рис. 3.31, а) активну поверхню виготовлено в формі вузької смуги, вздовж якої і переміщується енергетичний центр світлової плями розсіювання. Система ПЧД є системою з розподіленими параметрами. Для одновимірної структури її математичною моделлю буде система диференціальних рівнянь в частинних похідних (телеграфні рівняння) [59]

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}, \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}, \end{cases} \quad (3.51)$$

де R_0 , L_0 , G_0 , C_0 – погонні параметри одновимірної пластини (рис. 3.31, б);

$u = u(t, x)$, $i = i(t, x)$ – миттєві напруга і струм, розподілені вздовж цієї пластини.

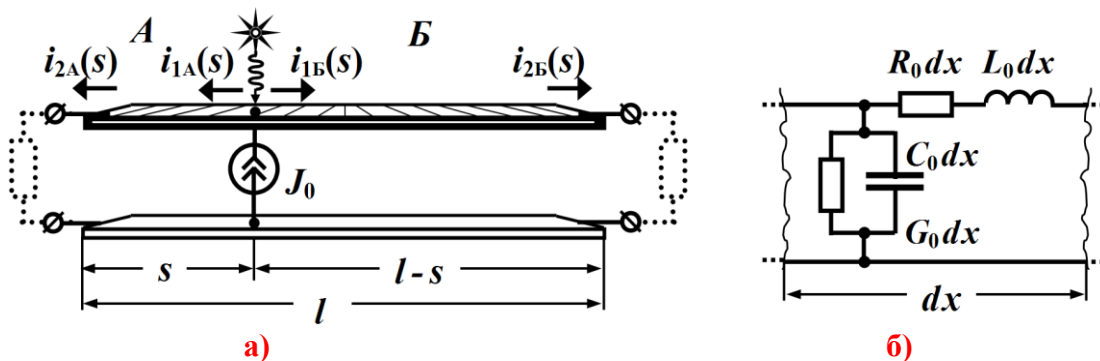


Рисунок 3.31 – Одновимірний ПЧД як система з розподіленими параметрами

Отже, миттєві напруга і струм є функціями від двох змінних – часу і просторової координати. Це дозволяє, якщо тільки скористатися інтегральним перетворенням Лапласа [60]

$$U(p, x) = \int_0^{\infty} u(t, x) e^{-pt} dt, \quad I(p, x) = \int_0^{\infty} i(t, x) e^{-pt} dt,$$

перейти від диференціальних рівнянь в частинних похідних (1) до звичайних диференціальних рівнянь 2-го порядку, складених відносно зображення напруги або струму

$$\frac{d^2 U(p, x)}{dx^2} = Z_0(p) Y_0(p) U(p, x), \quad \frac{d^2 I(p, x)}{dx^2} = Z_0(p) Y_0(p) I(p, x),$$

де $Z_0(p) = R_0 + pL_0$, $Y_0(p) = G_0 + pC_0$.

Розв'язками цих рівнянь, будуть такі функції

$$U(p, x) = A_1(p) e^{\gamma(p)x} + A_2(p) e^{-\gamma(p)x},$$

$$I(p, x) Z_{xs}(p) = -A_1(p) e^{\gamma(p)x} + A_2(p) e^{-\gamma(p)x},$$

де $A_1(p)$ і $A_2(p)$ залежать від крайових умов, а

$$Z_{xs}(p) = \sqrt{Z_0(p)/Y_0(p)}, \quad \gamma(p) = \sqrt{Z_0(p)Y_0(p)}.$$

Після математичних перетворень, пов'язаних із визначенням функцій $A_1(p)$ і $A_2(p)$ через зображення вхідних напруги $U_1(p) = U(p, 0)$ і струму $I_1(p) = I(p, 0)$, із вище наведеного впливає система рівнянь, складена в гіперболічних функціях

$$\begin{cases} U(p, x) = ch[\gamma(p)x] U_1(p) - Z_{xs}(p) sh[\gamma(p)x] I_1(p), \\ I(p, x) = -sh[\gamma(p)x] / Z_{xs}(p) U_1(p) - ch[\gamma(p)x] I_1(p), \end{cases} \quad (3.52)$$

яка і описує розподіл зображень напруги і струму в одновимірному ПЧД.

Систему рівнянь (3.52) візьмемо за основу для подальшого аналізу. Будь-яке поточне положення s енергетичного центру світлової плями на поверхні смуги ПЧД поділяє її на дві частини, які умовно позначимо як A і B (рис. 3.31, а). Кожна з цих частин має свою довжину. Довжина першої з них дорівнює $l_A = s$, а другої – $l_B = l - s$, де l – повна довжина одновимірної пластини ПЧД. Оберемо дану поточну точку падіння світлового променя за точку початку відліку координатної змінної x як для однієї частини пластини A , так і для другої B , тобто для цієї точки в обох випадках $x = 0$, а координатами точок, що відповідають кінцям частин A і B пластини ПЧД, будуть $x = l_A = s$ і $x = l_B = l - s$ відповідно.

В поточній точці падіння світлового променя внаслідок фотоэффекту генерується електричний струм. Це еквівалентно розташуванню у виділе-

ній точці джерела із струмом J_0 , який створює на початку і на кінцях двох частин пластини ПЧД електричні струми із функціями зображень

$$I_{1_A}(p) = I_{1_A}(p, 0), \quad I_{1_B}(p) = I_{1_B}(p, 0), \\ I_{2_A}(p) = I_{2_A}(p, l_A), \quad I_{2_B}(p) = I_{2_B}(p, l_B)$$

відповідно.

Відносно джерела струму пластини з'єднано паралельно, і тому

$$I_{1_A}(p) = J_0(p) \frac{Z_{ex_B}(p)}{Z_{ex_A}(p) + Z_{ex_B}(p)}, \quad I_{1_B}(p) = J_0(p) \frac{Z_{ex_A}(p)}{Z_{ex_A}(p) + Z_{ex_B}(p)},$$

де $Z_{ex_A}(p)$ і $Z_{ex_B}(p)$ – вхідні опори (відносно точки падіння променя) обох частин пластини ПЧД, навантажених ззовні опорами $Z_{н_A}(p)$ і $Z_{н_B}(p)$.

В зв'язку з цим, вхідні опори визначаються за формулою

$$Z_{ex}(p) = Z_{xв}(p) \frac{Z_{н}(p) \operatorname{ch}[\gamma(p)x] + Z_{xв}(p) \operatorname{sh}[\gamma(p)x]}{Z_{xв}(p) \operatorname{ch}[\gamma(p)x] + Z_{н}(p) \operatorname{sh}[\gamma(p)x]},$$

яку отримано отримати з рівнянь (3.52), де для першої частини пластини ПЧД $x = l_A = s$, а для другої її частини відповідно $x = l_B = l - s$.

Система рівнянь (3.52) також дозволяє отримати формулу для розрахунку зображень струмів $I_{2_A}(p) = I_{2_A}(p, l_A)$ і $I_{2_B}(p) = I_{2_B}(p, l_B)$ через $I_{1_A}(p) = I_{1_A}(p, 0)$ і $I_{1_B}(p) = I_{1_B}(p, 0)$ відповідно. Так, наприклад, для зображення струму в кінці частини A пластини позиційно чутливого детектора з (3.52) маємо

$$I_{2_A}(p) = I_{1_A}(p) \left\{ \operatorname{ch}[\gamma(p)l_A] + \frac{Z_{н_A}(p)}{Z_{xв}(p)} \operatorname{sh}[\gamma(p)l_A] \right\}^{-1}.$$

В загальному випадку дана формула є складною, тому розглянемо окремий з можливих випадків і дещо спростимо її, прирівнявши до нуля опір навантаження $Z_{н_A}(p)$. Це цілком допустимо, оскільки відображення переміщення здійснюється в електричний струм. Після додаткових перетворень для зображення струму в кінці частини A пластини ПЧД, як функції від місцезросташування енергетичного центра світлової плями, остаточно запишемо

$$I_{2_A}(p, s) = J_0(p) \frac{\operatorname{sh} \left[(l-s) \sqrt{(R_0 + pL_0)(G_0 + pC_0)} \right]}{\operatorname{sh} \left[l \sqrt{(R_0 + pL_0)(G_0 + pC_0)} \right]}. \quad (3.53)$$

На підставі подібних перетворень отримаємо зображення струму в кінці частини B

$$I_{2_B}(p, s) = J_0(p) \frac{\text{sh} \left[s \sqrt{(R_0 + pL_0)(G_0 + pC_0)} \right]}{\text{sh} \left[l \sqrt{(R_0 + pL_0)(G_0 + pC_0)} \right]}. \quad (3.54)$$

Рівняння (3.53) і (3.54) отримано із врахуванням і розподіленого характеру параметрів пластини ПЧД, і енергетичних взаємоперетворень, пов'язаних із розсіюванням електромагнітної енергії та її концентрацією в електричному і магнітному полях пластини. Аналіз цих рівнянь доводить відсутність для загального випадку лінійної залежності між переміщенням s і зображеннями струмів на вихідних електродах ПЧД. Оскільки інтегральному перетворенню Лапласа притаманна властивість лінійності, це означає, що в загальному випадку лінійної залежності не буде і в самих оригіналах – миттєвих струмах $i_{2_A}(t, s) = L^{-1} \{ I_{2_A}(p, s) \}$ і $i_{2_B}(t, s) = L^{-1} \{ I_{2_B}(p, s) \}$.

Водночас, як показує дослідження (3) і (4), ці функції все ж вироджуються в лінійні, однак тільки за єдиної умови, коли водночас $G_0 \rightarrow 0$, $L_0 \rightarrow 0$ і $C_0 \rightarrow 0$

$$i_{2_A}(t, s) = L^{-1} \left\{ J_0(p) \lim_{\substack{G_0 \rightarrow 0 \\ L_0 \rightarrow 0 \\ C_0 \rightarrow 0}} \frac{\text{sh} \left[(l-s) \sqrt{(R_0 + pL_0)(G_0 + pC_0)} \right]}{\text{sh} \left[l \sqrt{(R_0 + pL_0)(G_0 + pC_0)} \right]} \right\} = L^{-1} \left\{ J_0(p) \frac{l-s}{l} \right\} = J_0(t) \frac{l-s}{l},$$

$$i_{2_B}(t, s) = L^{-1} \left\{ J_0(p) \lim_{\substack{G_0 \rightarrow 0 \\ L_0 \rightarrow 0 \\ C_0 \rightarrow 0}} \frac{\text{sh} \left[s \sqrt{(R_0 + pL_0)(G_0 + pC_0)} \right]}{\text{sh} \left[l \sqrt{(R_0 + pL_0)(G_0 + pC_0)} \right]} \right\} = L^{-1} \left\{ J_0(p) \frac{s}{l} \right\} = J_0(t) \frac{s}{l}, \quad (3.55)$$

що вимагає нехтування окремими фізичними явищами, які спостерігаються в активній частині пластини ПЧД, вже за умови нерухомості світлової плями, тобто за статичного режиму роботи.

Швидкоплинні ж динамічні режими роботи системи ПЧД унеможливають безпосереднє застосування формул рівнянь перетворень, представлених літературними джерелами, а саме

$$i_A(s) = i_{2_A}(s) = J_0 \frac{l-s}{l}, \quad i_B(s) = i_{2_B}(s) = J_0 \frac{s}{l}, \quad (3.56)$$

і тому таке нехтування здебільшого є безпідставним.

3.3.4.5 Позиційно чутливий датчик, як електрична система із зосередженими параметрами

Рівняння (3.56) описує статичний режим роботи ПЧД. Для врахування інерційності фотоелектричних процесів, зокрема прояву присутності ємності $C = C_0 x$, яку виробники (наприклад, Hamamatsu Photonics) пропо-

нують все ж враховувати в своїй еквівалентній схемі ПЧД [56, 57] (і чомусь не роблять цього в робочих формулах), застосуємо другий підхід і наближено розглядатимемо систему ПЧД як систему із *зосередженими параметрами* відповідно до запропонованої виробниками еквівалентної схеми. Як про це вже говорилося вище, у випадку довільного положення світлової плями активну поверхню пластини ПЧД поділено на дві частини в загальному випадку різної довжини $l_A = s$ і $l_B = l - s$. За такої умови лінеаризованою електричною еквівалентною схемою ПЧД буде схема із зосередженими параметрами, яку наведено на рис. 3.32.

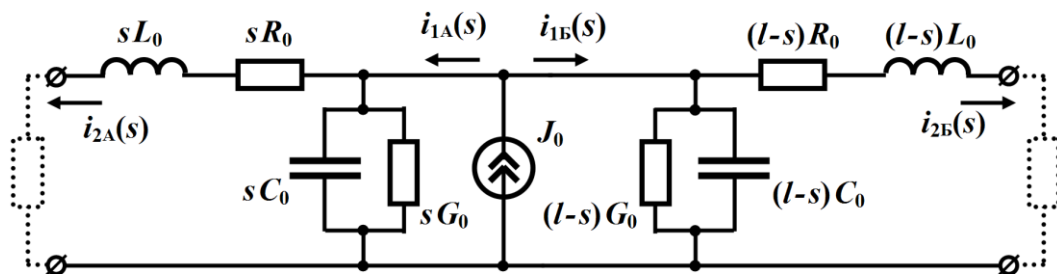


Рисунок 3.32 – Еквівалентна схема ПЧД на основі кола із зосередженими параметрами

Провівши розрахунок перехідного процесу в цій схемі, наприклад, операторним методом, неважко показати, що за сталості $J_0 = const$ та за умов відсутності опору з боку навантажень ПЧД ($Z_{н_A}(p) = Z_{н_B}(p) = 0$) і прояву параметрів G_0 і L_0 зображеннями струмів на кінцях пластини будуть такі функції

$$I_{2_A}(p, s) = J_0 \frac{l-s}{l} \frac{1}{p[pC_0R_0s(l-s)+1]},$$

$$I_{2_B}(p, s) = J_0 \frac{s}{l} \frac{1}{p[pC_0R_0s(l-s)+1]}.$$

а їхніми оригіналами – миттєві струми

$$i_{2_A}(t, s) = J_0 \frac{l-s}{l} \left(1 - e^{-\frac{t}{s(l-s)R_0C_0}} \right), \quad (3.57)$$

$$i_{2_B}(t, s) = J_0 \frac{s}{l} \left(1 - e^{-\frac{t}{s(l-s)R_0C_0}} \right). \quad (3.58)$$

Аналіз співвідношень (3.57) і (3.58) показує, що на встановлення лінійності оператора перетворення переміщення s в електричний струм потрібен час, значення якого має становити щонайменше $t_{mn} \geq (3 \div 5)\tau$, де в

обох випадках $\tau = s(l-s)R_0C_0$ – стала часу кола, яка, як видно із формули, окрім параметрів ще залежить і від місцерозташування світлової плями. Свого найбільшого значення вона набуває в точці $s = l/2$. Після перехідного процесу рівняння (3.57) і (3.58) перетворюються в рівняння (3.46) і стають лінійними відносно змінної s . Але дана обставина накладає обмеження на швидкість \dot{s} руху світлової плями вздовж пластини ПЧД. Врахуємо і опишемо її.

Оскільки $t = \int_{-D/2}^{+D/2} \frac{ds}{\dot{s}}$, де D – діаметр енергетичного центра світлової

плями, для миттєвих струмів i_{2_A} , i_{2_B} на підставі (3.57) і (3.58) матимемо

$$i_{2_A}(s, \dot{s}) = J_0 \frac{l-s}{l} \left(1 - e^{-\frac{1}{s(l-s)R_0C_0} \int_{-D/2}^{+D/2} \frac{ds}{\dot{s}}} \right),$$

$$i_{2_B}(s, \dot{s}) = J_0 \frac{s}{l} \left(1 - e^{-\frac{1}{s(l-s)R_0C_0} \int_{-D/2}^{+D/2} \frac{ds}{\dot{s}}} \right).$$

Якщо ж швидкість переміщення \dot{s} відносно діаметра D суттєво змінюватися не буде, ці рівняння можна записати наступним чином

$$i_{2_A}(s, \dot{s}) = J_0 \frac{l-s}{l} \left(1 - e^{-\frac{D}{\dot{s}s(l-s)R_0C_0}} \right) = J_0 \frac{l-s}{l} \cdot k(s, \dot{s}), \quad (3.59)$$

$$i_{2_B}(s, \dot{s}) = J_0 \frac{s}{l} \left(1 - e^{-\frac{D}{\dot{s}s(l-s)R_0C_0}} \right) = J_0 \frac{s}{l} \cdot k(s, \dot{s}). \quad (3.60)$$

Отже, з співвідношень (3.59) і (3.60) для миттєвих струмів i_{2_A} і i_{2_B} випливає, що їх функції не є тотожними функціям (3.56), а лише наближаються до них за умови малих значень \dot{s} .

Проведено дослідження одновимірної системи позиційно-чутливого детектора як системи, в першому випадку, із розподіленими, а в другому, із зосередженими параметрами, що дозволило, врахувати найбільш суттєві електричні фізичні явища, які спостерігаються під час перетворення в активній області чутливої поверхні пластини.

На основі інтегрального перетворення Лапласа проведено перевірку відомих математичних моделей, встановлено умови їх дієздатності та область застосування, а також отримано порівняно з відомими уточнені ма-

тематичні і електричні моделі системи ПЧД як для статичного, так і динамічного режимів роботи.

3.4 Математичні моделі та принцип дії ємнісного акселерометра

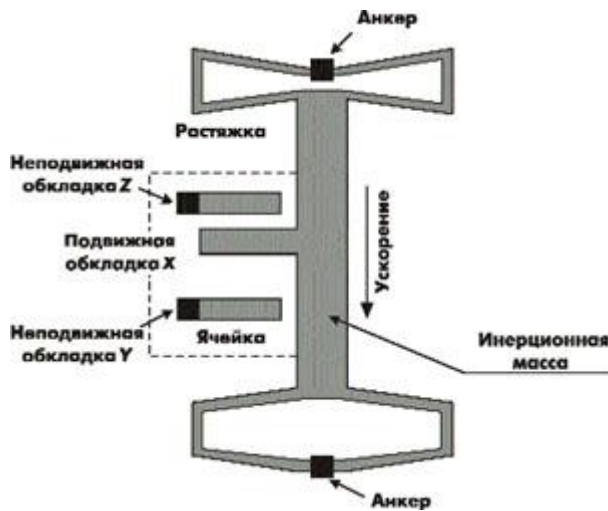


Рисунок 3.33 – Структурна схема ємнісного акселерометра

Для вимірювання вібрацій в теперішній час застосовують акселерометри, що являють собою сенсори лінійних прискорень. Структурну схему одного з таких сенсорів наведено на рис.3.33. Він являє собою диференціальну конденсаторну структуру з повітряним діелектриком. Електроди конденсатора вирізані з плоского куска полі-кремнієвої плівки товщиною 2 мкм. Нерухомими електродами цього конденсатора є прості консольні стержні, що розташовані на висоті 1 мкм від поверхні кристала в повітрі на полікремнієвих стовбчиках-анкерах,

що приварені до кристала на молекулярному рівні.

Тут показано тільки основний конструктивний блок сенсора. Фактично сенсор має 54 таких елементарних комірки. Інерційна маса сенсора прискорення під час вимірювання швидкості переміщення зміщується відносно іншої частини кристала. Її пальцеподібні виступи утворюють рухомий електрод конденсатора. Обидві сторони цієї структури опираються на стовпчики-анкери. Розтяжки, що утримують інерційну масу, виконують роль механічної пружини постійної пружності, що обмежує переміщення маси і її повернення у вихідне положення. Під дією прискорення сила інерції

$$F=ma \quad (3.61)$$

зрівноважується силою пружини

$$F=kx, \quad (3.62)$$

де m – маса ,

a – прискорення;

x – зміщення маси відносно вихідного положення.

Прирівнявши силу інерції і силу протидії, отримаємо

$$a = \frac{k}{m} x = S_a \cdot x. \quad (3.63)$$

Причому $S_a = \frac{k}{m} = \text{const}$ – чутливість, значення якої залежить від конструктивних параметрів (k і m) сенсора.

Оскільки переміщення інерційної маси відбувається в площині полікремнієвої плівки, то вісь чутливості сенсора знаходиться в цій же площині, і, відповідно вона паралельна площині друкованої плати, до якої закріплюють сенсор.

В стані покою (рух з постійною швидкістю) всі «пальці» рухомого електроду завдяки дії розтяжки знаходяться на однаковій відстані від пари «пальців» нерухомого електрода. При будь-якому прискоренні рухомі електроди наближаються до одного з наборів нерухомих електродів і віддаляються від другого набору. В результаті цього відносне переміщення стає не однаковим, і ємність між рухомим електродом і кожним із рухомих електродів змінюється пропорційно віброприскоренню.

Завершуючи знайомство з акселерометрами ємнісного типу, наведемо декілька цифр, що характеризують конструкцію і рівень технології виготовлення цих сенсорів (табл.3.6).

Таблиця 3.6 – Параметри акселерометрів ємнісного типу

Найменування параметра		Числове значення
1	Інерційна маса	0.1 мкг
2	Ємність кожної частини диференціального конденсатора	0.1 пФ
3	Мінімальне розрізнення відхилення ємності	20 аФ (10^{-18} Ф)
4	Зміна ємності, що відповідає зміні прискорення в повному діапазоні	0.01 пФ
5	Відстань між електродами конденсатора	1.3 мкм
6	Мінімальне розрізнення відхилення рухомих електродів конденсатора	0.2 ангстрема (0.2 від діаметра атома)

3.4.1 Математичні та електричні моделі мікромеханічного ємнісного акселерометра

Мікромеханічні акселерометри на сьогодні знаходять все більш широке застосування у вимірювальній техніці [24, 56, 61, 62]. Сучасні нанотехнології обробки матеріалів дозволяють виготовляти акселерометри в інтегральному виконанні з надзвичайно малими габаритами та низькою собівартістю, що суттєво розширює область їхнього застосування. В першу чергу це стосується енергетики, транспорту, медицини, промислових систем вимірювання та контролю, систем навігації тощо.

Однак, як свідчить аналітичний огляд супровідної технічної документації та наукової-технічної літератури [24, 56, 62], запропоновані вище

математичні моделі, які описують даний різновид акселерометрів, є або доволі наближеними і неточними, або за певних умов навіть і хибними. Крім того їхня сфера застосування тільки статичні вимірювання, що ніяким чином не відноситься до вібраційного моніторингу – динамічних вимірювань.

Враховуючи пов'язані з цим ймовірні негативні наслідки, які можуть статися під час функціонування складних і, головне, критичних до цього систем (наприклад, при моніторингу рівня вібрацій на турбінах гідроелектростанцій), наразі постає важлива і актуальна задача розробки більш точних математичних моделей означених акселерометрів.

Серед провідних компаній, які здійснюють розробку та виробництво інтегральних акселерометрів, доволі помітною є Analog Devices [62]. В даний час ця компанія виготовляє сімейство мікромеханічних ємнісних акселерометрів ADXLxxx

поверхневої конструкції, які мають переваги над акселерометрами інших типів.

Уточнену математичну модель розробимо на основі акселерометра ADXL50. Кожна із 54 однакових ланок цього сенсора являє собою сукупність штучної наперед відомої інерційної маси, яка з двох кінців через пружні розтяжки опирається на

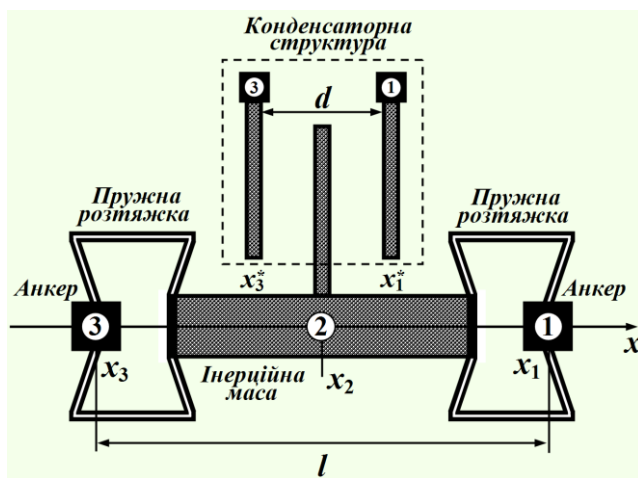


Рисунок 3.34 – Схема окремої ланки акселерометра

стовпчики-анкери, та диференціальної конденсаторної структури з повітряним діелектриком (рис. 3.34), електрична ємність якої зазнає змін, коли інерційна маса датчика прискорення за зміни швидкості переміщення кристала і сама зміщується відносно нього.

З рис. 3.34 видно, що в загальному випадку кількість ступенів вільності елементарної ланки сенсора як механічної системи дорівнює трьом. Але через існуючу в'язь між анкерами, відстань між якими є постійною, це число можна звести до двох. Розглянемо це докладніше.

3.4.1.1 Уточнені математична та електрична моделі мікромеханічного ємнісного акселерометра

Для побудови уточненої математичної моделі скористаємося теорією Лагранжа [63] та теорією динамічних аналогій (методом електромеханічних аналогій) [64, 65].

