

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**ЕЛЕКТРИЧНІ СИСТЕМИ І МЕРЕЖІ**  
**ЧАСТИНА II**

Навчальний посібник

Вінниця  
ВНТУ  
2021

УДК 621.311(075.8)

E50

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 16 від 25.06.2021 р.)

Автори:

**Ю. В. Малогулко, О. Б. Бурикін, Т. Л. Кацадзе, В. В. Нетребський**

Рецензенти:

**В. В. Черкашина**, доктор технічних наук, доцент

**В. М. Кутін**, доктор технічних наук, професор

**С. В. Матвієнко**, кандидат технічних наук

**Електричні системи і мережі. Частина 2 : навчальний посібник /**  
E50 Ю. В. Малогулко, О. Б. Бурикін, Т. Л. Кацадзе, В. В. Нетребський ;  
за ред. П. Д. Лежнюка. – Вінниця : ВНТУ, 2021. – 159 с.

ISBN 978-966-641-875-6

У навчальному посібнику розглянуто загальні відомості про електричні системи та мережі, особливості їх функціонування та характеристики і параметри електричних систем та мереж; розглянуті питання в рукописі сприяють вивченню спеціальних дисциплін студентами. Навчальний посібник розроблено для студентів спеціальності 141 – «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної та заочної форм навчання, які вивчають курс «Електричні системи і мережі».

УДК 621.311(075.8)

ISBN 978-966-641-875-6

© ВНТУ, 2021

## ЗМІСТ

Передмова .....	5
<b>1 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПЕРЕДАВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ .....</b>	<b>6</b>
1.1 Поняття режиму електроенергетичної системи .....	6
1.2 Векторна діаграма лінії електропередавання .....	14
1.3 Падіння та втрата напруги на ділянці електричної системи.....	19
1.4 Розрахунок лінії електропередавання з рівномірно розподіленим навантаженням .....	28
1.5 Електричний розрахунок радіальної електропередачі, яка живить декілька навантажень .....	31
1.6 Електричний розрахунок лінії із двостороннім живленням.....	38
1.7 Максимально допустиме навантаження та мінімально допустима напруга електропередачі .....	42
1.8 Кругові діаграми електропередачі.....	50
1.9 Характеристика потужності електропередачі .....	56
1.10 Динамічна стійкість електропередачі .....	63
1.11 Поняття неоднорідності електричних мереж.....	66
1.12 Самозбудження синхронних генераторів .....	72
1.13 Ферорезонанс в електричних мережах.....	76
<i>Контрольні запитання до 1 розділу</i> .....	81
<b>2 ОСНОВИ ТЕОРІЇ МОДЕЛЮВАННЯ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ .....</b>	<b>86</b>
2.1 Загальна характеристика задач моделювання усталених режимів електроенергетичних систем.....	86
2.2 Розрахункові схеми електроенергетичних систем.....	95
2.3 Еквівалентне перетворення розрахункових схем електричних систем.....	101
2.3.1 Еквівалентне заміщення струмів витоку та втрат потужностей додатковими фіктивними навантаженнями .....	103
2.3.2 Еквівалентне заміщення перерізів ділянок електричної мережі .....	103
2.3.3 Еквівалентне перетворення послідовно увімкнених ділянок розрахункових схем .....	104
2.3.4 Еквівалентне перетворення паралельно увімкнених ділянок розрахункових схем .....	105
2.3.5 Заміщення декількох джерел живлення одним еквівалентним .....	107

2.3.6 Еквівалентне перетворення трикутника опорів в зірку та зірки в трикутник.....	108
2.3.7 Перенесення електричних навантажень у суміжні пункти розрахункової схеми електричної системи .....	112
2.3.8 Еквівалентне заміщення електропередач фіктивними навантаженнями .....	115
2.4 Опорні за напругою та балансуєчі пункти розрахункових схем .....	116
2.5 Аналітичне подання розрахункових схем електричних систем в матричній формі .....	119
2.6 Формування розрахункових моделей усталених режимів електричних систем в матричній формі.....	126
2.7 Ітераційні методи моделювання режимів найпростішої електричної системи .....	137
2.8 Поняття про інженерну точність моделювання усталених режимів електроенергетичних систем та вибір початкових наближень невідомих параметрів .....	144
<i>Контрольні запитання до 2 розділу.....</i>	<i>151</i>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ .....</b>	<b>157</b>

## Передмова

Зміст навчального посібника відповідає частині програми курсу «Електричні системи і мережі», затвердженої для спеціальності 141 – «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка». Рукопис призначається для студентів та аспірантів всіх форм навчання, які мають достатню підготовку в обсязі загального курсу і прагнуть отримати глибокі професійні знання.

Дисципліна «Електричні системи і мережі» є однією з базових дисциплін, в якій закладається фундамент спеціальної підготовки інженера-електроенергетика. Метою вивчення дисципліни є формування знань в теорії розрахунків та аналізу режимів електричних систем і мереж, забезпечення при їх проектуванні та експлуатації економічності, надійності, а також якості електричної енергії.

Основні задачі дисципліни, викладені в навчальному посібнику, – навчити розраховувати падіння та втрата напруги на ділянці електричної системи, проводити розрахунок лінії електропередавання з рівномірно розподіленим навантаженням, радіальної електропередачі, яка живить декілька навантажень, а також лінії із двостороннім живленням. Крім того, навчити визначати максимально допустиме навантаження та мінімально допустима напруга електропередачі, складати розрахункові схеми електроенергетичних систем, опорні за напругою та балансуєчі пункти розрахункові схеми.

Зміст курсу базується на знаннях вищої математики, теоретичних основ електротехніки, прикладної механіки, програмування, електричних машин, математичних задач електроенергетики.

У навчальному посібнику систематизовано та використано теоретико-методологічні результати досліджень вітчизняних та зарубіжних шкіл, розосереджені в різних спеціальних виданнях і журнальних статтях.

# 1 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПЕРЕДАВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

## 1.1 Поняття режиму електроенергетичної системи

**Режимом електроенергетичної системи** називають її стан, пов'язаний із процесами вироблення, передавання, розподілу та споживання електричної енергії. Кожний режим енергосистеми характеризується сукупністю параметрів – частоти змінного струму, струмів або потужностей джерел та споживачів електричної енергії, напруг у вузлах робочої схеми, струморозподілу та потокорозподілу потужностей по ділянках схеми, втрат потужностей в устаткуванні електричних мереж та сумарних втрат потужності в енергосистемі. Такі характеристики називають параметрами режиму електроенергетичної системи.

**Режимні параметри** електроенергетичної системи поділяють на **локальні** та **загальносистемні**. До загальносистемних параметрів відносять частоту змінного струму та сумарні втрати потужності. Всі інші параметри є локальними, оскільки характеризують режими окремих елементів електричної системи. Разом з тим, всі режимні параметри тісно пов'язані між собою єдиним та одночасним процесом виробництва, передавання, розподілу та споживання електричної енергії у відповідності із загальнофізичним законом збереження енергії.

Всі режими електроенергетичних систем поділяють на **усталені** та **перехідні**. **Усталені режими** системи характеризуються незмінністю їх параметрів протягом певного тривалого проміжку часу. Очевидно, що забезпечити усталені режими сучасних електроенергетичних систем практично неможливо. Дійсно, через велику кількість приймачів електричної енергії, під'єднаних до електричних мереж, в електричній системі постійно відбуваються комутаційні перемикання, пов'язані із увімкненням одних приймачів та вимкненням інших. Такі комутації мають стохастичний характер та призводять до зміни технологічних режимів окремих споживачів електричної енергії та породжує перманентні перехідні режими енергосистеми.

**Перехідні режими** електроенергетичних систем характеризуються зміною у часі їх параметрів через комутаційні перемикання, аварійні збурення тощо. Загалом розрізняють три типи перехідних режимів, які мають місце в електроенергетичних системах:

- 1) електромагнітні перехідні режими;
- 2) електромеханічні перехідні режими;
- 3) тривалі перехідні режими.

**Електромагнітні перехідні режими** пов'язані із процесами обміну енергією між реактивними елементами робочих схем електричних мереж –

поздовжніми індуктивностями ліній електропередач, індуктивностями обмоток силових трансформаторів та реакторів, зарядними ємностями ліній, ємностями компенсаційних конденсаторів тощо. Такі перехідні режими виникають внаслідок комутаційних перемикань робочих схем, є короткотривалими, швидкими та характеризуються сталими часу порядку  $10^{-2} \dots 10^{-3}$  с.

**Електромеханічні перехідні процеси** пов'язані із коливаннями роторів електричних машин, зокрема синхронних генераторів, викликані раптовим накиданням навантаження на електричну машину. Такі перехідні режими триваліші за електромагнітні, їх стала часу має порядок  $10^{-1} \dots 1$  с.

**Тривалі перехідні режими** відбуваються в електроенергетичних системах внаслідок великих збурень та пов'язані із процесами у теплофікаційному та гідравлічному обладнанні електричних станцій. Справа в тому, що для суттєвого збільшення навантаження теплової електричної станції після великого системного збурення необхідно виробити більшу кількість пару, що потребує, у свою чергу, збільшення кількості подачі палива у топку котла. На гідравлічних електричних станціях різке збільшення навантаження обмежене гідравлічним ударом на лопатки гідротурбін. Все це визначає певний час, необхідний для зміни навантаження електричної станції та може розглядатися як перехідний режим енергосистеми. Такі перехідні режими є найбільш тривалими (саме тому вони мають таку назву) та характеризуються сталими часу порядку  $10 \dots 10^2$  с.

Всі розглянуті перехідні режими в електроенергетичній системі відбуваються одночасно, накладаються один на інший, визначаючи динаміку флуктуації системи в просторі станів у часі.

Разом з тим, у кожний момент будь-якого перехідного режиму в електроенергетичній системі має виконуватися закон збереження енергії, що дозволяє розглядати **квазіусталені режими** – режими, параметри яких залишаються незмінними протягом нескінченно малого проміжку часу. Це дозволяє представити рух електричної системи в просторі станів в перехідному режимі послідовністю квазіусталених режимів.

Режими трифазних електричних систем змінного струму поділяють на симетричні та несиметричні, синусоїдні та несинусоїдні.

**Симетричним режимом** трифазної електричної системи називають такий, в якому фазні параметри режиму збігаються за абсолютною величиною та відрізняються за фазою на кут  $\pm 120^\circ$ . Для забезпечення симетрії режимів електроенергетичних систем необхідно забезпечити симетрію параметрів робочої схеми електричної мережі, симетрію електричних навантажень та симетрію фазних ЕРС на шинах генераторів. Очевидно, що суворе дотримання всіх цих вимог практично неможливе, тому майже всі режими електроенергетичних систем є **несиметричними**.

Відповідно до чинних нормативів нормально та гранично допустимі значення коефіцієнтів несиметрії напруги за зворотною та нульовою послідовностями дорівнюють 2% та 4% відповідно. Це означає, що у більшості практичних випадків несиметрія є незначною і нею можна знехтувати. Однак, можливі ситуації, коли несиметрія виявляється значною і її обов'язково слід враховувати під час аналізу режимів електроенергетичних систем. Розрізняють три основні причини виникнення несиметричних режимів електроенергетичних систем:

1) несиметричне навантаження фаз, зумовлене пофазною розбіжністю ЕРС генераторів, коефіцієнтів трансформації трансформаторів і автотрансформаторів, нерівномірним розподілом навантажень за фазами тощо. Така несиметрія має стохастичний характер і в більшості практичних випадків зумовлює незначні відхилення від нормального режиму енергосистеми;

2) розбіжність параметрів окремих фаз електричних мереж, зумовлена, головним чином, геометричною несиметрією розташування фазних проводів у просторі. Наприклад, за розташування проводів лінії електропередачі на опорах у вершинах рівнобічного трикутника, їх взаємне розташування є симетричним, проте відносно землі проводи виявляються закріпленими на різній висоті. Це спричинить несиметрію ємнісних поперечних провідностей лінії. За горизонтального розміщення проводів вони перебувають на однаковій висоті відносно землі, але їх взаємне розміщення несиметричне. Це призводить до появи розбіжності між взаємними індуктивностями і ємністю між проводами різних фаз електропередачі;

3) неповнофазні режими електричних мереж, зумовлені короткочасним вимкненням однієї або двох фаз лінії у разі коротких замикань та інших аварійних збурень, або тривалим вимкненням під час пофазного ремонту лінії або іншого устаткування.

Поділення режимів електроенергетичних систем на *синусоїдні* та *несинусоїдні* визначається формою кривої змінного струму. Сучасні електроенергетичні системи змінного струму в загальному випадку характеризуються несинусоїдними напругами та струмами. Це пояснюється низкою факторів, зокрема, насиченістю електричних систем вентильними перетворювачами, конструктивними особливостями синхронних генераторів тощо. Зазвичай, несинусоїдність кривих струму в електроенергетичних системах є незначною і нею можна знехтувати. Проте, можливі ситуації, коли несинусоїдність режиму стає суттєвою і її обов'язково необхідно враховувати під час аналізу режимів електроенергетичних систем.

В подальшому під режимом електроенергетичної системи будемо розуміти симетричний синусоїдний режим трифазної системи змінного струму. Фактично такий режим є режимом прямої послідовності основної



гармоніки змінного струму. Лише під час дослідження спеціальних режимів (несиметричних та несинусоїдних), це буде окремо обумовлено.

В загальній теорії режимів електричних систем часто використовують інший підхід до класифікації режимів, який базується на прагматичних аспектах функціонування електроенергетичних систем. Тут розрізняють п'ять наступних типів:

1) **нормальний усталений режим**, за якого режимні параметри знаходяться у деякому визначеному діапазоні, необхідному для забезпечення правильної роботи споживачів електричної енергії;

2) **нормальний перехідний режим**, який має місце під час звичайних комутаційних перемикань. Такий режим характеризується швидкою зміною режимних параметрів, які залишаються в допустимих діапазонах, не порушуючи нормальні умови роботи споживачів електричної енергії;

3) **аварійний перехідний режим**, за якого, внаслідок аварійного збурення, відбувається різке змінення режимних параметрів, що порушує нормальні умови функціонування споживачів електричної енергії. Для запобігання таких негативних наслідків необхідно провести певні комутаційні перемикання в схемі електричної мережі з метою локалізації аварійного устаткування та забезпечення нормальних умов функціонування споживачів;

4) **післяаварійний усталений режим**, який має місце після вимкнення аварійного устаткування. Режимні параметри в післяаварійному режимі мають знаходитися у визначеному допустимому діапазоні, зазвичай, більш розширеному, ніж в нормальному усталеному режимі протягом певного періоду часу, за який аварія має бути ліквідована та відновлений нормальний усталений режим;

5) **ремонтний усталений режим**, який має місце після виведення в ремонт устаткування електричних мереж. За такого режиму параметри мають забезпечувати нормальні умови функціонування споживачів електричної енергії. Разом з тим допустиме певне незначне зниження показників надійності режиму електричної системи.

Вимоги до режимів електроенергетичних систем можна поділити на дві групи:

- 1) вимоги загальнофізичного характеру;
- 2) вимоги нормативного характеру.

Вимоги загальнофізичного характеру визначають можливість організації режиму електроенергетичної системи протягом достатньо тривалого часу. До таких вимог належать:

- 1) вимоги здійсненності режиму;
- 2) вимоги стійкості режиму.

Будь-який усталений режим електроенергетичної системи вимагає для свого здійснення балансу потужності. Дійсно, для виконання

загальнофізичного закону збереження енергії необхідно, щоб сумарне активна потужність всіх генераторів системи дорівнювала сумарній активній потужності споживачів, включаючи втрати активної потужності на передаванні електричної енергії по мережі

$$P_{\Gamma} = P_{\text{H}} + \Delta P,$$

де  $P_{\Gamma}$  – сумарна активна потужність генераторів електроенергетичної системи;  $P_{\text{H}}$  – сумарна активна потужність споживачів електроенергетичної системи;  $\Delta P$  – сумарні втрати активної потужності на передавання електричної енергії по мережі.

Аналогічне рівняння можна записати і для балансу реактивної потужності:

$$Q_{\Gamma} = Q_{\text{H}} + \Delta Q,$$

де  $Q_{\Gamma}$  – сумарна реактивна потужність генераторів та інших джерел реактивної потужності електроенергетичної системи;  $Q_{\text{H}}$  – сумарна реактивна потужність споживачів електроенергетичної системи;  $\Delta Q$  – сумарні втрати реактивної потужності на передавання електричної енергії по мережі.

Варто пам'ятати, що безпосередньо встановити баланси активної та реактивної потужності в електричній системі неможливо через тісний взаємний зв'язок між режимними параметрами. Тут необхідно враховувати додаткові обмеження, які визначають закони передавання та розподілу електричної енергії по електричних мережах. Це дозволяє встановити функціональні залежності складових балансів активної та реактивної потужності від режимних параметрів

$$\begin{aligned} P_{\Gamma}(\Pi); \quad P_{\text{H}}(\Pi); \quad \Delta P(\Pi); \\ Q_{\Gamma}(\Pi); \quad Q_{\text{H}}(\Pi); \quad \Delta Q(\Pi), \end{aligned}$$

де  $\Pi$  – деякий режимний параметр.

Таким чином, режим електроенергетичної системи буде здійсненим у тому разі, коли функціональні залежності  $P_{\Gamma}(\Pi)$  та  $P_{\text{H}}(\Pi) + \Delta P(\Pi)$  мають принаймні одну спільну точку. Водночас необхідно, щоб аналогічні функціональні залежності  $Q_{\Gamma}(\Pi)$  та  $Q_{\text{H}}(\Pi) + \Delta Q(\Pi)$  перетиналися між собою, або торкалися одна одну за того самого значення параметру, що й для балансу активної потужності, як показано на рис. 1.1.

Можливість існування режиму електроенергетичної системи ще не означає можливості здійснення цього режиму протягом достатньо тривалого часу. Тут потрібно розглядати проблему статичної стійкості, тобто здатності системи повертатися до свого первинного стану після внесення нескінченно малого збурення.

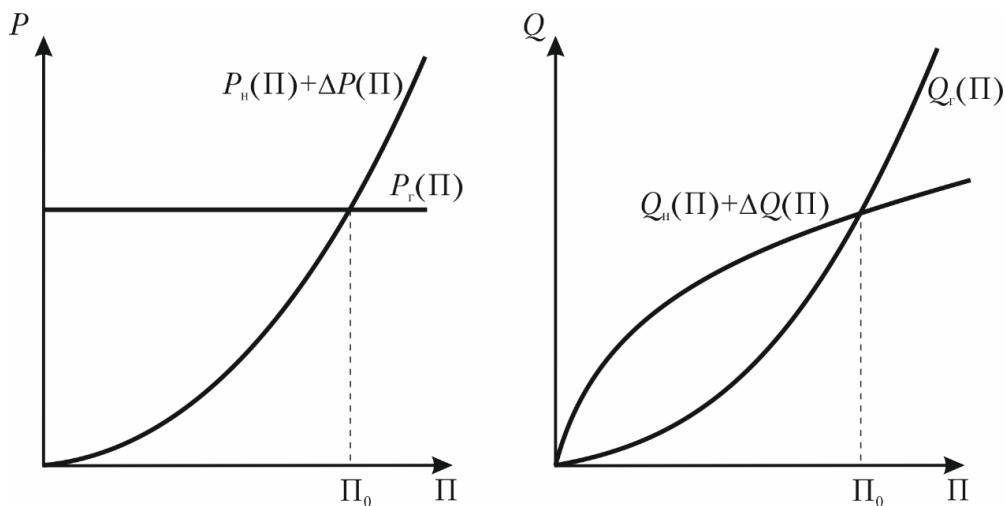


Рисунок 1.1 – Ілюстрація здійсненності режиму електричної системи

Для оцінювання *статичної стійкості* електроенергетичних систем, зазвичай, розглядають деяку *енергетичну функцію* системи у багатовимірному просторі режимних параметрів. Усталені режими електроенергетичних систем відповідають екстремумам (локальним або глобальним) такої енергетичної функції, як показано на рис. 1.2. Тут показано три можливі усталені режими електроенергетичної системи, які відповідають локальному мінімуму (точка 1), максимуму (точка 2) та глобальному мінімуму (точка 3) енергетичної функції. Очевидно, що режими 1 та 3 є статично стійкими, оскільки після будь-яких малих збурень стан електроенергетичної системи повертається до вихідного, відповідного мінімуму енергетичної функції. Водночас усталений режим 2 є статично нестійким, оскільки будь-яке нескінченно мале збурення буде виводити систему із стану рівноваги і переводити її до стану 1 або 3 відповідно до напрямку дії збурення.

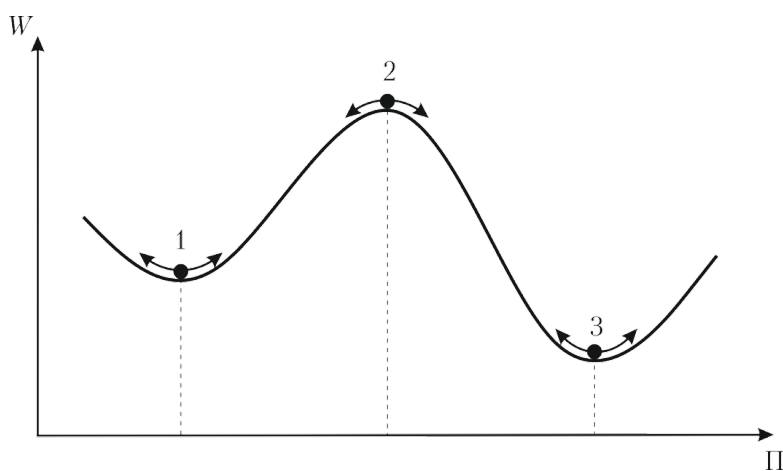


Рисунок 1.2 – Ілюстрація статичної стійкості електроенергетичної системи

В загальному випадку можна говорити про статичну стійкість електроенергетичної системи у тому разі, коли будь-які, достатньо малі збурення будуть призводити до збільшення значення енергетичної функції системи, що проілюстровано на рис. 1.2.

В теорії режимів електроенергетичних систем розглядають також проблему *динамічної стійкості*. Під останньою розуміють здатність системи повертатися до свого первинного стану, або до близького до нього після внесення значного збурення. Іншими словами, дослідження динамічної стійкості полягає у визначенні можливості виходу зображуючої точки режиму у просторі параметрів із зони аттрактору вихідного усталеного режиму внаслідок дії значного збурення. Тут задача дослідження динамічної стійкості ускладнюється тим, що значні збурення не тільки зрушують зображуючу точку режиму з свого вихідного стану, але, часто, додатково змінюють форму самої енергетичної функції, наприклад, внаслідок комутаційних перемикачів з метою локалізації аварійного збурення. Така ситуація унеможливує визначення формального критерію динамічної стійкості режиму електроенергетичної системи. Тут дослідження динамічної стійкості потребує імітаційного моделювання перехідних режимів електроенергетичних систем після внесення значних збурень.

Дослідження реакції електроенергетичної системи на внесення значних аварійних збурень пов'язано із проблемою живучості системи. Під *живучістю* електроенергетичної системи розуміють здатність системи поглинати аварійні збурення катастрофічного характеру, зберігаючи при цьому, можливо, в обмеженому обсязі, свою працездатність.

Одиночні аварійні збурення, наприклад короткі замкнення на лініях електропередачі, вимкнення перевантажених трансформаторів, носять, як правило, локальний характер та не несуть загрози для функціонування всієї системи в цілому. Проте, накладання у часі декількох незалежних суттєвих аварійних збурень може призводити до виникнення *каскадних аварій*, коли вимкнення одного аварійного об'єкту призводить до перевантаження з послідовним вимкненням іншого обладнання і так далі. В результаті можливе повне «погашення» споживачів електричної енергії та «розвал» енергосистеми. У цьому разі говорять про втрату живучості електроенергетичної системи.

Суворо кажучи, проблема забезпечення динамічної стійкості та живучості електроенергетичних систем відноситься до класу задач надійності електропостачання та вирішується на етапі задоволення вимог до режимів електроенергетичних систем нормативного характеру. Такі вимоги визначають нормальні умови функціонування споживачів електричної енергії:

- 1) забезпечення надійності та безперервності енергопостачання;
- 2) забезпечення нормованої якості електричної енергії;

3) забезпечення безпеки експлуатації та екологічності режиму електроенергетичної системи;

4) забезпечення економічності режиму електроенергетичної системи.

Крім того, для аварійних режимів необхідно забезпечити якнайшвидшу локалізацію та вимкнення аварійного устаткування і швидке відновлення нормального режиму електроенергетичної системи.

Розглянемо нормативні вимоги до режимів електроенергетичних систем більш детально.

Надійність та безперебійність енергопостачання споживачів електричної енергії забезпечують шляхом обґрунтованого резервування потужності в енергетичній системі та резервування транспортних коридорів для передавання електричної енергії від електричних станцій до споживачів. Таке резервування має забезпечувати необхідний запас статичної та динамічної стійкості режиму електричної системи щодо малих та великих збурень, а у разі виникнення складних системних аварій – забезпечувати живучість енергосистеми.

Вимоги щодо забезпечення надійності та безперервності енергопостачання споживачів, останнім часом, оформилося у, так званий, принцип « $n-1$ ». Суть останнього полягає в тому, що необхідна надійність режимів енергосистеми буде забезпечена у тому разі, коли втрата будь-якого елемента системи не призведе до погіршення якості функціонування електроенергетичної системи. На жаль, сьогоднішні реалії електроенергетики України не дають змогу говорити про повномасштабне виконання принципу « $n-1$ ». Разом з тим, складні системні аварії 2005-2006 рр. в енергосистемах ЄС та США поставили питання про необхідність забезпечення заходів щодо підвищення надійності енергопостачання вже за принципом « $n-2$ ».

Вимоги щодо забезпечення якості електричної енергії стосуються, суворо кажучи, лише тих шин електричних підстанцій, від яких отримують живлення кінцеві споживачі. Тут нормуванню підлягають такі параметри, як частота змінного струму на напруга на затискачах споживачів. Більш детально показники якості електричної енергії було розглянуто в частині I дисципліни. В теорії режимів електричних систем необхідно зважати на те, що режимні параметри тісно пов'язані між собою єдиними процесами передавання та розподілу електричної енергії і для забезпечення нормованої якості на затискачах споживачів необхідно здійснювати регулювання режимних параметрів у всій системі в цілому.

Із функціонуванням електроенергетичних систем пов'язана важлива проблема забезпечення безпеки експлуатації енергетичного устаткування та екологічності електроенергетики в цілому. Відомо, що електрика є вкрай небезпечною для життя людини і для забезпечення безпеки експлуатації високовольтного устаткування електричних мереж необхідно виконувати певні запобіжні заходи. Разом з тим, із експлуатацією

електроенергетичних систем тісно пов'язані проблеми шкідливих викидів ТЕС, заховань відходів ядерного палива АЕС, зміни екосистем в районах водосховищ ГЕС, впливу на оточуюче середовище потужних електромагнітних полів силового устаткування електричних мереж тощо.

Наприкінці, необхідно забезпечувати економічність режимів електричних систем, тобто функціонування енергосистем має супроводжуватися якнайменшими витратами на виробництво, передачу та розподіл електричної енергії. Тут можна розглядати задачі вибору складу електричних станцій на покриття сумарного навантаження споживачів за умови мінімізації витрат палива, вибору оптимальної робочої схеми електричної мережі та вибору оптимальних законів регулювання режимів напруги та реактивної потужності, що забезпечує мінімум втрат потужності на її передавання тощо.

## 1.2 Векторна діаграма лінії електропередавання

Визначимо співвідношення між напругою та струмом на початку та наприкінці лінії електропередавання. Розрахункова схема режиму лінії електропередавання представлена на рис. 1.3.

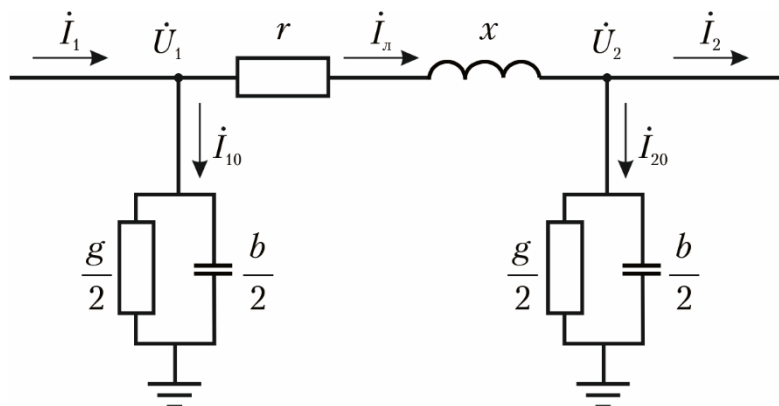


Рисунок 1.3 – Розрахункова схема режиму лінії електропередавання

Нехай для режиму лінії електропередачі відомі напруга та струм на шинах навантаження, тобто наприкінці лінії. Позначимо струм наприкінці лінії вектором  $\dot{I}_2$ , а напругу – вектором  $\dot{U}_2$ . Розрахунок режиму лінії електропередавання та побудову векторної діаграми напруг та струмів виконують в наступній послідовності.

Вважають, що фазовий кут вектора напруги наприкінці лінії дорівнює нулю. Це означає, що на діаграмі вектор напруги наприкінці лінії співпадає з віссю дійсних величин (рис. 1.4). Типове електричне навантаження носить активно-індуктивний характер, що визначає відставання вектору струму наприкінці лінії від вектора напруги.

Струм витoku через контур поперечної провідності наприкінці схеми заміщення лінії електропередавання визначають за виразом

$$\dot{I}_{20} = \dot{U}_2 \frac{1}{2}(g + jb). \quad (1.1)$$

Відповідно до виразу (1.1) струм витоку наприкінці схеми заміщення лінії містить дві складові – активну та ємнісну, які визначаються напругою наприкінці лінії відповідно до виразів

$$\begin{aligned} I'_{20} &= U_2 \frac{g}{2}; \\ I''_{20} &= jU_2 \frac{b}{2}; \\ \dot{I}_{20} &= I'_{20} + jI''_{20}, \end{aligned}$$

де  $I'_{20}$  – струм витоку через активну поперечну провідність;  $I''_{20}$  – струм витоку через ємнісну поперечну провідність (зарядний струм лінії);  $\dot{I}_{20}$  – повний струм витоку через контур поперечної провідності наприкінці П-подібної схеми заміщення лінії електропередачі.

Очевидно, що перша складова струму витоку співпадає по фазі з вектором напруги наприкінці лінії, а друга складова випереджає вектор напруги на  $90^\circ$ . Повний струм витоку визначається геометричною сумою зазначених складових.

За першим законом Кірхгофа струм на поздовжній ділянці схеми заміщення лінії визначають за виразом

$$\dot{I}_л = \dot{I}_2 + \dot{I}_{20}. \quad (1.2)$$

Для визначення струму на поздовжній ділянці схеми заміщення лінії електропередавання відповідно до першого закону Кірхгофа можна знайти геометричну суму векторів струму наприкінці лінії та струму витоку через контур поперечної провідності наприкінці схеми заміщення лінії за виразом (1.2). Для цього на діаграмі необхідно з кінця вектора струму наприкінці лінії побудувати складові вектору струму витоку в контурі поперечної провідності наприкінці схеми заміщення лінії електропередавання. Вектор між точкою початку координат і кінцем вектору струму витоку являє собою вектор струму на поздовжній ділянці схеми заміщення лінії.

Падіння напруги на поздовжній ділянці схеми заміщення лінії електропередавання визначають за законом Ома за виразом

$$\Delta \dot{U} = \dot{I}_л (r + jx). \quad (1.3)$$

Відповідно до виразу (1.3) падіння напруги на поздовжній ділянці має дві складові

$$\begin{aligned}\Delta U' &= \dot{I}_{12}r; \\ \Delta U'' &= j\dot{I}_{12}x; \\ \Delta \dot{U} &= \Delta U' + j\Delta U'',\end{aligned}$$

де  $\Delta U'$  – падіння напруги на активному опорі схеми заміщення;  $\Delta U''$  – падіння напруги на індуктивному опорі;  $\Delta \dot{U}$  – повний вектор падіння напруги.

Очевидно, що перша складова падіння напруги збігається по фазі з вектором струму на поздовжній ділянці, а друга складова випереджає вектор струму на  $90^\circ$ . Повний вектор падіння напруги визначається геометричною сумою зазначених складових.

Напругу на початку лінії визначають за виразом

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \Delta \dot{U}. \quad (1.4)$$

Для отримання вектора напруги на початку лінії відповідно до виразу (1.4) необхідно знайти геометричну суму векторів напруги наприкінці лінії та падіння напруги на поздовжній ділянці схеми заміщення. Для цього на векторній діаграмі необхідно з кінця вектора напруги на початку лінії побудувати складові вектору падіння напруги. Вектор між точкою початку координат і кінцем вектору падіння напруги являє собою вектор напруги на початку схеми заміщення лінії.

Струм витоку через контур поперечної провідності на початку схеми заміщення лінії електропередавання визначають за виразом, аналогічним (1.2)

$$\dot{I}_{10} = \dot{U}_1 \frac{1}{2}(g + jb). \quad (1.5)$$

Такий струм, відповідно до виразу (1.5), також містить дві складові – активну та ємнісну, що визначаються напругою на початку лінії за виразами

$$\begin{aligned}I'_{10} &= \dot{U}_1 \frac{g}{2}; \\ I''_{10} &= j\dot{U}_1 \frac{b}{2}; \\ \dot{I}_1 &= I'_{10} + jI''_{10},\end{aligned}$$

де  $I'_{10}$  – струм витоку через активну поперечну провідність;  $I''_{10}$  – струм витоку через ємнісну поперечу провідність (зарядний струм лінії);  $\dot{I}_{10}$  – повний струм витоку через контур поперечної провідності на початку П-подібної схеми заміщення лінії електропередавання.

Очевидно, що перша складова струму витоку збігається по фазі з вектором напруги на початку лінії, а друга складова випереджає вектор



напруги на  $90^\circ$ . Повний струм витоків визначається геометричною сумою зазначених складових.

Струм джерела живлення визначають за першим законом Кірхгофа, записаним для вузла на початку схеми заміщення лінії:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} + \dot{I}_{10}. \quad (1.6)$$

Для визначення вектору струму на початку лінії електропередавання необхідно за виразом (1.6) знайти геометричну суму векторів струму на поздовжній ділянці схеми заміщення лінії та струму витоків через контур поперечної провідності на початку схеми заміщення. Для цього на діаграмі необхідно з кінця вектора струму на поздовжній ділянці побудувати складові вектору струму витоків в контурі поперечної провідності на початку схеми заміщення лінії електропередавання. Вектор між точкою початку координат і кінцем вектору струму витоків являє собою шуканий вектор струму джерела живлення на початку лінії.

Векторну діаграму напруг та струмів лінії електропередавання за умовами кінця, подано на рис. 1.4.

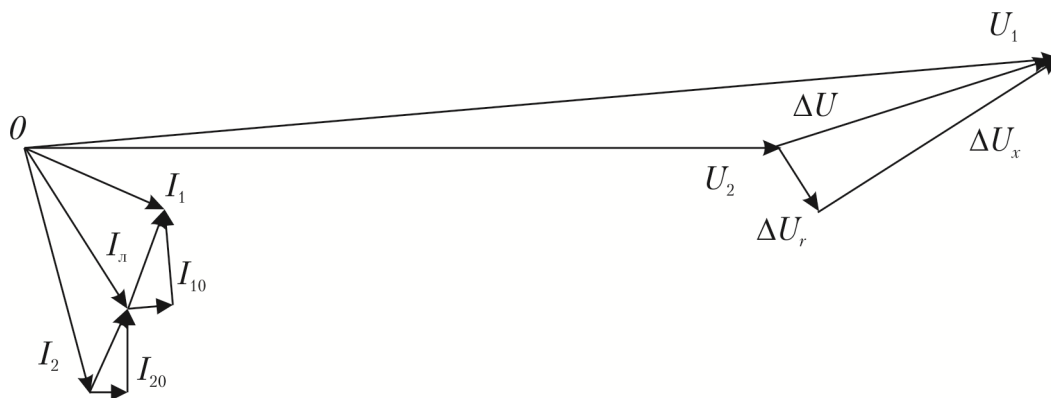


Рисунок 1.4 – Векторна діаграма напруг та струмів лінії електропередавання за умовами кінця

Аналогічним чином можна реалізувати розрахунок параметрів лінії електропередавання за умовами початку. Різниця полягає у послідовності розрахунків та у знаках при векторах струмів витоків та падіння напруги під час проходження вздовж схеми заміщення лінії у виразах (1.2), (1.4) та (1.6). Дійсно, в задачі за умовами початку під час проходження вздовж схеми від початку до її кінця струми витоків та падіння напруги слід враховувати з від'ємним знаком. Таке положення пояснюється міркуваннями елементарної логіки про передавання електричної енергії по лінії та пов'язані втрати енергії.

Векторна діаграма напруг та струмів лінії за умовами початку подана на рис. 1.5. Тут вектор напруги на початку лінії суміщають з віссю дійсних чисел, що відповідає нульовому значенню фазового кута відповідного вектора напруги.

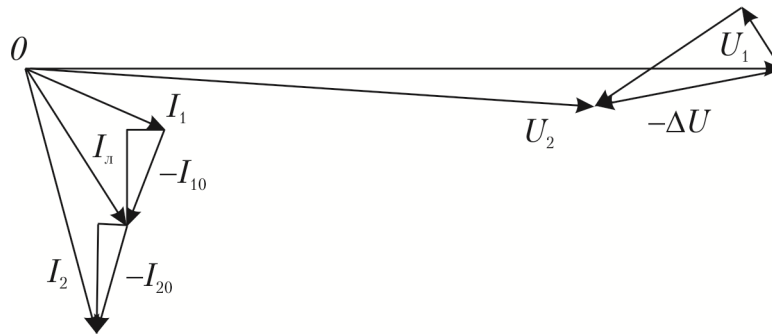


Рис.унок 1.5 – Векторна діаграма напруг та струмів лінії електропередачі за умовами початку

Аналіз векторної діаграми напруг та струмів, побудованої, наприклад, за умовами кінця (рис. 1.4) струм лінії електропередавання містить дві складові – струм навантаження та струми витоку через контури поперечної провідності. Складова струмів витоку лінії електропередавання має активно-ємнісний характер та визначається втратами активної потужності на корону в повітряних лініях або діелектричними втратами в кабельних лініях, а також наявністю частинних ємностей в системі фазних проводів ліній електропередавання.

Активні струми витоку мають суттєві значення тільки в лініях електропередавання надвисокої номінальної напруги (330 кВ та вище). Своєю чергою ємнісна складова струму витоку суттєва вже в лініях електропередавання з номінальною напругою 35 кВ і зростає зі збільшенням номінальної напруги лінії. Це означає, що ємнісні складові струмів витоку ліній електропередавання типових конструкцій перевищують активні складові. Нагадаємо, що такі ємнісні струми мають назву **зарядних**.

Зазначимо, що активні та зарядні струми витоку визначаються робочою напругою лінії електропередавання і не залежать від її навантаження робочими струмами. Так, наприклад, зарядний струм лінії можна оцінити за виразом

$$I_{\text{з}} \approx U_{\text{н}} b_{\text{л}}, \quad (1.7)$$

де  $b_{\text{л}}$  – поперечна ємнісна провідність лінії;  $U_{\text{н}}$  – номінальна напруга електропередачі.

Вираз (1.7) є наближеним, оскільки не враховує залежність зарядних струмів лінії від фактичної робочої напруги лінії, що, зазвичай, допустимо під час моделювання ліній електропередавання з номінальною напругою до 330 кВ.

Наведені міркування щодо струмів витоку ліній електропередавання визначають, що в режимах малих навантажень зарядні ємнісні струми можуть перевищувати індуктивні робочі струми лінії. В цьому разі

ємнісний характер струму лінії електропередавання визначає збільшення напруги наприкінці лінії в режимах неробочого ходу та малих навантажень. Така ситуація проілюстрована, наприклад, на векторній діаграмі напруг та струмів лінії електропередавання в режимі неробочого ходу, наведеній на рис. 4.6.

Наявність поперечних ємнісних провідностей в схемах заміщення дозволяє розглядати лінію електропередавання як джерело реактивної потужності. Реактивна потужність, яку генерує лінія електропередавання, визначається зарядним струмом і робочою напругою лінії та має назву *зарядної потужності*.

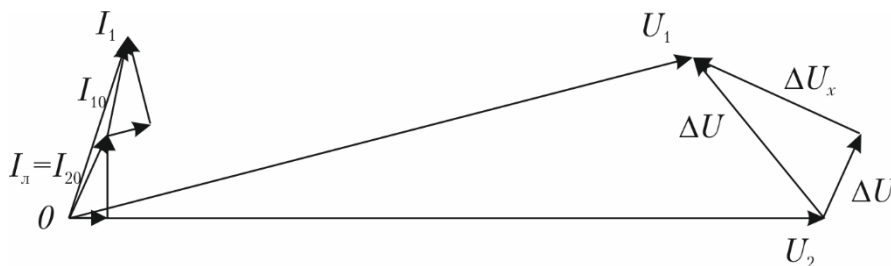


Рисунок 1.6 – Векторна діаграма напруг та струмів лінії електропередавання в режимі неробочого ходу

Зарядну потужність лінії електропередавання визначають за виразом

$$Q_z = U_p I_z \approx U_n^2 b_l. \quad (1.8)$$

У разі, коли вимоги точності моделювання не дозволяють визначати зарядну потужність лінії на номінальній напругі, замість виразу (1.8) слід користатися формулою

$$Q_z = U_1^2 \frac{b_l}{2} + U_2^2 \frac{b_l}{2} = \frac{U_1^2 + U_2^2}{2} b_l = U_{cp}^2 b_l,$$

де  $U_{cp}^2 = 0,5(U_1^2 + U_2^2)$  – середня квадратична напруга лінії електропередавання.

### 1.3 Падіння та втрата напруги на ділянці електричної системи

Розглянемо задачу моделювання лінії електропередавання у разі подання навантаження у формі потужності. Тут для спрощення моделі контури поперечних провідностей представляють додатковими фіктивними навантаженнями у складі розрахункових потужностей на початку та наприкінці лінії електропередавання. Відповідна розрахункова схема електропередачі подана на рис. 1.7. Тут  $r$ ,  $x$  – активний та індуктивний опори прямої послідовності схеми заміщення лінії електропередавання;  $U_1$ ,  $U_2$  – лінійна напруга на початку та наприкінці ділянки відповідно;  $P_n$ ,  $Q_n$  – активна та реактивна розрахункові потужності

навантаження наприкінці лінії електропередавання;  $P_1, P_2, Q_1, Q_2$  – потоки активної та реактивної потужності на початку та наприкінці ділянки розрахункової схеми відповідно;  $I$  – лінійний струм ділянки.

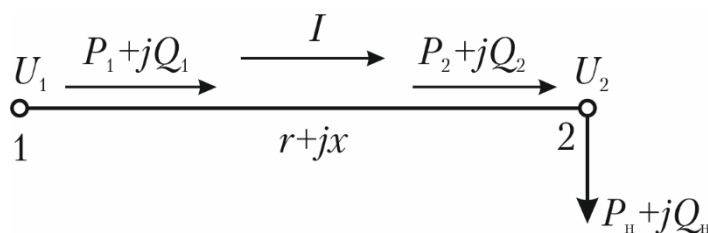


Рисунок 1.7 – Розрахункова схема найпростішої електричної системи

Розглянемо розв’язання режимної задачі найпростішої електричної системи за умовами початку. Відповідно до умов задачі, вихідними даними є напруга, потоки активної та реактивної потужності на початку лінії. Мета моделювання лінії електропередавання полягає у визначенні напруги та потоків активної і реактивної потужності наприкінці лінії, струму в лінії, втрат активної та реактивної потужності на передавання електричної енергії.

Прийmemo нульове значення фазового кута вектора напруги на шинах джерела живлення

$$\psi_{U_1} = 0.$$

Відповідно до закону Ома, для ділянки лінії електропередавання можна записати вираз для визначення вектора напруги наприкінці лінії:

$$\dot{U}_2 = U_1 - \Delta \dot{U} = U_1 - \dot{I}z.$$

Тут струм лінії можна визначити за потоком потужності та напругою на початку електропередачі

$$\dot{I} = \frac{P_1 + jQ_1}{U_1}. \quad (1.9)$$

У вищенаведеному виразі враховано нульове значення фазового кута вектора напруги на шинах джерела живлення.

Тоді напруга на шинах пункту навантаження дорівнює<sup>1</sup>

$$\dot{U}_2 = U_1 - \frac{P_1 + jQ_1}{U_1} (r + jx) = U_1 - \frac{P_1 r - Q_1 x}{U_1} - j \frac{P_1 x + Q_1 r}{U_1}. \quad (1.10)$$

Потік потужності наприкінці електропередачі визначають за виразом

<sup>1</sup> Відповідно до рекомендацій МЕК рівняння закону Ома для ділянки лінії електропередавання має вигляд  $\dot{U}_2 = U_1 - \frac{P_1 r + Q_1 x}{U_1} - j \frac{P_1 x - Q_1 r}{U_1}$ .

$$\dot{S}_2 = iU_2^2 = i(U_1 - I^2 z) = \dot{S}_1 - I^2 z = \dot{S}_1 - \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} (r - jx). \quad (1.11)$$

Складова  $\frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} (r - jx)$  у виразі (1.11) визначає втрати потужності в лінії<sup>1</sup>

$$\Delta \dot{S} = \dot{S}_1 - \dot{S}_2 = \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} (r - jx), \quad (1.12)$$

або

$$\Delta \dot{S} = I^2 z = \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} (r - jx),$$

що повністю відповідає виразу (1.12).

Модуль вектора напруги наприкінці електропередачі, відповідно до виразу (1.10), становить<sup>2</sup>

$$\begin{aligned} |U_2| &= \sqrt{\left( U_1 - \frac{P_1 r - Q_1 x}{U_1} \right)^2 + \left( \frac{P_1 x + Q_1 r}{U_1} \right)^2} = \\ &= \sqrt{U_1^2 - 2(P_1 r - Q_1 x) + \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} (r^2 + x^2)} = \\ &= \sqrt{U_1^2 - 2(P_1 r - Q_1 x) + \Delta P r - \Delta Q x} = \sqrt{U_1^2 - 2(Pr - Qx)}, \end{aligned} \quad (1.13)$$

де  $P = P_1 - 0,5\Delta P$ ,  $Q = Q_1 - 0,5\Delta Q$  – середні лінійні активна та реактивна потужності на ділянці.