Відповідно до першої теорії, рівняннями руху елементарної ланки є рівняння Лагранжа II роду:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_s} \right] = Q_s - \frac{\partial \Pi}{\partial x_s} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}_s}, \quad s = 1, 2, 3, \quad (3.64)$$

де Π – потенціальна енергія елементарної ланки,
 Φ – дисипативна функція Релея елементарної ланки.

В рівняннях (3.64) враховано ту обставину, що кінетична енергія T даної системи залежить від узагальнених швидкостей обох анкерів (\dot{x}_1 , \dot{x}_3) та інерційної маси \dot{x}_2 і не залежить від їхніх узагальнених координат x_1 , x_2 , x_3 , тобто

$$\frac{\partial T}{\partial x_s} = 0, \quad s = 1, 2, 3.$$

Це дозволяє скористатися першою системою динамічних аналогій (аналогій типу «сила-напруга») [64] і поставити у відповідність системі диференціальних рівнянь (3.54) як аналогію рівняння Лагранжа-Максвелла

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial W_m}{\partial i_s} \right] = e_s - \frac{\partial W_e}{\partial q_s} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial i_s}, \quad s = 1, 2, 3, \quad (3.65)$$

де W_m – енергія магнітного поля електричної моделі елементарної ланки акселерометра;

W_e – енергія її електричного поля;

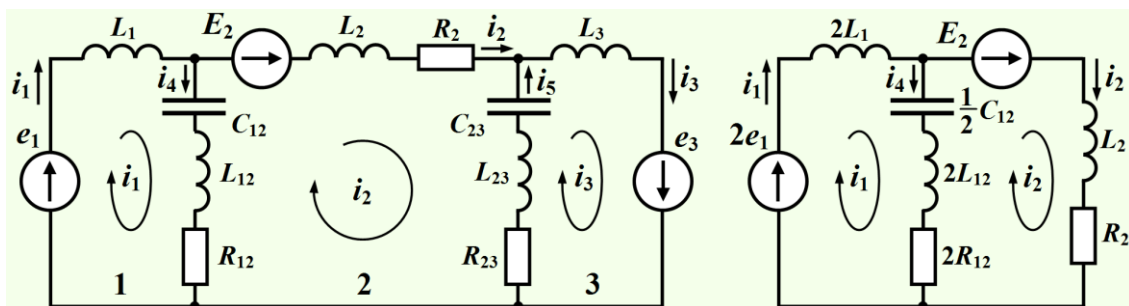
Φ_e – електрична дисипативна функція Релея;

e_s – контурні електрорушійні сили,

$i_s = \dot{q}_s$ – контурні струми електричної моделі.

Електричну схему моделі (3.65) побудуємо на основі загальних схем з довільним ступенем вільності, які були запропоновані в роботі [65], попередньо провівши при цьому лінеаризацію механічної системи елементарної ланки акселерометра. Необхідно зауважити, що вищезначена лінеаризація є цілком припустимою, через слабку нелінійність в робочій області значень узагальнених координат та узагальнених швидкостей.

Схема заміщення електричної моделі наведено на рис. 3.35, а.



а)

б)

Рисунок 3.35 – Схема електричної моделі окремої ланки акселерометра

В цій схемі враховано найбільш суттєві фізичні явища, які спостерігаються в схемі акселерометра і пов'язані з перетвореннями енергій. До таких явищ віднесено в першу чергу:

- перетворення частини кінетичної енергії T в інерційній масі m_2 (або частини магнітної енергії W_m в індуктивному елементі L_2 електричної моделі);

- перетворення частини потенціальної енергії Π в пружних розтяжках з коефіцієнтами жорсткості ζ_{12} , ζ_{23} (або частини електричної енергії W_e в ємнісних елементах C_{12} , C_{23});

- дисипацію енергії у випадку деформації пружних розтяжок та руху інерційної маси, ввівши для цього коефіцієнти розсіювання β_{12} , β_{23} та β_2 (або розсіювання енергії електричного струму на активних опорах R_{12} , R_{23} електричної моделі, в одному випадку, та на активному опорі R_2 – в іншому);

- перетворення частини кінетичної енергії T сенсора за рахунок руху анкерів m_1 і m_3 та руху обох пружних розтяжок m_{12} , m_{23} під час їх деформації (або частини магнітної енергії W_m в індуктивних елементах, в одному випадку, L_1 і L_3 , а в іншому – L_{12} , L_{23} електричної моделі), а також:

- дію постійної зовнішньої сили земного тяжіння у випадку розташування сенсора під кутом α до горизонту $F_2 = m_2 g \sin \alpha$ (або дію постійного зовнішнього джерела е.р.с. E_2 в другому незалежному контурі електричної моделі);

- дію змінної у часі зовнішньої сили F_1 , прикладеної до корпусу акселерометра, яка і викликає зміну його швидкості (або дію зовнішніх джерел змінної е.р.с. $e_1 = e_3$ в першому та третьому контурах відповідно).

Неважко показати, що, склавши на основі законів Кірхгофа для даного кола (рис. 35, а) систему диференціальних рівнянь, останню можна суттєво спростити, якщо тільки врахувати в'язь накладену на ланку механічної системи, а саме $x_1 - x_3 = const$, звідки $\dot{x}_1 = \dot{x}_3$. Електричним аналогом цієї в'язі буде умова: $i_1 = i_3$, за виконання якої система диференціальних рівнянь, складена за законами Кірхгофа, набуде вигляду:

$$\begin{cases} -i_1 + i_2 + i_4 = 0, \\ 2L_1 \frac{di_1}{dt} + u_{C_{12}} + 2L_{12} \frac{di_4}{dt} + 2R_{12}i_4 = 2e_1, \\ L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2i_2 - 2R_{12}i_4 - 2L_{12} \frac{di_4}{dt} - u_{C_{12}} = E_2, \\ i_4 = \frac{C_{12}}{2} \frac{du_{C_{12}}}{dt}, \end{cases} \quad (3.66)$$

внаслідок чого і сама схема електричної моделі (рис. 35, а) зазнає суттєвих еквівалентних спрощень, утворивши систему з двома ступенями вільності (рис. 35, б). Рівняння (3.66) записано за припущення ідентичності фізичних властивостей як обох анкерів, так і обох пружних розтяжок, закріплених на них, а також тієї обставини, що зовнішня сила, яка діє на датчик, прикладається і до першого анкера, і до другого водночас.

Із системи рівнянь (3.66) безпосередньо випливає

$$\begin{cases} \left(C_{12}(L_1 + L_{12}) \frac{d^2q_1}{dt^2} + C_{12}R_{12} \frac{dq_1}{dt} + q_1 \right) - \left(C_{12}L_{12} \frac{d^2q_2}{dt^2} + C_{12}R_{12} \frac{dq_2}{dt} + q_2 \right) = C_{12}e_1, \\ \left(C_{12}L_{12} \frac{d^2q_1}{dt^2} + C_{12}R_{12} \frac{dq_1}{dt} + q_1 \right) - \left(\frac{C_{12}(L_2 + 2L_{12})}{2} \frac{d^2q_2}{dt^2} + \frac{C_{12}(R_2 + 2R_{12})}{2} \frac{dq_2}{dt} + q_2 \right) = -\frac{C_{12}}{2} E_2, \end{cases} \quad (3.67)$$

де контурні струми записано через похідні $i_1 = \frac{dq_1}{dt}$, $i_2 = \frac{dq_2}{dt}$.

Тоді, відповідно до теорії динамічних аналогій, на підставі системи (3.67), враховуючи, що у стані спокою $x_1 = x_2 + 0,5l$, рівняння руху механічної частини окремої ланки акселерометра можуть бути записані наступним чином:

$$\begin{cases} \left(\frac{m_1 + m_{12}}{\zeta_{12}} \frac{d^2x_1}{dt^2} + \frac{\beta_{12}}{\zeta_{12}} \frac{dx_1}{dt} + x_1 \right) - \left(\frac{m_{12}}{\zeta_{12}} \frac{d^2x_2}{dt^2} + \frac{\beta_{12}}{\zeta_{12}} \frac{dx_2}{dt} + x_2 \right) = \frac{F_1}{\zeta_{12}}, \\ \left(\frac{m_{12}}{\zeta_{12}} \frac{d^2x_1}{dt^2} + \frac{\beta_{12}}{\zeta_{12}} \frac{dx_1}{dt} + x_1 \right) - \left(\frac{m_2 + 2m_{12}}{2\zeta_{12}} \frac{d^2x_2}{dt^2} + \frac{\beta_2 + 2\beta_{12}}{2\zeta_{12}} \frac{dx_2}{dt} + x_2 \right) = \frac{l}{2} - \frac{m_2 g \sin \alpha}{2\zeta_{12}}. \end{cases} \quad (3.68)$$

Як було вище зазначено, за зміни координати x_2 пластина інерційної маси (див. рис. 3.34) відносно нерухомих до анкерів пластин з координатами $x_1^* = x_1 - 0,5(l - d)$ та $x_3^* = x_1 - 0,5(l + d)$, зміни зазнають електричні ємності C_{12}^* та C_{23}^* конденсаторної структури механічної ланки датчика (не плутати з ємностями C_{12} і C_{23} електричної моделі).

Відповідно до [66], ємності C_{12}^* та C_{23}^* залежать від площі S перекриття конденсаторних пластин та відстаней між ними, тобто

$$C_{12}^* = \frac{\varepsilon_0 S}{x_1^* - x_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{(x_1 - x_2) - 0,5(l - d)},$$

$$C_{23}^* = \frac{\varepsilon_0 S}{x_2 - x_3^*} = \frac{\varepsilon_0 S}{0,5(l + d) - (x_1 - x_2)},$$

де $\varepsilon_0 = (4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)^{-1} \frac{\Phi}{\text{м}}$ – електрична стала.

Таким чином, система диференціальних рівнянь (3.68) в сукупності з рівняннями (3.69), являють собою уточнену загальну математичну модель окремої ланки механічної частини досліджуваних інтегральних акселерометрів. Інші ланки цих акселерометрів є ідентичними і незалежними одна від одної, що дозволяє загальну математичну модель всієї системи сенсора подати на основі рівнянь (3.68) та (3.69).

3.4.1.2 Спрощені математична та електрична моделі мікромеханічного ємнісного акселерометра

Вище отримана уточнена математична модель внаслідок своєї узагальненості може бути покладена в основу розробки спрощених або наближених математичних моделей, коли окремими фізичними явищами, які під час руху спостерігаються в акселерометрі, внаслідок їх другорядності порівняно з іншими можна знехтувати. Тому спрощену (наближену) математичну модель механічної ланки акселерометра отримаємо на підставі рівнянь (3.68) і (3.69).

З огляду на ті спрощення, які пропонує вносити в математичні моделі виробник даних акселерометрів, подамо окремі коефіцієнти другого рівняння системи (3.68) (через їх порівняну малість) такими, що дорівнюють нулю. Тоді це рівняння можна записати у вигляді

$$x_1 = \frac{m_2}{2\zeta_{12}} \frac{d^2 x_2}{dt^2} + x_2 + \frac{l}{2} - \frac{m_2 g}{2\zeta_{12}}$$

для вертикального ($\alpha = 90^\circ$) розташування акселерометра та у вигляді

$$x_1 = \frac{m_2}{2\zeta_{12}} \frac{d^2 x_2}{dt^2} + x_2 + \frac{l}{2}$$

для розташування на горизонтальній поверхні ($\alpha = 0$).

Для прикладу на рис. 3.36 наведено еквівалентну схему електричної моделі для останнього випадку.

Спочатку необхідно зробити наступні важливі зауваження.

З рівнянь (3.71) та (3.69) випливає, що

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = \frac{2\zeta_{12}}{m_2} [(x_1 - x_2) - 0,5l] = \frac{\zeta_{12}}{m_2} \left(\frac{2\varepsilon_0 S}{C_{12}^*} - d \right). \quad (3.72)$$

Як свідчить огляд окремих літературних джерел, рівняння перетворення формують безпосередньо на підставі рівняння (3.62), помилково (!) маючи на увазі, що перетворюваним в ємність C_{12}^* прискоренням є друга

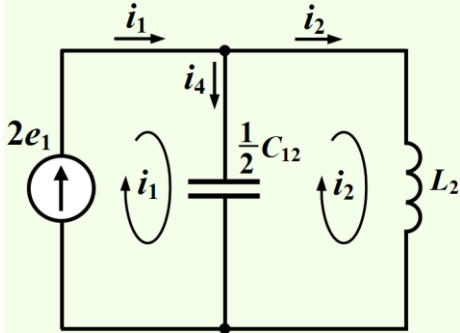


Рисунок 3.36 – Еквівалентна схема спрощеної моделі

похідна по часу координати x_2 . Насправді ж це є прискорення інерційної маси сенсора $a_2 = \frac{d^2 x_2}{dt^2}$, але ж ніяк не самого датчика!

Для самого ж датчика прискоренням буде прискорення нерухомих до нього анкерів, тобто $a_1 = \frac{d^2 x_1}{dt^2}$, для якого, двічі продиференціювавши рівняння (3.60), отримаємо

$$a_1 = \frac{m_2}{2\zeta_{12}} \frac{d^2 a_2}{dt^2} + a_2, \quad (3.73)$$

звідки видно, що $a_1 \neq a_2$ і визначення a_1 безпосередньо за формулою (3.61) є хибним.

Із співвідношення (3.73) випливає, що тільки в окремих випадках можна вважати що $a_1 \approx a_2$ із можливістю застосування безпосередньо формули (3.73). У випадку ж складного руху (наприклад, у випадку дослідження вібрацій об'єктів обертання), коли друга похідна $\frac{d^2 a_2}{dt^2}$ набуває доволі суттєвих значень, потрібно використовувати рівняння (3.72) і (3.73) в сукупності, підставляючи одне в інше, навіть якщо при цьому інший множник в другій складовій $\frac{m_2}{2\zeta_{12}}$ буде надзвичайно малим.

На основі варіаційних принципів аналітичної механіки та за допомогою теорії динамічних аналогій розроблено уточнені загальні математичну й електричну моделі механічної частини мікромеханічних ємнісних акселерометрів компанії Analog Devices, які враховують найбільш суттєві фізичні явища, що спостерігаються в акселерометрах під час його руху, і пов'язані з перетвореннями механічної енергії.

На базі запропонованих загальних моделей для окремих поширених випадків отримано спрощені (наближені) математичну й електричну моде-

лі, аналіз яких виявив можливі недоліки під час перетворення прискорення в електричну ємність й дозволив скорегувати існуючі та отримати уточнені математичні співвідношення.

3.5 Математична модель та принцип дії сенсора аксіальних зміщень

Найбільш широко використовуваним типом сенсорів аксіальних зміщень ротора електричних машин у останніми роками стали накладні вихрострумові вимірювальні перетворювачі (ВВП), що мають ряд суттєвих переваг, таких як безконтактність та висока чутливість [67].

3.5.1 Типи, принцип дії та конструкція накладних вихрострумових вимірювальних перетворювачів осьових зміщень

Накладні ВВП можуть бути параметричними, які мають одну обмотку, та трансформаторними, з двома і більше обмотками [68]. Параметричні ВВП характеризуються індуктивністю L (індуктивним опором ωL) і активним опором R . Трансформаторні ВВП складаються з обмотки збудження, по якій протікає електричний струм, та вимірювальних обмоток, з яких знімається напруга, що містить інформацію про параметри об'єкта контролю. У випадку трансформаторного ВВП оцінюється не лише індуктивність L та активний опір R обмоток, але й взаємоіндуктивність M (опір взаємоіндуктивності ωM), яка зазвичай пов'язана з вхідною напругою та її фазою, в наслідок чого її значення може представлятися у вигляді комплексного числа.

Параметричний накладний ВВП має одну обмотку, що являє собою котушку індуктивності (рис. 3.37, а). При наближенні такого ВВП до об'єкта контролю в наслідок появи вторинного магнітного поля вихрових струмів його індуктивність змінюється (зазвичай зменшується) а активний опір через втрати енергії від протікання в об'єкті контролю вихрових струмів зростає. По зміні цих параметрів можна робити висновок про відстань до контрольованого об'єкта.

Трансформаторний накладний ВВП з двома чи більшою кількістю обмоток (рис. 3.37, б, в), фактично являє собою катушки з взаємоіндуктивним зв'язком у вигляді повітряного трансформатора або трансформатора з феромагнітним сердечником. У цьому випадку, зазвичай, вихідним сигналом є напруга на обмотках \bar{U}_1, \bar{U}_2 , що характеризуються модулем U та фазою φ або дійсною $\text{Re}\bar{U}$ та уявною $\text{Im}\bar{U}$ складовими напруги на вторинній обмотці.

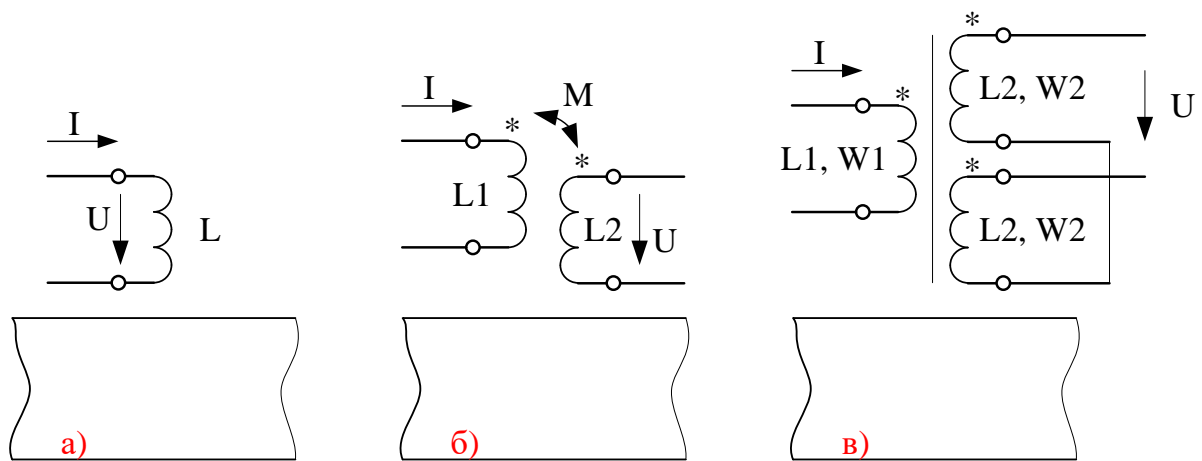


Рисунок 3.37 – Основні варіанти конструкції накладних ВВП: а) – параметричний, у вигляді котушки індуктивності; б) – трансформаторний, у вигляді повітряного трансформатора; в) – трансформаторний, у вигляді трансформатора з феромагнітним осердям

При наближенні трансформаторного ВВП до об'єкта контролю, окрім індуктивності і активного опору, змінюється й взаємоіндуктивність M між обмотками (зазвичай зменшується) та, як наслідок, змінюється модулі напруг та фази на обмотках. За зміною цих параметрів та їх співвідношенню можна робити висновки про відстань до контрольованого об'єкта, що обумовлює інформаційну цінність використання трансформаторних перетворювачів.

Крім того, як правило, параметри трансформаторних ВВП більш стабільні і менше залежать від зовнішніх умов (температури, вологості та ін.), що обумовлює їх широке використання. З точки зору розрахунку вихідних сигналів накладних ВВП при певних умовах (зазорі, частоті, струмі тощо) основною задачею є розрахунок комплексної внесеної напруги на вимірювальній обмотці двухобмоткового ВВП. Частіше всього на практиці використовується котушка з коловими витками. Типова конструктивна схема такого ВВП без каркаса та елементів кріплення наведена на рис. 3.38. Безпосередньо на основі даних рис. 3.38 з урахуванням товщини захисної щічки $C_{зах}$, взаємного розташування $l_{ен}$ і висоти обмоток l_e, l_i можна знайти значення зазорів

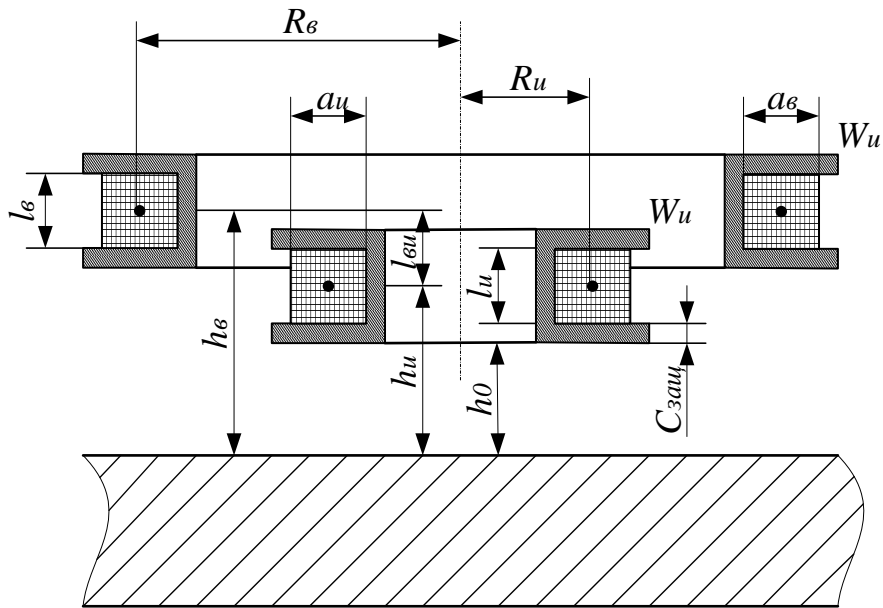


Рисунок 3.38 – Розрахункова модель накладного двухобмоткового ВВП

Якщо накладний ВВП параметричний, тобто має лише одну обмотку ($l_{ву} = 0$; $l_ε = l_u$; $a_ε = a_u$, де a – ширина обмотки), то

$$h_ε = h_u = h_0 + C_{защ} + 0,5l_u. \quad (3.74)$$

При виконанні більшості практичних розрахунків модель накладного ВВП може бути ще більш спрощеною та заміненою двома коаксіальними витками безкінечно малого поперечного перерізу з радіусом $R_ε$ та R_u . В цьому випадку описуюча процес система диференціальних рівнянь для векторів електромагнітного поля може бути розв’язана шляхом введення векторного потенціалу в циліндричній системі координат $(ρ, φ, Z)$. В результаті розв’язку отримується інтегральний вираз для вихідної напруги накладного ВВП. Для практичних розрахунків зручно виділити дві складових частини напруги: власне котушки при відсутності об’єкта контролю та внесеної напруги (приросту), викликаного введенням об’єкта контролю в вимірювальну зону накладного ВВП.

Коли поблизу накладного ВВП немає об’єкта контролю, то початкова напруга на його вимірювальній обмотці буде визначатися взаємоіндуктивністю M між його котушками:

$$\bar{U}_2 = \pm j\omega M \bar{I}, \quad (3.75)$$

при чому значення взаємоіндуктивності M можна знайти за допомогою відомих довідкових даних [69, 70].

3.5.2 Математичні моделі накладних вихрострумівих вимірювальних перетворювачів

3.5.2.1 Математична модель накладного параметричного вихрострумівого вимірювального перетворювача

Реакція струмопровідного середовища, яким являються конструктивні елементи ротора електричної машини, на котушку з струмом I еквівалентна (наближено) впливу дзеркального відображення цієї ж котушки зі струмом [71]

$$\bar{I}_{\varphi 1}(\lambda) \Big|_{\lambda = \frac{3}{2\text{Re}}},$$

де Re – еквівалентний радіус котушки.

Використовуючи це положення, а також вводячи припущення, що вісь сенсора перпендикулярна поверхні середовища, можна записати вираз для повної напруги на котушці (у тому числі з магнітопроводом) та впливом струмопровідного середовища

$$\bar{U} = \bar{U}_n + \bar{U}_{вн} = \bar{Z}_n \bar{I} + j\omega M \bar{I}_{\varphi 1}(\lambda) \Big|_{\lambda = \frac{3}{2\text{Re}}} \quad (3.76)$$

де \bar{U}_n та $\bar{U}_{вн}$ – відповідно, початкова та внесена напруга;

M – коефіцієнт взаємоіндуктивності між котушкою і дзеркальним відображенням.

Розділивши вираз (3.76) на струм \bar{I} , отримаємо вираз для повного опору сенсора, розташованого над струмопровідним середовищем.

$$\bar{Z} = \bar{Z}_n + \bar{Z}_{вн} = \bar{Z}_n + j\omega \bar{\varphi}_1(\lambda) \Big|_{\lambda = \frac{3}{2\text{Re}}} \quad (3.77)$$

де

$$\bar{Z}_{вн} = j\omega \bar{\varphi}_1(\lambda) \Big|_{\lambda = \frac{3}{2\text{Re}}} \quad (3.78)$$

Оскільки M являється експоненціальною функцією шуканої відстані між сенсором та струмопровідним середовищем h [72], то

$$M = M_0 e^{-\frac{3h}{2\text{Re}}} \quad (3.79)$$

І так, з (3.78) та (3.79) випливає, що для розрахунку внесеного у сенсор опору необхідно знати коефіцієнт взаємодії котушки M_0 з його дзеркальним відображенням при нульовій відстані від об'єкта контролю для заданого еквівалентного радіусу Re .