Фазовий кут вектора напруги на шинах навантаження дорівнює

$$\psi_{U_2} = -\arctan \left( \frac{\frac{P_1 x + Q_1 r}{U_1}}{U_1 - \frac{P_1 r - Q_1 x}{U_1}} \right) = -\arctan \left( \frac{P_1 x + Q_1 r}{U_1^2 - (P_1 r - Q_1 x)} \right).$$

Розв'язання такої режимної задачі можна проілюструвати векторною діаграмою, наведеною на рис. 1.8. Очевидно, що така векторна діаграма є спрощеною по відношенню до наведеної на рис. 1.5. Дійсно, подання контурів поперечних провідностей схеми заміщення лінії електропередавання додатковими фіктивними навантаженнями у складі

<sup>1</sup> Відповідно до рекомендацій МЕК втрати потужності на ділянці лінії електропередавання визначають за виразом  $\Delta \dot{S} = I^2 z = \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} (r + jx)$ .

<sup>2</sup> Відповідно до рекомендацій МЕК вираз (1.13) має вигляд  $|U_2| = \sqrt{U_1^2 - 2(Pr + Qx)}$ .

розрахункових потужностей навантажень на початку та наприкінці лінії спрощує векторну діаграму струмів, оскільки зникає необхідність розрахунку струмів витoku лінії електропередавання.

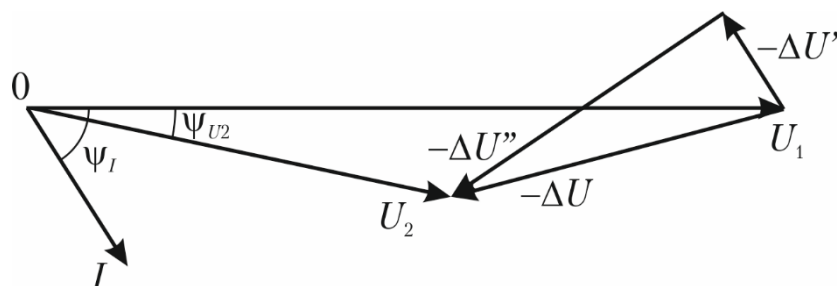


Рисунок 1.8 – Векторна діаграма напруг та струмів електропередачі за умовами початку

Векторна діаграма напруг та струмів на рис. 4.8 побудована виходячи з наступних припущень. Вважається, що фазовий кут вектора напруги на початку лінії дорівнює нулю. Це означає, що на діаграмі вектор напруги на початку електропередачі суміщено з віссю дійсних чисел (рис. 1.8). Типове електричне навантаження носить активно-індуктивний характер. Це визначає відставання вектору струму на початку електропередачі від вектора напруги. Такий струм визначають за виразом (1.9), він містить дійсну та уявну складові, при чому уявна складова відстає від вектору напруги на кут  $90^\circ$ . А фазовий кут вектора струму лінії визначається коефіцієнтом потужності на початку електропередачі

$$\psi_I = -\arccos(\cos \varphi_1),$$

де  $\cos \varphi_1$  – коефіцієнт потужності на початку лінії електропередавання.

Падіння напруги на поздовжній ділянці схеми заміщення лінії електропередачі визначають за законом Ома за виразом

$$\Delta \dot{U} = \dot{I}(r + jx). \quad (1.14)$$

Відповідно до виразу 1.14 падіння напруги на поздовжній ділянці має дві складові

$$\Delta U' = \dot{I}r;$$

$$\Delta U'' = \dot{I}x;$$

$$\Delta \dot{U} = \Delta U' + j\Delta U'',$$

де  $\Delta U'$  – падіння напруги на активному опорі схеми заміщення;  $\Delta U''$  – падіння напруги на індуктивному опорі;  $\Delta \dot{U}$  – повний вектор падіння напруги.

Очевидно, що перша складова падіння напруги збігається по фазі з вектором струму на ділянці електропередачі, а друга складова випереджає вектор струму на  $90^\circ$ . Повний вектор падіння напруги визначається геометричною сумою зазначених складових.

Напругу наприкінці лінії електропередавання визначають за виразом

$$\dot{U}_2 = U_1 - \Delta \dot{U}. \quad (1.15)$$

Для отримання вектора напруги наприкінці лінії, відповідно до виразу (1.15), необхідно знайти геометричну суму векторів напруги на початку електропередачі та падіння напруги на поздовжній ділянці розрахункової схеми. Для цього на векторній діаграмі необхідно з кінця вектора напруги на початку лінії побудувати складові вектору падіння напруги із від'ємними знаками, тобто тієї самої довжини, але протилежні за напрямом. Вектор між точкою початку координат і кінцем вектору падіння напруги являє собою вектор напруги наприкінці електропередачі, тобто на шинах навантаження.

В аналогічний спосіб виконують розв'язання зворотної задачі моделювання режиму лінії електропередавання за умовами кінця. Тут розрахунки проводять за наведеною вище схемою, але у протилежному напрямку. Так, із віссю дійсних чисел суміщують вектор напруги наприкінці електропередачі, а струм лінії визначають за розрахунковою потужністю навантаження

$$\dot{I} = \frac{P_2 + jQ_2}{U_2} = \frac{P_{\text{н}} + jQ_{\text{н}}}{U_2}.$$

Напругу на початку електропередачі знаходять шляхом додавання до вектору напруги наприкінці електропередачі вектора падіння напруги

$$\dot{U}_1 = U_2 + \frac{P_2 + jQ_2}{U_2} (r + jx) = U_2 + \frac{P_2 r - Q_2 x}{U_2} + j \frac{P_2 x + Q_2 r}{U_2}, \quad (1.16)$$

або

$$|U_1| = \sqrt{U_2^2 + 2(P_2 r - Q_2 x)};$$

$$\psi_{U_1} = \arctan \left( \frac{P_2 x + Q_2 r}{U_2^2 + (P_2 r - Q_2 x)} \right).$$

Потік потужності на початку лінії знаходять шляхом додавання до потужності наприкінці електропередачі втрат

$$\dot{S}_1 = \dot{S}_2 + \Delta \dot{S} = \dot{S}_2 + \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} (r - jx).$$

Відповідну векторну діаграму напруг та струмів наведено на рис. 1.9.

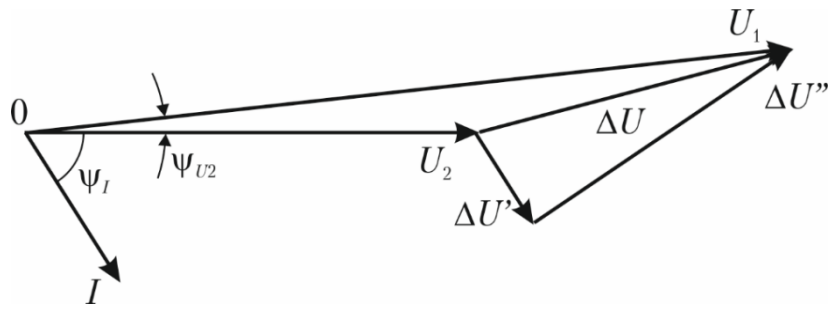


Рисунок 1.9 – Векторна діаграма напруг та струмів електропередачі за умовами кінця

Аналіз виразів (1.10) або (1.16) свідчить про те, що падіння напруги на ділянці електропередачі містить дві складові – поздовжню та поперечну. Поздовжня складова падіння напруги, визначена, наприклад, за умовами початку збігається за фазою з вектором напруги на початку електропередачі. Таку величину розраховують за виразом

$$\Delta U' = \frac{P_1 r - Q_1 x}{U_1}$$

у разі, коли вектор напруги на початку електропередачі суміщено із віссю дійсних чисел, або

$$\Delta \dot{U}' = \frac{P_1 r - Q_1 x}{U_1^2}$$

у загальному випадку.

Поперечна складова вектора падіння напруги відстає (або випереджає) вектор напруги на початку електропередачі на  $90^\circ$  та в загальному випадку визначається виразом

$$\Delta \dot{U}'' = \frac{P_1 x + Q_1 r}{U_1^2}. \quad (1.17)$$

В аналогічний спосіб визначають складові вектора падіння напруги за умовами кінця електропередачі

$$\begin{aligned} \Delta \dot{U}' &= \frac{P_2 r - Q_2 x}{U_2^2}; \\ \Delta \dot{U}'' &= \frac{P_2 x + Q_2 r}{U_2^2}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Очевидно, що в цьому разі поняття повздовжньої та поперечної складових визначаються по відношенню до вектора напруги наприкінці електропередачі.



Таким чином, поздовжня та поперечна складові вектора падіння напруги, визначені за умовами початку та кінця електропередачі не є еквівалентними

$$\begin{aligned}\Delta\dot{U}'_{\Pi} &= \frac{P_1 r - Q_1 x}{U_1^2} \neq \frac{P_2 r - Q_2 x}{U_2^2} = \Delta\dot{U}'_{\kappa}; \\ \Delta\dot{U}''_{\Pi} &= \frac{P_1 x + Q_1 r}{U_1^2} \neq \frac{P_2 x + Q_2 r}{U_2^2} = \Delta\dot{U}''_{\kappa}.\end{aligned}\quad (1.19)$$

Таке положення проілюстровано векторною діаграмою напруг, наведеною на рис. 1.10. Дійсно, відповідно до рис. 1.10 поздовжня та поперечна складові вектору падіння напруги визначаються по відношенню до векторів напруги на початку або наприкінці електропередачі, які не співпадають за фазою.

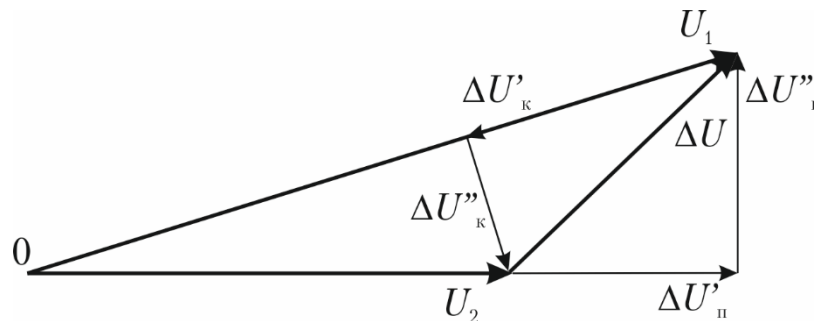


Рисунок 1.10 – Ілюстрація визначення падіння напруги за умовами початку та кінця електропередачі

Відставальний або випереджальний характер поперечної складової вектора падіння напруги визначається співвідношенням складових  $Px$  та  $Qr$ , наприклад, у виразах (1.19). Тут варто пам'ятати, що навантаження електропередачі, зазвичай, має активно-індуктивний характер, тобто реактивна потужність, наприклад, на початку електропередачі у виразах (1.19) подана від'ємною величиною<sup>1</sup>.

Відомо, що в електричних мережах напругою 110 кВ і нижче імпедансні кути поздовжніх ділянок схем заміщення повітряних ліній електропередавання близькі до  $45^\circ$ . Це означає сумірність активних та індуктивних опорів відповідних розрахункових схем. До того ж в таких мережах абсолютні значення потоків активної та реактивної потужності

<sup>1</sup> Зазначимо, що для моделей, побудованих відповідно до рекомендацій МЕК, індуктивна реактивна потужність навантаження електропередачі представляється додатною величиною. Водночас вираз для визначення поперечної складової падіння напруги, наприклад, за умовами початку має вигляд  $\Delta\dot{U}''_{\Pi} = \frac{P_1 x - Q_1 r}{U_1^2}$ . Це означає, що міркування щодо співвідношення між складовими  $Px$  та  $Qr$  для моделей, побудованих за рекомендаціями МЕК повністю аналогічні наведеним.

також сумірні. Все це визначає зневажливо малі поперечні складові векторів падіння напруги на ділянках таких мереж. Дійсно, для таких електричних систем виконується співвідношення

$$Px + Qr \approx 0,$$

що дозволяє проводити розрахунки режиму напруги лише за поздовжніми складовими векторів падіння напруг, тобто нехтуючи розворотом за фазою векторів напруги у суміжних пунктах розрахункової схеми.

Під час моделювання режимів електричних мереж з номінальною напругою 110 кВ, а, особливо, 35 кВ та нижче часто використовують поняття *втрати напруги*. Під втратою напруги розуміють різницю модулів векторів напруги на початку та наприкінці ділянки розрахункової схеми, тобто алгебраїчну різницю векторів напруги на відміну від падіння напруги, яке визначається геометричною різницею відповідних векторів.

Поняття втрати напруги проілюстровано на рис. 1.11. Тут  $\Delta U'$ ,  $|\Delta U|$  – поздовжня складова та модуль вектора падіння напруги відповідно;  $\delta U$  – втрата напруги.

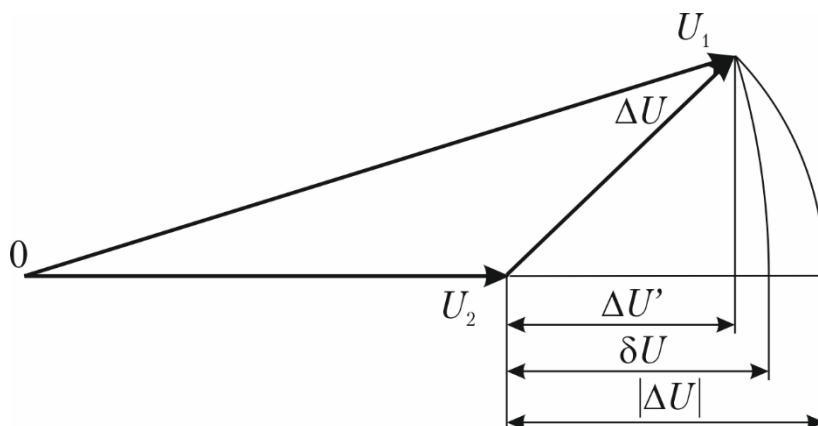


Рисунок 1.11 – Ілюстрація поняття втрат напруги

З рис. 1.11 випливає, що

$$\Delta U' < \delta U < |\Delta U|.$$

Разом з тим, виходячи з особливостей режимів електричних мереж напругою до 110 кВ умовно можна вважати, що для таких електричних систем

$$\delta U \approx \Delta U' \approx \Delta U.$$

У такій ситуації рівняння закону Ома для ділянки схеми за умовами початку набуває вигляду

$$U_2 = U_1 - \frac{P_1 r - Q_1 x}{U_1},$$

або

$$U_1 = U_2 + \frac{P_2 r - Q_2 x}{U_2},$$

за умовами кінця електропередачі.

Розглянемо далі моделювання передавання електричної енергії по лінії електропередавання у разі, коли коефіцієнт потужності на початку лінії дорівнює одиниці. Це означає, що повна потужність на початку електропередачі містить лише активну складову, а вектор струму збігається за фазою з вектором напруги.

У цьому разі рівняння закону Ома для поздовжньої ділянки електропередачі набуває вигляду

$$\dot{U}_2 = U_1 - \frac{P_1 r}{U_1} - j \frac{P_1 x}{U_1}, \quad (1.20)$$

що проілюстровано векторною діаграмою напруг та струмів, представленою на рис. 1.12. Аналіз виразу (1.20) та векторної діаграми на рис. 1.12 свідчить про те, що поперечна складова вектору падіння напруги, тобто розворот вектора напруги наприкінці електропередачі по відношенню до її початку (кут  $\delta_{12}$  на рис. 1.12) визначається індуктивним опором електропередачі.

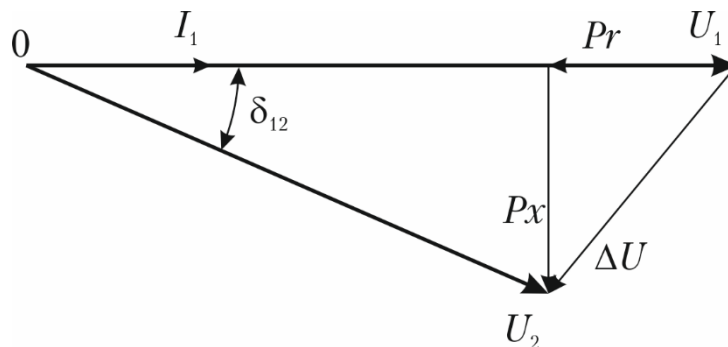


Рисунок 1.12 – Ілюстрація поняття електричної відстані

Тут можна провести певну аналогію з поняттям хвильової довжини лінії, яка визначає розворот вектору напруги наприкінці електропередачі по відношенню до початку внаслідок затримки розповсюдження електромагнітної хвилі вздовж лінії. Аналогічно індуктивний опір лінії електропередавання визначає розворот вектору напруги наприкінці лінії. Такий параметр називають **електричною довжиною електропередачі**, або **електричною відстанню** між початком та кінцем електропередачі.

Електрична відстань вимірюється в Омах, дорівнює індуктивному опору електропередачі та визначає поперечну складову вектора падіння напруги у разі, коли коефіцієнт потужності на початку лінії дорівнює одиниці.

#### 1.4 Розрахунок лінії електропередавання з рівномірно розподіленим навантаженням

Розглянемо лінію електропередавання, до якої на однакових відстанях підключено однакові навантаження. За таким принципом організовано, наприклад, вуличне освітлення міст та селищ. За певних умов таку лінію можна розглядати як лінію з рівномірно розподіленим навантаженням. На рис. 1.13 подано розрахункову схему такої лінії електропередавання. Тут  $i$  – струм питомого навантаження;  $dl$  – елементарна ділянка лінії;  $l$  – відстань від початку лінії;  $L$  – загальна довжина лінії електропередавання.

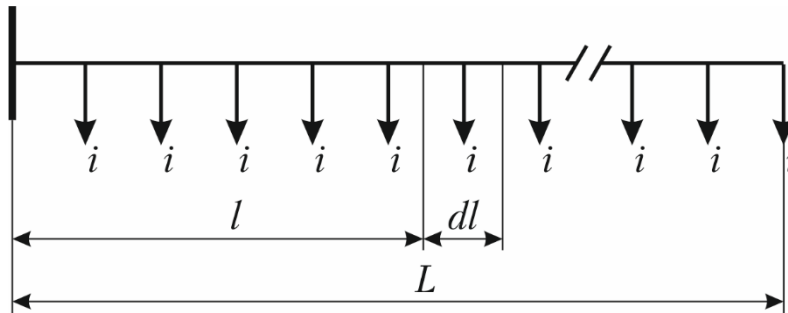


Рисунок 1.13 – Розрахункова схема лінії з рівномірно розподіленим навантаженням

Очевидно, що кожна елементарна ділянка лінії електропередавання характеризується струмовим навантаженням  $idl$ . Для всієї лінії сумарний струм навантаження дорівнює

$$I = \int_0^L idl = iL.$$

Таким чином, через першу елементарну ділянку лінії тече повний сумарний струм. Із віддаленням від початку лінії струм зменшується і на певній відстані від початку дорівнює

$$I_l = i(L - l),$$

де  $l$  – відстань від початку лінії електропередавання.

Для визначення втрат активної потужності в досліджуваній лінії електропередавання варто розрахувати інтеграл вигляду

$$\Delta P = \int_0^L (i(L - l))^2 r_0 dl = i^2 r_0 \frac{(L - l)^3}{3} \Big|_0^L = \frac{1}{3} i^2 r_0 L^3 = \frac{1}{3} I^2 R, \quad (1.21)$$

де  $r_0$  – питомий активний опір лінії електропередавання;  $R = r_0 L$  – сумарний активний опір лінії.

Аналіз виразу (1.21) свідчить про те, що втрати активної потужності в лінії електропередавання з рівномірно розподіленим навантаженням у три рази менші, ніж у такій самій лінії із зосередженим навантаженням, прикладеним наприкінці електропередачі. Це означає, що для еквівалентного заміщення лінії електропередавання з рівномірно розподіленим навантаженням лінією із зосередженим навантаженням необхідно сумарне навантаження електропередачі прикласти на відстані  $1/3$  від початку лінії. Можливий, також інший підхід, який полягає в поділенні сумарного навантаження електропередачі таким чином, щоб струм зосередженого навантаження наприкінці електропередачі становив  $1/\sqrt{3}$  від сумарного навантаження електропередачі. Решту частину навантаження прикладають на початку розрахункової схеми ліній. В результаті таких дій втрати активної потужності в еквівалентній лінії електропередавання будуть такими самими, що й в лінії із рівномірно розподіленим навантаженням. Очевидно, що перший з розглянутих підходів відповідає принципам формування *несиметричної «Т»-подібної схеми заміщення лінії*, а другий – *несиметричної «П»-подібної*.

Розглянемо далі визначення падіння напруги в лінії електропередавання з рівномірно розподіленим навантаженням. Падіння напруги на кожній елементарній ділянці лінії визначається законом Ома, записаним у вигляді

$$d\Delta U = i(L - l)r_0 dl .$$

У свою чергу сумарне падіння напруги дорівнює

$$\Delta U = \int_0^L i(L - l)r_0 dl = ir_0 \left. \frac{(L - l)^2}{2} \right|_0^L = \frac{1}{2} ir_0 L^2 = \frac{1}{2} IR . \quad (1.22)$$

З аналізу виразу (1.22) свідчить про те, що падіння напруги в лінії електропередавання з рівномірно розподіленим навантаженням у два рази менше, ніж у такій самій лінії з зосередженим навантаженням, прикладеним наприкінці електропередачі. Це означає, що для еквівалентного заміщення лінії електропередавання з рівномірно розподіленим навантаженням лінією із зосередженим навантаженням необхідно сумарне навантаження електропередачі прикласти в середині лінії. Можливий, також інший підхід, який полягає в поділенні сумарного навантаження електропередачі навпіл та прикладення його на початку та наприкінці розрахункової схеми лінії. Очевидно, що перший з розглянутих підходів відповідає принципам формування *симетричної «Т»-подібної схеми заміщення лінії*, а другий – *симетричної «П»-подібної*.

З наведених міркувань випливає неможливість абсолютно точного еквівалентного заміщення лінії з рівномірно розподіленим навантаженням лінією із зосередженим навантаженням. Дійсно, зосередження навантаження

на відстані 1/3 від загальної довжини лінії визначає однакові значення втрат активної потужності, але призводить до викривлення режиму напруги в еквівалентній схемі. Інакше, зосередження навантаження в середині лінії визначає еквівалентність режиму напруги, проте визначає похибку в розрахунку втрат активної потужності. Аналогічна ситуація спостерігається у разі застосування принципів формування несиметричних та симетричних «П»-подібних схем заміщення ліній електропередавання.

Як зазначалося вище, залучення принципів формування симетричних схем заміщення ліній електропередавання забезпечує еквівалентність режиму напруги у розрахунковій схемі електропередачі, проте викривлює результати розрахунку втрат активної потужності. Оцінимо похибку у визначенні втрат активної потужності у разі застосування принципів формування симетричних «Т»- або «П»-подібних схем заміщення ліній електропередавання. У разі застосування симетричної «Т»-подібної схеми заміщення ліній електропередавання розрахункові втрати активної потужності дорівнюють

$$\Delta P_T = \frac{1}{2} I^2 R,$$

що визначає похибку

$$\Delta = \frac{1}{2} I^2 R - \frac{1}{3} I^2 R = \frac{1}{6} I^2 R = 0,5 \Delta P.$$

Таким чином, застосування принципів формування симетричних «Т»-подібних схем заміщення ліній електропередавання призводить до завищення на 50% результатів розрахунку втрат активної потужності.

У разі застосування симетричної «П»-подібної схеми заміщення ліній електропередавання розрахункові втрати активної потужності дорівнюють

$$\Delta P_{\Pi} = \left(\frac{I}{2}\right)^2 R = \frac{1}{4} I^2 R,$$

що визначає похибку

$$\Delta = \frac{1}{4} I^2 R - \frac{1}{3} I^2 R = -\frac{1}{12} I^2 R = -0,25 \Delta P.$$

Тобто застосування принципів формування симетричних «П»-подібних схем заміщення ліній електропередавання призводить до заниження на 25% результатів розрахунку втрат активної потужності.

Аналіз отриманих результатів свідчить про те, що застосування «П»-подібних схем заміщення ліній електропередавання призводить до викривлення результатів визначення втрат активної потужності меншою мірою, ніж у разі застосування «Т»-подібних схем заміщення. Це є однією з причин того, що в практиці моделювання режимів електричних систем найбільшого поширення набули саме симетричні «П»-подібні схеми заміщення ліній електропередавання. Водночас, очевидно, що

загальноприйняті симетричні «П»-подібні схеми заміщення ліній електропередавання не забезпечують абсолютно точного моделювання процесу передавання електричної енергії по лінії.

### 1.5 Електричний розрахунок радіальної електропередачі, яка живить декілька навантажень

Електричний розрахунок радіальної лінії електропередавання, яка живить кілька навантажень, базується на тих самих принципах, що і розглянутий у розділі 5 розрахунок найпростішої електричної системи. Такий розрахунок здійснюють за окремими ділянками електропередачі. Кожну ділянку представляють своєю схемою заміщення. Потім послідовно розглядають кожну з таких ділянок і визначають струми витоку, навантажувальні струми на ділянках лінії та режим напруги пунктів схеми.

Розглянемо, наприклад, електричний розрахунок радіальної лінії електропередавання, яка живить два зосереджених струмові навантаження, прикладених в пунктах 1 і 2. Розрахункова схема досліджуваної мережі наведена на рис. 1.14 а.

Для кожної з ділянок лінії прийемо симетричну «П»-подібну схему заміщення. Схема заміщення досліджуваної електричної системи показана на рис. 1.14 б. Тут поперечні провідності в пункті 1 являють собою еквівалентну провідність

$$\underline{y}_{1e} = \frac{1}{2} ((g_{01} + g_{12}) + j(b_{01} + b_{12})).$$

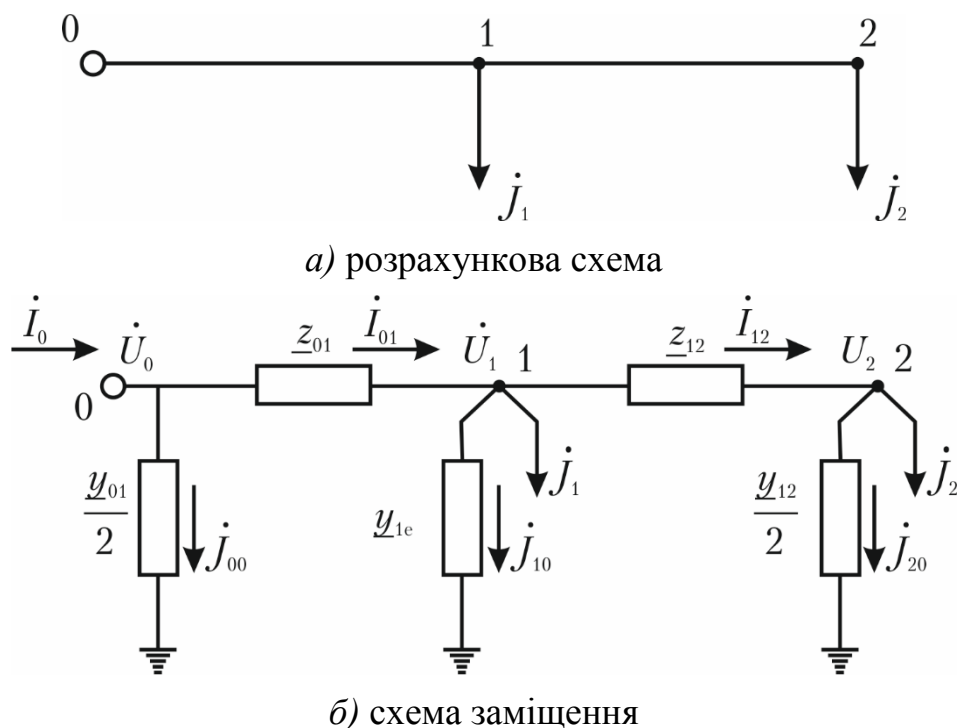


Рисунок 1.14 – Радіальна лінія електропередавання із струмовими навантаженнями

Припустимо, що напруга на шинах пункту 2 наприкінці електропередачі відома. Це відповідає електричному розрахунку радіальної лінії за умовами кінця. Будемо вважати, що фазовий кут вектора напруги наприкінці електропередачі дорівнює нулю, тобто вектор цієї напруги суміщено з віссю дійсних чисел векторної діаграми напруг та струмів, поданий на рис. 1.15.

Загалом струми навантажень мають активно-індуктивний характер. Тому на діаграмі рис. 1.15 вектор струму навантаження пункту 2 зображено відстаючим від відповідного вектора напруги.

Визначимо струм витоку через ділянку поперечної провідності, під'єднану до пункту 2 схеми заміщення електропередачі (див. рис. 1.14 б). Відповідно до закону Ома такий струм дорівнює

$$\dot{I}_{20} = U_2 \frac{1}{2} (g_{12} + jb_{12}) = 0,5U_2 g_{12} + j0,5U_2 b_{12} = I'_{20} + jI''_{20}. \quad (1.23)$$

З аналізу виразу (1.23) випливає, що струм витоку містить дві складові – поздовжню та поперечну. Поздовжня складова  $I'_{20} = 0,5U_2 g_{12}$  відповідає струму витоку через поперечну активну провідність і співпадає за фазою із вектором напруги наприкінці електропередачі. Поперечна складова  $I''_{20} = 0,5U_2 b_{12}$  відповідає струму витоку через ємнісну провідність та випереджає вектор напруги на  $90^\circ$ .

Вектор струму на ділянці 1–2 визначається геометричною сумою векторів струмів навантаження в пункті 2 та струму витоку через поперечну провідність наприкінці ділянки 1–2

$$\dot{I}_{12} = \dot{J}_2 + \dot{I}_{20}.$$

Такий струм визначає падіння напруги на поздовжній ділянці 1–2:

$$\Delta \dot{U}_{12} = \dot{I}_{12} (r_{12} + jx_{12}) = \dot{I}_{12} r_{12} + j\dot{I}_{12} x_{12} = \Delta \dot{U}'_{12} + j\Delta \dot{U}''_{12}. \quad (1.24)$$

Відповідно до виразу (1.24) вектор падіння напруги на поздовжній ділянці 1–2 містить дві складові. Поздовжня складова  $\Delta \dot{U}'_{12} = \dot{I}_{12} r_{12}$  відповідає падінню напруги на активному опорі ділянки та збігається за фазою з вектором струму на ділянці 1–2.

У свою чергу поперечна складова  $\Delta \dot{U}''_{12} = \dot{I}_{12} x_{12}$  відповідає падінню напруги на індуктивному опорі ділянки та випереджає вектор струму на ділянці 1–2 на  $90^\circ$ .

Напругу на шинах пункту 1 визначають як геометричну суму векторів напруги на шинах пункту 2 та падіння напруги на ділянці 1–2:

$$\dot{U}_1 = U_2 + \Delta \dot{U}_{12}.$$



Під дією напруги на шинах пункту 1 електропередачі через відповідну ділянку поперечної провідності протікає струм витоку

$$\dot{I}_{10} = \dot{U}_1 (g_{1e} + jb_{1e}) = \dot{U}_1 g_{1e} + j\dot{U}_1 b_{1e} = I'_{10} + jI''_{10}.$$

Такий струм також містить дві складові – таку, що збігається за фазою та таку, що випереджає на  $90^\circ$  вектор напруги на шинах пункту 1.

Вектор струму на ділянці 0–1 електропередачі, відповідно до першого закону Кірхгофа, визначається геометричною сумою векторів струмів на ділянці 1–2, струму навантаження в пункті 1 та струму витоку через гілку поперечної провідності, під'єднану до пункту 1 розрахункової схеми (див. рис. 1.14 б):

$$\dot{I}_{01} = \dot{I}_{12} + \dot{J}_1 + \dot{I}_{10}.$$

Такий струм визначає падіння напруги на поздовжній ділянці 0–1:

$$\Delta\dot{U}_{01} = \dot{I}_{01} (r_{01} + jx_{01}) = \dot{I}_{01} r_{01} + j\dot{I}_{01} x_{01} = \Delta\dot{U}'_{01} + j\Delta\dot{U}''_{01}.$$

Очевидно, що вектор падіння напруги на поздовжній ділянці 0–1 також містить дві складові – таку, що збігається за фазою та таку, що випереджає на  $90^\circ$  вектор струму на ділянці 0–1.

Вектор напруги на шинах джерела живлення (пункту 0 розрахункової схеми) визначають як геометричну суму векторів напруги на шинах пункту 1 та падіння напруги на ділянці 0–1:

$$\dot{U}_0 = \dot{U}_1 + \Delta\dot{U}_{01}.$$

Така напруга визначає струм витоку через ділянку поперечної провідності на початку ділянки 0–1

$$\dot{I}_{00} = \dot{U}_0 \frac{1}{2} (g_{01} + jb_{01}) = 0,5\dot{U}_0 g_{01} + j0,5\dot{U}_0 b_{01} = I'_{00} + jI''_{00}.$$

Складові такого струму співпадають за фазою та випереджають на  $90^\circ$  вектор напруги на шинах джерела живлення.

Геометрична сума векторів струму на ділянці 0–1 та струму витоку через ділянку поперечної провідності, під'єднану до пункту 0 розрахункової схеми, визначає вектор струму джерела живлення

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_{01} + \dot{I}_{00}.$$

Векторна діаграма напруг та струмів усталеного режиму радіальної електропередачі, яка живить два зосереджені навантаження, побудована на підставі розглянутих міркувань, подана на рис. 1.15.

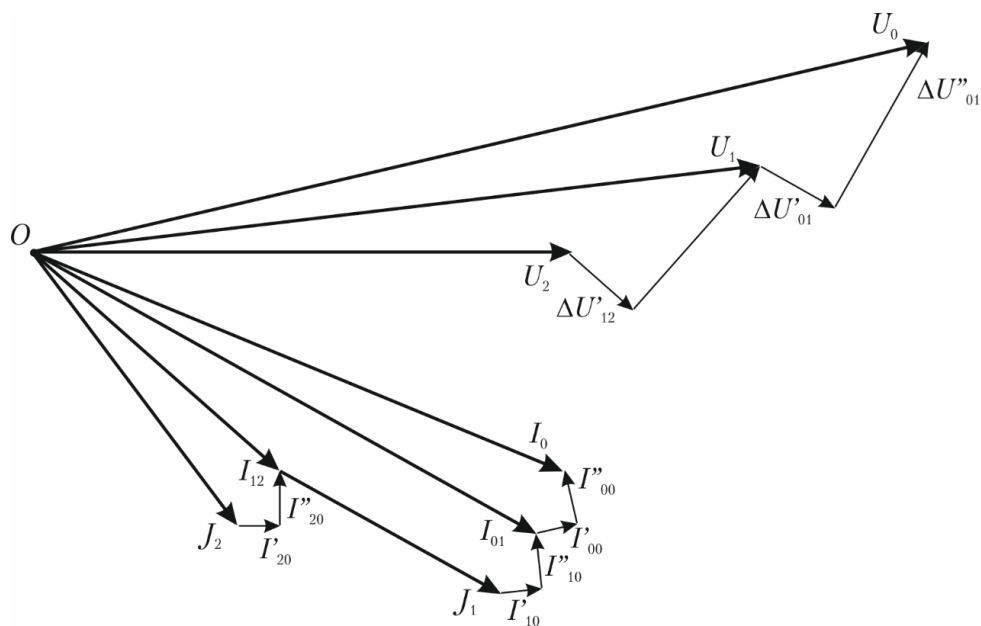


Рисунок 1.15 – Векторна діаграма напруг та струмів радіальної лінії електропередавання із двома навантаженнями

Для радіальної лінії електропередавання, яка живить декілька навантажень, заданих потужностями, розрахунок варто виконувати шляхом послідовного розгляду кожної окремої ділянки лінії так саме, як і у разі лінійних навантажень. Розглянемо, наприклад, електричний розрахунок радіальної лінії електропередавання, поданої на рис. 1.16, яка живить два нелінійні навантаження, прикладені в пунктах 1 і 2, виражені фіксованими значеннями активної та реактивної потужності.

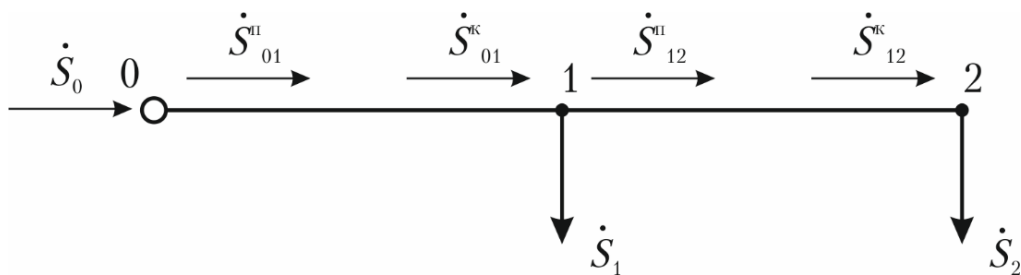


Рисунок 1.16 – Розрахункова схема радіальної лінії електропередавання з навантаженнями у формі потужностей

Для реалізації такого розрахунку доцільно використовувати поняття розрахункового навантаження пунктів схеми, яке включає задане навантаження споживачів і втрати потужності в поперечних елементах схеми заміщення суміжних ділянок розрахункової схеми. Таким чином, розрахункова схема електричної системи містить тільки поздовжні елементи схем заміщення ділянок лінії електропередачі (активні та

індуктивні опори) і нелінійні джерела струму, які відповідають розрахунковим потужностям в пунктах схеми.

Припустимо, що напруга на шинах пункту 2 відома наперед. Це відповідає електричному розрахунку радіальної лінії за умовами кінця. Будемо вважати, що фазовий кут вектора напруги наприкінці електропередачі дорівнює нулю.

Розглянемо послідовно всі ділянки схеми, починаючи з найбільш віддаленого пункту 2. Потік потужності наприкінці ділянки 1-2 чисельно дорівнює розрахунковій потужності пункту 2 схеми

$$\dot{S}_{12}^{\kappa} = \dot{S}_2,$$

де  $\dot{S}_2$  – розрахункова потужність пункту 2 схеми.

Потік потужності по ділянці 1–2 радіальної лінії визначає втрати активної та реактивної потужності в поздовжньому опорі ділянки

$$\Delta \dot{S}_{12} = \frac{S_{12}^{\kappa 2}}{U_2^2} (r_{12} - jx_{12}),$$

або

$$\Delta P_{12} = \frac{P_{12}^{\kappa 2} + Q_{12}^{\kappa 2}}{U_2^2} r_{12};$$

$$\Delta Q_{12} = -\frac{P_{12}^{\kappa 2} + Q_{12}^{\kappa 2}}{U_2^2} x_{12}.$$

Потік потужності на початку ділянки 1–2 відрізняється від потоку наприкінці ділянки на величину втрат

$$\dot{S}_{12}^{\pi} = \dot{S}_{12}^{\kappa} + \Delta \dot{S}_{12}.$$

За законом Ома визначають напругу на шинах пункту 1 розрахункової схеми електропередачі

$$\dot{U}_1 = U_2 + \frac{S_{12}^{\kappa}}{U_2} z_{12} = U_2 + \frac{P_{12}^{\kappa} r_{12} - Q_{12}^{\kappa} x_{12}}{U_2} + j \frac{P_{12}^{\kappa} x_{12} + Q_{12}^{\kappa} r_{12}}{U_2}. \quad (1.25)$$

У виразі (1.25) передбачено, що фазовий кут вектора напруги на шинах пункту 2 електропередачі дорівнює нулю.

Модуль вектора напруги на шинах пункту 1 дорівнює

$$|U_1| = \sqrt{U_2^2 + 2(P_{12} r_{12} - Q_{12} x_{12})},$$

де  $P_{12}$ ,  $Q_{12}$  – середні лінійні активна та реактивна потужності на ділянці 1–2.

Фазовий кут вектора напруги на шинах пункту 1 становить

$$\psi_{U_1} = \arctan \left( \frac{P_{12}^k x_{12} + Q_{12}^k r_{12}}{U_2^2 + P_{12}^k r_{12} - Q_{12}^k x_{12}} \right).$$

За наведеною схемою розглянемо далі ділянку 0–1 розрахункової схеми.

Відповідно до першого закону Кірхгофа потік потужності наприкінці ділянки 0–1 дорівнює сумі потоку потужності на початку ділянки 1–2 та розрахункової потужності пункту 1 схеми:

$$\dot{S}_{01}^k = \dot{S}_{12}^H + \dot{S}_1.$$

Втрати потужності на ділянці 0–1 визначають за виразом

$$\Delta \dot{S}_{01} = \frac{S_{01}^{k2}}{U_1^2} (r_{01} - jx_{01}),$$

або

$$\Delta P_{01} = \frac{P_{01}^{k2} + Q_{01}^{k2}}{U_1^2} r_{01};$$

$$\Delta Q_{01} = - \frac{P_{01}^{k2} + Q_{01}^{k2}}{U_1^2} x_{01}.$$

Потік потужності на початку ділянки 0–1 визначають сумою потоку потужності наприкінці ділянки та втрат потужності

$$\dot{S}_{01}^H = \dot{S}_{01}^k + \Delta \dot{S}_{01}.$$

Очевидно, що для радіальної електропередачі, представленої на рис. 4.16 потік потужності на початку ділянки 0–1 визначає розрахункову потужність джерела живлення

$$\dot{S}_0 = \dot{S}_{01}^H.$$

За законом Ома напруга на шинах джерела живлення дорівнює

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 &= \dot{U}_1 + \frac{P_{01}^k r_{01} - Q_{01}^k x_{01}}{U_1^2} + j \frac{P_{01}^k x_{01} + Q_{01}^k r_{01}}{U_1^2} = \\ &= U_2 + \frac{P_{12}^k r_{12} - Q_{12}^k x_{12}}{U_2} + j \frac{P_{12}^k x_{12} + Q_{12}^k r_{12}}{U_2} + \frac{P_{01}^k r_{01} - Q_{01}^k x_{01}}{U_1^2} + j \frac{P_{01}^k x_{01} + Q_{01}^k r_{01}}{U_1^2}. \end{aligned}$$

Модуль вектора напруги на шинах джерела живлення дорівнює

$$|U_0| = \sqrt{U_1^2 + 2(P_{12} r_{12} - Q_{12} x_{12})} = \sqrt{U_2^2 + 2(P_{01} r_{01} - Q_{01} x_{01} + P_{12} r_{12} - Q_{12} x_{12})},$$

де  $P_{01}$ ,  $Q_{01}$  – середні лінійні активна та реактивна потужності на ділянці 0–1.

Фазовий кут вектора напруги на шинах пункту джерела живлення становить

$$\begin{aligned}\psi_{U_0} &= \psi_{U_1} + \arctan\left(\frac{P_{01}^k x_{01} + Q_{01}^k r_{01}}{U_1^2 + P_{01}^k r_{01} - Q_{01}^k x_{01}}\right) = \\ &= \arctan\left(\frac{P_{12}^k x_{12} + Q_{12}^k r_{12}}{U_2^2 + P_{12}^k r_{12} - Q_{12}^k x_{12}}\right) + \arctan\left(\frac{P_{01}^k x_{01} + Q_{01}^k r_{01}}{U_1^2 + P_{01}^k r_{01} - Q_{01}^k x_{01}}\right),\end{aligned}$$

де  $U_1^2$ ,  $U_2^2$  – квадрати модулів векторів напруги на шинах пунктів 1 та 2 відповідно.

Сумарні втрати потужності на передавання енергії споживачам магістральної електропередачі можна визначити як різницю розрахункової потужності джерела живлення та суми розрахункових потужностей навантажень споживачів

$$\Delta \dot{S}_\Sigma = \dot{S}_0 - \dot{S}_1 - \dot{S}_2, \quad (1.26)$$

або як суму втрат потужності на ділянках магістральної лінії електропередавання

$$\Delta \dot{S}_\Sigma = \Delta \dot{S}_{01} + \Delta \dot{S}_{12}. \quad (1.27)$$

Зазначимо, що визначені за виразами (1.26) або (1.27) сумарні втрати потужності являють собою лише навантажувальні втрати, тобто втрати потужності в поздовжніх елементах схеми заміщення магістральної лінії. Це пояснюється тим, що постійні втрати, тобто втрати в поперечних елементах схеми заміщення враховано у складі розрахункових потужностей навантажень магістральної електропередачі.

Наведену схему моделювання усталеного режиму магістральної лінії електропередавання можна розповсюдити на будь-яку кількість ділянок розрахункової схеми. У цьому разі режим напруги визначають за загальним виразом закону Ома

$$\dot{U}_i = \dot{U}_j + \frac{S_{ij}^k}{U_j^2} z_{ij} = \dot{U}_j + \frac{P_{ij}^k r_{ij} - Q_{ij}^k x_{ij}}{U_j^2} + j \frac{P_{ij}^k x_{ij} + Q_{ij}^k r_{ij}}{U_j^2},$$

або

$$\dot{U}_k = U_n + \sum_{i=k+1}^n \left( \frac{P_{i-1,i}^k r_{i-1,i} - Q_{i-1,i}^k x_{i-1,i}}{U_i^2} + j \frac{P_{i-1,i}^k x_{i-1,i} + Q_{i-1,i}^k r_{i-1,i}}{U_i^2} \right), \quad (1.28)$$

де  $n$  – індекс пункту наприкінці магістральної лінії електропередавання.

У виразі (1.28) прийнята послідовна індексація пунктів розрахункової схеми починаючи від джерела живлення.

Модуль вектора напруги на шинах довільного пункту розрахункової схеми магістральної електропередачі можна визначити за виразом

$$|U_k| = \sqrt{U_n^2 + 2 \sum_{i=k+1}^n (P_{i-1,i} r_{i-1,i} - Q_{i-1,i} x_{i-1,i})},$$

де  $P_{i-1,i}$ ,  $Q_{i-1,i}$  – середні лінійні активна та реактивна потужності на ділянці  $i-1,i$ .

Фазовий кут вектора напруги на шинах довільного пункту дорівнює

$$\psi_{U_k} = \sum_{i=k+1}^n \left( \frac{P_{i-1,i}^k x_{i-1,i} + Q_{i-1,i}^k r_{i-1,i}}{U_i^2 + P_{i-1,i}^k r_{i-1,i} - Q_{i-1,i}^k x_{i-1,i}} \right),$$

де  $U_i^2$  – квадрат модулю вектора напруги на шинах  $i$ -го пункту розрахункової схеми.

Сумарні втрати потужності визначають за виразом

$$\Delta \dot{S}_\Sigma = \dot{S}_0 - \sum_{i=1}^n \dot{S}_i,$$

або

$$\Delta \dot{S}_\Sigma = \sum \Delta \dot{S}_{ij}.$$

Під час моделювання ustalених режимів місцевих електричних мереж вимоги інженерної точності дозволяють визначати струми ділянок електропередачі за потоком потужності та номінальною напругою

$$\dot{I}_{ij} = \frac{P_{ij} + jQ_{ij}}{U_H},$$

де  $U_H$  – номінальна напруга електропередачі.