Значення M_0 може бути визначено експериментально з допомогою основного і ідентичного йому допоміжного сенсора. Зімкнувши обидва сенсори робочими поверхнями (щоб зазор дорівнював нулю) та вимірюючи високоомним вольтметром напругу U_0 на одному з них при відомому струмі \bar{I} через інший, можна розрахувати

$$M_0 = \frac{\bar{U}_0}{\omega \bar{I}}. \quad (3.80)$$

Еквівалентний радіус сенсора для орієнтовних розрахунків можна розрахувати як середній радіус його котушки

$$R_e = a + \frac{b}{2}, \quad (3.81)$$

де a – ширина котушки;

b – товщина котушки.

Більш точно значення еквівалентного радіуса можна знайти експериментально, виходячи з рівняння (3.79). Якщо відстань між торцями сенсорів h встановити таким чином, щоб $M = 0,37 M_0$, тобто, щоб показник експоненційного виразу (3.79) дорівнював одиниці, отримаємо $R_e = 3h$.

Зазначений шлях визначення M_0 та R_e для конкретного сенсора не є єдино можливим. Можуть бути застосовані і інші методи, наприклад аналітичний.

Тож, враховуючи викладене, можемо записати остаточний вираз для повного опору сенсора, що розміщений на відстані h від поверхні струмопровідного середовища

$$\bar{Z} = \bar{Z}_n + j\omega M_0 e^{-\frac{3h}{2\text{Re}} \bar{\varphi}_1(\lambda)} \Big|_{\lambda = \frac{3}{2\text{Re}}}. \quad (3.82)$$

3.5.2.2 Математична модель накладного трансформаторного вихрострумовеого вимірювального перетворювача

Основним вихідним параметром трансформаторного вихрострумовеого сенсора є значення ЕРС або напруги на вимірювальних обмотках.

Розглянемо сенсор з малим поперечним перерізом обмоток, а потім розповсюдимо отримані результати на реальні сенсори. Взаємне розташування обмоток у цьому випадку показано на рис. 3.39.

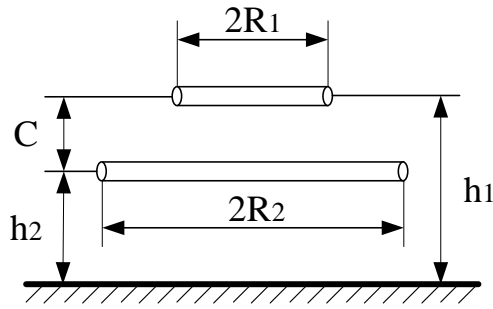


Рисунок 3.39 – Розташування обмоток класичного трансформаторного сенсора

Як показано у [72], напруженість електричного поля може бути описаною наступним виразом.

$$\bar{E} = -j\omega W_1 \bar{A}_1, \quad (3.83)$$

де \bar{A}_1 – вектор-потенціал сумарного поля у верхньому півпросторі;
 W_1 – кількість витків струмової обмотки.

ЕРС вимірювальної обмотки визначається як циркуляція напруженості електричного поля \bar{E} , по контуру вимірювальної обмотки радіусом R_2

$$EPC_2 = \oint_{R_2} \bar{E} dp, \quad (3.84)$$

де p – контур інтегрування.

В силу того, що напруженість \bar{E} постійна на будь-якому співвісному з струмовою обмоткою контуру, маємо

$$EPC_2 = 2\pi R_2 W_2 \bar{E}, \quad (3.85)$$

де W_2 – кількість витків вимірювальної обмотки сенсора.

Підставивши (3.83) в (3.85), отримаємо

$$EPC_2 = -j2\pi\omega W_1 W_2 R_2 \bar{A}_1. \quad (3.86)$$

Виконавши перетворення (3.86), можна отримати відповідні точні вирази ЕРС вимірювальної обмотки для середовищ різної структури. Проте, інтерпретація цих виразів навіть з допомогою електронно-обчислювальної техніки є достатньо трудомісткою. Звідси доцільним є використання саме наближених розрахунків для поля у верхньому півпросторі. Враховуючи це, а також (3.86), отримуємо наступну формулу для ЕРС вимірювальної обмотки у першому наближенні:

$$EPC_2 = -j \frac{\omega \mu_0}{4\pi} (34x - 10) W_1 W_2 \sqrt{R_1 R_2} e^{-\frac{3c}{2R}} \bar{I} - \left. -j \frac{\omega \mu_0}{4\pi} (34x - 10) W_1 W_2 \sqrt{R_1 R_2} e^{-3\frac{h_1+h_2}{2R}} \bar{I} \varphi_1(\lambda) \right|_{\lambda=\frac{3}{2R}}, \quad (3.87)$$

У наведеному виразі

$$c = |h_2 - h_1|,$$

а R – радіус великої обмотки сенсора.

Підставимо у (3.87)

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м},$$

отримаємо

$$\begin{aligned} EPC_2 = & -j\omega 34 \cdot 10^{-7} (x - 0,3) W_1 W_2 \sqrt{R_1 R_2} e^{-\frac{3c}{2R}} \bar{I} - \\ & - j\omega 34 \cdot 10^{-7} (x - 0,3) W_1 W_2 \sqrt{R_1 R_2} e^{-3\frac{h_1+h_2}{2R}} \bar{I} \varphi_1(\lambda) \Big|_{\lambda=\frac{3}{2R}}. \end{aligned} \quad (3.88)$$

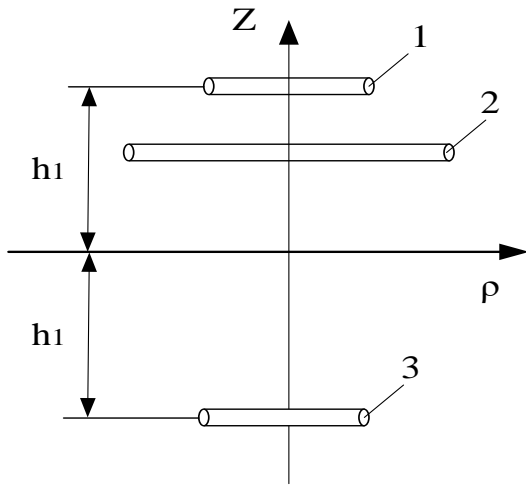


Рисунок 3.40 – Схема заміщення двохобмоткового трансформаторного сенсора: 1, 2 – обмотки сенсора, 3 – уявна обмотка

У відповідності з (3.88), можна побудувати еквівалентну схему заміщення сенсора над провідним середовищем, що наведена на рис. 3.40, вважаючи, що перший доданок виразу (3.88) є ЕРС, наведеним у вимірювальній обмотці струмовою обмоткою з струмом \bar{I} , а другий доданок – ЕРС, наведеною дзеркальним відображенням струмової обмотки зі струмом $\bar{I} \varphi_1(\lambda)$.

У відповідності до наведеної схеми заміщення, вираз (3.88) можна записати у наступному вигляді

$$EPC_2 = -j\omega M_{12} \bar{I} - j\omega M_{32} \bar{I} \varphi_1(\lambda) \Big|_{\lambda=\frac{3}{2R}}, \quad (3.89)$$

де M_{12} – взаємна індуктивність між струмовою та вимірювальною обмотками;

M_{32} – взаємна індуктивність між зображенням струмової обмотки та вимірювальною обмотками.

$$M_{12} = 34 \cdot 10^{-7} (x - 0,3) W_1 W_2 \sqrt{R_1 R_2} e^{-\frac{3c}{2R}}, \quad (3.90)$$

$$M_{32} = 34 \cdot 10^{-7} (x - 0,3) W_1 W_2 \sqrt{R_1 R_2} e^{-3\frac{h_1+h_2}{2R}}. \quad (3.91)$$

Перша частина формул (3.87) – (3.89) дають вираз для початкової ЕРС сенсора EPC_n при відсутності провідного середовища, друга частина – ЕРС, що наводиться вихровим струмом провідного середовища, тобто відносну $EPC_{вн}$.

РОЗДІЛ 4

ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ

ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

4.1 Архітектура побудови оптико-електронних засобів вимірювання параметрів обертального руху

Для вимірювання параметрів обертального руху пропонується застосувати метод просторової модуляції оптичного діапазону випромінювання з використанням позиційно-чутливого детектора, а для побудови мікропроцесорної системи контролю параметрів обертального руху використати оптико-електронний вимірювальний перетворювач параметрів обертального руху.

Приклад структурної схеми оптико-електронного засобу вимірювання параметрів обертального руху показана на рис. 4.1.

Запропонований засіб вимірювання [73-76] складається з джерела випромінювання 1, оптико-механічного дефлектора 2, що має форму Архімедової спіралі, розміщеної на обертальній частині об'єкта контролю 3, оптичної системи 4, позиційно-чутливого детектора 5, блока первинного перетворення вимірювальної інформації 6, АЦП 7, мікропроцесора і пристрою пам'яті. При цьому оптико-механічний дефлектор розміщують на об'єкті таким чином, щоб початкова точка відліку дефлектора збігалася з головною віссю обертання.

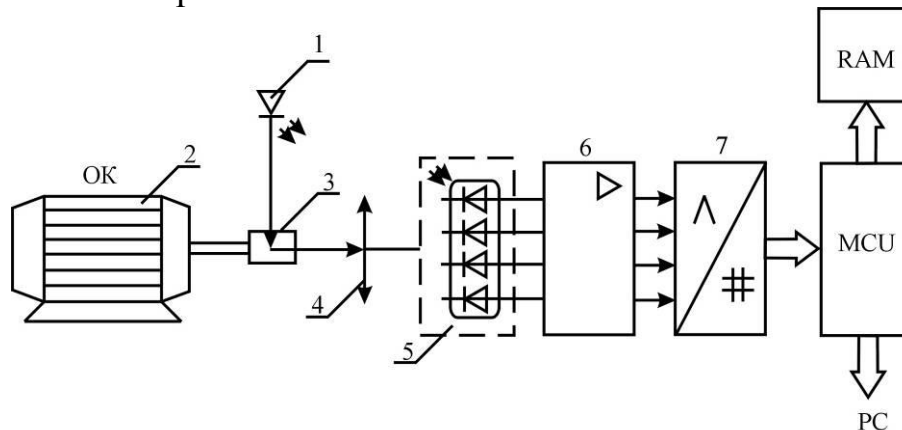


Рисунок 4.1 – Структура оптико-електронного засобу вимірювання параметрів обертального руху

Принцип роботи засобу вимірювання такий. Випромінювання від освітлювача 1 потрапляє на розміщений на об'єкті 2 оптико-механічний дефлектор 3, відбивається від нього, зазнаючи просторової модуляції, потрапляє через оптичну систему 4 на позиційно-чутливий детектор 5, який

реєструє зміщення центра розподілу інтенсивності світлової плями, отриманої в результаті відбивання від дефлектора, розміщеного на поверхні об'єкта контролю. Далі вимірювальна інформація підсилюється в блоці первинного перетворення 6, оцифровується за допомогою АЦП 7, обробляється мікропроцесором і зберігається в пристрої пам'яті. Для зменшення динамічної похибки АЦП містить вбудований пристрій вибірки-зберігання.

Отримані значення зміщень по двох осях координат передаються в мікроконтролер, який здійснює первинну обробку вимірювальної інформації і її збереження в пристрої пам'яті. Після цього вимірювальна інформація передається на мікроконтролер МСU. Обробка і передача вимірювальної інформації може відбуватися як в реальному масштабі часу, так і з її накопиченням та наступною обробкою. Числове вимірювальне перетворення і контроль здійснюються розробленим програмним забезпеченням.

Такий підхід забезпечує цілий ряд переваг при досить простій конструкції засобу. За рахунок того, що реєстрація зміщення світлової плями відбувається по двох осях координат, досягається висока чутливість, висока вірогідність контролю параметрів обертального руху, а також можливість вимірювати додаткові параметри, а саме: досліджувати розподіл биття по колу залежно від швидкості обертання двигуна, визначати наявність вібрації та лінійних зміщень об'єкта контролю. Крім того, такий засіб вимірювання є безконтактним і має широку область застосування – від електричних машин великої потужності до малих об'єктів, для яких неможливо застосувати растрові фотоелектричні перетворювачі, які створюють великий момент інерції [3]. А можливість мікропроцесорної обробки спрощує процедуру вимірювань, забезпечує ефективну передачу і зберігання вимірювальної інформації.

Зазначені переваги дозволяють підвищити точність вимірювань за рахунок зменшення складової похибки, що вноситься биттям об'єкта, та високої роздільної здатності перетворювача – $1000 \div 5000$ значень за оберт. Крім того підвищується швидкодія та розширюється верхня межа вимірювань до 100 000 об/хв.

4.1.1 Алгоритми роботи засобу контролю параметрів обертального руху

Послідовність операцій, виконуваних засобом вимірювання, була розглянута раніше. Тобто, позиційно-чутливий детектор визначає положення світлової плями, генеруючи відповідний пропорційний струм, АЦП задає часову дискретизацію, і за цими початковими даними програмне забезпечення мікроконтролера розраховує кутове положення в заданий момент часу, а також миттєві та середні значення кутової швидкості.

Послідовність операцій, виконуваних мікроконтролером, залежить від наявності підключення до ПК і тісно пов'язана з роботою програмного забезпечення верхнього рівня. Схема алгоритму роботи мікроконтролера зображена на рис. 4.2.

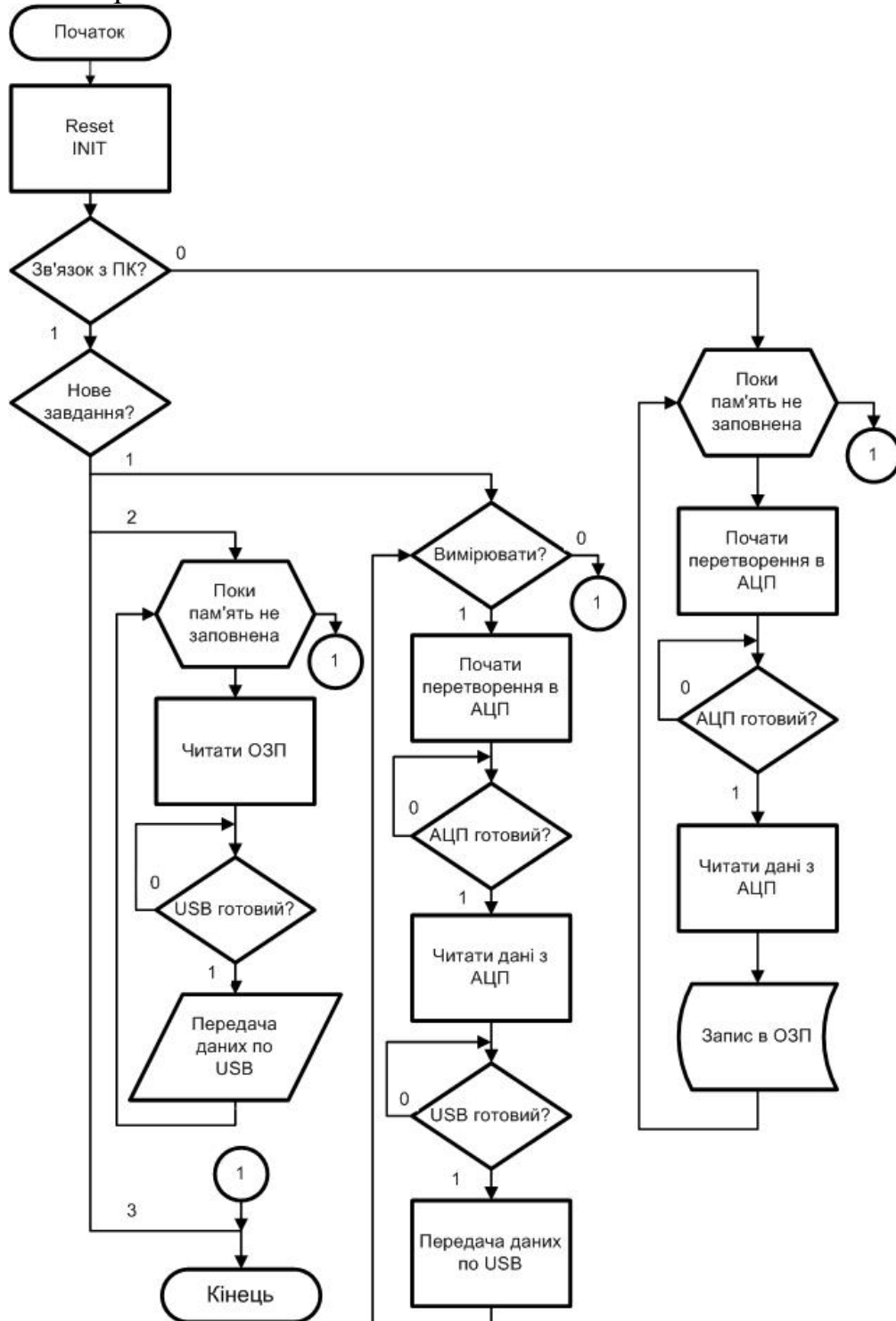


Рисунок 4.2 – Алгоритм роботи мікроконтролерного засобу вимірювання

Після ініціалізації програмне забезпечення мікроконтролера перевіряє наявність з'єднання з ПК по USB інтерфейсу. По команді від програми верхнього рівня мікроконтролер починає вимірювання і передачу контрольно-вимірювальної інформації в ПК. Якщо з'єднання з ПК відсутнє, то програмне забезпечення мікроконтролера зберігає виміряні дані в ОЗП [75]. По команді програми верхнього рівня можна також вчитати вимірювальну інформацію, що була збережена в ОЗП раніше.

Програмне забезпечення верхнього рівня здійснює числове вимірювальне перетворення, забезпечує графічне представлення результату вимірювань та дозволяє зберегти контрольно-вимірювальну інформацію в табличній формі у файл

4.1.2 Виведення функції перетворення засобу вимірювання

Метод просторової модуляції оптичного випромінювання визначає підходи до аналізу отримання вимірювальної інформації та виведення функції перетворення.

Випромінювання від джерела направляється на дефлектор, розміщений на об'єкті, де зазнає просторової модуляції. Під час обертання дефлектора миттєвій кутовій швидкості відповідає миттєва лінійна швидкість, направлена по дотичній.

Вимірявши зміщення світлового променя, відбитого від оптико-механічного дефлектора, в масштабі часу можна визначити кутову швидкість об'єкта обертання. Положення центру світлової плями можна розрахувати за струмами з електродів позиційно-чутливого детектора, перетвореними у відповідні напруги за допомогою перетворювача «струм-напруга».

Зміщення світлової плями H на одновимірному позиційно-чутливому детекторі розраховується з виразу

$$H = \frac{L}{2} \cdot \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1} = \frac{L}{2} \cdot \frac{U_2 - U_1}{U_2 + U_1} = \frac{L}{2} \cdot \Delta U, \quad (4.1)$$

де L – довжина фоточутливого шару ПЧД;

I_1, I_2, U_1, U_2 – струми з електродів ПЧД та відповідні їм напруги.

Визначимо переміщення світлового променя

$$H = \omega \cdot R \cdot t, \quad (4.2)$$

де $R = c \cdot \varphi$.

За один повний оберт об'єкта світлова пляма на ПЧД проходить певний відрізок шляху і повертається в початкове положення. Таким чином, кожній точці на цьому відрізку відповідає певне кутове положення об'єкта обертання

$$H = c \cdot \varphi \cdot t \cdot \omega = c \cdot \varphi^2. \quad (4.3)$$

Підставимо (4.2) у вираз (4.1)

$$\Delta U = \frac{2}{L} \cdot R \cdot t \cdot \omega. \quad (4.4)$$

Для підсилення малих різниць напруги застосовують вимірювальний підсилювач. Підсилений сигнал визначатиметься

$$U = k_n \cdot \Delta U = \frac{2}{L} \cdot k_n \cdot R \cdot t \cdot \omega, \quad (4.5)$$

де k_n – коефіцієнт підсилення вимірювального підсилювача.

Підсилені значення напруг зазнають подальшої обробки, а саме – перетворюється у цифровий двійковий код за допомогою 12-розрядного АЦП послідовного наближення

$$N = \frac{k_n \cdot \Delta U \cdot 2^n}{4 \cdot U_0}, \quad (4.6)$$

де U_0 – опорна напруга АЦП;

n – розрядність регістра послідовного наближення АЦП.

Тоді остаточна функція перетворення мікропроцесорного засобу вимірювання параметрів оберտального руху аналітично подається у вигляді [77]

– для кута повороту

$$N_\varphi = \frac{k_n}{L} \cdot \frac{c \cdot 2^n}{2 \cdot U_0} \cdot \varphi^2; \quad (4.7)$$

– для кутової швидкості

$$N_\omega = \frac{k_n}{L} \cdot \frac{R \cdot t \cdot 2^n}{2 \cdot U_0} \cdot \omega; \quad (4.8)$$

– для лінійних зміщень

$$N_H = \frac{k_n}{L} \cdot \frac{H \cdot 2^n}{2 \cdot U_0}, \quad (4.9)$$

де R – визначається з виразу (4.2).

На рис. 4.3, а побудовано теоретичну статичну характеристику $N = f(\varphi)$ за функцією перетворення (4.7). Дана залежність є нелінійною. Функція перетворення (4.7) буде використана для оцінки коефіцієнтів нелінійності та інших статичних метрологічних характеристик.

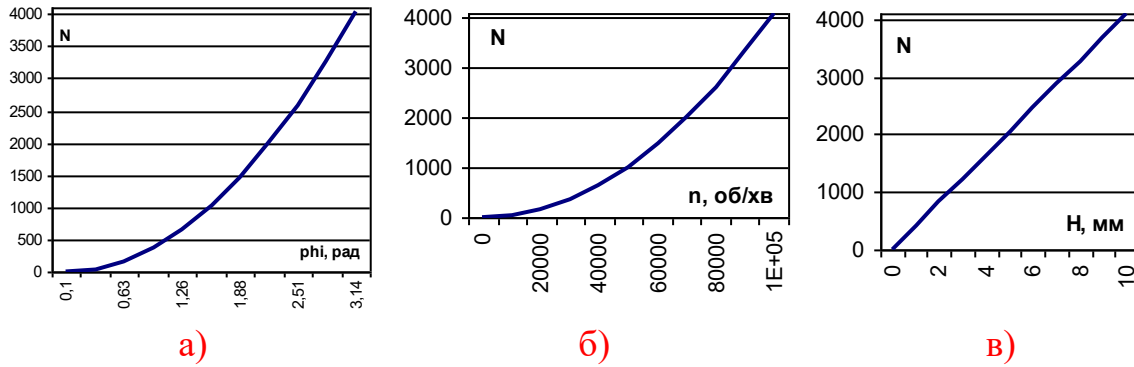


Рисунок 4.3 – Теоретичні статичні характеристики

На рис. 4.3, б наведено теоретичну статичну характеристику $N = f(\omega)$ за функцією перетворення (4.8), а на рис. 4.3, в теоретична статична характеристика $N = f(H)$ за функцією перетворення (4.9). Як видно з рисунків залежності є лійними. Функції перетворення (4.8) і (4.9) будуть використані для оцінки статичних метрологічних характеристик в подальшому.

4.1.3 Визначення діапазону вимірювання

Для встановлення меж вимірювання кутової швидкості за допомогою оптико-електронного вимірювального перетворювача, побудованого на основі методу просторової модуляції, використовуємо функцію перетворення частоти обертання в цифровий код (4.7)

$$N = k_n \frac{R \cdot t \cdot 2^n}{2 \cdot L \cdot U_0} \cdot n,$$

де n – частота обертання об'єкта контролю.

Тоді нижня межа вимірювань кутової швидкості визначається роздільною здатністю ПЧД і верхньою межею часу вимірювань. Роздільна здатність ПЧД становить $20 \cdot 10^{-9}$ м і, оскільки час вимірювань може бути достатньо великим (наприклад, 1024 хв), то провівши розрахунки, отримаємо

$$N_{\min} = k_n \frac{R_{\min} \cdot t_{\max} \cdot 2^n}{2 \cdot L \cdot U_0} n_{\min}, \quad (4.10)$$

$$n_{\min} = \frac{2 \cdot L \cdot U_0 \cdot N_{\min}}{k_n \cdot R_{\min} \cdot t_{\max} \cdot 2^n} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 2,5}{1 \cdot 20 \cdot 10^{-9} \cdot 1024 \cdot 2^{12}} = 0,6 \approx 1 \text{ (об/хв)}.$$

Тобто, розроблений засіб вимірювання дозволяє знизити нижню межу вимірювань до 1 об/хв, що для ТП частотно-часового перетворення, становить 15 об/хв без використання муфти спряження.