У цьому разі вираз (1.28) набуває вигляду

$$\dot{U}_k = U_n + \frac{1}{U_H} \sum_{i=k+1}^n \left( (P_{i-1,i}^k r_{i-1,i} - Q_{i-1,i}^k x_{i-1,i}) + j(P_{i-1,i}^k x_{i-1,i} + Q_{i-1,i}^k r_{i-1,i}) \right).$$

Аналіз наведених розрахункових моделей ustalених режимів магістральних електропередач свідчить про те, що вони складаються з послідовного виконання двох типових операцій:

1) визначення за першим законом Кірхгофа струморозподілу або потокорозподілу потужностей по ділянках розрахункової схеми;

2) визначення за законом Ома режиму напруги в пунктах розрахункової схеми.

Зазначимо, що такі операції є загальними для розрахункових моделей будь-яких електричних мереж, які експлуатують за розімкненою схемою.

## 1.6 Електричний розрахунок лінії із двостороннім живленням

Лінія з двостороннім живленням є найпростішим видом замкненої електричної мережі. Тут електрична енергія передається споживачам з двох боків від двох джерел живлення, як показано на рис. 1.17 а. Окремим

випадком лінії з двостороннім живленням є кільцева електрична мережа, представлена на рис. 1.17 б.

Розглянемо лінію, яка отримує живлення від двох джерел I і II з неоднаковими напругами на шинах (рис. 1.14 а). Будемо вирішувати лінійну режимну задачу, для якої електричні навантаження в пунктах розрахункової схеми представлені фіксованими значеннями струмів.

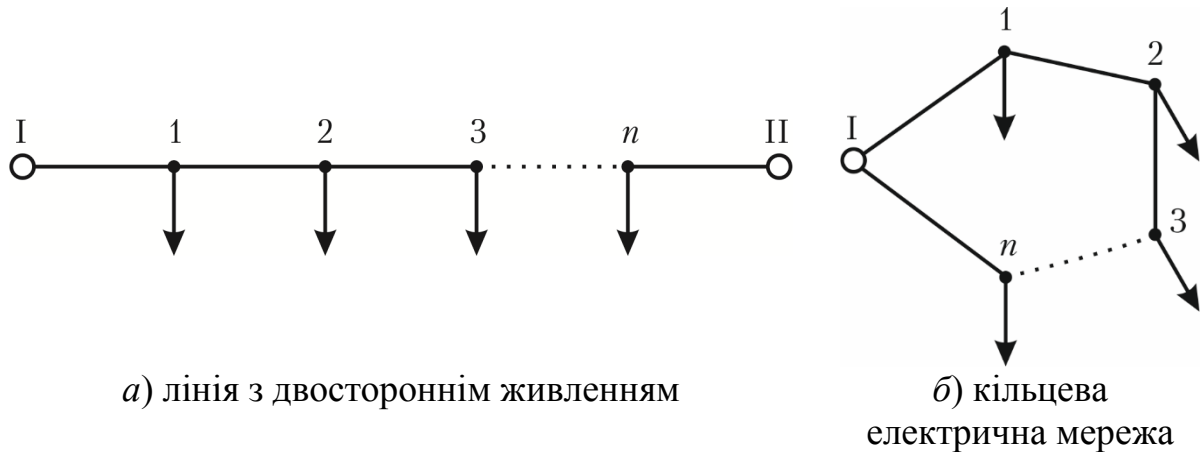


Рисунок 1.17 – Розрахункові схеми ліній з двостороннім живленням

Припустимо, що струм головної ділянки з боку першого джерела живлення відомий заздалегідь. Тоді за першим законом Кірхгофа можна визначити струморозподіл по всіх ділянках розрахункової схеми:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{12} &= \dot{I}_{\text{II}} - \dot{I}_1; \\ \dot{I}_{23} &= \dot{I}_{12} - \dot{I}_2 = \dot{I}_{\text{II}} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2; \\ &\dots \\ \dot{I}_{n\text{II}} &= \dot{I}_{\text{II}} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dots - \dot{I}_n, \end{aligned} \quad (1.29)$$

де  $\dot{I}_{\text{II}}$  – струм головної ділянки з боку джерела живлення II;  $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_n$  – струми навантажень в пунктах розрахункової схеми;  $n$  – кількість пунктів навантаження у складі розрахункової схеми.

Запишемо рівняння закону Ома для розрахункової схеми

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{II}} &= \dot{U}_I - \dot{I}_{\text{II}} z_{11} - (\dot{I}_{\text{II}} - \dot{I}_1) z_{12} - (\dot{I}_{\text{II}} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2) z_{23} - \\ &\dots - (\dot{I}_{\text{II}} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dots - \dot{I}_n) z_{n\text{II}}, \end{aligned} \quad (1.30)$$

де  $\dot{U}_I, \dot{U}_{\text{II}}$  – вектори напруги на початку та наприкінці лінії з двостороннім живленням відповідно;  $z_{11}, z_{12}, \dots$  – опори ділянок розрахункової схеми.

Зазначимо, що вираз (1.30) по суті представляє рівняння другого закону Кірхгофа для замкненого контуру, утвореного лінією з двостороннім живленням.

Після елементарних перетворень вираз (1.30) набуває вигляду

$$\dot{U}_I - \dot{U}_{II} = \dot{I}_{II} z_{I-II} - \sum_{i=1}^n \dot{I}_i z_{iII}, \quad (1.31)$$

де  $z_{I-II}$  – сума опорів всіх ділянок розрахункової схеми між джерелами живлення;  $z_{iII}$  – сума опорів всіх ділянок схеми між  $i$ -м пунктом та джерелом живлення II.

З виразу (1.31) можна визначити струм головної ділянки

$$\dot{I}_{II} = \frac{\dot{U}_I - \dot{U}_{II}}{z_{I-II}} + \frac{\sum \dot{I}_i z_{iII}}{z_{I-II}} = \dot{I}'_{II} + \dot{I}''_{II}. \quad (1.32)$$

Аналіз отриманого виразу (1.32) свідчить про те, що струм головної ділянки містить дві складові. Складова  $\dot{I}'_{II} = \frac{\dot{U}_I - \dot{U}_{II}}{z_{I-II}}$  являє собою зрівнювальний струм, обумовлений розбіжністю векторів напруги на шинах джерел живлення. Складова  $\dot{I}''_{II} = \frac{\sum \dot{I}_i z_{iII}}{z_{I-II}}$  обумовлена впливом навантажень всіх пунктів мережі та має назву навантажувального струму.

Аналогічно можна визначити струм протилежної головної ділянки електропередачі:

$$\dot{I}_{IIIn} = \frac{\dot{U}_{II} - \dot{U}_I}{z_{I-II}} + \frac{\sum \dot{I}_i z_{iI}}{z_{I-II}},$$

де  $z_{iI}$  – сума опорів всіх ділянок схеми між джерелом живлення I та  $i$ -м пунктом мережі.

Очевидно, що сума струмів головних ділянок дорівнює сумі струмів навантажень всіх пунктів розрахункової схеми:

$$\dot{I}_{II} + \dot{I}_{IIIn} = \sum \dot{I}_i.$$

Якщо в лінії з двостороннім живленням вектори напруги на шинах джерел живлення збігаються між собою за модулем і за фазою, вираз (1.32) не містить зрівнювального струму

$$\dot{I}_{II} = \frac{\sum \dot{I}_i z_{iII}}{z_{I-II}}.$$

Така ситуація має місце, наприклад, в задачах моделювання усталених режимів електричних систем з кільцевими мережами, як показано, наприклад, на рис. 1.17 б.

Розглянемо далі розв'язання нелінійної режимної задачі для лінії з двостороннім живленням у формі потужностей. З виразу (1.32) випливає, що потік потужності головної ділянки схеми дорівнює



$$\dot{S}_{II} = \frac{\dot{U}_I - \dot{U}_{II}}{z_{I-II}} U_I^2 + \frac{\sum \frac{\dot{S}_i}{U_i^2} z_{iII}}{z_{I-II}} U_I^2. \quad (1.33)$$

Зазначимо, що безпосереднє використання виразу (1.33) для визначення потоку потужності головної ділянки неможливо, оскільки невідомий режим напруги в проміжних пунктах схеми. Оскільки режим напруги в пунктах схеми електричної системи в нормальних режимах відрізняється від номінального значення не більше, ніж на  $\pm 10\%$ , з достатньою інженерною точністю можна визначати вузлові струми і зрівняльну потужність за номінальною напругою електричної мережі. У цьому разі вираз (1.33) набуває вигляду

$$\dot{S}_{II} = \frac{\dot{U}_I - \dot{U}_{II}}{z_{I-II}} U_n + \frac{\sum \dot{S}_i z_{iII}}{z_{I-II}}, \quad (1.34)$$

де  $U_n$  – номінальна напруга електричної системи.

Аналогічно потік потужності протилежної головної ділянки дорівнює

$$\dot{S}_{II_n} = \frac{\dot{U}_{II} - \dot{U}_I}{z_{I-II}} U_n + \frac{\sum \dot{S}_i z_{iI}}{z_{I-II}}.$$

Для лінії з двостороннім живленням, в якій напруги на шинах джерел живлення збігаються, зрівняльна потужність дорівнює нулю, а потоки потужності головних ділянок визначають за виразами:

$$\dot{S}_{II} = \frac{\sum \dot{S}_i z_{iII}}{z_{I-II}};$$

$$\dot{S}_{II_n} = \frac{\sum \dot{S}_i z_{iI}}{z_{I-II}}.$$

Правильність виконаних розрахунків перевіряють шляхом контролю дотримання закону збереження енергії за співвідношенням

$$\dot{S}_{II} + \dot{S}_{II_n} = \sum \dot{S}_i.$$

Потокорозподіл потужностей інших ділянок схеми визначають за виразами першого закону Кірхгофа:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{12} &= \dot{S}_{II} - \dot{S}_1; \\ \dot{S}_{23} &= \dot{S}_{II} - \dot{S}_1 - \dot{S}_2; \\ &\dots \\ \dot{S}_{nII} &= \dot{S}_{II} - \dot{S}_1 - \dot{S}_2 - \dots - \dot{S}_n. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Зазначимо, що розглянутий підхід до визначення поточкорозподілу потужностей по ділянках лінії з двостороннім живленням не враховує втрати потужності від протікання навантажувальних струмів. Це допустимо тільки в приблизних розрахунках, які не вимагають високої точності.

Під час аналізу усталених режимів ліній з двостороннім живленням у складі розрахункової схеми можна виділити вузол, до якого стікаються потоки потужностей від обох джерел живлення (рис. 1.18). Такі вузли називають *точками поточкорозділу*. На рис. 1.18 точка поточкорозділу показана перегорнутим чорним трикутником.

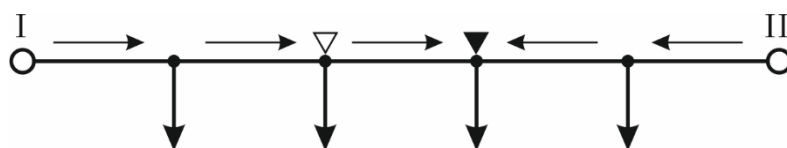


Рисунок 1.18 – Точка поточкорозділу лінії з двостороннім живленням

З виразів (1.34) та (1.35) витікає, що положення точки поточкорозділу у складі розрахункової схеми визначається різницею напруг на шинах джерел живлення та електричними навантаженнями в пунктах розрахункової схеми. Це означає, що зміна режимів джерел живлення та споживання електричної енергії може призводити до зміни положення точки поточкорозділу в розрахунковій схемі електричної системи. Зазначимо, що можливі випадки, коли точки поточкорозділу за активною та реактивною потужностями не збігаються. Так, наприклад, на рис. 1.18 незафарбований перегорнутий трикутник вказує на точку поточкорозділу за реактивною потужністю.

Очевидно, що точки поточкорозділу є електрично найвіддаленішими від джерел живлення з найнижчою напругою на своїх шинах. Це означає, що у разі, коли режим напруги в точках поточкорозділу задовольняє вимогам якості електричної енергії за напругою, у всіх інших пунктах розрахункової схеми режим напруги гарантовано допустимий.

### **1.7 Максимально допустиме навантаження та мінімально допустима напруга електропередачі**

Розглянемо розв'язання задачі моделювання передавання електричної енергії по лінії за умовами кінця та відомою напругою на початку електропередачі. Відповідно до умов задачі вихідними даними є напруга на початку електропередачі, а також активна та реактивна розрахункові потужності навантаження наприкінці. Мета моделювання полягає у визначенні напруги наприкінці лінії, потоків активної та реактивної потужності на її початку, струму в лінії електропередавання, а також втрат

активної та реактивної потужності на передавання електричної енергії по лінії.

З метою спрощення розрахункової моделі приймемо нульове значення фазового кута вектора напруги наприкінці електропередачі

$$\psi_{U_2} = 0.$$

Відповідно до закону Ома для лінії електропередавання можна записати вираз

$$\dot{U}_1 = U_2 + \frac{P_2 r - Q_2 x}{U_2} + j \frac{P_2 x + Q_2 r}{U_2}. \quad (1.36)$$

Помножимо обидві частини рівняння (1.36) на напругу наприкінці електропередачі

$$\dot{U}_1 U_2 = (U_2^2 + P_2 r - Q_2 x) + j(P_2 x + Q_2 r). \quad (1.37)$$

Дорівнюємо між собою квадрати модулів комплексних чисел правої та лівої частин отриманого виразу (1.37):

$$U_1^2 U_2^2 = (U_2^2 + P_2 r - Q_2 x)^2 + (P_2 x + Q_2 r)^2,$$

або

$$U_2^4 - (U_1^2 - 2(P_2 r - Q_2 x))U_2^2 + (P_2^2 + Q_2^2)(r^2 + x^2) = 0. \quad (1.38)$$

Очевидно, що отримане рівняння (1.38) є біквдратним відносно модуля напруги наприкінці електропередачі. Розв'язання його дозволяє однозначно визначити таку напругу

$$U_2 = \sqrt{\frac{U_1^2}{2} - (P_2 r - Q_2 x) \pm \sqrt{\left(\frac{U_1^2}{2} - (P_2 r - Q_2 x)\right)^2 - (P_2^2 + Q_2^2)(r^2 + x^2)}}.$$

З урахуванням лише додатних коренів зазначимо три можливих результати розв'язання біквдратного рівняння (1.38).

1. Рівняння має два дійсних корені, які відповідають двом значенням напруги наприкінці електропередачі, за яких може бути передана задана потужність по лінії.

2. Рівняння має два однакових дійсних корені. Це свідчить про граничне значення потужності, яку можна передати в кінець лінії.

3. Корені рівняння є комплексно-спряженими. Це свідчить, що задана потужність навантаження перевищує пропускну здатність лінії і передана бути не може.

Отриманий результат можна проілюструвати графоаналітичним розв'язанням рівнянь закону Ома (1.36). Розділимо рівняння (1.36) на дійсну та уявну складові

$$\begin{cases} U_1' = U_2 + \frac{P_2 r - Q_2 x}{U_2}; \\ U_1'' = \frac{P_2 x + Q_2 r}{U_2}, \end{cases} \quad (1.39)$$

де  $U_1'$ ,  $U_1''$  – дійсна та уявна складові вектора напруги на початку лінії електропередавання.

Отримані вирази (1.39) можна розглядати як параметричні рівняння залежності напруги на початку електропередачі від напруги наприкінці, які визначають графік у фазовому просторі складових вектора напруги на початку електропередачі, представлений на рис. 1.19. Тут криві 1 та 3 представляють параметричні залежності напруги на початку електропередачі від напруги наприкінці за різних потужностей навантажень електропередачі; пряма 2 являє собою нахилену асимптоту до кривої 1;  $U_1$  – напруга на шинах джерела живлення;  $U_{21}$ ,  $U_{22}$  – можливі значення напруги наприкінці електропередачі;  $U_{1min}$  – мінімально допустима напруга на початку електропередачі.

Отриманий графік залежностей (1.39) являє собою криву другого порядку, що свідчить про наявність двох можливих значень напруги, які задовольняють умовам передавання енергії через електропередачу. Для реалізації графоаналітичного розв'язання рівняння (1.36) необхідно провести коло, радіус якого дорівнює напрузі на шинах джерела живлення.

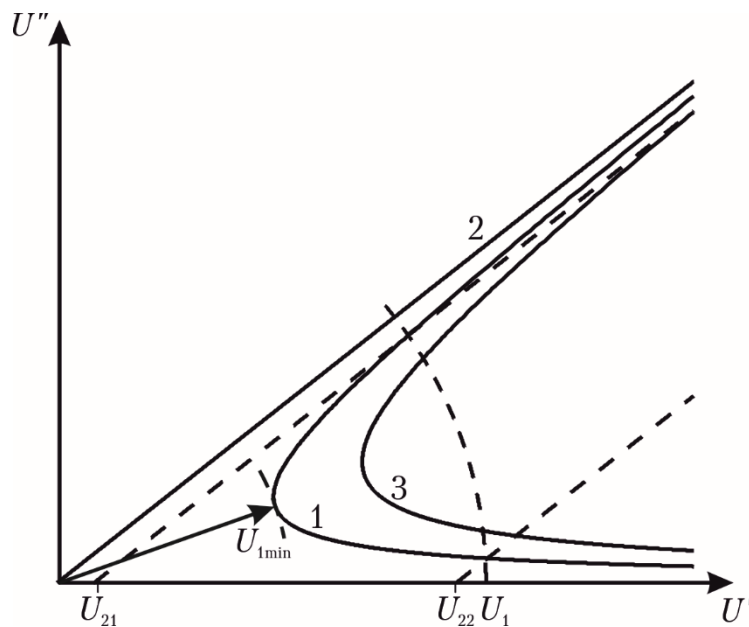


Рисунок 1.19 – Рівняння закону Ома у фазовому просторі складових вектора напруги

Очевидно, що перетин цього кола із кривою графіку визначить два можливі вектора напруги на початку електропередачі, модулі яких дорівнюють заданій напрузі. Далі в отримані точки паралельно самій собі переносять нахилену асимптоту. Перетин перенесеної асимптоти з віссю дійсних чисел визначає можливі значення напруги на шинах навантаження, які задовольняють умові здійснення режиму відповідно до рівняння (1.36).

Практичний досвід моделювання усталених режимів електричних систем свідчить про те, що за малих активних потужностей навантажень електропередачі одне із значень напруги є аномально малим, а за великий активних потужностей – аномально великим. Таким чином, під час моделювання усталених режимів найпростіших електричних систем або окремих ділянок електричних мереж необхідно відкидати аномальні корені рівняння (1.36).

Фазовий кут вектора напруги на початку електропередачі визначають з рівняння закону Ома (1.36).

$$\psi_{U_1} = \arctan \left( \frac{\frac{P_2 x + Q_2 r}{U_2}}{U_2 + \frac{P_2 r - Q_2 x}{U_2}} \right) = \arctan \left( \frac{P_2 x + Q_2 r}{U_2^2 + P_2 r - Q_2 x} \right).$$

Струм в лінії дорівнює

$$\dot{I} = \frac{P_2 + jQ_2}{U_2},$$

або

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_1 - U_2}{\underline{z}}.$$

Потік потужності на початку електропередачі становить

$$\dot{S}_1 = \dot{I} \dot{U}_1 = \dot{I} (U_2 + \dot{I} \underline{z}) = \dot{S}_2 + \dot{I}^2 \underline{z} = \dot{S}_2 + \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} (r - jx).$$

Втрати потужності дорівнюють

$$\Delta \dot{S} = \dot{S}_1 - \dot{S}_2 = \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} (r - jx) = \dot{I}^2 \underline{z}.$$

В аналогічний спосіб здійснюють розв'язання зворотної задачі моделювання лінії електропередавання, коли до складу вихідних даних входять активна та реактивна потужності на початку лінії та напруга наприкінці.

Тут закон Ома для електропередачі записують у вигляді

$$\dot{U}_2 = U_1 - \frac{P_1 r - Q_1 x}{U_1} - j \frac{P_1 x + Q_1 r}{U_1}, \quad (1.40)$$

де  $P_1, Q_1$  – активна та реактивна потужності на початку електропередачі.

У виразі (1.40) вважається, що вектор напруги на початку електропередачі суміщено з віссю дійсних чисел.

Низка перетворень аналогічних наведеним вище визначає біквдратне рівняння

$$U_1^4 - (U_2^2 + 2(P_1 r - Q_1 x))U_1^2 + (P_1^2 + Q_1^2)(r^2 + x^2) = 0. \quad (1.41)$$

Звідки

$$U_1 = \sqrt{\frac{U_2^2}{2} + (P_2 r - Q_2 x) \pm \sqrt{\left(\frac{U_2^2}{2} + (P_2 r - Q_2 x)\right)^2 - (P_2^2 + Q_2^2)(r^2 + x^2)}}.$$

Міркування щодо можливих коренів біквдратного рівняння (1.41) повністю аналогічні наведеним вище.

Фазовий кут вектора напруги наприкінці лінії електропередавання визначають за виразом

$$\psi_{U_2} = -\arctan\left(\frac{P_1 x + Q_1 r}{U_1^2 - P_1 r + Q_1 x}\right).$$

Струм в лінії дорівнює

$$\dot{I} = \frac{P_1 + jQ_1}{U_1},$$

або

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_1 - U_2}{\underline{z}}.$$

Потужність наприкінці становить

$$\dot{S}_2 = \dot{I}U_2^{\square} = \dot{I}(U_1 - \underline{Iz}) = \dot{S}_1 - I^2 \underline{z} = \dot{S}_1 - \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2}(r - jx) = \dot{S}_1 + \Delta \dot{S},$$

а втрати потужності дорівнюють

$$\Delta \dot{S} = \dot{S}_1 - \dot{S}_2 = \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2}(r - jx) = I^2 \underline{z}.$$

Аналіз графіку на рис. 1.19 свідчить про існування межі мінімально допустимої напруги на початку електропередачі, яке визначається радіусом кола, дотичного до кривої напруги у фазовому просторі. Очевидно, що в такому граничному режимі існує лише одне значення напруги на початку електропередачі, яке задовольняє умовам передавання

енергії по лінії. Зниження напруги на початку лінії електропередавання нижче такого гранично допустимого значення призводить до виходу режиму електричної системи з області існування.

Для визначення гранично допустимої напруги на шинах джерела живлення розглянемо залежність між напругою на початку та наприкінці електропередачі, яка формалізується законом Ома, графік якої подано на рис. 1.20

$$U_1 = \sqrt{\left(U_2 + \frac{P_2 r - Q_2 x}{U_2}\right)^2 + \left(\frac{P_2 x + Q_2 r}{U_2}\right)^2}, \quad (1.42)$$

де  $U_1$ ,  $U_2$  – модулі векторів напруги на початку та наприкінці електропередачі відповідно, причому вектор напруги наприкінці лінії електропередачі суміщено з віссю дійсних чисел.