Визначимо нижню межу вимірювань кута повороту φ_{\min} , яка не залежить від часу вимірювань і визначається лише роздільною здатністю перетворювача положення. З рівняння Архімедової спіралі отримаємо

$$R_{\min} = c \cdot \varphi_{\min}, \quad \varphi_{\min} = \frac{R_{\min}}{c} = \frac{20 \cdot 10^{-9}}{1,389 \cdot 10^{-5}} = 1,44 \cdot 10^{-3} \text{ (град)}. \quad (4.11)$$

Верхня межа вимірювань частоти обертання n_{\max} визначається часом наростання сигналу у позиційно-чутливому детекторі і часом спрацьовування АЦП. Наприклад, оберемо чотириканальне АЦП з частотою 200 кГц на кожен канал, а час наростання сигналу ПЧД – 20 нс, тоді мінімальний необхідний час з урахуванням втрат часу на виконання програми становитиме 5 мкс. Верхня межа вимірювання частоти обертання з роздільною здатністю 2000 вимірів на 1 оберт визначається

$$\begin{aligned} N_{\max} &= k_n \frac{R_{\max} \cdot t_{\min} \cdot 2^n}{2 \cdot L \cdot U_0} n_{\max}; \quad (4.12) \\ n_{\max} &= \frac{2 \cdot L \cdot U_0 \cdot N_{\max}}{2000 \cdot k_n \cdot R_{\max} \cdot t_{\min} \cdot 2^n} = \\ &= \frac{2 \cdot 0,01 \cdot 2,5 \cdot 60}{2000 \cdot 1 \cdot 0,005 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} \approx 60000 \quad (\text{об/хв}). \end{aligned}$$

Розширити верхню межу вимірювань частоти обертання з точністю 1000 – 2000 вимірювань за оберт можна застосувавши АЦП з вищою частотою дискретизації та ПЧД з меншим часом наростання сигналу. Сучасний рівень електроніки та обчислювальної техніки дозволяє вимірювати кутову швидкість в діапазоні до 100000 об/хв.

4.1.4 Експериментальні дослідження

Для експериментальних досліджень похибок вимірювання кутової швидкості використовувалась тахометрична установка УТ-05 – 60 з діапазоном відтворення частоти обертання 10–60000 об/хв і похибкою не більшою $\pm 0,05\%$ [78-81] від вимірюваного значення частоти обертання (рис. 4.4).

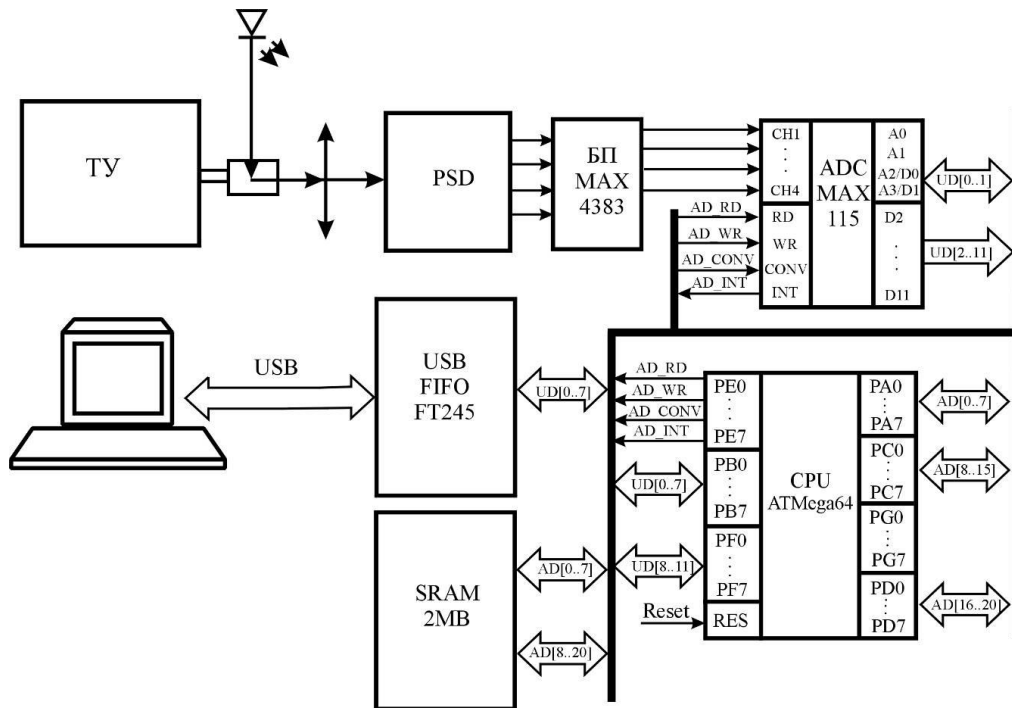


Рисунок 4.4 – Структурна схема для експериментальних досліджень кутової швидкості

Експериментальні дослідження проводились на частотах обертання 1350 об/хв, 1500 об/хв. (рис. 4.5.). Відносна похибка вимірювань не перевищує 0,6%. Основні статистичні характеристики [82-84] для отриманих результатів вимірювання наведені в табл. 4.1.

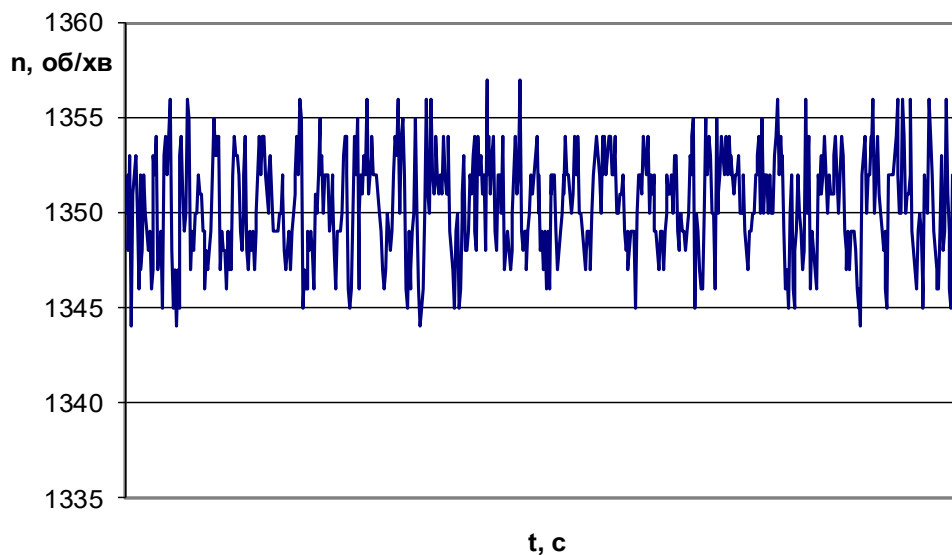


Рисунок 4.5 – Зміна частоти обертання в часі

Статистичні оцінки для експериментальних даних та перевірка гіпотези на нормальний закон розподілу проводилися за допомогою програми Numeri v. 2.1. Аналіз представлених результатів за допомогою Chi^2 -тесту підтверджує гіпотезу (табл. 4.1), що закони розподілу контрольованої величини і похибки вимірювання є нормальними з ймовірністю 97 %. Закони розподілу отримано на основі серії з 1000 вимірювань.

Аналіз експериментально отриманих законів розподілу показує, що в отриманих результатах має місце систематична складова похибка [85, 86]. Тому закони є несиметричними.

Таблиця 4.1 – Основні статистичні характеристики частоти обертання

Найменування характеристики	n=1350 об/хв	N=1500 об/хв
Кількість значень	1000	1000
Мінімальне значення, об/хв	1342	1494
Максимальне значення, об/хв	1357	1508
Середнє арифметичне, об/хв	1350,4	1500,3
Середньоквадратичне відхилення	2,73	2,34
Довірчий інтервал, об/хв	1350,16	1500,07
	1350,65	1500,59
Chi^2 -тест	S = 6,089	S = 4,8

Експериментальні значення зміни відносної похибки вимірювань кутової швидкості в часі наведено на рис. 4.6.

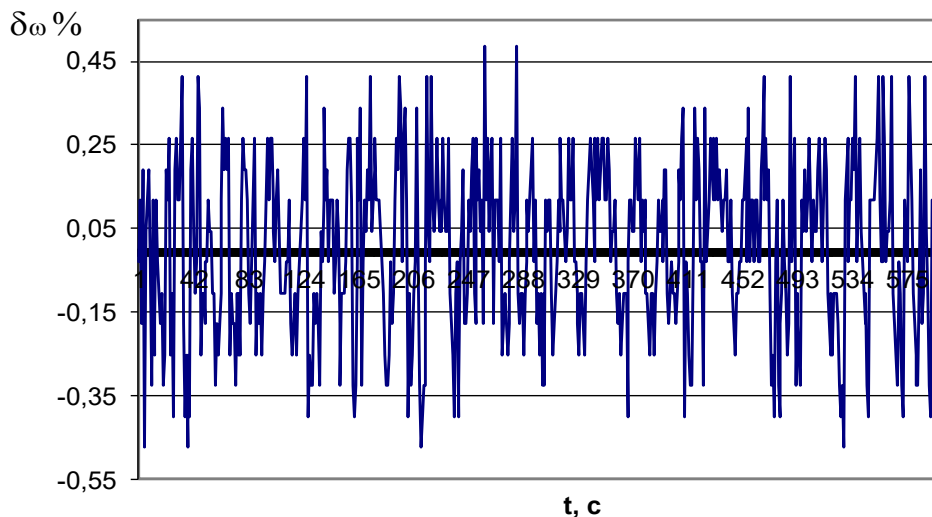


Рисунок 4.6 – Зміна відносної похибки в часі

У табл. 4.2 наведені порівняльні характеристики розробленого засобу контролю кутової швидкості на основі методу просторової модуляції та датчиків кутового положення ЛІР-119А та ЛІР-1170А.

Таблиця 4.2 – Порівняльна характеристика

Метрологічні характеристики	Засіб вимірювання	
	Оптико-електронний на основі методу просторової модуляції	ЛІР-119А, ЛІР-1170А
Роздільна здатність кутової швидкості, швидкість обертання	130 000 значень/об, 5000 рад/с	900 000 періодів вих. сигн./об, 30 рад/с
	1 000 значень/об 10 500 рад/с	12 000 періодів вих. сигн./об, 168 рад/с
Діапазон вимірювання кутової швидкості обертання вала, рад/с	0 – 10 500	1 050
Максимальна швидкість обертання вала, рад/с	10 500	1 050
Роздільна здатність, розрядів	8–16	8–13

При проведенні експериментальних досліджень похибок вимірювання кута повороту отримано 600 значень у діапазоні від 0 до 2π рад по 20 вимірювань за один повний оберт. Вимірювання проводились на частоті обертання 1350 об/хв. Кутове положення задавалося кроковим двигуном ДШ88, що має 200 кутових положень на один повний оберт [79-81]. Дійсне кутове положення визначалось мікроскопом (рис. 4.7).

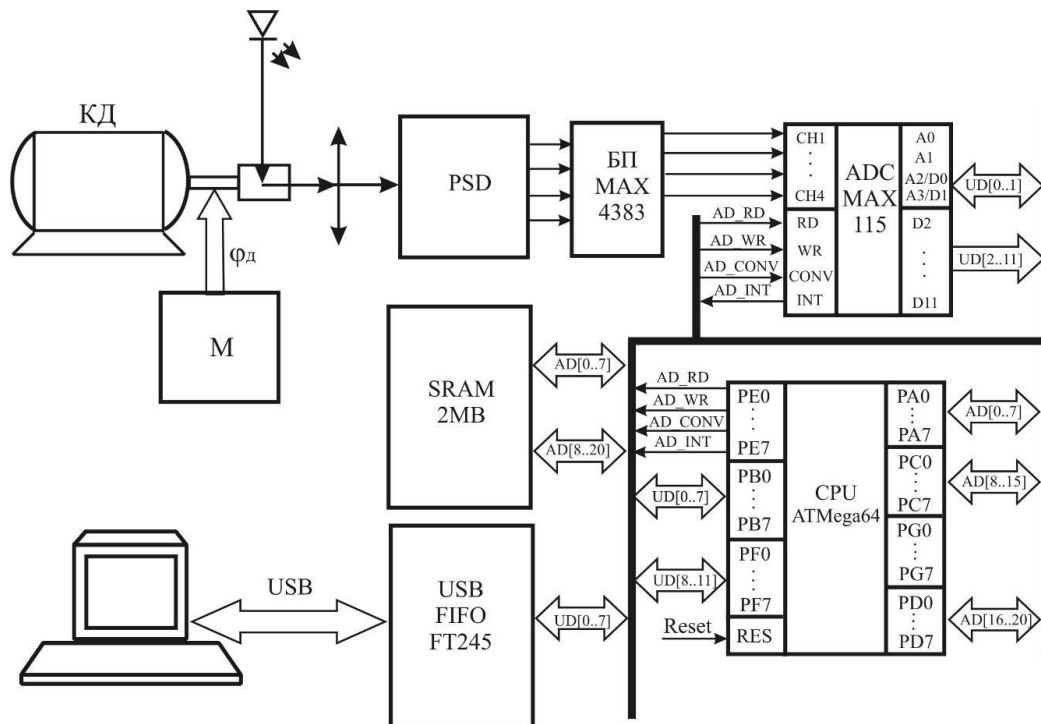


Рисунок 4.7 – Структурна схема для експериментальних досліджень кутового положення та лінійних зміщень

Теоретична та експериментальна статичні характеристики побудовані на рис. 4.8.

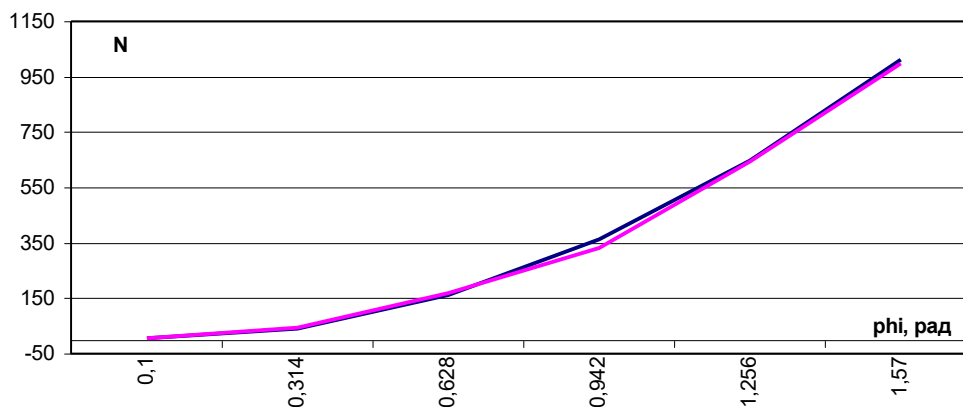


Рисунок 4.8 – Теоретична та експериментальна статичні характеристики $N=f(\varphi)$

Відносна похибка вимірювань кутового положення не перевищує 0,8 %. Основні статистичні характеристики [82-85] для отриманої залежності наведені в табл. 4.3.

Статистичні оцінки для експериментальних даних та перевірка гіпотези на нормальний закон розподілу проводилися за допомогою програми Numeri v. 2.1.

Таблиця 4.3 – Основні статистичні характеристики кутового положення

Найменування характеристики	Кут повороту
Кількість значень	600
Мінімальне значення, рад	0
Максимальне значення, рад	6,32
Середнє арифметичне, рад	3,077
Середньоквадратичне відхилення	1,9117
Довірчий інтервал	2,4726 3,6829
Chi²-тест	S = 5,0312

На основі експериментальних досліджень побудовано закони розподілу контрольованої величини, відносної похибки вимірювання кутової швидкості та сумісний закон розподілу. Закони розподілу отримані на основі серії з 600 вимірювань.

Аналіз представлених результатів за допомогою Chi²-тесту підтверджує гіпотезу (табл. 4.3), що закони розподілу контрольованої величини і похибки вимірювання є нормальними з ймовірністю 97 %.

За результатами експериментальних досліджень зміну відносної похибки вимірювання кута повороту в часі (рис. 4.9).

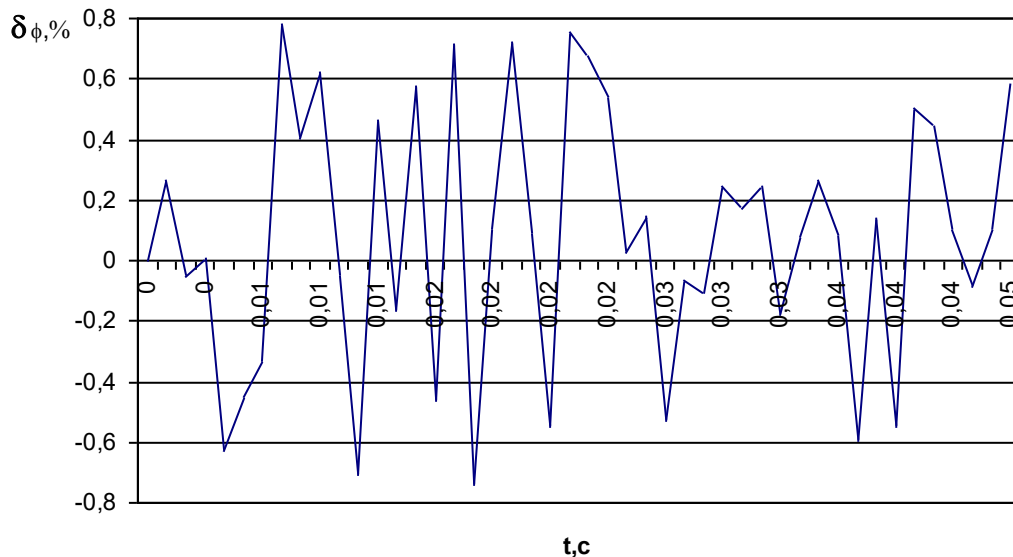


Рисунок 4.9 – Зміна випадкової похибки вимірювання кута повороту в часі

У таблиці 4.4 наведені порівняльні характеристики розробленого способу вимірювання кутової швидкості на основі методу просторової модуляції та сенсора кутового положення ЛІР-447А.

Таблиця 4.4 – Порівняльна характеристика

Метрологічні характеристики	Засіб вимірювання	
	Оптико-електронний на основі методу просторової модуляції	ЛІР-447А
Роздільна здатність кута повороту	1,3"	2,5"
Максимальна швидкість обертання вала, рад/с	10 500	1 050
Роздільна здатність, розрядів	8–16	8–13
Діапазон зміни кута повороту	0 – 360°	0 – 360°

4.2 Мікропроцесорний засіб вимірювання кутової швидкості з фотоелектричним сенсором

Положення твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, визначається кутом повороту φ , тобто двограним кутом між двома площинами, що проходять через вісь обертання, з яких одна нерухома, а інша жорстко закріплена з твердим тілом і обертається разом з ним.

Під час обертання кут повороту φ є функцією часу

$$\varphi = f(t).$$

Дане рівняння називають рівнянням обертання.

Кутова швидкість дорівнює похідній кута повороту за часом:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

За основну одиницю кутової швидкості прийнято рад/с.

Кутове прискорення – фізична величина, що відображає зміну кутової швидкості в часі

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varepsilon,$$

Одиниця вимірювання кутового прискорення – $\text{рад}/\text{с}^2$.

Частота обертання визначається числом повних обертів, які здійснює точка при русі по колу, за одиницю часу:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Розглянемо основні принципи побудови мікропроцесорного засобу вимірювання кутової швидкості електричних машин із використанням фотоелектричного сенсора кутової швидкості. Його структурна схема представлена на рис.4.10.

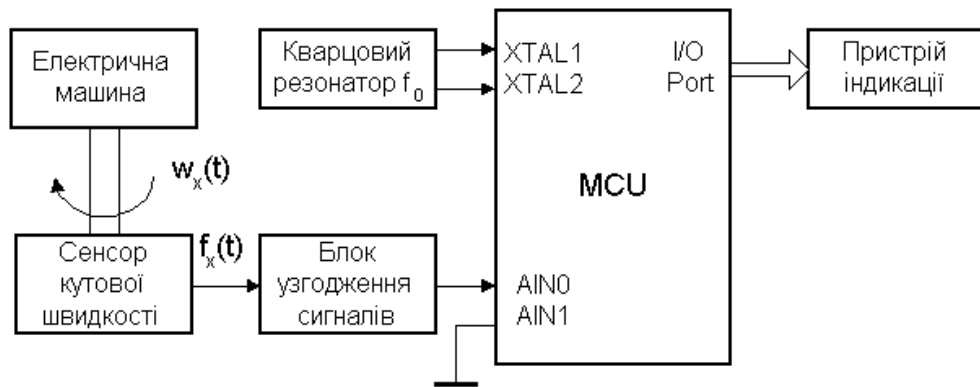


Рисунок 4.10 – Мікропроцесорний тахометр з фотоелектричним сенсором

Сенсор кутової швидкості перетворює змінну кутову швидкість $\omega_x(t)$ у частоту слідування електричних імпульсів $f_x(t)$.

Визначимо нижню межу вимірювання цифрового тахометра миттєвих значень (періодоміра), рівняння перетворення якого має вигляд:

$$N_{\omega}(t) = \frac{2\pi \cdot f_0}{\omega_x(t) \cdot z}, \quad (4.13)$$

де z – кількість міток в фотоелектричному сенсорі кутової швидкості.

Похибка квантування тоді матиме вигляд

$$\delta_{\omega}(t) = \frac{\omega_x(t) \cdot z}{2\pi \cdot f_0} \cdot 100\%, \quad (4.14)$$

де f_0 – частота імпульсів квантування;

z – роздільна здатність сенсора кутової швидкості.

Максимальна ємність бінарного лічильника мікроконтролера

$$N_{\max} = 2^{n+1} - 1, \quad (4.15)$$

де n – розрядність лічильника.

Враховуючи (4.15), рівняння (4.13) запишемо так

$$2^{n+1} - 1 = \frac{2\pi \cdot f_0}{z \cdot \omega_{x \min}}. \quad (4.16)$$

Тоді з рівняння (4.16) визначимо нижню межу вимірювання

$$\omega_{x \min} = \frac{2\pi \cdot f_0}{z \cdot (2^{n+1} - 1)}. \quad (4.17)$$

Верхня межа вимірювання $\omega_{x \max}$ для тахометра миттєвих значень визначається із рівняння похибки квантування (4.14):

$$\omega_{x \max} = \frac{2\pi \cdot \delta_{\omega n} \cdot f_0}{z \cdot 100\%}, \quad (4.18)$$

де $\delta_{\omega n}$ – нормоване значення похибки квантування.

Задаючись значенням похибки квантування $\delta_{\omega n} = 1\%$, отримаємо

$$\omega_{x \max} = 314 \frac{\text{рад}}{\text{сек}} \left| \begin{array}{l} f_0 = 5 \text{ МГц} \\ z = 1000 \end{array} \right|.$$

На рис.4.11 подано розраховану залежність $N_x(t)$ в режимі пуску електричної машини, а на рис.4.12 – похибку квантування $\delta_{\omega}(t)$.

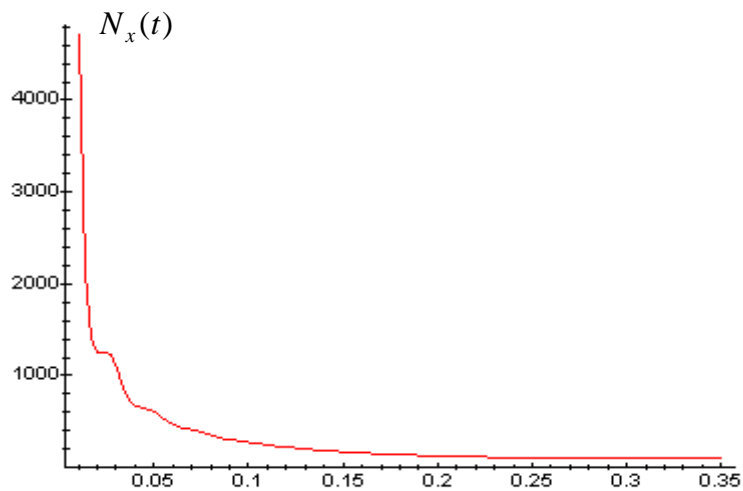


Рисунок 4.11 – Статична характеристика мікропроцесорного тахометра

З рисунка 4.12 видно, що значення похибки квантування при $f_0=5$ МГц та $z=1000$ не перевищує 1%.

t

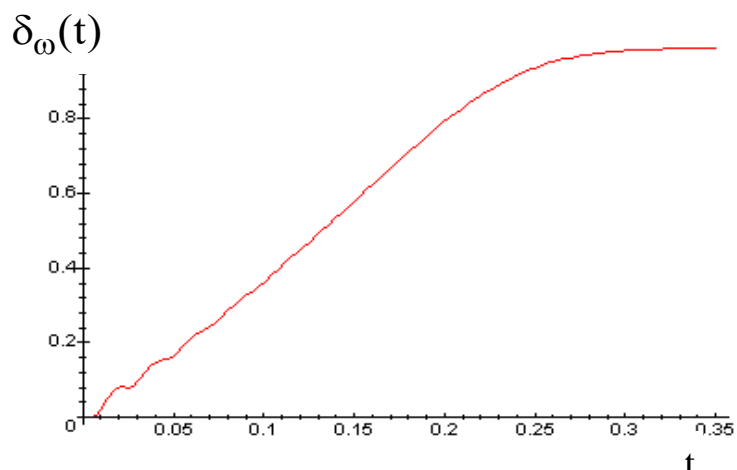


Рисунок 4.12 – Похибка квантування мікропроцесорного тахометра

Алгоритм роботи мікропроцесорного вимірювача кутової швидкості представлений на рис.4.13.