На рис. 1.20  $U_{1\min}$  – мінімально допустима напруга на початку електропередачі;  $U_{2e}$  – екстремальне значення напруги наприкінці лінії, яке відповідає мінімально допустимій нарузі на початку. Очевидно, що подана на графіку рис. 1.20 функція має мінімум, для визначення якого необхідно дорівняти нулю похідну  $\partial U_1 / \partial U_2 = 0$ . Можна показати, що

$$\frac{\partial U_1}{\partial U_2} = \frac{U_{2e}^4 - (P_2^2 + Q_2^2)(r^2 + x^2)}{U_{2e}^2 \sqrt{(U_{2e}^2 + P_2 r - Q_2 x)^2 + (P_2 x + Q_2 r)^2}} = 0. \quad (1.43)$$

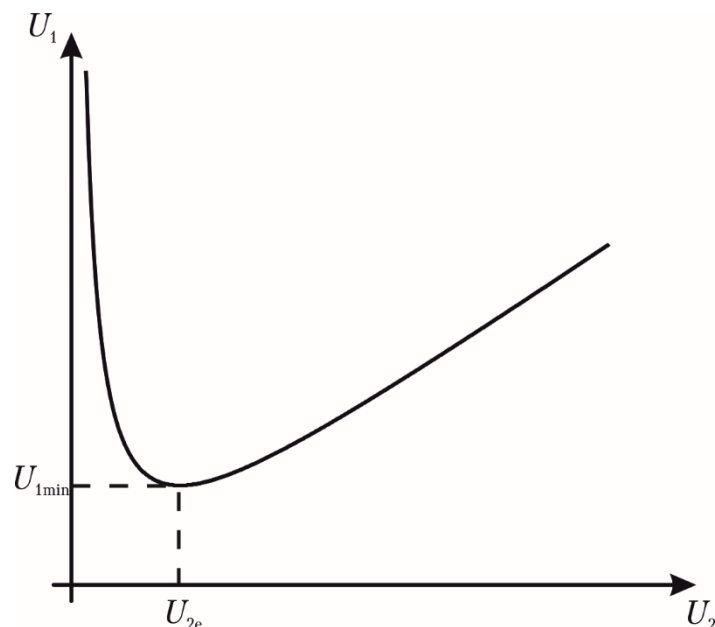


Рисунок 1.20 – Залежність між напругою на початку та наприкінці електропередачі

Звідки

$$U_{2e} = \sqrt[4]{(P_2^2 + Q_2^2)(r^2 + x^2)}. \quad (1.44)$$

Тут серед чотирьох можливих розв'язків рівняння (1.43) обрано той, що має фізичний зміст, тобто додатне дійсне значення напруги наприкінці електропередачі.

Відповідне значення напруги на початку лінії можна отримати після підстановки формули (1.44) у вираз (1.42)

$$U_{1\min} = \sqrt{2} \sqrt{(P_2 r - Q_2 x) \sqrt{(P_2^2 + Q_2^2)(r^2 + x^2)}}.$$

Зазначимо, що такий самий результат можна отримати в інший спосіб. Вище зазначалося, що граничний режим передавання електричної енергії по лінії визначається нульовим значенням дискримінанту біквдратного рівняння (1.38). Тобто

$$\left( \frac{U_{1\min}^2}{2} - (P_2 r - Q_2 x) \right)^2 - (P_2^2 + Q_2^2)(r^2 + x^2) = 0. \quad (1.45)$$

Тут також варто обрати додатній дійсний корінь рівняння (1.45) серед можливих чотирьох.

Очевидно, що гранична мінімально допустима напруга на шинах джерела живлення визначається навантаженням електричної системи, і збільшення навантаження призводить до збільшення мінімально допустимої граничної напруги (крива 3, на рис 1.19).

Таким чином можна розглядати задачу визначення гранично допустимого навантаження за фіксованої напруги на початку лінії електропередавання. Таку граничну потужність визначимо виходячи з нульового значення дискримінанту біквдратного рівняння (1.38), тобто

$$\left( \frac{U_1^2}{2} - (P_2 r - Q_2 x) \right)^2 - (P_2^2 + Q_2^2)(r^2 + x^2) = 0. \quad (1.46)$$

Введемо позначення  $x/r = \operatorname{tg} \phi$ , де  $\phi$  – імпедансний кут, та виразимо активну та реактивну потужності навантаження через повну потужність та коефіцієнт потужності. В результаті вираз (1.46) набуває вигляду

$$\left( \frac{U_1^2}{2} - S_2 r (\cos \varphi_2 - \sin \varphi_2 \operatorname{tg} \phi) \right)^2 - S_2^2 r^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \phi) = 0,$$

або

$$\frac{U_1^2}{2} - S_2 r \frac{\cos \Theta}{\cos \phi} = S_2 r \frac{1}{\cos \phi}, \quad (1.47)$$

де  $\Theta = \varphi + \phi$ .



З виразу (1.47) випливає, що повна потужність граничного навантаження електропередачі дорівнює

$$S_{2\text{гр}} = \frac{U_1^2}{2r} \frac{\cos \phi}{1 + \cos \Theta} = \frac{U_1^2}{2x} \frac{\sin \phi}{1 + \cos \Theta}. \quad (1.48)$$

Аналіз виразу (1.48) свідчить про те, що потужність граничного навантаження електропередачі визначається не тільки параметрами електропередачі та напругою джерела живлення, але й коефіцієнтом потужності навантаження.

Розглядаючи тільки додатні значення активної потужності навантаження наприкінці електропередачі та змінюючи навантаження від чисто індуктивного до чисто активного і далі до чисто ємнісного, отримуємо графічну інтерпретацію виразу (1.48), подану на рис. 1.21. На рис. 1.21 побудовано три криві гранично допустимих навантажень за номінальної, зниженої на 5% та збільшеної на 5% напруги на початку лінії (криві 1, 2 та 3 відповідно).

Зауважимо, що наведені на рис. 1.21 залежності не враховують обмеження щодо допустимого діапазону напруг на шинах навантаження наприкінці електропередачі.

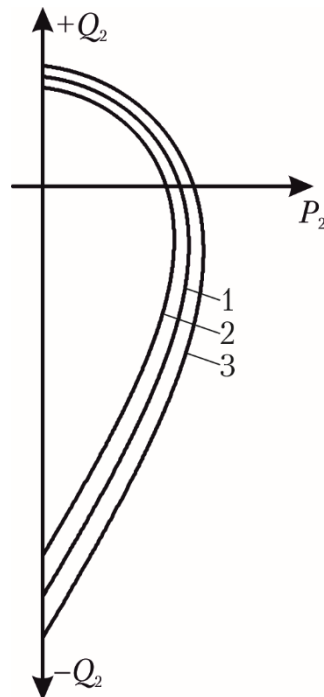


Рисунок 1.21 – Гранично допустиме навантаження електропередачі за умовами існування режиму

## 1.8 Кругові діаграми електропередачі

Розглянемо розв'язання задачі моделювання режиму лінії електропередавання за умовами кінця та заданими напругами на початку та наприкінці електропередачі. Тут вихідними даними є модулі векторів напруги на початку та наприкінці лінії, а також активна потужність навантаження наприкінці електропередачі. Мета моделювання електричної системи полягає у визначенні фазових кутів векторів напруги на початку та наприкінці електропередачі, реактивної потужності наприкінці, потоків активної та реактивної потужностей на початку лінії, струму в лінії електропередавання, втрат активної та реактивної потужності на передавання електричної енергії.

Розглянемо рівняння закону Ома для поздовжньої ділянки лінії електропередавання у вигляді

$$\dot{U}_1 = U_2 + \frac{\dot{S}_2}{U_2} \underline{z}. \quad (1.19)$$

Тут з метою спрощення розрахункової моделі з віссю дійсних чисел суміщено вектор напруги наприкінці електропередачі.

Помножимо рівняння (1.49) на напругу наприкінці лінії та поділимо на імпеданс електропередачі

$$\frac{\dot{U}_1 U_2}{\underline{z}} = \frac{U_2^2}{\underline{z}} + \dot{S}_2,$$

або

$$\frac{\dot{U}_1 U_2}{\underline{z}} = \left( \frac{U_2^2 r}{r^2 + x^2} - j \frac{U_2^2 x}{r^2 + x^2} \right) + (P_2 + jQ_2). \quad (1.50)$$

Для квадратів модулів комплексних чисел лівої та правої частин рівняння (1.50) можна записати

$$\frac{U_1^2 U_2^2}{r^2 + x^2} = \left( P_2 + \frac{U_2^2 r}{r^2 + x^2} \right)^2 + \left( Q_2 - \frac{U_2^2 x}{r^2 + x^2} \right)^2. \quad (1.51)$$

Очевидно, що отримане рівняння (1.51) представляє коло в системі координат активної та реактивної потужності навантаження наприкінці електропередачі. Радіус такого кола дорівнює

$$R = \frac{U_1 U_2}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{U_1 U_2}{|z|},$$

де  $|z| = \sqrt{r^2 + x^2}$  – модуль повного опору електропередачі.

Координати центру кола зсунуті відносно центру координат на

$$p_0 = -\frac{U_2^2 r}{r^2 + x^2} = -U_2^2 g;$$

$$q_0 = \frac{U_2^2 x}{r^2 + x^2} = -U_2^2 b,$$

де  $p_0, q_0$  – зсув центру кола по осях абсцис та ординат відповідно;  $g, b$  – поздовжні активна та реактивна провідності електропередачі.

Графік рівняння (1.51) подано на рис. 1.22. Таку залежність називають **круговою діаграмою потужностей** електропередачі. Кругова діаграма потужності дозволяє організувати графоаналітичне розв’язання режимної задачі моделювання електропередачі, зокрема визначити реактивну потужність навантаження за відомими напругами на початку та наприкінці лінії та активної потужності наприкінці електропередачі.

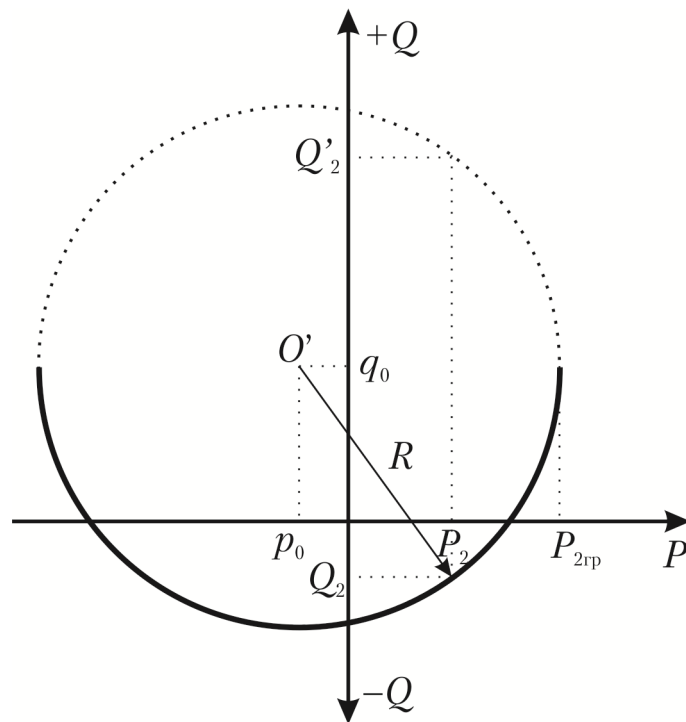


Рисунок 1.22 – Кругова діаграма потужностей електропередачі за умовами кінця

З аналізу кругової діаграми випливає, що для кожної допустимої активної потужності навантаження наприкінці електропередачі існує два можливі значення реактивної потужності, які задовольняють умові (1.51). Очевидно, що фізичний зміст тут мають від’ємні значення реактивної потужності, які визначають активно-індуктивне навантаження наприкінці електропередачі. З діаграми на рис. 1.22 також випливає, що така реактивна потужність є меншою за модулем серед можливих значень. Зазначимо, що за великих активних потужностей навантажень реактивна потужність може змінювати свій характер на ємнісний, що відповідає

роботі засобів регулювання режиму електричної системи із забезпечення заданої напруги наприкінці електропередачі. В будь-якому разі, серед можливих значень реактивної потужності фізичний зміст завжди має менше за модулем значення, що відповідає нижньому напівколу кругової діаграми, представленої на рис. 1.22<sup>1</sup>.

Аналітичне визначення реактивної потужності наприкінці електропередачі базується на розв'язанні рівняння (1.51). Очевидно, що таке рівняння є квадратним і може бути зведено до вигляду

$$Q_2^2 - 2Q_2 \frac{U_2^2 x}{r^2 + x^2} + \frac{U_2^4 x^2}{(r^2 + x^2)^2} - \frac{U_1^2 U_2^2}{r^2 + x^2} + \left( P_2 + \frac{U_2^2 r}{r^2 + x^2} \right)^2 = 0. \quad (1.52)$$

Звідки

$$Q_2 = \frac{U_2^2 x}{r^2 + x^2} \pm \sqrt{\frac{U_1^2 U_2^2}{r^2 + x^2} - \left( P_2 + \frac{U_2^2 r}{r^2 + x^2} \right)^2}, \quad (1.53)$$

або

$$Q_2 = -U_2^2 b \pm \sqrt{U_1^2 U_2^2 |y|^2 - (P_2 + U_2^2 g)^2},$$

де  $|y|$  – модуль комплексної провідності електропередачі.

Тут можна виділити три можливі результати розв'язання квадратного рівняння (1.52).

1. Рівняння має два дійсних кореня, які відповідають двом значенням реактивної потужності наприкінці електропередачі, які задовольняють умові (1.51). Виходячи з міркувань, наведених вище, слід обрати менше за модулем значення реактивної потужності.

2. Рівняння має два однакових дійсних кореня. Це свідчить про граничне значення активної потужності, яку можна передати в кінець лінії.

3. Корені рівнянь є комплексно-спряженими. Це свідчить, що задана активна потужність навантаження перевищує пропускну здатність лінії і передана бути не може.

Виходячи з того, що фізичний зміст мають лише менші за модулем корені квадратного рівняння (1.52), вираз для визначення реактивної потужності навантаження (1.53) набуває вигляду

$$Q_2 = \frac{U_2^2 x}{r^2 + x^2} - \sqrt{\frac{U_1^2 U_2^2}{r^2 + x^2} - \left( P_2 + \frac{U_2^2 r}{r^2 + x^2} \right)^2},$$

або

<sup>1</sup> Центр кругової діаграми, побудованої відповідно з рекомендаціями МЕК зсунуто по осі ординат в третій квадрант комплексної площини. Водночас можливі значення реактивної потужності наприкінці електропередачі обмежені верхнім напівколом такої кругової діаграми потужностей.

$$Q_2 = -U_2^2 b - \sqrt{U_1^2 U_2^2 |y|^2 - (P_2 + U_2^2 g)^2}.$$

Після визначення реактивної потужності навантаження задача моделювання електропередачі переходить до розряду режимних задач за умовами кінця та може бути розв'язана за алгоритмом, наведеним у підрозділі 4.2.

Аналіз кругової діаграми, наведеної на рис. 1.22 свідчить про наявність гранично допустимого активного навантаження наприкінці електропередачі, перевищення якого призводить до виходу режиму з області свого існування. Виходячи з діаграми на рис. 1.22 таке граничне навантаження становить

$$P_{2\text{гр}} = R + p_0 = \frac{U_1 U_2}{\sqrt{r^2 + x^2}} - \frac{U_2^2 r}{r^2 + x^2}. \quad (1.54)$$

Зазначимо, що той самий результат можна отримати аналітично, дорівнявши до нуля дискримінант квадратного рівняння (1.52)

$$\frac{U_1^2 U_2^2}{r^2 + x^2} - \left( P_{2\text{гр}} + \frac{U_2^2 r}{r^2 + x^2} \right)^2 = 0.$$

Розрахункові схеми електричних систем вищих класів номінальної напруги характеризуються суттєвим перевищенням поздовжніх індуктивних опорів над активними. Це пояснюється тим, що поздовжні фіктивні опори схем заміщення повітряних ліній електропередавання визначаються площею поперечного перерізу фазних проводів та зменшуються із збільшенням номінальної напруги лінії електропередавання. Індуктивний поздовжній опір схем заміщення повітряних ліній, своєю чергою, визначається геометричним коефіцієнтом, який майже не змінюється із ростом номінальної напруги. Відомо, що в повітряних лініях електропередавання з номінальною напругою 110 кВ імпедансний кут близький до  $45^\circ$  і з ростом номінальної напруги різко збільшується. Це означає, що в електропередачах вищих класів номінальної напруги з достатньою інженерною точністю можна знехтувати втратами активної потужності на передавання електричної енергії та розглядати ідеалізовану електропередачу, розрахункова схема якої містить лише поздовжній індуктивний опір.

Очевидно, що для ідеалізованих електропередач зсув центру кола кругової діаграми потужності за віссю абсцис відсутній (рис. 1.23), а гранично допустиме активне навантаження дорівнює радіусу кола кругової діаграми

$$P_{2\text{гр}} = R = \frac{U_1 U_2}{x}. \quad (1.55)$$

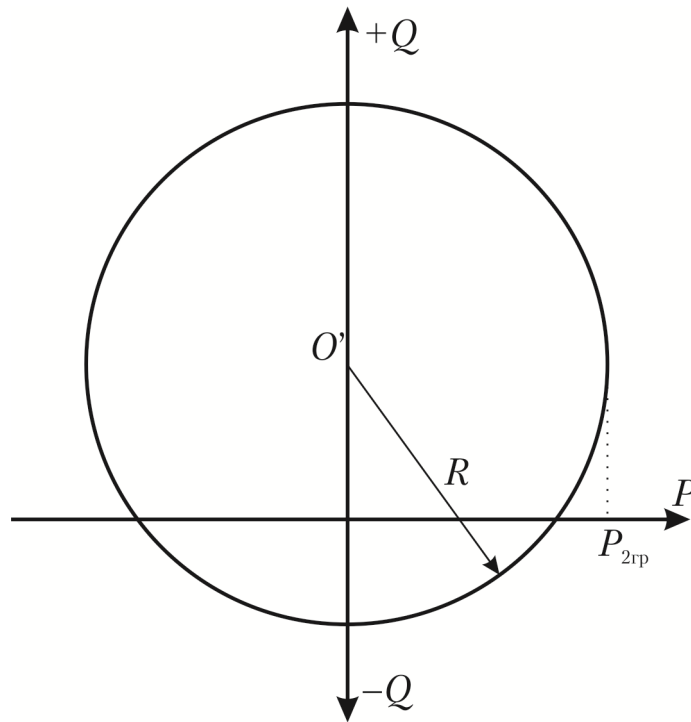


Рисунок 1.23 – Кругова діаграма потужності ідеалізованої електропередачі

В аналогічний спосіб здійснюють розв’язання зворотної задачі моделювання усталеного режиму найпростішої електричної системи за умовами початку та фіксованими напругами на початку та наприкінці електропередачі. Тут за основу беруть рівняння закону Ома у вигляді

$$\dot{U}_2 = U_1 - \frac{\dot{S}_2}{U_1} \underline{z}, \quad (1.56)$$

де з віссю дійсних чисел суміщено вектор напруги на шинах джерела живлення.

Рівняння (1.56) можна перетворити на канонічне рівняння кола

$$\frac{U_1^2 U_2^2}{r^2 + x^2} = \left( P_1 - \frac{U_1^2 r}{r^2 + x^2} \right)^2 + \left( Q_1 - \frac{U_1^2 x}{r^2 + x^2} \right)^2, \quad (1.57)$$

якому відповідає кругова діаграма потужності, наведена на рис. 1.24. Радіус такого кола дорівнює

$$R = \frac{U_1 U_2}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{U_1 U_2}{|z|}.$$

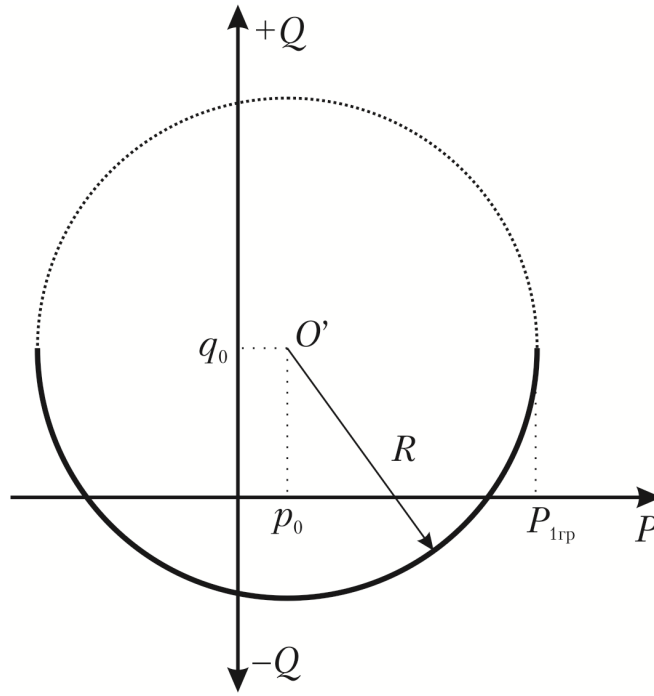


Рисунок 1.24 – Кругова діаграма потужності електропередачі за умовами початку

Координати центру кола зсунуті відносно центру координат на

$$p_0 = \frac{U_1^2 r}{r^2 + x^2} = U_1^2 g;$$

$$q_0 = \frac{U_1^2 x}{r^2 + x^2} = -U_1^2 b.$$

Відповідно до рис. 1.22 гранично допустима активна потужність на початку електропередачі дорівнює

$$P_{1гр} = R + p_0 = \frac{U_1 U_2}{\sqrt{r^2 + x^2}} + \frac{U_1^2 r}{r^2 + x^2}.$$

Моделювання режиму передавання електричної енергії по лінії тут полягає у розв'язанні квадратного рівняння (1.57), тобто

$$Q_1^2 - 2Q_1 \frac{U_1^2 x}{r^2 + x^2} + \frac{U_1^4 x^2}{(r^2 + x^2)^2} - \frac{U_1^2 U_2^2}{r^2 + x^2} + \left( P_1 - \frac{U_1^2 r}{r^2 + x^2} \right)^2 = 0. \quad (1.58)$$

Звідки

$$Q_1 = \frac{U_1^2 x}{r^2 + x^2} \pm \sqrt{\frac{U_1^2 U_2^2}{r^2 + x^2} - \left( P_1 - \frac{U_1^2 r}{r^2 + x^2} \right)^2}. \quad (1.59)$$

Міркування щодо фізичного змісту можливих коренів квадратного рівняння (1.58) повністю аналогічні наведеним вище. Виходячи з того, що

фізичний зміст мають менші за модулем корені рівняння (1.58), вираз (1.59) набуває вигляду

$$Q_1 = \frac{U_1^2 x}{r^2 + x^2} - \sqrt{\frac{U_1^2 U_2^2}{r^2 + x^2} - \left( P_1 - \frac{U_1^2 r}{r^2 + x^2} \right)^2}$$

Після визначення реактивної потужності на початку електропередачі задача переходить до іншого класу – моделювання режиму лінії електропередавання за умовами початку та розв'язується за відомим алгоритмом, наведеним у підрозділі 1.3.

### 1.9 Характеристика потужності електропередачі

Розглянемо ідеалізовану електропередачу, розрахункова схема якої характеризується чисто індуктивним поздовжнім опором, як показано на рис. 1.25 а. На рис. 1.25 б наведено векторну діаграму напруг та струмів такої електропередачі.