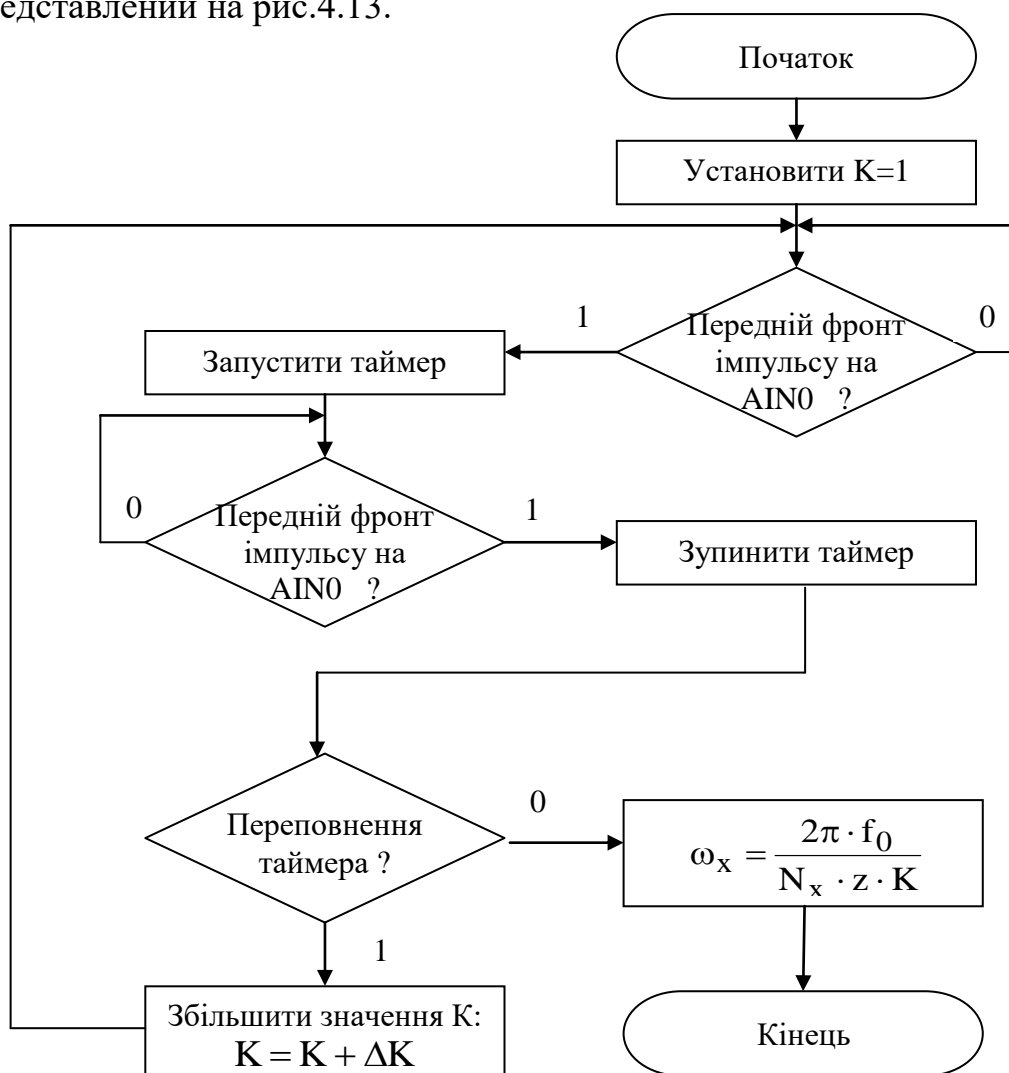


Рисунок 4.13 – Алгоритм роботи мікропроцесорного тахометра

4.3 Мікропроцесорний засіб вимірювання ковзання

Ковзання S в асинхронній електричній машині характеризує відставання частоти поля статора f_s від частоти поля ротора f_r :

$$S(t) = \frac{f_s(t) - f_r(t)}{f_s(t)} = 1 - \frac{f_r(t)}{f_s(t)}. \quad (4.19)$$

S є досить важливим параметром, який значною мірою визначає якість електричної машини.

Як видно з формули (4.19), для визначення ковзання S необхідно проводити вимірювання двох складових: частоти поля статора f_s і частоти поля ротора f_r .

На рис.4.14 наведено структурну схему мікропроцесорного вимірювача ковзання, яка складається з двох вимірювальних каналів – вимірювального каналу кутової швидкості $\omega_x(t)$ і вимірювального каналу частоти мережі живлення f_m .

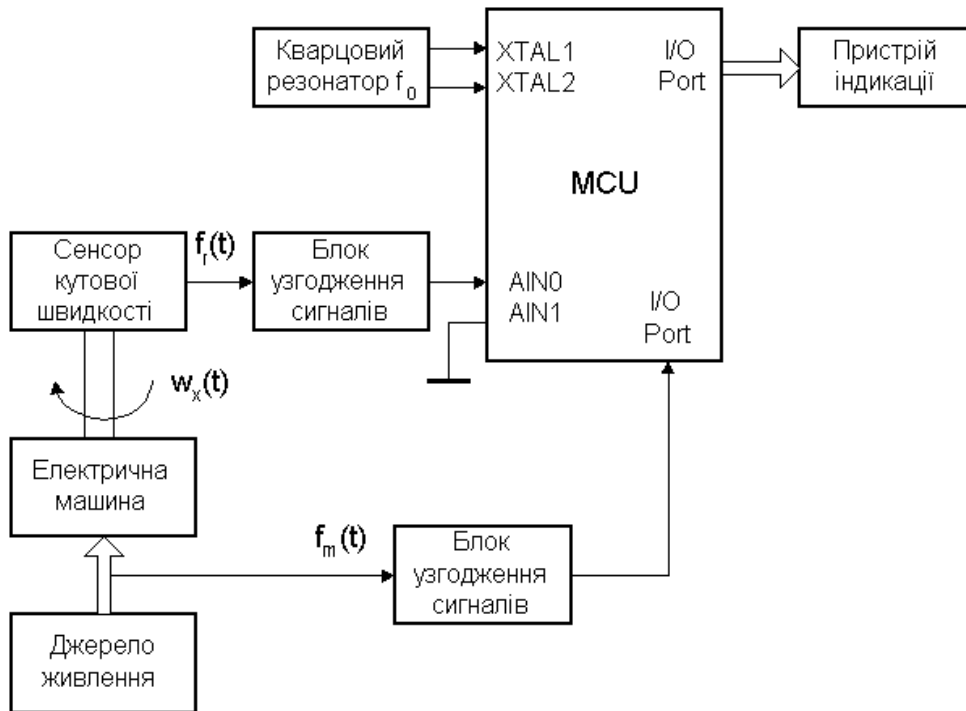


Рисунок 4.14 – Структура мікропроцесорного вимірювача ковзання

Виходячи з цього основного рівняння вимірювання ковзання випишемо рівняння перетворення вимірювальних каналів кутової швидкості $\omega_x(t)$ і частоти мережі живлення f_m є такими:

$$\omega_x = \frac{2\pi \cdot f_0}{N_{xr} \cdot z \cdot K_r}; \quad (4.20)$$

$$f_m = \frac{f_0}{N_{xs} \cdot K_s}, \quad (4.21)$$

де K_s, K_r – коефіцієнти подільника частоти у вимірювальних каналах частоти мережі та кутової швидкості;

N_{xr}, N_{xs} – кількість імпульсів у вимірювальних каналах частоти мережі та кутової швидкості відповідно.

Враховуючи, що $\omega_r = 2\pi \cdot f_r$, із рівнянь (4.19) – (4.21) отримаємо рівняння перетворення мікропроцесорного вимірювача ковзання:

$$S = 1 - \frac{N_{xs} \cdot K_s}{N_{xr} \cdot K_r \cdot z}. \quad (4.22)$$

Алгоритм роботи мікропроцесорного вимірювача ковзання наведений на рис.4.15.



Рисунок 4.15 - Алгоритм роботи мікропроцесорного вимірювача ковзання

4.4 Мікропроцесорний засіб вимірювання моменту інерції і динамічного моменту

Термін «момент інерції» введений в 1749 р. Л. Ейлером.

Моментом інерції матеріальної системи відносно заданої осі (осьовим моментом інерції) називається скалярна величина, що

дорівнює сумі добутків всіх матеріальних точок системи на квадрати їх відстаней до цієї осі:

$$J = \sum_{k=1}^n r_k^2 m_k . \quad (4.23)$$

Для тіл з неперервним розподілом маси в просторі

$$J = \int_m r^2 dm . \quad (4.24)$$

Осьовий момент інерції тісно пов'язаний з динамікою обертального руху механічної системи має прямий фізичний зміст.

Відповідно до диференціального рівняння обертального руху твердого тіла (системи) навколо нерухомої осі

$$\frac{d\omega}{dt} \sum_{k=1}^n r_k^2 m_k = \sum_{i=1}^m M_{\text{д}}(\bar{F}_i^{(b)}) \quad (4.25)$$

похідна за часом від кутової швидкості (кутове прискорення) пропорціональна головному моменту прямо прикладених сил відносно осі обертання та обернено пропорціональна моменту інерції тіла (системи) відносно цієї ж осі

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{\text{д}}}{J}, \text{ або } J \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{д}} . \quad (4.26)$$

Останнє рівняння показує, що осьовий момент інерції входить в основний закон динаміки обертального руху як фактор, що характеризує су-против цієї системи будь-якій зміні власної кутової швидкості обертання. І цей опір змінюється зі зміною осі обертання.

Таким чином, знаходячись в залежності від просторового розподілу мас системи, момент інерції слугує її мірою інертності по відношенню до обертального руху навколо заданої осі і характеризує динамічні властивості даної механічної системи.

З огляду на фізичний зміст, момент інерції є надзвичайно важливим параметром будь-якої технічної системи з обертальною формою руху (механічної, електромеханічної тощо), оскільки визначає характер руху цієї системи під час перехідного процесу та її функціонування в статичному режимі, а також енергообмін системи із зовнішнім фізичним та технічним середовищем, що оточує систему, враховуючи і її джерела живлення.

В даному підрозділі розглядається метод вимірювання моменту інерції, який використовує зразкові моменти інерції J_1, J_2 та обмежений діапазон кутових швидкостей обертання в режимі самогальмування електричної машини, в якому момент опору M_0 лінійно залежить від кутової швидкості ω_r : $M_0(\omega_r) = a \cdot \omega_r$,

де a – тангенс кута нахилу характеристики опору.

Тоді рівняння руху електричної машини відповідно з першим і другим зразковими моментами інерції в процесах самогальмування

набувають вигляду:

$$\omega_{r1}(t) = \omega_n \cdot e^{-\frac{at}{J+J_1}}, \quad \omega_{r2}(t) = \omega_n \cdot e^{-\frac{at}{J+J_2}}, \quad (4.27)$$

де ω_n – номінальна кутова швидкість обертання;

J - момент інерції електричної машини; t - час.

Прологарифмувавши попередні два рівняння, отримуємо

$$at = (J + J_1) \cdot \ln \frac{\omega_{r1}(t)}{\omega_n}, \quad at = (J + J_2) \cdot \ln \frac{\omega_{r2}(t)}{\omega_n}. \quad (4.28)$$

Вилучивши із них складової at , рівняння перетворення для вимірювання моменту інерції запишеться так:

$$J = \frac{J_2 \cdot \ln \frac{\omega_{r2}(t)}{\omega_n} - J_1 \cdot \ln \frac{\omega_{r1}(t)}{\omega_n}}{\ln \frac{\omega_{r1}(t)}{\omega_{r2}(t)}}. \quad (4.29)$$

Структурна схема для реалізації цього способу вимірювання моменту інерції наведена на рис.4.16, а алгоритм його роботи – на рис.4.17.

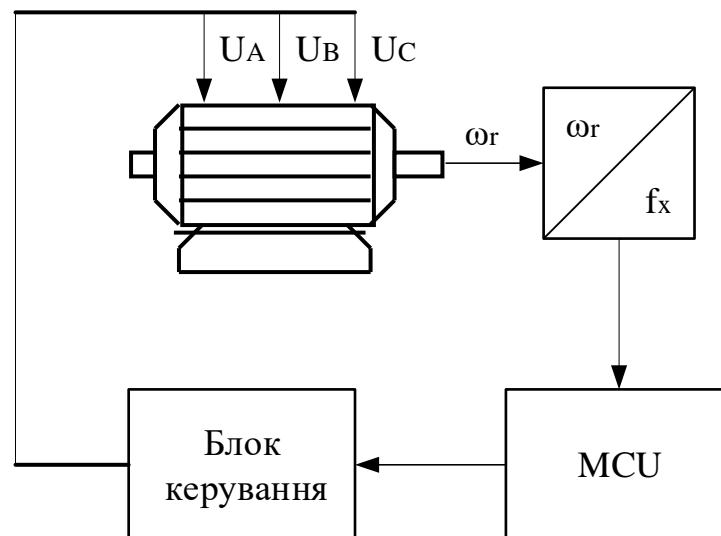


Рисунок 4.16 - Структурна схема засобу вимірювання моменту інерції

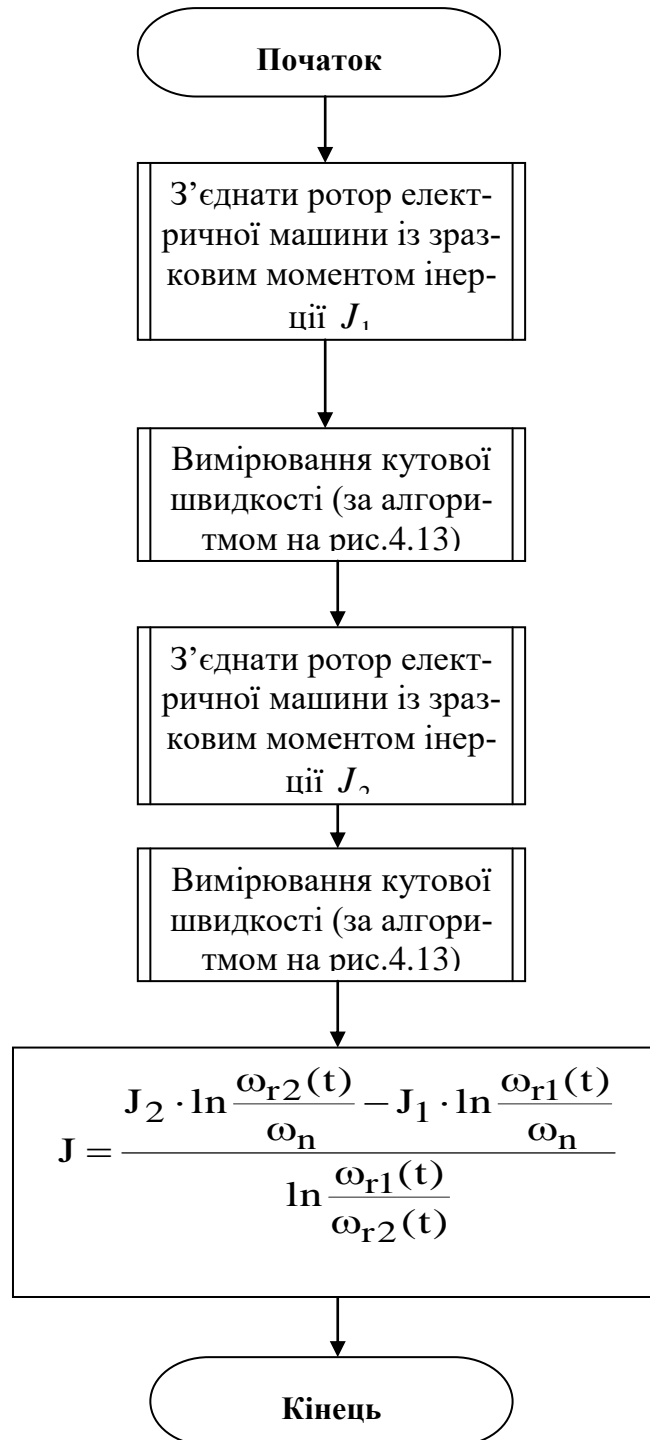


Рисунок 4.17 - Алгоритм його роботи

Мікропроцесорна система MCU проводить вимірювання кутової швидкості ω_r і за допомогою таймера обчислює час t . Вони необхідні для визначення значення моменту інерції.

Дану схему можна використати і для вимірювання динамічного моменту, який являє собою добуток J моменту інерції ротора на кутове

прискорення

$$M_{\text{д}} = J \frac{d\omega_{\text{r}}(t)}{dt}. \quad (4.30)$$

Для цього необхідно виконати таку послідовність дій:

1. Від мікропроцесора на блок керування подати команду на пуск електричної машини.
2. В динамічному режимі роботи електричної машини здійснити сумісне вимірювання залежності $\omega_{\text{r}}(t)$ і отримані значення запам'ятати в оперативній мікропроцесорній системі МСУ.
3. Користуючись одним з відомих алгоритмів (краще сплайнами) згладити отримані експериментальні дані.
4. Здійснити операцію диференціювання згладжених експериментальних даних і отримати масив кутових прискорень.
5. За алгоритмом (рис.7.24) виміряти момент інерції ротора.
6. Перемноживши значення кутових прискорень на значення моменту інерції опосередковано отримати масив значень динамічного моменту.
7. Побудувати залежності $M_{\text{д}} = f(t)$ та отримати динамічну механічну характеристику машини $M_{\text{д}} = f(\omega_{\text{r}}(t))$.

4.5 Мікропроцесорний засіб вимірювання кутового положення

Найбільш актуальним в електромеханіці є вимірювання кутових положень крокових двигунів, які широко використовуються в різних галузях науки, техніки, приладобудуванні, космічних досліджень, літакобудуванні, машинобудуванні та інш.

Кроковий двигун (КД) – це пристрій, що перетворює електричні імпульси в дискретні обертальні механічні кутові переміщення ротора.

Основним елементом, метрологічні характеристики якого визначають точність та швидкодію засобів вимірювання кутових положень є сенсори кута повороту. Порівняльна характеристика сенсорів кута повороту наведена в таб.4.5.

Аналіз наведених характеристик первинних вимірювальних перетворювачів кута показує, чому фотоелектричні сенсори найбільш поширені в засобах вимірювання кутового положення.

Даний тип сенсорів здійснює перетворення вимірюваного кута в послідовність електричних сигналів, що містять інформацію про значення кута та напрямку руху. Одним із можливих варіантів таких сенсорів можуть бути перетворювачі кутових переміщень ЛІР, принцип дії яких детально раніше описано. Сенсори кута повороту цього типу забезпечують та-

кож високу роздільну здатність (від 1000 до 50000 періодів вихідного сигналу на оберт) та малу похибку перетворення. Висока допустима швидкість обертання і навантажувальна здатність, мала інерційність і стійкість до вібрацій дозволяє використовувати їх для вимірювання кутових положень ротора крокових двигунів малої, середньої та великої потужностей.

Таблиця 4.5 - Сенсори кута повороту

Найменування	Переваги	Недоліки
Кругові потенціометри	Низька вартість	Низька точність Низька швидкість обертання Дребезг контактів
Багатополюсні сельсини	Низька вартість	Нелінійна статична характеристика Великий момент інерції
Оберткові трансформатори	Низька вартість Простота конструкції	Великий момент інерції
Багаторозрядні механічні цифрові перетворювачі	Висока точність і швидкодія Невеликі масогабаритні показники Висока завадостійкість	Дребезг контактів Висока вартість
Оптико-електронні	Відсутність похибки взаємодії	Висока вартість
Фотоелектричні	Висока точність і швидкодія Малоінерційність Невеликі масогабаритні показники Висока завадостійкість	Похибка ексцентриситету

Кут повороту крокового двигуна визначається

$$\theta = \frac{360}{n_{\text{кд}}} = \frac{2\pi}{n_{\text{кд}}}, \quad (4.31)$$

де $n_{\text{кд}}$ – кількість стійких кутових положень ротора за повний його оберт.

Результати математичного моделювання перехідного процесу коливання ротора крокового ЕМП (рис.4.18), при переході від одного кутового положення до наступного, дозволяють виявити такі дві важливі особливості:

– час вимірювального перетворення кута обмежується тривалістю перехідного процесу;

– в процесі коливання навколо стійкого положення ротор КЕМП змінює напрямок обертання.

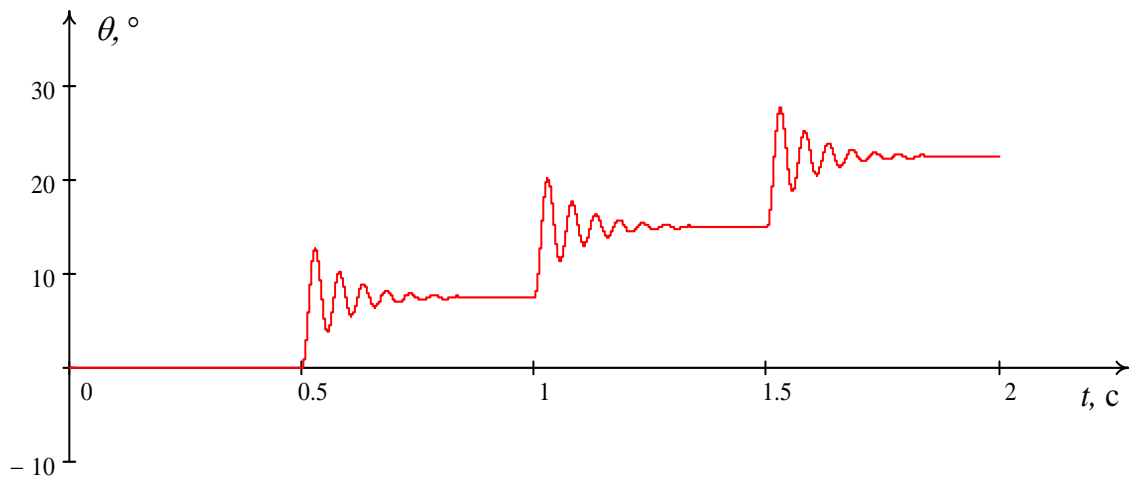


Рисунок 4.18 – Перехідний процес коливання ротора крокового ЕМП

Перша особливість стосується швидкодії вимірювання. Максимально можлива швидкодія вимірювання кутового положення КД визначається тривалістю його перехідного процесу. Досягнення такої швидкодії можливе лише у випадку, коли вимірювання відбувається під час перехідного процесу і завершується одразу після його завершення.

Друга особливість, а саме врахування напрямку обертання ротора, пов'язана у зв'язку з його зміною напрямку обертання. Не врахування цієї обставини приводить до значних похибок, що виникають завдяки не відповідності реверсного коливання ротора КД і не реверсного режиму роботи двійкового лічильника.

Вимірювання кожного кутового положення КД здійснюється під час перехідного процесу коливання ротора, шляхом квантування кута повороту θ зразковими кутовими положеннями h_z з виходу фотоелектричного сенсора, з врахуванням напрямку обертання.

Кількість імпульсів h_z , які поступають на вхід двійкового лічильника МК протягом зміни кутового положення від θ_i до θ_{i+1} , визначається

$$N = \frac{\theta \cdot z}{360} = \frac{\theta \cdot z}{2\pi}, \quad (4.32)$$

де z – кількість імпульсів з періодом h_z , що формує фотоелектричний сенсор за повний оберт.

Одним із варіантів реалізації мікропроцесорного засобу вимірювання кутових положень (рис.4.19), вимірювальне перетворення кута повороту в якому здійснюється фотоелектричним сенсором (СКП), що з'єднується з валом досліджуваного крокового КЕМП муфтою sprzęження М.

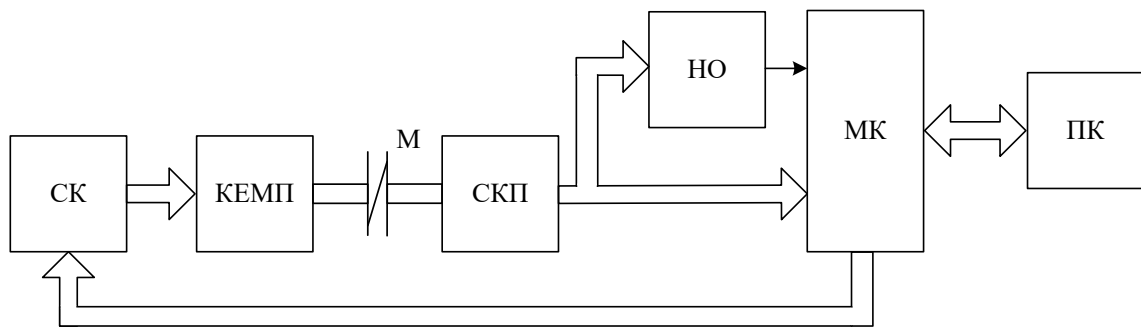


Рисунок 4.19 – Мікропроцесорний засіб вимірювання кутових положень

Значення кута повороту отримують в мікроконтролері

$$\theta = \frac{N \cdot 360}{z}, \quad (4.33)$$

який крім того формує сигнали керування (СК) кроковим двигуном.

Статична характеристики даного засобу вимірювання наведена на рис.4.20.

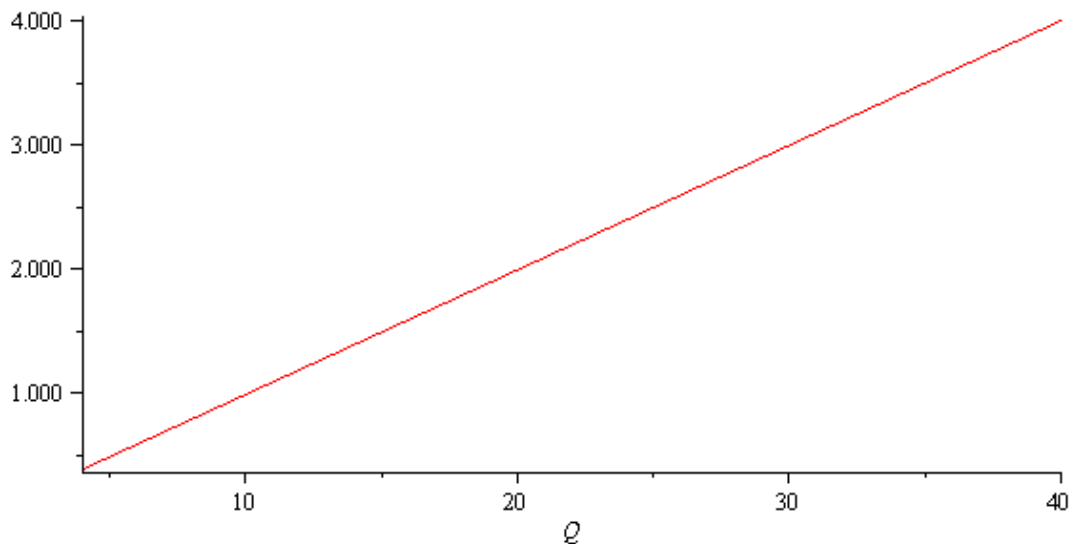


Рисунок 4.20 – Статична характеристики

Більш суттєвим для ЗК кутових положень є роздільна здатність сенсора, що визначається значенням кута на один імпульс, тобто

$$R = \frac{360^\circ}{z} = 0.01 \Big|_{z=36000} \text{ (град/імпульс)}. \quad (4.34)$$

Це значення суттєво впливає на результат вимірювання, і є основною складовою похибки. Тому для зменшення похибки квантування (рис.4.21) необхідно збільшувати роздільну здатність СКП.

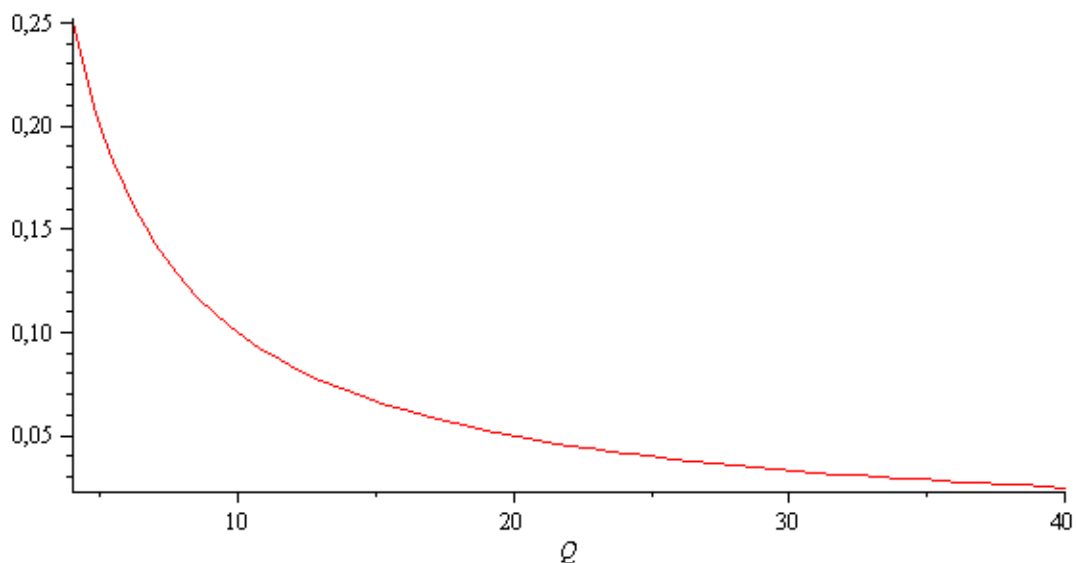


Рисунок 4.11 – Похибка квантування

Це досягається шляхом підвищення числа періодів на оберт z або за рахунок схемотехнічних рішень. При цьому відносна похибка квантування визначається

$$\delta_k = \frac{1}{N} \cdot 100\% = \frac{zN}{360} \cdot 100\% , \quad (4.35)$$

і зростає при вимірюванні малих кутових зміщень (рис. 4.21).

Тому даний засіб вимірювання доцільно застосовувати для вимірювання кутових положень крокового ЕМП з номінальним кутом кроку 4° і більше, або підвищувати роздільну здатність СКП.

4.6 Вимірювання вібрацій

Рівень вібрації є одним з важливих індикаторів стану електротехнічних комплексів та систем. Підвищення вібрації приводить до передчасного зносу та виходу з ладу окремих елементів електрообладнання. Зниження рівня вібрації веде до підвищення надійності, довговічності, зменшення експлуатаційних затрат.

Вібраціями називають коливальний процес, що характеризується багаторазовим почерговим зростанням та зменшенням відносно малої амплітуди коливань в часі.

Розглянемо основні поняття. Нехай $u(t)$ – функція, що описує коливальний процес.

Якщо справедлива рівність

$$u(t) = u(t + n \cdot T), \quad (4.36)$$

де t – час;

n – ціле число;

T – період коливань.

то такий коливальний процес називають періодичним (рис.4.22).

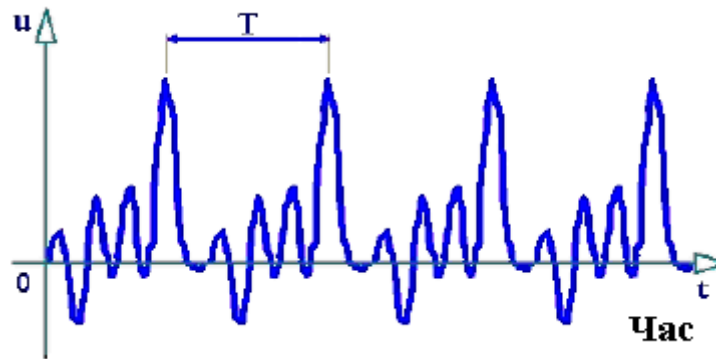


Рисунок 4.22 – Коливальний періодичний процес вібрацій

Самим простим видом періодичних коливань є гармонічні (рис.4.23), які описують таким рівнянням:

$$u(t) = A \cdot \cos(\omega t - \varphi), \quad (4.37)$$

де A – амплітуда коливань;

$\omega = 2\pi f$ – кутова частота (рад/с);

φ – початкова фаза (рад).

В сучасній цифровій техніці вимірювання вібраційного сигналу здійснюється не в аналоговій, а в дискретній формі

Час вибірки – проміжок часу, за який виконується аналого-цифрове перетворення аналогового вібросигналу:

$$t_{\text{вибірки}} = \Delta t \cdot (n - 1), \quad (4.38)$$

де n – кількість миттєвих значень дискретизованої величини.

На практиці коливання частіше всього є полігармонічними (рис. 4.23), тобто є сумою гармонічних коливань з різними частотами (рис. 4.24).

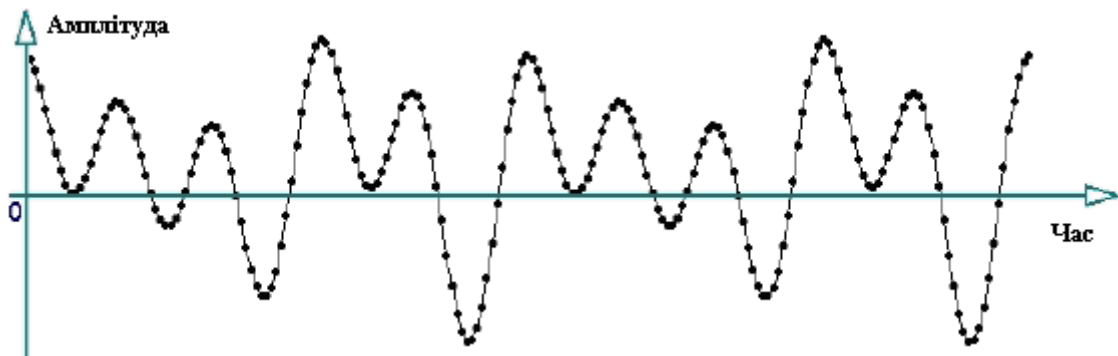


Рисунок 4.23 – Полігаірмонічні вібраційні коливання

$$u(t) = A_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2) + \dots + A_i \cos(\omega_i t - \varphi_i) + \dots + A_n \cos(\omega_n t - \varphi_n) = \sum_{i=1}^n A_i \cos(\omega_i t - \varphi_i), \quad (4.39)$$

де A_i , ω_i , φ_i – амплітуда, частота і фаза відповідної i -ої гармоніки коливання.

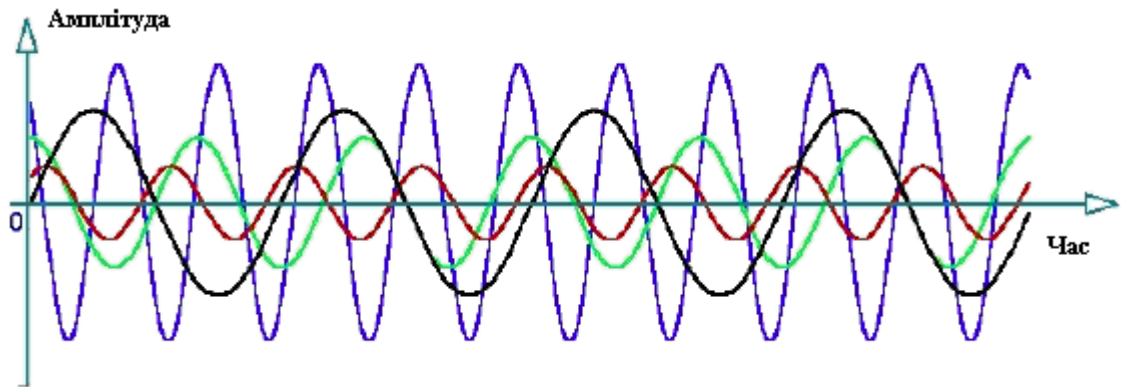


Рисунок 4.24 – Гармонічні коливання з різними частотами

Основними складовими сучасних засобів вимірювання вібро сигналів є такі:

- первинний вимірювальний перетворювач (сенсор), що перетворює неелектричну величину в електричну;
- фільтр, який виділяє параметри сигналів в необхідній області частот;
- аналого-цифровий перетворювач з мікропроцесором (мікроконтролер).

Дані засоби вимірювання називають вимірювальними каналами вібрацій, узагальнена структурна схема якого наведена на рис.4.25.

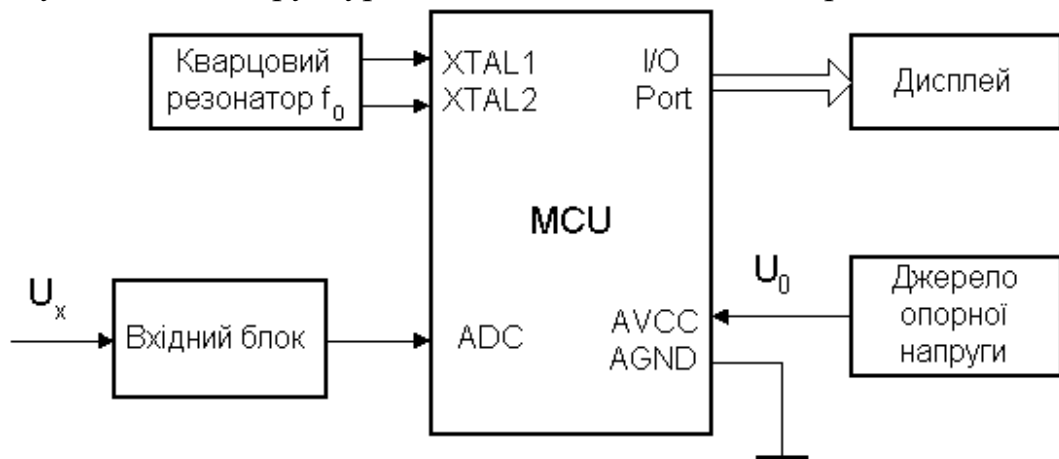


Рисунок 4.25 – Узагальнена структурна схема засобу вимірювання вібрацій

Виведемо рівняння перетворення для даного каналу.

Рівняння перетворення сенсора віброприскорення (4.40) має такий вигляд

$$a = \frac{k}{m} x = S_a \cdot x. \quad (4.40)$$

В процесі вимірювання вібрацій користуються такими трьома фізичними величинами:

- віброприскорення – a [м/с²];
- віброшвидкість – v [мм/с];
- віброзміщення – S [мкм].

В низькочастотній області коливань пріоритет віддають віброзміщенням, а у високочастотній – віброприскорення. Знайдемо співвідношення між цими фізичними величинами.

Наприклад, покажи сенсора віброприскорення $a = 1 \text{ м/с}^2$ для частоти коливань 50 Гц, що відповідає ефективному (діючому, середнє квадратичному) значенню віброприскорення. Знайдемо для нього ефективне значення віброшвидкості

$$v_{ef} = \frac{a_{ef}}{\omega} = \frac{a_{ef}}{2\pi f} = \frac{1[\text{м/с}^2]}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \text{ Гц}} = \frac{1}{314} = 3.18 \text{ [мм/с]},$$

та віброзміщення

$$S = 2 A = 2 \frac{v}{\omega} = 2 \frac{\sqrt{2} v_{ef}}{\omega} = 2 \frac{\sqrt{2} 3.18(\text{мм/с})}{314(1/\text{с})} =$$

$$= \frac{8.9(\text{мм})}{314} = \frac{8.9 \cdot 10^3(\text{мкм})}{314} = 28.4$$

Звідси видно, що між амплітудою віброзміщення та діючим значенням віброшвидкості для коливань з частотою 50 Гц справедливе співвідношення

$$n_{sv} = \frac{S}{v_{ef}} = \frac{28.4}{3.18} \approx 9.$$

4.7 Вимірювання осьових зміщень

Широкого поширення при вимірюванні миттєвого осьового зміщення ротора електричної машини набули вихрострумові та ємнісні первинні вимірювальні перетворювачі, які дають змогу здійснити вимірювання зазначеного параметру при відсутності безпосереднього контакту з ротором [87]. Про те, суттєвим недоліком цих типів вимірювальних перетворювачів є те, що вони дозволяють здійснювати вимірювання лише на відносно малих (порядку кількох міліметрів) відстанях від ОВ [87], що обумовлює необхідність жорсткого закріплення сенсора на конструктивних елементах у безпосередній близькості до рухомих частин електричної машини (джерела виникнення вібрації). У свою чергу це неминуче призводить до виникнення значної методичної похибки, оскільки методи, що передбачають використання зазначених сенсорів не враховують їх власного віброзміщення відносно точки відліку системи координат. Тож на виході таких засобів вимірювання, формується складний сигнал, що являє собою векторну суму осьового зміщення ротора та власного віброзміщення сенсора, які не мо-

жуть бути розділені в наслідок випадкового характеру та нестационарності вібросигналу [88].

4.7.1 Фазовий безконтактний метод та засіб вимірювання осьового зміщення ротора електричних машин

Ефективним способом зменшення зазначеної вище методичної похибки може бути віддалення точки кріплення сенсора від джерела виникнення вібрації, оскільки амплітуда коливань є обернено пропорційною квадрату відстані від джерела збудження [89]. Про те, як було сказано вище, такий підхід не може бути реалізованим при використанні вихрострумових та ємнісних сенсорів, що обумовлює обмеженість їх застосування при вирішенні сформульованої технічної задачі.

Ще однією перспективною групою методів вимірювання, з точки зору первинного вимірювального перетворення осьового віброзміщення, є оптичні методи [90]. Про те, не дивлячись на теоретичну можливість безконтактного вимірювання зміщення ротора на доволі великих відстанях, використання оптичних сенсорів також має ряд суттєвих обмежень, пов'язаних з наявністю неінформативних впливів на оптичний сигнал з боку як навколишнього середовища, так і самого об'єкта вимірювання (ОВ). До таких неінформативних збурень, зокрема, можуть бути віднесені: зміна коефіцієнту затухання, змінний у часі коефіцієнт поглинання як зовнішнього навколишнього середовища, так і самого об'єкта вимірювання, власне теплове випромінювання ОВ, тощо [91]. Тож, враховуючи сказане, є очевидним, що розробка нових методів вимірювання осьового зміщення, які забезпечували б можливість вимірювання останнього на достатніх відстанях між сенсором та ОВ, а також були б малочутливими до впливу неінформативних збурюючих факторів є актуальною задачею.

Основною проблемою, що потребує вирішення при застосуванні оптичних методів вимірювання осьового віброзміщення, як було сказано раніше, є наявність суттєвого впливу неінформативних впливних величин на інформативний сигнал [90]. Враховуючи це, а також випадковий характер збурюючого впливу, є очевидним, що амплітуда інформативного сигналу на вході приймача, у такій системі не може мати стабільного значення. А, отже, використання останньої у якості інформаційного параметру при проміжному вимірювальному перетворенні є недоцільною. Про те, виходячи з фізичних властивостей повітря [92], що, очевидно, знаходитиметься у просторі між випромінювачем, ОВ та приймачем, його коефіцієнти відносної діелектричної та магнітної проникності є мало змінними в типових умовах експлуатації силового електричного обладнання. Тож можна зробити висновок про те, що фазова швидкість інформативного сигналу у такій системі буде мати доволі високу стабільність. Це обумовлює доціль-

ність використання у якості проміжного інформативного параметру саме фазового зміщення інформативної хвилі.

Суттєвими проблемами, що виникатимуть при побудові засобу вимірювання, який реалізуватиме проміжне вимірювальне перетворення осьового зміщення ротора у зміщення фази інформативного сигналу є наявність значної фазоамплітудної похибки, обумовленої нестабільністю амплітуди сигналу на вході приймача та невисока чутливість засобу, обумовлена відносно малими допустимими осьовими зміщеннями ротора електричної машини (порядку сотень мікрометрів, що відповідає довжині електромагнітної хвилі з частотою порядку сотень гігагерц) [93]. Тож, фазовий безконтактний метод вимірювання осьового зміщення ротора електричної машини повинен включати як алгоритм компенсування фазоамплітудної похибки, так і новий метод вимірювання різниці фаз, що забезпечуватиме підвищену чутливість при високих частотах інформативного сигналу. Підсумовуючи сказане, алгоритм реалізації фазового безконтактного методу вимірювання осьового зміщення ротора електричної машини матиме вигляд, наведений на блок-схемі (рис. 4.26).

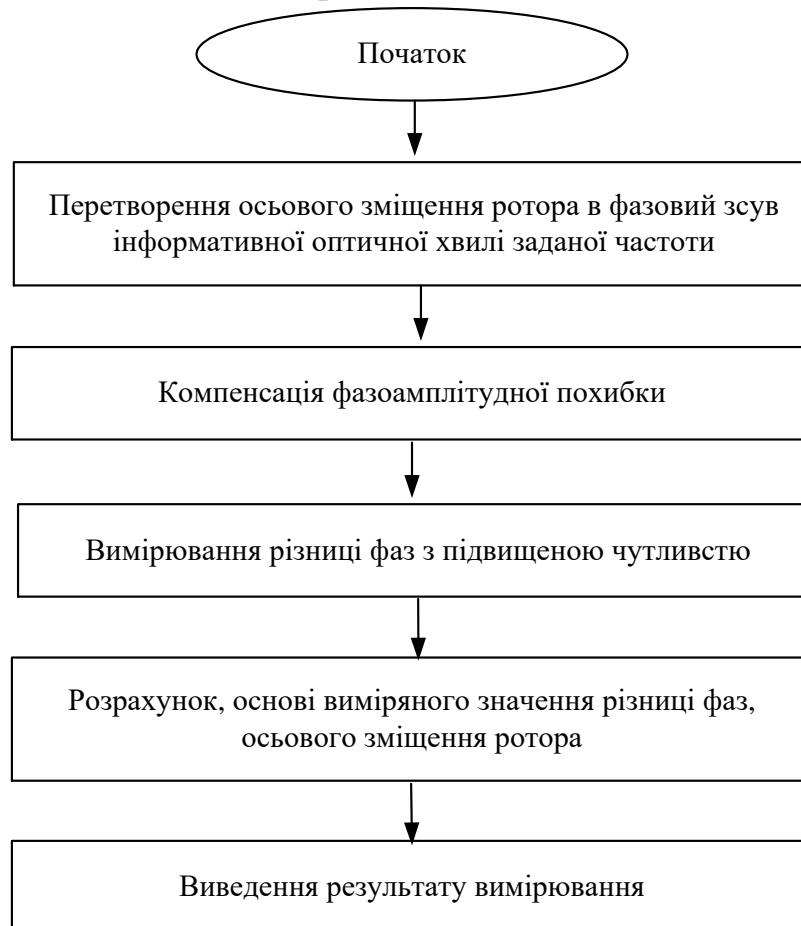


Рисунок 4.26 – Блок-схема реалізації фазового безконтактного методу вимірювання осьового зміщення ротора електричної машини

Проблема компенсації фазоамплітудної похибки може бути вирішена шляхом забезпечення змінного коефіцієнту підсилення інформативного сигналу на виході приймача, що дозволить забезпечити його стабілізацію не залежно від зовнішніх збурюючих факторів. Враховуючи те, що причиною виникнення фазоамплітудної похибки є різниця амплітуд між інформативним та опорним каналами, а також те, що при певних умовах зовнішні збурення можуть викликати зміну амплітуди опорного сигналу (хоча і в меншому діапазоні значень), у якості критерію стабілізації доцільно використати амплітуду опорного сигналу. При такому підході на виході приймача доцільно розмістити лінійний підсилювач з керованим коефіцієнтом підсилення, значення якого корегуватиметься у режимі реального часу за рахунок сигналу зворотного зв'язку, що являтиме собою різницю між амплітудою інформативного та опорного сигналів.