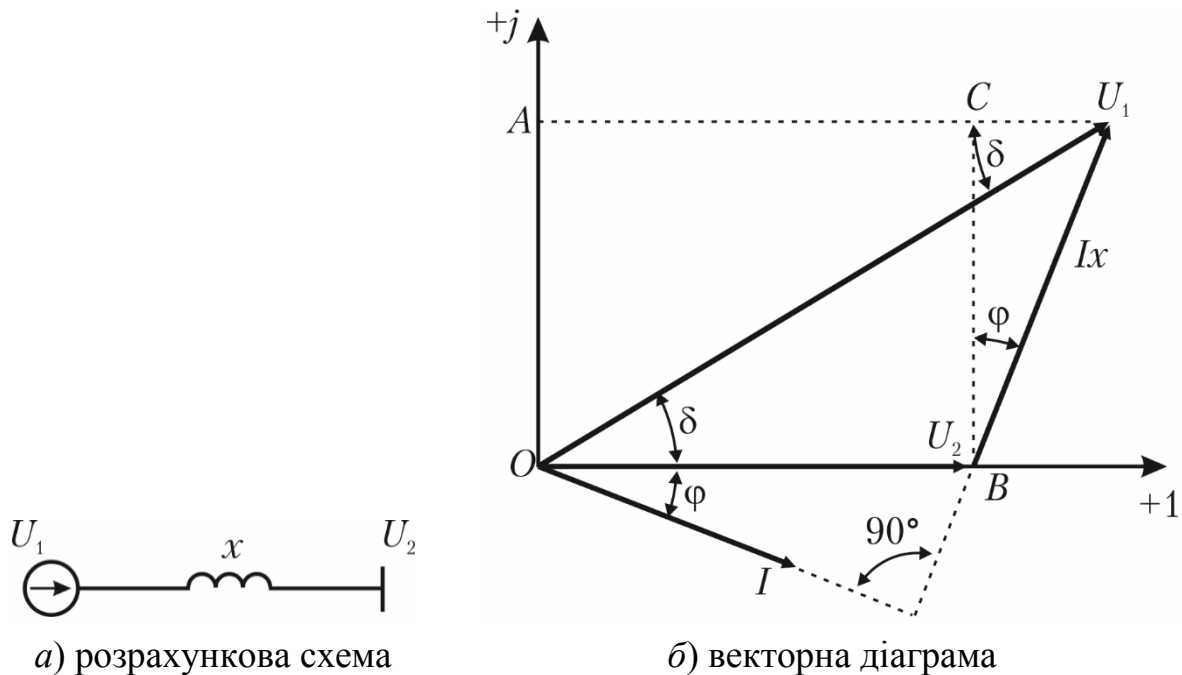


Рисунок 1.25 – Розрахункова схема та векторна діаграма напруг та струмів ідеалізованої електропередачі

Виходячи з однаковості відрізків  $OA = U_1 \sin \delta$  та  $BC = I x \cos \varphi$  (див. векторну діаграму на рис. 1.25 б) можна отримати співвідношення:

$$I x \cos \varphi = U_1 \sin \delta, \quad (1.60)$$

де  $U_1$  – напруга на шинах джерела живлення;  $\delta$  – різниця фазових кутів векторів напруг на початку та наприкінці електропередачі;  $I$  – струм лінії;  $x$



– індуктивний опір електропередачі;  $\cos \varphi$  – коефіцієнт потужності навантаження наприкінці електропередачі.

Якщо помножити обидві частини рівняння (1.60) на напругу на шинах навантаження та поділити на індуктивний опір електропередачі, отримуємо

$$P_2 = \frac{U_1 U_2}{x} \sin \delta, \quad (1.61)$$

де  $P_2$  – активна потужність навантаження наприкінці електропередачі.

Аналіз виразу (1.61) свідчить про те, що за сталості режиму напруги на початку та наприкінці електропередачі зміна транзиту активної потужності може бути зумовлена лише збільшенням різниці фазових кутів відповідних векторів напруг. Очевидно, що така залежність носить синусоїдний характер і із збільшенням різницевого кута активна потужність електропередачі спочатку зростає, досягаючи свого максимуму і втім починає зменшуватися. Така залежність має назву *характеристики потужності* електропередачі та подана на рис. 1.26.

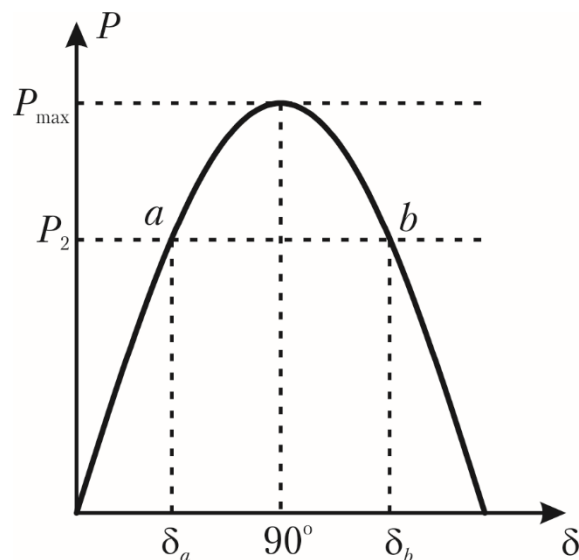


Рисунок 1.26 – Характеристика потужності ідеалізованої електропередачі

З рис. 1.26 випливає, що кожному допустимому значенню транзиту активної потужності відповідають дві точки рівноваги на характеристиці потужності, позначені на рис. 1.26 точками  $a$  та  $b$ . Цим точкам відповідає два значення різницевого кута, позначених на рис. 1.26  $\delta_a$  та  $\delta_b$ . Насправді, *стійкий* сталий режим електропередачі можливий лише за різницевого кута, який відповідає висхідній частині характеристики активної потужності (на рис. 1.26 позначений  $\delta_a$ ). Це пояснюється наступними міркуваннями.

Розглянемо сталий режим електропередачі, який відповідає висхідній частині характеристики активної потужності (точка *a* на рис. 1.26). Припустимо, що внаслідок деякого збурення фазовий кут вектора напруги на шинах джерела живлення збільшився на певну малу величину. Це означає збільшення активної потужності генератора джерела живлення відповідно до характеристики потужності. Разом з тим транзит активної потужності по лінії, а отже, й механічний момент на валу турбіни залишається сталим. Таким чином виникає дисбаланс між потужністю турбіни та потужністю генератора джерела живлення, при чому потужність генератора перевищує потужність турбіни. Це зумовлює виникнення надлишкового моменту, направлено на гальмування ротору турбіни та зменшення фазового кута вектора напруги на шинах джерела живлення. В результаті різницевої кут повертається до свого початкового значення та стабілізується.

Інша ситуація складається для точки рівноваги, яка відповідає низхідній частині характеристики потужності (точка *b* на рис. 1.26). Тут незначне збільшення фазового кута вектора напруги на шинах джерела живлення визначає зменшення активної потужності генератора за сталості механічного моменту на валу турбіни. Це визначає виникнення додатного надлишкового моменту, спрямованого на розгін ротору генератора та подальше збільшення фазового кута вектора напруги на шинах джерела живлення. Зрештою описаний процес стає лавиноподібним, в результаті чого генератори джерела живлення випадають із синхронізму. Таким чином, цей режим електропередачі є статично нестійким та нездійсненим.

Описані явища характеризують статичну стійкість (або нестійкість) електропередачі. Під **статичною стійкістю** електропередачі розуміють здатність режиму електричної системи повертатися до вихідного стану після внесення в систему нескінченно малого збурення.

Аналіз виразу (1.61) та відповідної характеристики потужності на рис. 1.26 свідчить про те, що свого максимального значення транзит активної потужності по електропередачі досягає за різницевого кута векторів напруг на початку та наприкінці електропередачі, який дорівнює  $90^\circ$

$$P_{\max} = \frac{U_1 U_2}{x}. \quad (1.62)$$

Таку величину називають **ідеальною межею потужності** електропередачі. Варто зазначити, що передати таку потужність по лінії неможливо, оскільки випадкове збільшення різницевого кута, навіть нескінченно мале, призводить до лавиноподібного порушення стійкості роботи електропередачі та виходу генератора із синхронізму. Стан погіршується ще й тією обставиною, що величину ідеальної межі активної потужності отримано у разі нехтування втратами потужності під час передавання її по лінії. Таким чином, фактична рівновага між потужністю

турбіни і генератора досягається за значень активної потужності, менших за ідеальну межу потужності.

Отже, найбільшу допустиму активну потужність електропередачі визначають за виразом

$$P_{\text{доп}} = \frac{P_{\text{max}} - \Delta P}{1 + k_{\text{зап}}}, \quad (1.63)$$

де  $\Delta P$  – нерегульовані коливання активної потужності електропередачі, пов'язані з динамічним характером процесу виробництва і споживання електричної енергії;  $k_{\text{зап}}$  – коефіцієнт запасу статичної стійкості.

З виразу (1.63) випливає, що збільшення пропускну здатності електропередачі можна досягти або збільшенням ідеальної межі потужності через зміну електричних параметрів лінії, або зниженням коефіцієнта запасу шляхом ефективного використання засобів автоматичного керування.

Характеристику потужності електропередачі можна отримати також і чисто аналітичним шляхом, виходячи з аналізу рівнянь закону Ома. Для ідеалізованої електропередачі таке рівняння має вигляд

$$\dot{U}_1 = U_2 - \frac{Q_2 x}{U_2} + j \frac{P_2 x}{U_2}. \quad (1.64)$$

Поділяючи рівняння 1.64 на дійсну та уявну складові отримуємо

$$\begin{cases} U_1 \cos \delta = U_2 - \frac{Q_2 x}{U_2}; \\ U_1 \sin \delta = \frac{P_2 x}{U_2}, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} P_2 = \frac{U_1 U_2}{x} \sin \delta; \\ Q_2 = \frac{U_2^2}{x} - \frac{U_1 U_2}{x} \cos \delta. \end{cases} \quad (1.65)$$

Тут друге рівняння системи (1.65) представляє характеристику реактивної потужності електропередачі. На рис. 1.27 представлена суміщена характеристика активної та реактивної потужності електропередачі. Варто зазначити, що такі характеристики потужності повністю відповідають круговим діаграмам потужності електропередачі. Дійсно, очевидно, що вирази (1.65) по суті є рівняннями кола у параметричній формі запису.

Характеристики потужності електропередачі можна використовувати для розв'язання задачі моделювання режиму найпростішої електричної системи за умовами кінця за фіксованих напруг на початку та наприкінці

лінії електропередавання. Для цього необхідно провести горизонтальну лінію, паралельну вісі абсцис, ордината якої відповідає активній потужності навантаження наприкінці лінії. Перетин такої лінії з висхідною частиною характеристики активної потужності електропередачі визначає точку рівноваги усталеного режиму електричної системи. Абсциса такої точки визначає фазовий кут вектора напруги джерела живлення та реактивну потужність навантаження за відповідною характеристикою реактивної потужності (рис. 1.27).

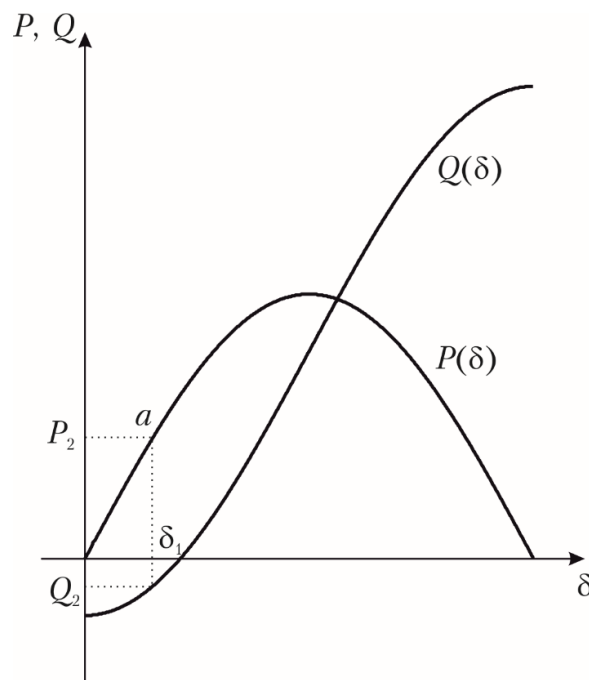


Рисунок 1.27 – Характеристики активної та реактивної потужності ідеалізованої електропередачі

В такий самий спосіб можна отримати характеристики потужності електропередачі з урахуванням втрат активної потужності на передавання електричної енергії. Тут після розділення рівняння закону Ома на дійсну та уявну складові отримуємо

$$\begin{cases} U_1 \cos \delta = U_2 + \frac{P_2 r - Q_2 x}{U_2}; \\ U_1 \sin \delta = \frac{P_2 x + Q_2 r}{U_2}. \end{cases}$$

Звідки

$$\begin{cases} P_2 = \frac{U_1 U_2 (r \cos \delta + x \sin \delta)}{r^2 + x^2} - U_2^2 \frac{r}{r^2 + x^2}; \\ Q_2 = \frac{U_1 U_2 (r \sin \delta - x \cos \delta)}{r^2 + x^2} - U_2^2 \frac{x}{r^2 + x^2}, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} P_2 = U_1 U_2 g \frac{\cos(\phi - \delta)}{\cos \phi} - U_2^2 g; \\ Q_2 = U_1 U_2 b \frac{\sin(\phi - \delta)}{\sin \phi} + U_2^2 b, \end{cases} \quad (1.66)$$

де  $g$ ,  $b$  – активна та реактивна провідності електропередачі;  $\phi$  – імпедансний кут електропередачі.

Характеристики активної та реактивної потужності електропередачі з урахуванням втрат активної потужності на передавання електричної енергії подано на рис. 1.28. Тут пунктирними лініями показано характеристики потужності ідеалізованої електропередачі.

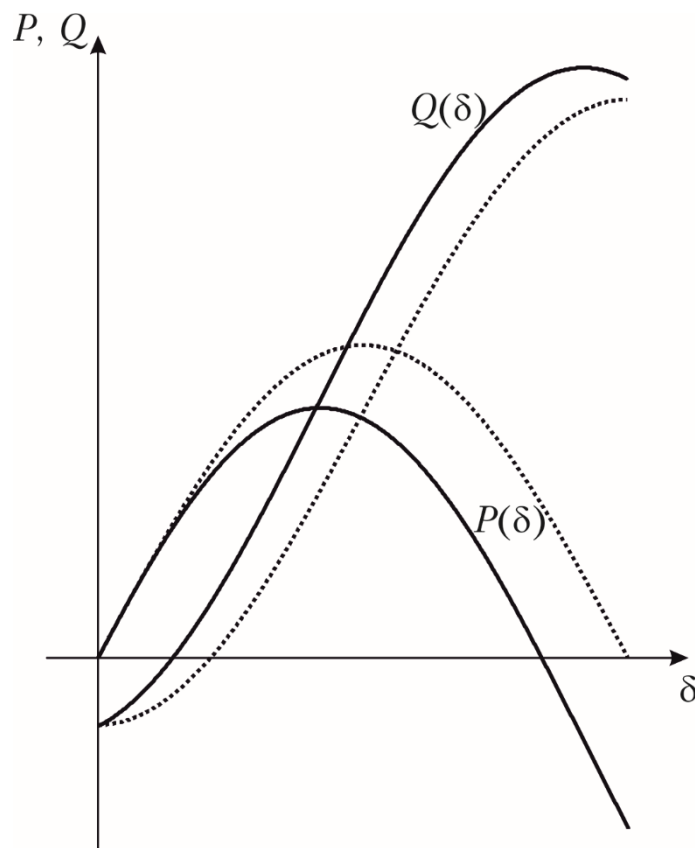


Рисунок 1.28 – Характеристики активної та реактивної потужності електропередачі з урахуванням втрат активної потужності

З виразів (1.66) випливає, що свого максимального значення транзит активної потужності набуває за різницевого фазового кута векторів напруги на початку та наприкінці електропередачі, який дорівнює імпедансному куту електропередачі. Таким чином, межу статичної стійкості визначає максимально допустима потужність

$$P_{2\max} = \frac{U_1 U_2 g}{\cos \phi} - U_2^2 g = U_1 U_2 y - U_2^2 g, \quad (1.67)$$

де  $y$  – модуль комплексної провідності електропередачі.

Порівняння виразів (1.62) та (1.55) свідчить про близькість понять межі статичної стійкості та границі існування режиму електричної системи. Так само вираз (1.67) повністю ідентичний виразу (1.54).

Вище було розглянуто характеристики потужності за умови фіксації напруги на початку та наприкінці електропередачі. Разом з тим регулювання напруги в електричних мережах направлено, у першу чергу, на забезпечення нормованої напруги на затискачах кінцевих споживачів, тобто на шинах нижчої напруги споживацьких підстанцій. Водночас режим напруги в мережах вищих класів номінальної напруги визначається струморозподілом або потокорозподілом потужностей по ділянках схеми. Це означає, що збільшення навантаження наприкінці електропередачі визначає збільшення падіння напруги на ділянці електричної системи та зниження напруги на шинах навантаження. Це спричиняє зменшення ідеальної межі активної потужності електропередачі з ростом її навантаження. Внаслідок цього характеристика потужності набуває вигляду, поданого на рис. 1.29. На рис. 1.29 зображено сімейство синусоїд характеристик активної потужності за різних значень напруги на шинах навантаження. Очевидно, що збільшення навантаження електропередачі визначає перехід з однієї синусоїди на іншу. В результаті отримуємо характеристику навантаження електричної системи, яка утворюється із дотичних до такого сімейства синусоїд.

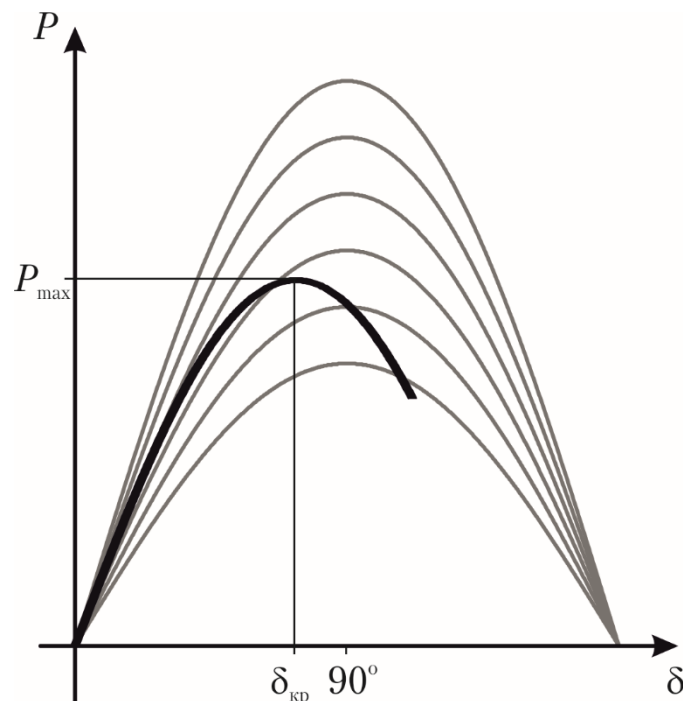


Рисунок 1.29 – Характеристика активної потужності електропередачі за умови фіксації напруги тільки з боку джерела живлення

Аналіз рис. 1.29 свідчить про те, що зниження напруги на шинах навантаження внаслідок зростання транзиту активної потужності призводить до погіршення статичної стійкості системи. Дійсно, з рис. 1.29 випливає, що ідеальна межа активної потужності електропередачі значно менша, ніж за умови фіксації напруги наприкінці електропередачі. До того ж гранично допустиме значення різницевого фазового кута векторів напруг на початку та наприкінці електропередачі за умови статичної стійкості обмежений величиною, меншою за  $90^\circ$  (на рис. 1.29 позначено  $\delta_{кр}$ ).

### 1.10 Динамічна стійкість електропередачі

Розглянемо передавання електричної енергії від джерела живлення до споживача через двоколову лінію електропередавання. Нехай внаслідок аварійного збурення, наприклад, короткого замикання, відбувається раптове відключення одного кола електропередачі, як показано на рис. 1.30. На рис. 1.30 чорним кольором забарвлено лінійні вимикачі, які вимикаються через аварію на ділянці. Очевидно, що внаслідок такої аварійної перекомутації робочої схеми еквівалентний індуктивний опір електропередачі збільшується, а ідеальна межа активної потужності зменшується. В такому разі говорять про динамічну стійкість електричної системи.

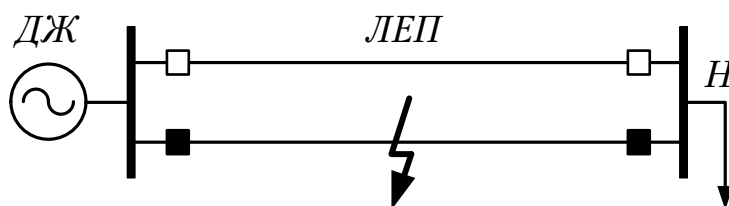


Рисунок 1.30 – Схема аварійного режиму двокової лінії електропередавання

Розглянемо характеристики активної потужності електропередачі в нормальному та післяаварійному режимах, представлені на рис. 1.30. Тут крива 1 визначає характеристику потужності електропередачі в нормальному доаварійному режимі, а криві 2 і 3 – в можливих післяаварійних. На рис. 1.31  $P_{m0}$  та  $P_{m1}$  – ідеальні межі активної потужності в доаварійному та післяаварійному режимах відповідно;  $P_0$  – активна потужність навантаження наприкінці електропередачі;  $P'_0$  – транзит активної потужності по лінії в перший момент після перекомутації схеми;  $\delta_0$ ,  $\delta_1$  – різницеві фазові кути векторів напруги на початку та наприкінці електропередачі в доаварійному та післяаварійному режимах відповідно;  $\delta_m$ ,  $\delta_{кр}$  – максимальне та максимально допустиме значення різницевого фазового кута в коливальному перехідному процесі відповідно.

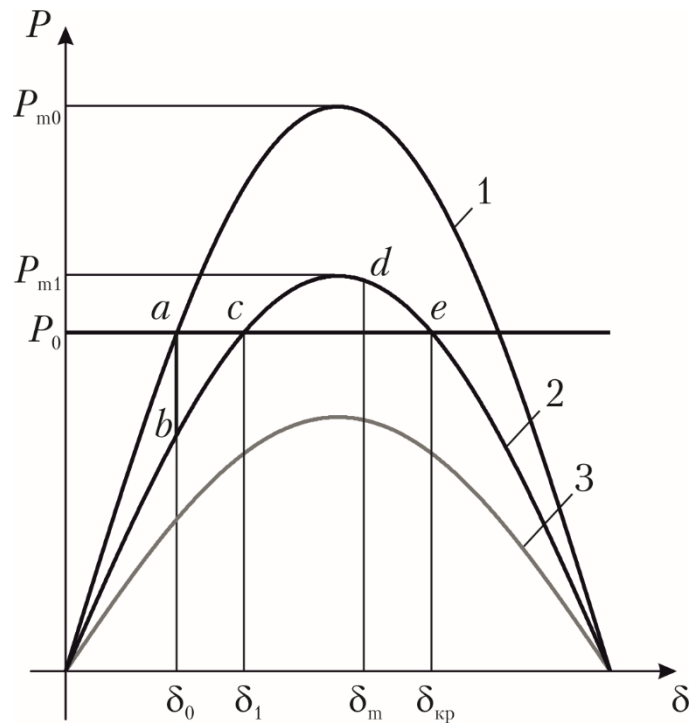


Рисунок 1.31 – Зміна потужності електропередачі через відключення одного паралельного кола

Як відомо, нормальний доаварійний режим електропередачі відповідає точці перетину горизонтальної прямої, ордината якої дорівнює активній потужності навантаження з кривою відповідної характеристики потужності з боку її висхідної частини. На рис. 1.31 такий режим відповідає точці *a*.