З метою зменшення потужності випромінюваного сигналу припустимим буде нанесення на попередньо оброблену поверхню лобового виступу валу ротора, осьове зміщення якого в наслідок високої жорсткості матеріалу буде відповідати осьовому зміщенню усього ротора електричної машини, спеціального покриття, яке поліпшуватиме відбиваючі властивості поверхні опромінювання та не призводитиме до зростання децентрування валу ротора через малу додаткову масу самого покриття. Проміжне перетворення осьового зміщення у різницю фаз з стабілізацією амплітуди інформативної хвилі може бути здійсненою за допомогою запропонованої схеми, наведеної на рис. 4.27 [94]

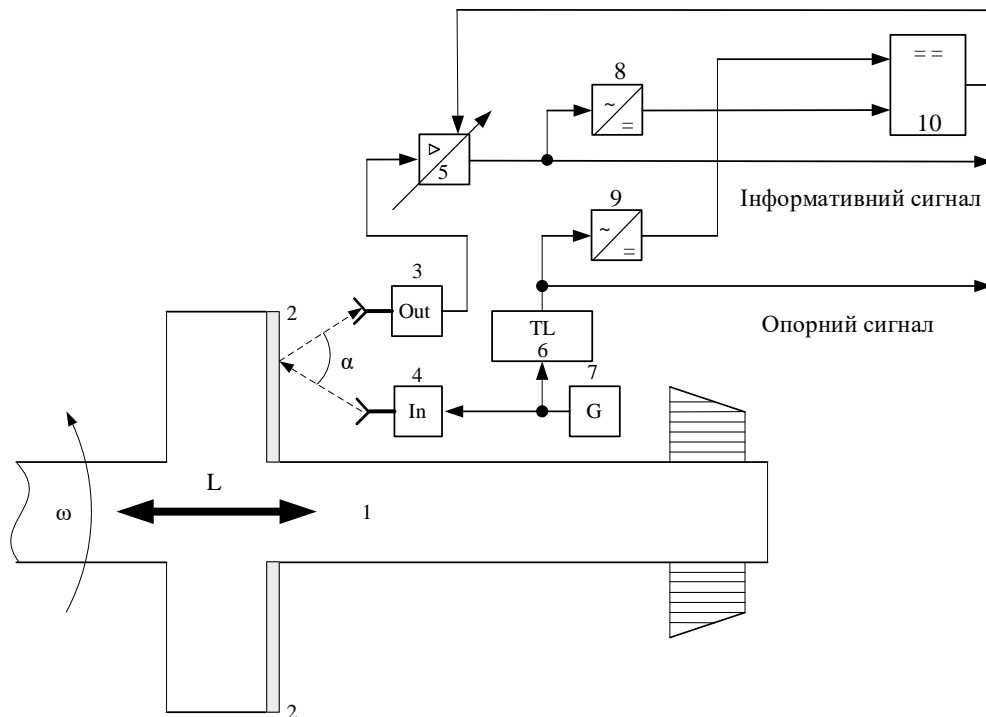


Рисунок 4.27 – Структурна схема системи стабілізації амплітуди сигналу на виході приймача

Особливість роботи схеми, приведеної на рис. 2, полягає у тому, що з генератора 7 на вхід випромінювача 4 подається сигнал заданої частоти. З виходу випромінювача 4 формується напрямлене випромінювання від генератора 7 хвилі у бік лобового виступу валу ротора 1, на якому нанесене відбиваюче покриття 2. Досягнувши відбиваючого покриття 2, хвиля, що була випромінена випромінювачем 4 відбивається у бік приймача 3. Залежно від величини і знаку осьового зміщення лобового виступу валу ротора 1 змінюється відстань між ним та випромінювачем 4 і приймачем 3. При чому, для інформативного сигналу буде справедливим фундаментальне співвідношення між приростом кута початкової фази при переміщенні електромагнітної хвилі у просторі:

$$\Delta\varphi = \frac{360 \cdot \Delta L}{\lambda}, \quad (4.41)$$

де $\Delta\varphi$ та ΔL – відповідно, приріст кута початкової фази та приріст лінійної координати у напрямку поширення хвилі;

λ – довжина електромагнітної хвилі, що пов'язана з її частотою наступним співвідношенням:

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad (4.42)$$

де f – частота інформативного сигналу;

c – швидкість поширення оптичного сигналу у повітрі (вакуумі).

Враховуючи (4.41) та (4.42), а також геометрію поширення хвилі від випромінювача 4 до приймача 3, сигнал на вході приймача 3 матиме додаткове фазове зміщення (в градусах), значення якого залежить від осьового зміщення лобового виступу валу ротора 1 у відповідності з наступним рівнянням перетворення

$$\varphi = \frac{2 \cdot 360 \cdot L \cdot f}{c \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}, \quad (4.43)$$

де L – осьове зміщення;

α – кут між падаючою та відбитою хвилями, що при якісній попередній обробці лобового виступу валу ротора залишається незмінним.

З виходу приймача 3 прийнятий сигнал передається на вхід масштабного перетворювача 5, де відбувається стабілізація його амплітуди, що забезпечується шляхом порівняння сигналів з виходу першого 8 та другого 9 випрямлячів, яка здійснюється компаратором з аналоговим виходом 10, на виході якого формуються коректуючий сигнали, що пропорційний різниці амплітуд між сигналами з виходів першого 8 та другого 9 випрямлячів. Коефіцієнт пропорційності масштабного перетворювача 5 функціонально залежить від величини коректуючого сигналу, за рахунок чого амплітуда сигналу на його виході вирівнюється з амплітудою опорного сигналу.

Проблема низької чутливості, що обмежує застосування фазових методів для реалізації задачі вимірювання осьового зміщення, може бути розв'язана за рахунок застосування спеціального методу вимірювання різниці фаз, який, на відмінно від класичного підходу, не передбачатиме проміжне перетворення різниці фаз у часовий інтервал. Це дозволить використати у якості інформативного сигналу сигнал підвищеної частоти, не викликаючи при цьому зменшення точності каналу різниці фаз та забезпечуючи зміщення частоти інформативної хвилі у область, де інтенсивність власного випромінювання ОВ є доволі слабкою.

Враховуючи бажані характеристики каналу різниці фаз, вимірювання останньої можна здійснювати шляхом отримання проміжних векторних величин, пов'язаних з інформативним та опорним сигналами. При використанні синусоїдальних хвиль, опорний та інформативний сигнали описуватимуться гармонічною функцією і на виході схеми, представленої на рис. 4.25, матимуть однакову амплітуду. Пов'язавши систему відліку часу з опорним сигналом, математично можна представити їх у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} U_1(t) &= U_m \sin(\omega t), \\ U_2(t) &= U_m \sin(\omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (4.44)$$

У цьому випадку амплітуда їх векторної суми буде рівною:

$$U_{sum} = 2U_m \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right), \quad (4.45)$$

а амплітуда векторної різниці інформативного та опорного сигналів

$$U_{dif} = 2U_m \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right). \quad (4.46)$$

Функціональні залежності (4.45) та (4.46), забезпечують перетворення різниці у пов'язаний з нею рівень постійної напруги, та враховуючи особливості синусоїди, при безпосередньому вимірюванні сигналів U_{sum} та U_{dif} з подальшим розрахунком φ матиме місце зменшення чутливості засобу вимірювання при зростанні амплітуди осьового зміщення, що є технічно невиправданим. Тож у якості проміжного сигналу доцільніше використати іншу, залежну від різниці фаз φ величину.

Поділивши (4.46) на (4.45), отримаємо:

$$\frac{U_{dif}}{U_{sum}} = \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right). \quad (4.47)$$

На відмінно від функції \cos та \sin , функція tg характеризується зростанням чутливості при наближенні до граничних значень діапазону зміни аргумента, що дозволить підвищити точність вимірювання при зростанні осьового зміщення, а, отже, забезпечить, при потребі, підвищену точність вимірювання осьового зміщення при його наближенні до гранично допус-

тимого значення. Враховуючи (4.47), рівняння перетворення каналу різниці фаз при використанні запропонованого підходу матиме вигляд:

$$\varphi = 2 \arctg\left(\frac{U_{dif}}{U_{sum}}\right). \quad (4.48)$$

На основі викладеного можна сформулювати новий метод вимірювання різниці фаз, що не передбачатиме проміжного перетворення останньої у часовий інтервал. Алгоритм реалізації запропонованого методу наведений на рис. 4.28 у вигляді блок-схеми.



Рисунок 4.28 – Блок-схема реалізації запропонованого методу вимірювання різниці фаз

Структурна схема засобу вимірювання, що реалізує фазовий безконтактний метод вимірювання осьового зміщення ротора електричної машини може мати вигляд, наведений на рис. 4.29

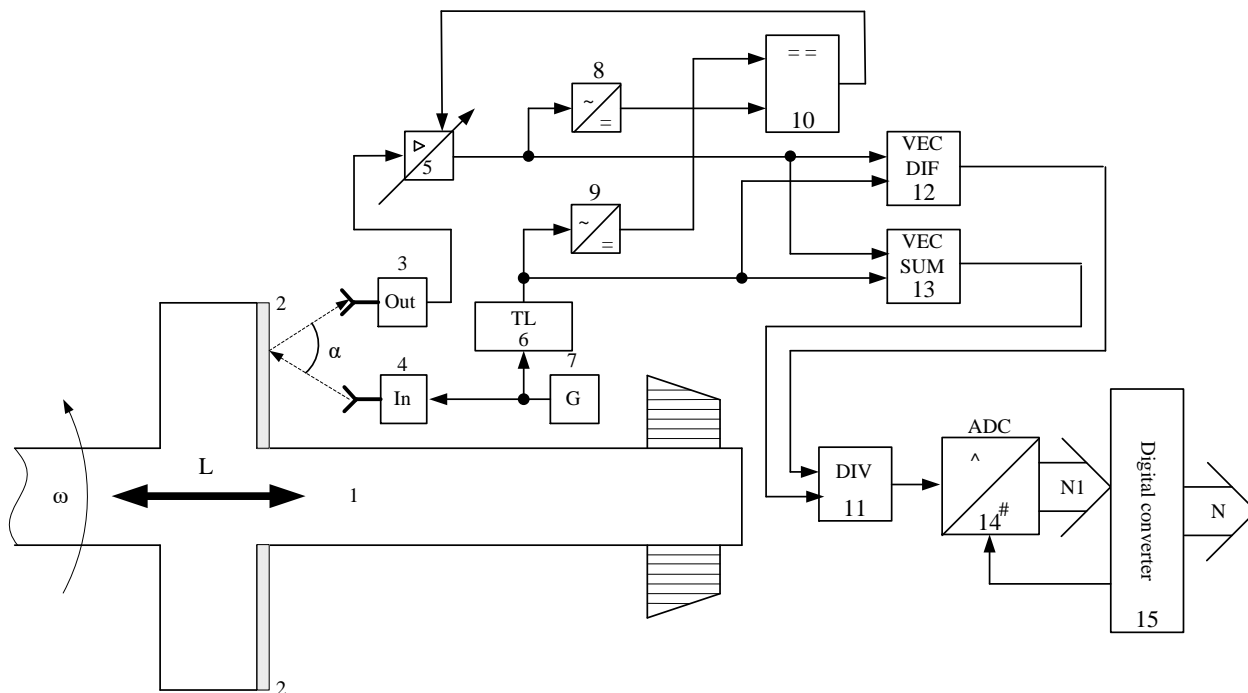


Рисунок 4.29 – Структурна схема засобу вимірювання, що реалізує фазовий безконтактний метод осевого зміщення ротора електричних машин

У роботі схеми, наведеної на рис. 4.29, окрім проміжного перетворення осевого зміщення та стабілізації амплітуди інформативного сигналу, можна виділити знаходження амплітуди векторної суми та векторної різниці між інформативним та опорним сигналами у блоках векторного віднімання 12 та векторного додавання 13. Після цього отримані сигнали надходять на блок ділення 11, в результаті чого на його виході формується аналоговий рівень напруги, що пропорційний арктангенсу різниці фаз між інформативним та опорним сигналами. Отримане значення напруги оцифровується та поступає на вхід числового перетворювача 15, де відбувається остаточний розрахунок миттєвого осевого зміщення ротора електричної машини у відповідності з рівнянням перетворення запропонованого засобу вимірювання:

$$L = \frac{c \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \arctg\left(\frac{U_{dif}}{U_{sum}}\right)}{360 \cdot f}. \quad (4.49)$$

При цьому, враховуючи, що функції \arctg є періодичною, з періодом 180 градусів, частота інформативного сигналу, яку доцільно використовувати у запропонованому на рис. 4,29 приладі, може бути визначеною за наступним співвідношенням:

$$f \leq \frac{c}{2L_{\max} + \Delta L}, \quad (4.50)$$

де L_{\max} – максимальне осьове відхилення ротора, що може бути виміряне засобом вимірювання;

ΔL – коефіцієнт запасу зміщення, що унеможливорює перехід фазового зміщення інформаційної хвилі через період функції tg у межах діапазону вимірювання.

4.7.2 Удосконалений вихрострумний метод та засіб вимірювання осьового зміщення ротора електричних машин

Суть удосконаленого вихрострумного методу вимірювання осьового зміщення ротора електричних машин полягає у доповненні класичного вихрострумного методу операцією вимірювання власного віброзміщення точки кріплення вимірювального перетворювача, з подальшим вилученням останнього із результатів вимірювання.

Основною проблемою при реалізації даного методу є побудова вимірювального каналу віброзміщення точки кріплення вимірювального перетворювача, оскільки переважна більшість існуючих первинних вимірювальних перетворювачів забезпечують вимірювання лише абсолютних віброшвидкості чи віброприскорення [87, 95]. Тож для розв'язання цієї задачі доцільно здійснювати аналітичний розрахунок значень віброзміщення (чи його розрахункового аналогу) на основі відомої часової реалізації віброприскорення або віброшвидкості, методика реалізації якого наведена нижче.

Для реалізації зазначеного аналітичного розрахунку насамперед сформулюємо вихідну умову задачі. Наразі такою умовою є впорядкована зчислена послідовність $\{a_0, a_1, \dots, a_k, a_{k+1}, \dots\}$ відлікових значень дискретного у часі сигналу $a_k = a(t_k)$, де $t_k = k \Delta t$, $k = 0, 1, 2, \dots$, згенерованого, наприклад, сенсорним акселерометром засобу віброконтролю на основі поточних значень віброприскорення $a(t)$ об'єкта контролю, починаючи з деякого початкового моменту часу t_0 , наприклад, $t_0 = 0$, яка зазнає наступних однозначних відображень в ряд послідовностей, елементи яких мають лінійні математичні зв'язки з поточними відліковими значеннями віброшвидкості та віброзміщення зазначеного об'єкту контролю. Поставлена задача вимагає визначення закону відображення та розкриття його практичних можливостей.

Варто додатково зазначити, що вищенаведена змінна Δt – це крок дискретизації, значення якої надалі будемо вважати довільним, але постійним.

Отже, фізичну величину $\xi^{(n)}$ називатимемо інтегральним віброприскоренням n -го порядку, де $n = 0, 1, 2, \dots$, якщо її відлікові значення визначаються за правилом

$$\xi_k^{(n)} = \sum_{i_1=0}^k \xi_{i_1}^{(n-1)} = \sum_{i_1=0}^k \sum_{i_2=0}^{i_1} \xi_{i_2}^{(n-2)} = \sum_{i_1=0}^k \sum_{i_2=0}^{i_1} \dots \sum_{i_n=0}^{i_{n-1}} a_{i_n}, \quad (4.61)$$

а впорядкована сукупність цих значень утворюватиме послідовність $\{\xi_0^{(n)}, \xi_1^{(n)}, \dots, \xi_k^{(n)}, \xi_{k+1}^{(n)}, \dots\}$.

Рекурсивна формула (4.61) виявляє себе як оператор однозначного відображення послідовності $\{a_0, a_1, \dots, a_k, a_{k+1}, \dots\}$ в послідовність $\{\xi_0^{(n)}, \xi_1^{(n)}, \dots, \xi_k^{(n)}, \xi_{k+1}^{(n)}, \dots\}$.

Формула (4.61) носить узагальнений характер і визначає ряд споріднених фізичних величин тієї ж розмірності, яку має і сама вихідна величина $a(t)$.

На підставі формули (4.61), внаслідок її узагальненості у дедуктивний спосіб неважко отримати інтегральні віброприскорення за конкретних значень $n = 0, 1, 2, \dots$.

Наразі важливими є інтегральні віброприскорення 1-го та 2-го порядків. Тому дамо їх визначення на основі узагальненого (4.61).

Для інтегрального віброприскорення 1-го порядку $\xi^{(1)}$ правилом визначення k -го відлікового значення, відповідно до формули (4.61), є оператор

$$\xi_k^{(1)} = \sum_{i_1=0}^k a_{i_1} = a_0 + a_1 + \dots + a_k. \quad (4.62)$$

Відлікові значення інтегрального віброприскорення 2-го порядку $\xi^{(2)}$, згідно з (1), де $n = 2$, необхідно розраховувати за формулою

$$\xi_k^{(2)} = \sum_{i_1=0}^k \sum_{i_2=0}^{i_1} a_{i_2} = a_0 + (a_0 + a_1) + \dots + (a_0 + \dots + a_k) = \sum_{i_1=0}^k \xi_{i_1}^{(1)} = \xi_0^{(1)} + \xi_1^{(1)} + \dots + \xi_k^{(1)}. \quad (4.63)$$

Наприкінці додамо, що внаслідок своєї циклічності практична організація розрахунку відлікових значень інтегральних віброприскорень як 1-го, так і 2-го порядків є доволі простою.

Варто також зазначити, що заступними інформативними еквівалентами фізичної величини називатимемо всі інші фізичні величини, відлікові значення яких перебувають в лінійній залежності від відлікових значень оригінала. Тоді для останнього можна записати

$$Y_k = c_1 X_{k-s} + c_2, \quad (4.64)$$

де $k = 0, 1, 2, \dots$;

c_1, c_2 – інваріанти до відлікових значень X , наприклад, постійні або залежні від часу явно величини, $s \leq k$ – константа;

X – один із еквівалентів фізичної величини Y .

Під час проведення процедури вимірювання заступні інформативні еквіваленти здатні заміщувати оригінали на різних етапах вторинних перетворень. Така заміна з точки зору зменшення обчислювальних, часових та апаратних ресурсів може виявитися ефективною.

Для знаходження та ідентифікації можливих заступних інформативних еквівалентів віброшвидкості і віброзміщення, побудуємо узагальнені рекурсивні оператори, які розкривають правила взаємно-однозначного відображення послідовності відлікових значень дискретного у часі сигналу віброприскорення $\{a_0, a_1, \dots, a_k, a_{k+1}, \dots\}$ у послідовності значень віброшвидкості $\{v_0, v_1, \dots, v_k, v_{k+1}, \dots\}$ та віброзміщення $\{s_0, s_1, \dots, s_k, s_{k+1}, \dots\}$, відповідно.

Для віброшвидкості таким оператором є відображення

$$v_{k+1} = v_0 + \Delta t \sum_{i_1=0}^k a_{i_1}. \quad (4.65)$$

Відповідно до виразу (4.62), сума в формулі (4.65) є k -м відліковим значенням інтегрального віброприскорення 1-го порядку. Тоді вираз (4.65) набуває вигляду (4.66)

$$v_{k+1} = \Delta t \xi_k^{(1)} + v_0. \quad (4.66)$$

Відповідно до формули (4.66), за нульового значення $v_0 = 0$ поміж відліковими значеннями віброшвидкості та інтегрального віброприскорення 1-го порядку буде сформовано пряму пропорційність

$$v_{k+1} = \Delta t \xi_k^{(1)}. \quad (7)$$

В формулі (4.67) границями допускового інтервалу слугуватимуть

$$\xi_{\min}^{(1)} = \frac{v_{\min}}{\Delta t} \quad \text{та} \quad \xi_{\max}^{(1)} = \frac{v_{\max}}{\Delta t}.$$

При цьому відлікове значення віброзміщення s на $(k+1)$ -му кроці дискретизації

$$s_{k+1} = s_0 + (k+1) \Delta t v_0 + \Delta t^2 \sum_{i_1=0}^{k-1} \sum_{i_2=0}^{i_1} a_{i_2}. \quad (4.68)$$

Неважко помітити, що подвійна сума в формулі (4.68) є $(k-1)$ -шим відліковим значенням інтегрального віброприскорення 2-го порядку. Тому формулу можна переписати з урахуванням (4.63):

$$s_{k+1} = s_0 + (k+1) \Delta t v_0 + \Delta t^2 \xi_{k-1}^{(2)}. \quad (4.69)$$

Отримане співвідношення (4.69) є оператором відображення послідовності відлікових значень віброприскорення $\{a_0, a_1, \dots, a_k, a_{k+1}, \dots\}$ об'єкта вимірювання або контролю у відлікові значення віброзміщення $\{s_0, s_1, \dots, s_k, s_{k+1}, \dots\}$. Цей оператор вирізняються рядом позитивних якостей.

Однією з таких якостей є узагальненість оператора, що дозволяє математично описувати процес зазначеного перетворення не тільки за стаціонарних режимів роботи об'єкта віброконтролю, але і під час його перехідних процесів, і здійснювати це як за нульових, так і ненульових початкових умов віброшвидкості v_0 та віброзміщення s_0 . Іншою істотною якістю зазначеного оператора є його лінійність, оскільки рівняння відображення (4.69) можна записати у вигляді (4.64).

Якщо всі початкові умови для об'єкта віброконтролю водночас покласти рівними нулю, тобто $s_0 = 0$, $v_0 = 0$, $a_0 = 0$, оператор відображення (4.69) зазнає істотних і важливих спрощень. Зауважимо, що така ситуація у виробничій практиці зустрічається доволі часто. Наприклад, саме такі передумови спостерігаються під час запуску та розгону роторної електричної машини.

Відтак за нульових початкових умов в формулі (4.69) спостерігають якісні зміни, де між відліковими значеннями віброзміщення та інтегрального віброприскоренням 2-го порядку встановлюється не просто лінійна залежність, а формується пряма пропорційність $s_{k+1} = \Delta t^2 \xi_{k-1}^{(2)}$.

Враховуючи сказане, алгоритм реалізації запропонованого методу передбачатиме паралельне вимірювання віброзміщення ротора електричної машини відносно точки кріплення ВВП з одночасним вимірюванням параметру вібрації цієї точки. При чому, оскільки існуючі сенсори не дозволяють напряму виміряти абсолютне віброзміщення, то запропонований метод вимірювання включатиме процедуру аналітичного розрахунку власного абсолютного осьового віброзміщення ВВП на основі вимірних параметрів віброприскорення чи віброшвидкості. На завершальному етапі розраховане значення абсолютного осьового віброзміщення ВВП вилучатиметься із результату вимірювання, що дозволить підвищити точність останнього.

Алгоритм реалізації запропонованого методу вимірювання наведений на блок-схемі (рис. 4.30).



Рисунок 4.30 – Алгоритм реалізації удосконаленого вихрострумowego методу вимірювання осьового зміщення ротора електричних машин

Структурна схема засобу вимірювання, що реалізує удосконалений вихрострумний метод вимірювання осьового зміщення ротора електричних машин наведений на рис. 4.31

Пристрій працює так.

При повороті ротора електричної машини 3 у певне кутове положення відносно нерухомих статорних обмоток 2, що відповідає початку одного з n секторів, на які умовно розбито ротор електричної машини 3, на виході сенсора кутового положення 1 формується інформативний сигнал, що підсилившись до необхідного рівня у першому масштабуючому перетворювачі 6, надходить на перший вхід числового перетворювача 13. При повороті ротора електричної машини 3 на повний оберт, що відповідає проходженню повз сенсор кутового положення ротора 1 початку першого сектора, на його виході формується сигнал подовженої тривалості, що при надходженні на перший вхід числового перетворювача 13 слугує маркером початку нового оберту.

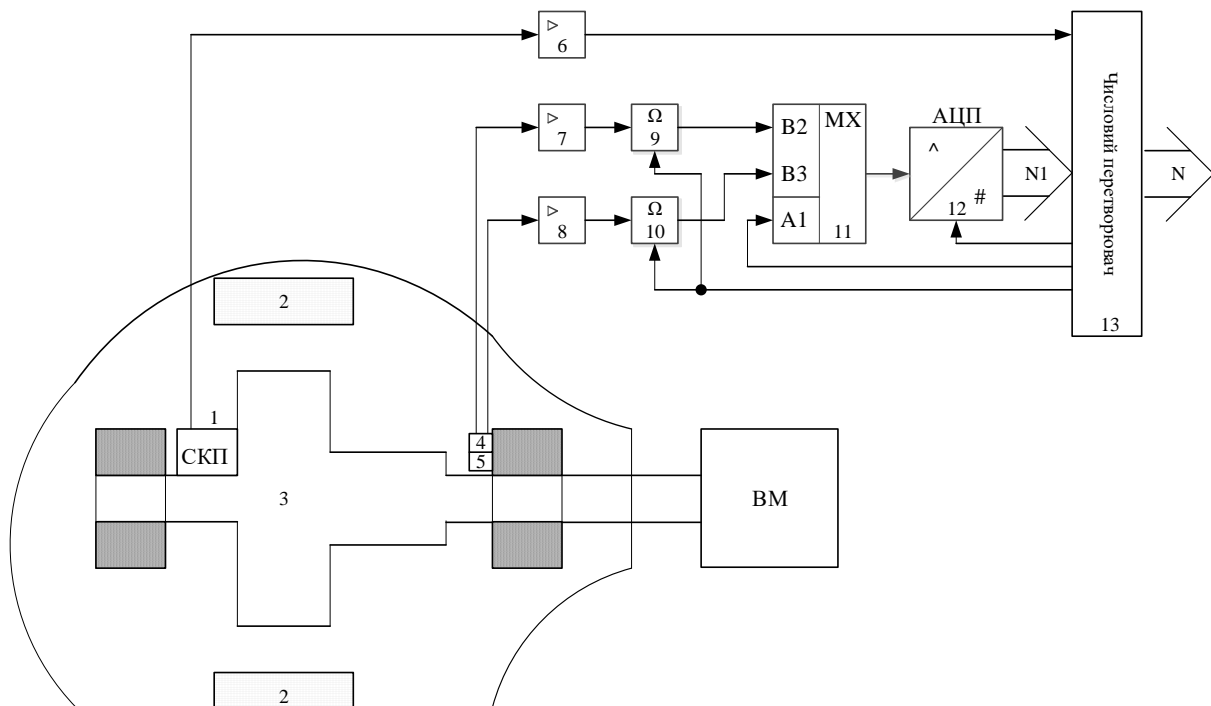


Рисунок 4.31 – Структурна схема засобу вимірювання, що реалізує удосконалений вихрострумний метод вимірювання осьового зміщення ротора електричних машин

Аналогові рівні напруг з виходів вихрострумного сенсора відстані 4 та акселерометр 5 поступають, відповідно, на входи другого 7 та третього 8 масштабних перетворювачів, де підсилюються до необхідного рівня. Підсилені аналогові рівні напруг з виходів другого 7 та третього 8 масштабних перетворювачів поступають, відповідно, на входи першого 9 та другого 10 блоків аналогової пам'яті. По передньому фронту сигналу, що поступає на перший вхід числового перетворювача 13, на його третьому виході формується сигнал логічної одиниці, що надходить на другі входи першого 9 та другого 10 блоків аналогової пам'яті та слугує управляючим сигналом для запам'ятовування рівнів напруг, які у даний момент часу надходили на їх перші входи. З виходу першого 9 та другого 10 блоків аналогової пам'яті сигнали надходять, відповідно, на перший та другий інформаційні входи мультиплектора 11. По замовчуванню, на початку циклу вимірювання на другому виході числового перетворювача 13, що з'єднаний з адресним входом мультиплектора 11, встановлений сигнал логічної одиниці. У зв'язку з цим на вихід мультиплектора 11 надходить сигнал з його першого інформативного входу, що пропорційний миттєвому значенню відстані між вихрострумним сенсором відстані 4 та ротором електричної машини 3. Сигнал з виходу мультиплектора 11 надходить на вхід аналого-цифрового перетворювача 12. З деякою затримкою часу після формування логічної одиниці на третьому виході числового перетворювача 13 формується сигнал логічної одиниці на його першому виході. Даний сигнал пос-

тупає на другий вхід аналого-цифрового перетворювача 12 та слугує сигналом запуску аналого-цифрового перетворення. По завершенні аналого-цифрового перетворення аналого-цифровим перетворювачем 12 на його виході формується двійковий код, пропорційний сигналу на його вході, що поступає на другий вхід числового перетворювача 13. По завершенні зчитування числового коду на своєму другому вході, числовим перетворювачем 13 на своєму другому виході формується сигнал логічної одиниці, внаслідок чого на вихід мультиплексора 11, а отже і перший вхід аналого-цифрового перетворювача 12 поступає сигнал з виходу другого блоку аналогової пам'яті, що є пропорційний абсолютному значенню віброприскорення, виміряного акселерометром 5. З певною затримкою часу на першому виході числового перетворювача 13 знову формується сигнал логічної одиниці, чим повторно запускається процес аналого-цифрового перетворення. По його завершенню та зчитування сигналу з виходу аналого-цифрового перетворювача 12 числовим перетворювачем 13 через його другий вхід на другому виході числового перетворювача 13 знову встановлюється сигнал логічного нуля.

У числовому перетворювачі 13 реалізуються операції аналітичного розрахунку миттєвого значення абсолютного осьового зміщення ротора електричної машини 3, з подальшим виведенням результату вимірювання з прив'язкою до кута повороту ротора електричної машини 3 на четвертому виході числового перетворювача 13

ВИСНОВКИ

В роботі на основі виконаних досліджень розвинуто теоретичні, метрологічні та інженерно-технічні основи вимірювального контролю параметрів обертового руху електричних машин. Наукова новизна одержаних результатів полягає в обґрунтуванні та розробці нових методів та засобів вимірювання механічних параметрів, які дозволяють в умовах промислової експлуатації електричних машин забезпечити високу точність та швидкість вимірювання

Основні наукові та прикладні результати роботи такі.

1. Проаналізовано основні відомі методи та засоби вимірювання параметрів обертового руху електричних машин та теоретичні підходи, що покладено в основу їх побудови. Встановлено, що на сучасному етапі розвитку теорії та техніки актуальним і перспективним є розробка нових перспективних засобів вимірювання параметрів обертового руху, які б забезпечували можливість високоточного вимірювання зазначених параметрів як у стаціонарних, так і у перехідних режимах роботи електричних машин.

2. Проаналізовано, узагальнено та вдосконалено математичні моделі найбільш поширених електромеханічних перетворювачів енергії (асинхронного двигуна, синхронного двигуна, двигуна постійного струму та крокового двигуна), що дозволило суттєво зменшити методичні похибки при побудові засобів вимірювання параметрів обертового руху електричних машин.

3. Розвинуто та доповнено метод просторової модуляції, як складової частини методів вимірювання кутового положення та кутової швидкості, який на відмінно від існуючих підходів характеризується підвищеною точністю та завадостійкістю, що дозволило підвищити метрологічні характеристики вимірювальних каналів кутової швидкості та кутового положення.

4. Систематизовано, уточнено та доповнено математичні моделі ємнісного акселерометра та вихрострумове вимірювального перетворювача відстані, що дозволило отримати їх рівняння перетворення, які можуть бути використаними при побудові засобів вимірювання віброприскорення та осьового зміщення ротора електричних машин.

5. Набули подальшого розвитку оптичні методи та засоби вимірювання параметрів обертового руху електричних машин, що дозволило підвищити їх статичні та динамічні характеристики, а також адаптувати до використання у перехідних режимах роботи електричних машин.

6. Вперше запропоновано новий метод аналітичного розрахунку значень віброзміщення, що дозволяє при мінімальних апаратно-часових затратах з високою точністю відновити значення віброзміщення вузла електричної машини при відомих параметрах швидкості обертання та віброприскорення (віброшвидкості) досліджуваного вузла.

8. Розроблено методи та засоби вимірювання аксіального зміщення ротора електричних машин, які на відмінно від існуючих дозволяють вимірювати абсолютне віброзміщення ротора як у стаціонарних, так і у перехідних режимах роботи електричної машини, що суттєво полегшує задачу контролю технічного стану останньої.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Высокоточные преобразователи угловых перемещений / Э. Н. Асиновский, А.А. Ахмеджанов, М.А. Габидулин и др. / Под общ. ред. А. А. Ахмеджанова. – Москва: Энергоатомиздат, 1986. – 128 с.
2. Кузьмичев В. Е. Законы и формулы физики / Отв. ред. В. К. Тартаковский. – Киев: Наукова думка, 1989. – 864 с.
3. Избыточные системы счисления, моделирование, обработка данных и системное проектирование в технике преобразования информации / В.А. Поджаренко, А. Д. Азаров, В.А. Власенко, И.И. Коваленко. – Киев: Выща школа, 1990. – 208 с.
4. Потапов Л.А., Юферов Ф.М. Измерение вращающихся моментов и скоростей вращения микроэлектродвигателей. –Москва: Энергия, 1976. – 121 с.
5. Жерве Г. К. Промышленные испытания электрических машин / Г. К. Жерве – Ленинград: Энергоатомиздат, 1984. – 408 с.
6. Поджаренко В. О. Дослідження та розробка інтелектуальних вимірювальних систем характеристик електромеханічних перетворювачів енергії: Дис. д-ра техн. наук.: 05.11.16 / Вінницький держ. технічний університет. – Вінниця, 1995. – 356 с.
7. Патент 17753А України, МПК G 01 P 3/44. Датчик кутової швидкості / Кулаков П. І., Поджаренко В. О., Кухарчук В. В., Гоменюк А. С. та ін. – 96104045; Заявл. 24.10.96; Опубл. 20.05.97, Бюл. №9 – 5 с.
8. Патент 22701А України, МПК G 01 P 3/44. Аналоговий датчик кутової швидкості / Кулаков П. І., Поджаренко В. О., Михалевич В. М. та ін. – 97031077; Заявл. 11.03.97; Опубл. 30.06.98; Бюл. №3. – 10 с.
9. Патент. 24372А України, МПК G 01 P 3/44. Датчик кутової швидкості для динамічних вимірювань / Кулаков П. І., Поджаренко В. О., Михалевич В. М. та ін. – 97041547; Заявл. 02.04.97; Опубл. 17.07.98; Бюл. № 12. – 4 с.
10. Кучерук В. Ю. Дослідження та розробка інформаційно-вимірювальної системи механічних характеристик електричних машин: Дис. канд. техн. наук: 05.11.16 / Вінницький технічний університет. – Вінниця, 1995. – 236 с.
11. Кулаков П. І. Розробка та дослідження пристрою контролю характеристик роторної системи з газоманічним підвісом: Дис. канд. техн. наук: 05.11.13. – Вінниця, 1999. – 182 с.
12. Аникст Д. А. Высокоточные угловые измерения / Д. А. Аникст, Ю. Г. Якушенкова – Москва: Машиностроение, 1987. – 480 с.

13. Преснухин Л. Н. Фотоэлектрические преобразователи информации / Л. Н. Преснухин – Москва: Машиностроение, 1974. – 376 с.
14. Конюхов Н. Е. Оптоэлектронные контрольно-измерительные устройства / Н.Е. Конюхов, А.А. Плют, П.И. Марков. – Москва: Энергоатомиздат, 1985. – 152 с.
15. Podzharenko V. The Analysis of Dynamic Properties of Tachometer Converters / V. Podzharenko, V. Kuharchuk, V. Kucheruk and other // Proceedings of International Conference on Modeling & Simulation, MS'2001 – Lviv. – Lviv: Lviv Polytechnic National University. – 2001. – P.57– 62.
16. Застрогин Ю. Ф. Прецизионные измерения параметров движения с использованием лазера / Ю. Ф. Застрогин – Москва: Машиностроение, 1986. – 272 с.
17. Потапов Л. А. Испытание микроэлектродвигателей в переходных режимах / Л. А. Потапов, В. Ф. Зотин – Москва: Энергоатомиздат, 1986. – 104 с.
18. Вульвет Дж. Датчики в цифровых системах: Пер. с англ. / Под. Ред. А. С. Яроменка. Москва: Энергоатомиздат, 1981. – 200 с.
19. Авторское свидетельство №1613959 СССР, МКИ G01P 3/489. Устройство для измерения разности частот вращения / Поджаренко В. А., Кухарчук В.В. и др. – 4139303/24-10; Заявл.27.09.86; Оpubл.15.12.90, Бюл. №46. – 7 с.
20. Маликов В. Т. Микропроцессорный регистратор быстропротекающих процессов / В. Т. Маликов, В. А. Поджаренко, В. В. Кухарчук и др. // Радиоизмерения. – 1985. – Т.3. – С.104 – 111.
21. Авторское свидетельство №1262385 СССР, МКИ G01P 3/489. Устройство для измерения скорости вращения / Карпов Е. А., Поджаренко В. А., Кухарчук В. В. и др. – 3822880/24-10; Заявл.12.12.84; Оpubл.07.10.86, Бюл.№37. – 7 с.
22. Авторское свидетельство №1364992 СССР, МКИ G01 P 3/481. Устройство для измерения скорости вращения / Поджаренко В. А., Кухарчук В. В. – 3720282/24-10; Заявл. 04.04.84; Оpubл.07.01.88, Бюл. №1. – 4 с.
23. Авторское свидетельство №1352371 СССР, МКИ G01P 3/489. Цифровой тахометр / Маликов В. Т., Поджаренко В. А., Кухарчук В. В. и др. – 40075554/24-10; заявл.14.01.86; опубл. 15.11.87, Бюл. №42. – 5 с.
24. Аш Ж. Датчики измерительных систем / Ж. Аш – Москва: Мир, 1992. – 424 с.
25. Орнатский П. П. Теоретические основы информационно-измерительной техники / П. П. Орнатский – Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1983. – 455 с.

26. Волков Н. И. Электромашинные устройства автоматики: Учеб. для вузов по спец. «Автоматика и телемеханика» / Н. И. Волков, В. П. Милловзоров – Москва: Высшая школа, 1986. – 335 с.
27. Фукс-Рабинович Л. И. Оптико-электронные приборы / Л. И. Фукс-Рабинович, М. В. Епифанов – Ленинград: Машиностроение, 1979. – 362 с.
28. Волоконно-оптические датчики / Т. Окоси, К. Окамото, М. Оцу и др. Перевод с японского, под ред. Т. Окоси: – Ленинград: Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.
29. Электрические измерения электрических и неэлектрических величин / Под. Ред. Е. С. Полищука. – Киев: Вища школа, 1984. – 359 с.
30. Электрические измерения неэлектрических величин / Под. ред. П. В. Новицкого. – Ленинград: Энергия, 1975. – 596 с.
31. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий. В 2-х книгах / Под ред. В. В. Ключева. – Москва: Машиностроение, 1986. – Книга 1. – 488 с.
32. Білінська М. Й. Класифікація оптичних вимірювальних перетворювачів параметрів обертального руху / М. Й. Білінська // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2002. – №2. – С. 122-131.
33. Ишанин Г. Г. Источники и приемники излучения. Уч. пос. для студ. оптич. спец. / Г. Г. Ишанин, Э. Д. Панков, А. Л. Андреев – Санкт-Петербург: Политехника, 1991. – 240 с.
34. Frank D. W. A New Material Changes Laser and Lighting Engineering / D. W. Frank, A. Lamprecht // EuroPhotonics. – 2003. – Vol.8, № 1. – P. 26 – 27.
35. Schutte J. Standardized Classification Enhances Reliability of LEDs / J. Schutte // Europhotonics. – 2001. – Vol. 6, № 3. – P. 36 – 37.
36. Шарыгин М. Е. Сканеры и цифровые камеры / Под ред. О.В. Колесниченко, И. В. Шишигина. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург; Арлит, 2001. – 384 с.
37. Kuharchuk V. V. Application of multiparameter imaging sensors for rotary motion control / V. V. Kuharchuk, М. У. Bilynska // Контроль і управління в складних системах (КУСС-2003). Тези доповідей сьомої міжнародної науково-технічної конференції. – Вінниця. – 2003. – С. 55.
38. Кухарчук В. В. Використання багатопараметричних інтегральних фотоприймальних пристроїв для контролю параметрів обертального руху / В. В. Кухарчук, М. Й. Білінська // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2003. – №6. – С. 113 – 115.

39. Charge-coupled device. Image sensors. CCD Primer. MDT/PS 0218. – NY.: Eastman Kodak Company, 2001. – 13 p.
40. Майер В. В. Полное отражение света в простых опытах: учеб. руководство / В. В. Майер Под ред. Я. А. Смородинского. – Москва: Наука. Физ-мат лититература, 1986. – 128 с.
41. Иродов И. Е. Волновые процессы. Основные законы: Учебное пособие для вузов / И. Е. Иродов – Москва: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 264 с.
42. Кухарчук В. В. Пристрій для вимірювання биття обертових частин електричних машин / В. В. Кухарчук, М. Й. Білинська // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету: Наукові праці КДПУ. – 2002. – № 1.– С. 315 – 317.
43. Білинська М. Й. Пристрій для вимірювання дисбалансу тіл обертання / М. Й. Білинська // 6-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь в ХХІ столітті»: Сбірник наукових праць. – Ч.1. – Харків:ХНУРЕ. – 2002. – С. 286.
44. Воловик Г. С. Основы теории инвариантных измерений / Г. С. Воловик – Севастополь: «Севпол», 1995 – 160 с.
45. Тайманов И. А. Лекции по дифференциальной геометрии / И. А. Тайманов – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 176 с.
46. Савелов А. А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применения / А. А. Савелов – НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. – 294 с.
47. Ефимов Н. В. Краткий курс аналитической геометрии / Н. В. Ефимов – Москва: Физматлит, 2002. – 238 с.
48. Фрумкин В. Д. Теория вероятностей и статистика в метрологии и измерительной технике / В. Д. Фрумкин, Н. А. Рубичев – Москва.: Машиностроение, 1987. – 168 с.
49. Кухарчук В. В. Оптико-електронний засіб вимірювань кута повороту і кутової швидкості / В. В. Кухарчук, М. Й. Білинська // Вісник Вінницького політехнічного інституту. –2005. – №5. – С. 16 – 19.
50. Достал И. Операционные усилители / И. Достал, пер. с англ. – Москва: Мир, 1982. – 512 с.
51. Гусев В. Г. Электроника. Учебное пособие для приборостроительных специальностей вузов / В. Г. Гусев, Ю. М. Гусев – Москва: Высшая школа, 1991. – 622 с.
52. Ортега Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений / Дж. Ортега, У. Пул – Москва: Наука, 1986. – 288 с.

53. Патент 48759А Україна, МКІ G 01 М 1/22. Пристрій для вимірювання дисбалансу роторів / Білинський Й. Й., Кухарчук В. В., Білинська М. Й. – №2001128242; Заявлено 03.12.2001; Опубл. 15.08.2002, Бюл. №8. – 2 с.

54. Кухарчук В. В. Архімедова спіраль в просторово-оптичному перетворенні кутової швидкості та моменту інерції тіл обертання / В. В. Кухарчук, М. Й. Білинська, Ю. Г. Ведміцький // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2005. - №1(9). – С.164 - 168.

55. Ведміцький Ю. Г. Узагальнена математична модель просторово-оптичного перетворення кутової швидкості та моменту інерції в задачах аналізу і синтезу / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – №4(73). – Вінниця. – 2007. – С. 7-14.

56. Фрайден Дж. Современные датчики / Дж. Фрайден. – Москва: Техносфера, 2005. – 592 с.

57. Виглеб Г. Датчики / Г. Виглеб. – Москва: Мир, 1989. – 196 с.

58. Джексон Р. Г. Новейшие датчики / Р. Г. Джексон – Москва: Техносфера, 2007. – 384 с.

59. Карпов Ю. О. Теоретичні основи електротехніки. Розділ «Електричні кола з розподіленими параметрами» / Ю. О. Карпов, В. Г. Мадьяров. – Вінниця: ВНТУ, 2006. – 102 с.

60. Карпов Ю. О. Теоретичні основи електротехніки. Перехідні процеси в лінійних електричних колах / Ю. О. Карпов, Т. Є. Магас, Ю. Г. Ведміцький. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004. – 159 с.

61. Кухарчук В. В. Елементи теорії контролю динамічних параметрів електричних машин. Монографія / В. В. Кухарчук – Вінниця: Універсум-Вінниця, 1998. – 125 с.

62. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Под. ред. Б. С. Алешина, К. К. Веремеенко, А. И. Черноморского. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 424 с.

63. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник / М. А. Павловський. – 2-ге видання, стер. – Київ: Техніка, 2004. – 512 с.

64. Ведміцький Ю. Г. Елементи теорії електродинамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції. Проблематика, динамічні аналогії та принцип дуальності / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. – №5(80). – С. 25–30.

65. Ведміцький Ю. Г. Вимірювальне перетворення і контроль моменту інерції механічних та електромеханічних систем в процесі їх експлуатації. Теорія і практика / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Хмельницького національного університету. – 2008. – №4(113). – С. 47-55.

66. Карпов Ю. О. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле: Підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 407 с. – ISBN 978-966-641-236-5.

67. Граняк В. Ф. Система вимірювального контролю биття ротора тихохідних електрогенеруючих машин / В. Ф. Граняк, В. В. Кухарчук // Контроль і управління в складних системах (КУСС-2016). Тези доповідей одинадцятої міжнародної науково-технічної конференції. – Вінниця: – 2016. – С. 146-148.

68. Шкарлет Ю. М. Некоторые вопросы теории метода вихревых токов и расчёт накладных датчиков / Ю. М. Шкарлет // Неразрушающие методы контроля материалов и изделий. Москва: Онтиприбор, 1964. – С. 56.

69. Калантаров П. Л. Расчёт индуктивностей / П. Л. Калантаров, Л. А. Цейтлин – Ленинград: Энергоиздат, 1981. – 136 с.

70. Учанин В. Н. Вихретоковые накладные преобразователи: расширенная классификация, сравнительный анализ и характерные примеры реализации / В. Н. Учанин // Техническая диагностика и неразрушительный контроль – 2010. – №4 – С. 22-28.

71. Russel F. J. Communication and electronics / F. J. Russel, V. E. Schuster, D. L. Wiedelich – Munich, 1962 – 232 p.

72. Соколов В. С. Накладные и экранные датчики. Монография / В. С. Соколов, Ю. М. Шкарлет – Новосибирск: Наука, 1967 – 144 с.

73. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю. Навчальний посібник / Є. Т. Володарський, В. В. Кухарчук, В. О. Поджаренко та ін. – Вінниця: Велес, 2001. – 219 с.

74. Полішко С. П. Точність засобів вимірювань / С. П. Полішко, О. Д. Трубенюк, Переклад з російської – Київ: Вища школа, 1992. – 173 с.

75. Латыев С. М. Компенсация погрешностей в оптических приборах / С. М. Латыев – Ленинград: Машиностроение, 1985. – 248 с.

76. Якушенков Ю. Г. Методы борьбы с помехами в оптико-электронных приборах / Ю. Г. Якушенков, В. Н. Луканцев, М. П. Колосов – Москва: Радио и связь, 1981. – 180 с.

77. Справочник по приемникам оптического излучения / В. А. Волков, В. К. Вялов, Л. Г. Гассанов и др. Под ред. Л. З. Криксунова и Л. С. Кременчугского. – Київ: Техніка, 1985. – 216 с.

78. Лавренчик В. Н. Постановка физического эксперимента и статистическая обработка его результатов / В. Н. Лавренчик – Москва: Энергоатомиздат, 1986. – 272с.

79. Браславский Д. А. Точность измерительных устройств/ Д. А. Браславский, В. В. Петров – Москва: Машиностроение, 1976. – 312 с.

80. Kuharchuk V. Optic-electronic control device of the turning angle and angular velocity / V. Kuharchuk, M. Bilynska, V. Usov // Контроль і управління в складних системах (КУСС-2005). Тези доповідей восьмої міжнародної науково-технічної конференції. – Вінниця: Універсум-Вінниця, 2005. – С. 61.

81. Грановский В. А. Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения / В. А. Грановский – Ленинград: Энергоатомиздат, 1984. – 224с.

82. Максимов В. П. Измерение, обработка и анализ быстропротекающих процессов / В. П. Максимов, И. В. Егоров, В. А. Карасев – Москва: Машиностроение, 1987. – 208с.

83. Егоров А. Е. Исследование устройств и систем автоматики методом планирования эксперимента / А. Е. Егоров, Г.Н. Азаров, А.В. Коваль Под ред. В. Г. Воронова. – Харків: Вища шк., 1986. – 240 с.

84. Шенк Х. Теория инженерного эксперимента / Х. Шенк Перевод с английского под ред. Н. П. Буслиенко: – Москва: Мир, 1972. – 381 с.

85. Кухарчук В. В. Мікропроцесорна система контролю параметрів обертального руху на основі оптико-електронного вимірювального перетворювача / В. В. Кухарчук, М. Й. Білінська // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету: Наукові праці КДПУ. – 2004. – №2. – С. 42- 44.

86. Кухарчук В. В. Оптико-електронний засіб вимірювання кутових параметрів і його практична реалізація / В. В. Кухарчук, М. Й. Білінська // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2005. – №3. – С. 162-164.

87. New non-system physical quantities for vibration monitoring of transient processes at hydropower facilities, integral vibratory accelerations / Y. G. Vedmitskiy, V. V Kukharchuk, V. F. Hraniak and other // Przegląd elektrotechniczny – 2017. – № 3. – P. 69 – 72.

88. Моніторинг, діагностування, та прогнозування вібраційного стану гідроагрегатів. Монографія / В. В. Кухарчук, С. Ш. Кацив, В. Г. Мадьяров та ін. – Вінниця : ВНТУ, 2014. – 168 с.

89. Ширман А. Р. Практическая вибродиагностика и мониторинг состояния механического оборудования / А. Р. Ширман, А. Б. Соловьев. – Москва: Машиностроение, 1996. – 276 с.

90. Граняк В. Ф. Безконтактний метод вимірювання осьового зміщення ротора електричної машини / В. Ф. Граняк, В. В. Кухарчук // Метрологія та прилади. – №5. – Харків. – 2017. – С. 18-21.

91. Оптические измерения. Учебное пособие / А. Н. Андреев, Е. В. Гаврилов, Г. Г. Ишанин и др. – Москва: Университетская книга; Логос, 2012. – 416 с.

92. Поплавко Ю. М. Фізика діелектриків. Підручник / Ю. М. Поплавко. За загальною редакцією ак. НАН України Ю. І. Якименка. – Київ: НТУУ «КПІ», 2015 – 572 с.

93. Вибрации в технике. Справочник. В 6-ти т. Т. 4. Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э. Э. Лавендела. – Москва, 1981. – 509 с.

94. Патент 121538 Україна, МПК G01M 1/22. Безконтактний пристрій вимірювання осьового биття ротора електричних машин / Граняк В. Ф., Кухарчук В. В. – u201705823; Заявлено 12.06.2017; Опубл. 11.12.2017, Бюл. №23 – 6 с.

95. Кухарчук В. В. Метод аналітичного розрахунку віброшвидкості у режимі розгону гідроагрегату / В. В. Кухарчук, В. Ф. Граняк, Ю. Г. Ведміцький // Вісник Інженерної академії України. – 2015. – № 2. – С. 66 – 70.