Після аварійного відключення одного кола електропередачі режим переходить на криву 2. Тут, через інерцію обертання ротора синхронного генератора різницеий фазовий кут векторів напруги миттєво змінитися не може. Це означає зниження транзиту активної потужності по лінії електропередавання (точка *b* на рис. 1.31). Разом з цим механічний момент на валу турбіни залишається незмінним, що викликає виникнення надлишкового моменту обертання, через який ротор генератора починає прискорюватися, а різницеий фазовий кут – збільшуватися. Це означає рух по кривій характеристики потужності в післяаварійному режимі від точки *b* до точки *c*, яка відповідає новому післяаварійному усталеному режиму електропередачі. Проте, через інерційність механічних систем, ротор генератора проходить цю точку і продовжує прискорюватися далі. В перший же момент після проходження точки рівноваги після аварійного усталеного режиму виникає від’ємний надлишковий момент, спрямований на гальмування обертання ротору генератора та зменшення різницевого фазового кута векторів напруг. Таким чином, рух ротору генератора продовжується вздовж кривої характеристики потужності лише до точки *d*, яка відповідає повному переходу кінетичної енергії прискорення ротора в



потенційну енергію гальмування. Після цього ротор генератора починає гальмувати, що відповідає руху вздовж кривої характеристики потужності в зворотному напрямку до точки  $c$  і далі. В результаті виникає електромеханічний перехідний процес, який характеризується згасаючими коливаннями ротору синхронного генератора, картина якого умовно представлена на рис. 1.32. Поступове зменшення амплітуди коливань зумовлене втратами енергії у коливальному процесі.

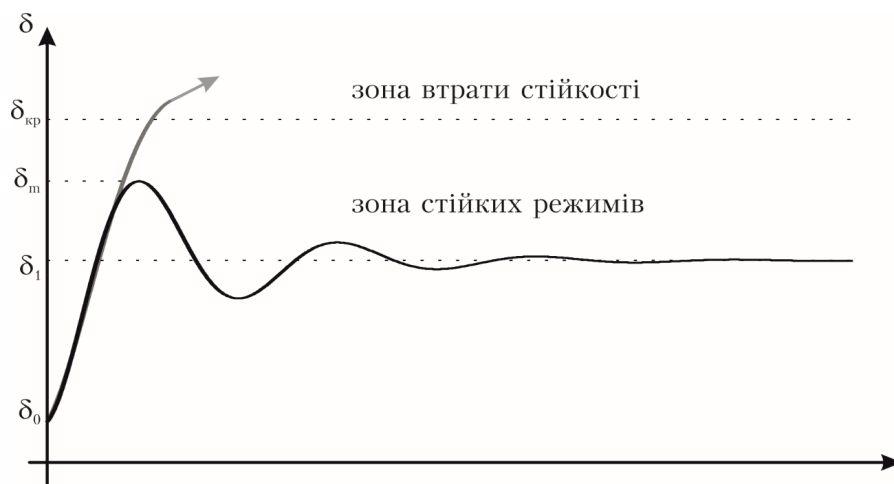


Рисунок 1.32 – Коливання ротору генератора в електромеханічному перехідному процесі

Такі коливання мають місце доки не встановиться новий післяаварійний усталений режим електропередачі, який відповідає точці  $c$  на рис. 1.31, ордината якої дорівнює активній потужності навантаження наприкінці електропередачі.

Описаний процес характеризує **динамічну стійкість** електричної системи. Під останньою розуміють здатність системи повертатися до свого первинного стану, або до близького до нього після внесення значного збурення.

Очевидно, що електрична система буде динамічно стійкою у тому разі, коли максимальне значення різницевого кута векторів напруг в коливальному електромеханічному перехідному процесі не перевищить свого критичного значення, яке відповідає точці з ординатою, яка дорівнює активній потужності навантаження наприкінці електропередачі на низхідній частині характеристики потужності (точка  $e$  на рис. 1.31). Відомо, що така точка відповідає нездійсненому статично нестійкому режиму електропередачі. Для розглянутої ситуації це свідчить про динамічну нестійкість електропередачі.

Для визначення критерію динамічної стійкості електропередачі використовують метод майданчиків прискорення та гальмування. Можна показати, що енергія прискорення ротору генератора пропорційна площі фігури, обмеженої прямими, які відповідають транзити активної потужності в доаварійному режимі, різницевого фазового куту в

післяаварійному режимі та кривою характеристики потужності в післяаварійному режимі (фігура *abc* на рис. 1.31). Так фігура має назву **майданчик прискорення**, її площа дорівнює

$$W_{\text{пр}} = P_0 (\delta_1 - \delta_0) - \int_{\delta_0}^{\delta_1} P_{m1} \sin \delta d\delta = P_0 (\delta_1 - \delta_0) + P_{m1} (\cos \delta_1 - \cos \delta_0).$$

Максимально допустима енергія гальмування ротору генератора, виходячи з умов динамічної стійкості, своєю чергою, пропорційна площі фігури, обмеженої кривою характеристики потужності в післяаварійному режимі та прямою активної потужності навантаження наприкінці електропередачі (фігура *cde* на рис. 4.31). Таку фігуру називають **майданчиком гальмування**, її площа дорівнює

$$W_{\text{гал}} = \int_{\delta_1}^{\delta_{\text{кр}}} P_{m1} \sin \delta d\delta - P_0 (\delta_{\text{кр}} - \delta_1) = P_{m1} (\cos \delta_1 - \cos \delta_{\text{кр}}) + P_0 (\delta_1 - \delta_{\text{кр}}).$$

Очевидно, що режим електропередачі є динамічно стійким у тому разі, коли енергія прискорення ротору генератора не перевищує максимально допустимої енергії гальмування

$$W_{\text{пр}} \leq W_{\text{гал}},$$

тобто площа майданчику прискорення має не перевищувати площу майданчика гальмування

$$P_0 (\delta_1 - \delta_0) + P_{m1} (\cos \delta_1 - \cos \delta_0) \leq P_{m1} (\cos \delta_1 - \cos \delta_{\text{кр}}) + P_0 (\delta_1 - \delta_{\text{кр}}),$$

або

$$P_0 \delta_0 + P_{m1} \cos \delta_0 \geq P_0 \delta_{\text{кр}} + P_{m1} \cos \delta_{\text{кр}}.$$

Можливий також випадок, коли ідеальна межа потужності в післяаварійному режимі виявиться меншою за потужність навантаження (крива 3 на рис. 1.31)

$$P'_{m1} < P_0.$$

Очевидно, що у цьому випадку післяаварійний режим нездійснений, а досліджуваний вихідний – динамічно нестійкий.

### 1.11 Поняття неоднорідності електричних мереж

Сучасні електроенергетичні системи поєднують у своєму складі електричні мережі різних класів номінальної напруги, які складаються з ліній електропередавання повітряного або кабельного виконання, виконаних проводами різного типу з різним взаємним розташуванням фазних проводів у просторі. Перелічені фактори визначають **неоднорідність** електричних мереж електроенергетичних систем.

Формально неоднорідність електричних мереж можна визначити як неоднаковість імпедансних кутів ділянок електричної мережі

$$\operatorname{tg} \varphi_i = \frac{x_i}{r_i} \neq \operatorname{idem},$$

де  $r_i, x_i$  – активний та реактивний опори  $i$ -ї ділянки розрахункової схеми електричної мережі відповідно.

Неоднорідність електричних мереж пов'язана із додатковими паразитними перетоками потужності в електричних системах, які викликають додаткові втрати потужності та погіршують техніко-економічні показники роботи електроенергетичної системи.

Пояснимо це положення наступними викладками. Розглянемо електричну систему, яка складається з двох паралельних ліній електрпередавання, які живлять зосереджене електричне навантаження, виражене фіксованим струмом, який споживаються із мережі. Розрахункова схема такої електричної системи представлена на рис. 1.33. Тут  $s$  – пункт розрахункової схеми, до якого прикладене струмове навантаження  $\dot{J}$ ;  $\underline{z}_в$ ,  $\underline{z}_н$  – опори «верхньої» та «нижньої» ділянок розрахункової схеми відповідно;  $\dot{I}'_в + j\dot{I}''$ ,  $\dot{I}'_н - j\dot{I}''$  – робочі струми «верхньої» та «нижньої» ділянок відповідно.

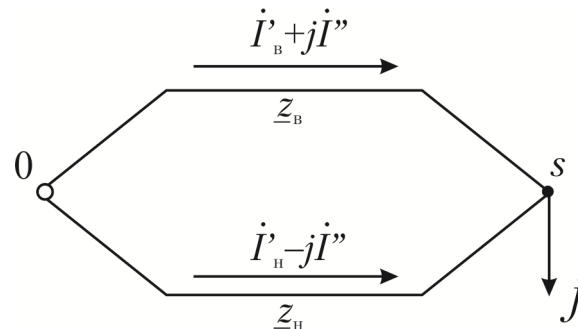


Рисунок 1.33 – Струморозподіл в неоднорідній електричній мережі

Визначимо струморозподіл для верхньої та нижньої ділянок контуру, обумовлений одиничним навантаженням в  $s$ -му пункті схеми. Відповідно до правила «чужого плеча» такий струморозподіл визначається виразами:

$$\begin{aligned} \dot{I}'_в &= \underline{\alpha}_в \dot{J} = ((r_н g_к + x_н b_к) + j(x_н g_к - r_н b_к)) \dot{J} = \dot{I}'_в + j\dot{I}''; \\ \dot{I}'_н &= \underline{\alpha}_н \dot{J} = ((r_в g_к + x_в b_к) - j(x_н g_к - r_н b_к)) \dot{J} = \dot{I}'_н - j\dot{I}'', \end{aligned} \quad (1.68)$$

де  $g_k, b_k$  – активна та реактивна складові сумарної провідності контуру відповідно;  $r_в, x_в, r_н, x_н$  – активні та реактивні опори «верхньої» та «нижньої» ділянок розрахункової схеми відповідно.

Аналіз виразу (1.68) свідчить про те, що струморозподіл в замкненій електричній мережі містить дві складові – навантажувальну та

циркуляційну. Перша складова спрямована на покриття навантаження (у виразах (1.68) позначено  $\dot{I}'_B$  та  $\dot{I}'_H$  відповідно). Дійсно, можна показати, що

$$\dot{I}'_B + \dot{I}'_H = (r_H g_K + x_H b_K) \dot{J} + (r_B g_K + x_B b_K) \dot{J} = \dot{J}.$$

Друга складова струморозподілу (у виразі (1.68) позначено  $\dot{I}''$ ) є зрівняльною та циркулює у замкненому контурі без «заходу» до споживача. Можна показати, що циркулююча складова робочого струму визначається неоднорідністю досліджуваної електричної мережі

$$\begin{aligned} \dot{I}'' &= j(x_H g_K - r_H b_K) \dot{J} = \frac{x_H (r_B + r_H) - r_H (x_B + x_H)}{r_K^2 + x_K^2} \dot{J} = \\ &= \frac{r_H \operatorname{tg} \phi_H (r_B + r_H) - r_H (r_B \operatorname{tg} \phi_B + r_H \operatorname{tg} \phi_H)}{r_K^2 + x_K^2} \dot{J} = \frac{r_B r_H (\operatorname{tg} \phi_H - \operatorname{tg} \phi_B)}{r_K^2 + x_K^2} \dot{J}, \end{aligned} \quad (1.69)$$

де  $\phi_B, \phi_H$  – імпедансні кути «верхньої» та «нижньої» ділянок розрахункової схеми відповідно.

З виразу (1.69) випливає, що циркуляційна складова струму має місце лише у тому разі, коли імпедансні кути «верхньої» та «нижньої» ділянок розрахункової схеми відрізняються, тобто електрична мережа є неоднорідною. Причому збільшення ступеню неоднорідності мережі призводить до збільшення циркуляційної складової струму.

Наявність циркуляційної складової робочого струму визначає додаткові втрати потужності в неоднорідній електричній мережі. Відомо, що втрати активної потужності в досліджуваній електричній системі визначаються еквівалентним активним опором розрахункової схеми

$$r_e = \operatorname{Re} \left[ \frac{z_B z_H}{z_B + z_H} \right].$$

В загальному випадку еквівалентний активний опір дорівнює

$$r_e = \frac{r_B r_H (r_B (1 + \operatorname{tg}^2 \phi_B) + r_H (1 + \operatorname{tg}^2 \phi_H))}{(r_B + r_H)^2 + (r_B \operatorname{tg} \phi_B + r_H \operatorname{tg} \phi_H)^2}.$$

Можна показати, що для однорідної електричної мережі, за умови однаковості імпедансних кутів ділянок розрахункової схеми, еквівалентний активний опір становить

$$r_{e0} = \frac{r_B r_H}{r_B + r_H}.$$

Збільшення еквівалентного активного опору через неоднорідність електричної мережі визначається виразом

$$\begin{aligned} \Delta r_e = r_e - r_{e0} &= \frac{r_B r_H (r_B (1 + \operatorname{tg}^2 \phi_B) + r_H (1 + \operatorname{tg}^2 \phi_H))}{(r_B + r_H)^2 + (r_B \operatorname{tg} \phi_B + r_H \operatorname{tg} \phi_H)^2} - \frac{r_B r_H}{r_B + r_H} = \\ &= \frac{r_B^2 r_H^2 (\operatorname{tg} \phi_B - \operatorname{tg} \phi_H)^2}{(r_B + r_H) \left( (r_B + r_H)^2 + (r_B \operatorname{tg} \phi_B + r_H \operatorname{tg} \phi_H)^2 \right)}. \end{aligned} \quad (1.70)$$

Свою чергою відносно збільшення еквівалентного активного опору електричної системи, а отже, відносно збільшення втрат активної потужності дорівнює

$$\begin{aligned} \delta P &= \frac{\Delta P - \Delta P_0}{\Delta P_0} = \frac{J^2 (r_{e0} + \Delta r_e) - J^2 r_{e0}}{J^2 r_{e0}} = \frac{\Delta r_e}{r_{e0}} = \\ &= \delta r_e = \frac{r_B r_H (\operatorname{tg} \phi_B - \operatorname{tg} \phi_H)^2}{r_K^2 + x_K^2}. \end{aligned} \quad (1.71)$$

З аналізу виразів (1.70) та (1.71) випливає, що збільшення втрат активної потужності в електричній системі тим більше, чим більший ступінь неоднорідності електричної мережі. На рис. 1.34 проілюстровано залежність відносного збільшення втрат активної потужності в неоднорідній електричній системі від тангенсу імпедансного кута верхньої ділянки за різних значень тангенсу імпедансного кута нижньої ділянки розрахункової схеми.

Як відомо, зростання імпедансного кута електропередачі обумовлюється збільшенням її індуктивного опору. Одночасно збільшується повний опір електропередачі і, як наслідок, зменшується частка струму навантаження, яка протікає по лінії. Таким чином, зростання ступеню неоднорідності електричної мережі (збільшення різниці тангенсів імпедансних кутів) супроводжується розвантаженням електропередач з більшим імпедансним кутом та перевантаженням електропередач з меншим кутом. На рис. 1.35 наведені залежності відносної зміни навантаження верхньої та нижньої ділянок неоднорідної електричної мережі від тангенсу імпедансного кута верхньої ділянки за різних значень тангенсу імпедансного кута нижньої ділянки розрахункової схеми. Тут суцільними лініями показано зміну коефіцієнту розподілу нижньої ділянки, а пунктирною – верхньої. Пряма, паралельна вісі абсцис на графіку відповідає точкам перетину характеристик верхньої та нижньої ділянок та характерна для однорідної електричної мережі.

Тут потрібно зважати на те, що електропередачі вищих класів номінальної напруги характеризуються більшими імпедансними кутами. Річ у тім, що збільшення номінальної напруги повітряної лінії електропередавання супроводжується збільшенням перерізів проводів та збільшенням кількості проводів розщепленої фази. Це визначає різке зменшення активного опору розрахункової схеми електропередачі.

Водночас індуктивний опір електропередачі зменшується значно повільніше. Тут збільшення радіусу еквівалентного проводу частково компенсує збільшення відстані між фазними проводами. До того ж геометричний фактор повітряних ліній електропередавання знаходиться під знаком логарифму. Таким чином, в неоднорідних електричних мережах навантаження розподіляється між електропередачами таким чином, що лінії вищих класів номінальної напруги працюють недовантаженими, а лінії нижчих класів номінальної напруги – перевантаженими. Така ситуація вимагає застосування спеціальних заходів, направлених на штучне довантаження електричних мереж вищих класів номінальної напруги та розвантаження електропередач нижчої напруги.

Під час дослідження електроенергетичних систем часто використовують більш широке визначення неоднорідності електричних мереж, пов'язуючи її з реакцією системи на внесення регламентних та аварійних збурень. Дійсно, виконання електропередач повітряними або кабельними лініями різних класів номінальної напруги, проводами різних перерізів з неоднаковим розташуванням у просторі фазних проводів визначає неоднакові погонні параметри та пропускну здатність лінії електропередавання, і, як наслідок, нерівномірне розповсюдження по системі збурень. Очевидно, що внаслідок неоднорідності електричних мереж параметри режиму деяких елементів електроенергетичних систем (напруги вузлів, струми ділянок) сильніше реагують на внесення збурень. Для деяких елементів така реакція часто має місце за будь-якої локалізації збурення, тобто різні збурення, які прикладають до різних місць електроенергетичної системи викликають суттєву зміну тих самих режимних параметрів, наприклад, визначають зниження напруги на шинах деяких підстанцій, перевантаження за струмом певних електропередач тощо.

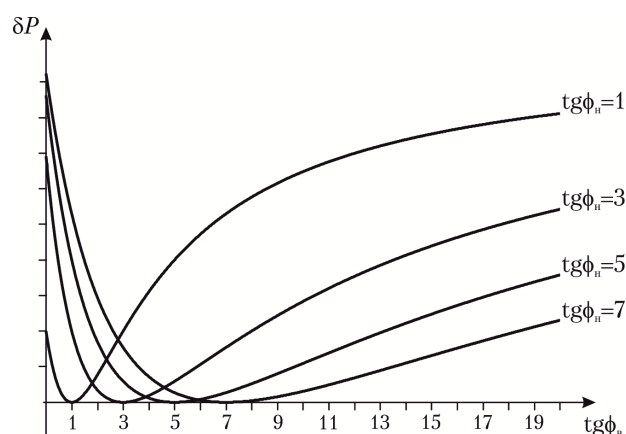


Рисунок 1.34 – Збільшення втрат активної потужності в неоднорідній електричній мережі

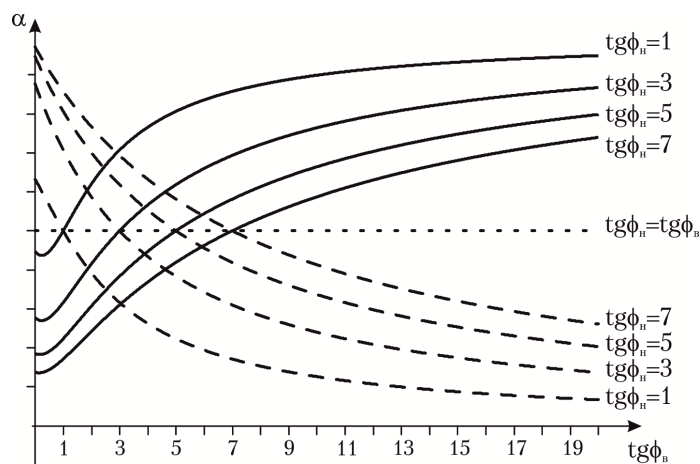


Рисунок 1.35 – Зміна відносного навантаження ділянок неоднорідної електричної мережі

Елементи електроенергетичних систем, які найбільш активно реагують на внесення збурень, називають **сенсорами**. Своєю чергою, ті елементи, зміна характеристик яких, найбільш суттєво впливає на реакцію електроенергетичної системи на внесені збурення називають **слабкими зв'язками**, якщо це стосується певних електропередач, або **слабкими місцями** в загальному випадку. Зазначимо, що наведені міркування стосуються нормальних режимів електроенергетичних систем. В перевантажених режимах на межі статичної стійкості часто спостерігається підвищена чутливість системи до внесення збурень, коли майже всі елементи електричної системи стають сенсорами.

Для оцінювання реакції електричної системи на внесені збурення використовують **матриці чутливості**, які визначають зміну режимних параметрів окремих елементів електричних систем відповідно до внесених збурень в інші елементи. Найпростішими матрицями чутливості є матриці **коефіцієнтів розподілу** та **опорів впливу**. Дійсно, елементи матриці коефіцієнтів розподілу визначають реакцію струморозподілу по ділянках розрахункової схеми електричної системи на зміну навантажень в незалежних пунктах схеми. Своєю чергою елементи матриці опорів впливу визначають реакцію режиму напруги на зміну навантажень.

Зазначимо, що аналіз матриць чутливості дозволяє визначити сенсори та слабкі місця електроенергетичних систем. Так, наприклад, рядок матриці коефіцієнтів опору з найбільшими за модулем елементами визначає лінію електропередавання, яка найактивніше реагує на зміну режиму навантаження в електричній системі. Відповідну лінію електропередавання варто вважати сенсором. Своєю чергою стовпчик матриці коефіцієнтів опору з найбільшими за модулем елементами визначає вузол розрахункової схеми, зміна навантаження якого найсильніше впливає на струморозподіл по електричній системі. Відповідний вузол слід вважати слабким місцем.

### 1.12 Самозбудження синхронних генераторів

Відомо, що лінії електропередавання вищих класів номінальної напруги характеризуються значними зарядними потужностями. В лінії електропередавання, яка знаходиться під дією робочої напруги завжди протікають ємнісні зарядні струми, зумовлені наявністю частинних ємностей між фазними проводами та між фазними проводами та землею. Очевидно, що в режимах малих навантажень такі ємнісні струми можуть переважати індуктивні робочі струми навантажень, в результаті чого навантаження генераторів, які працюють на такі електропередачі, набувають активно-ємнісного характеру.

Із загальної теорії електричних машин відомо, що робота синхронного генератора на ємнісне навантаження небезпечна можливістю виникнення режиму самозбудження генератора. Справа в тому, що ємнісні струми в обмотках статора генератора можуть викликати поздовжнє підмагнічування якоря електричної машини. Це зумовлює лавиноподібне зростання напруги на затискачах генератора, що викликає зростання його струму і подальше підмагнічування якоря. В результаті напруга на затискачах обмоток генератора зростає з великою швидкістю, а сам генератор втрачає можливість регулювання свого режиму. Таке явище називають *самозбудженням генератора*.

Режим самозбудження синхронних генераторів характеризується встановленням на затискачах генератора та в лінії електропередавання напруги, яка не відповідає струму збудження. Під час виникнення самозбудження генераторів персонал електричної станції значною мірою втрачає можливість управляти режимом напруги. При цьому напруга на затискачах генератора та в іншому устаткуванні електричних мереж може суттєво перевищувати свої допустимі значення, що спричиняє небезпеку для ізоляції синхронного генератора, лінії, силових трансформаторів та іншого устаткування.

Розглянемо розрахункову схему електричної системи, наведену на рис. 1.36, що складається із синхронного генератора, який працює на ненавантажену лінію електропередавання. На рис. 1.36 використано такі позначення:  $E_q$  та  $x_q$  – внутрішні ЕРС та індуктивний опір синхронної машини;  $\underline{z}_{\text{вх}} = r_{\text{вх}} - jx_{\text{вх}}$  – вхідний опір ненавантаженої лінії, який носить активно-ємнісний характер.

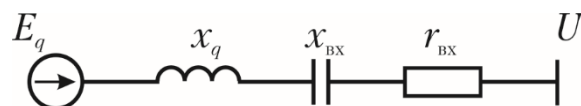


Рисунок 1.36 – Розрахункова схема синхронного генератора, який працює на ненавантажену лінію електропередавання



Очевидно, що режим самозбудження має місце у тому разі, коли еквівалентний реактивний опір електричної системи, зображеної на рис. 4.36, містить ємнісний характер, тобто у разі виконання умови

$$x_{\text{вх}} > x_q. \quad (1.72)$$

У виразі (1.72) реактивні опори електричної системи порівняно за абсолютними значеннями.

Крім того, з теорії електричних машин відомо, що режим самозбудження синхронного генератора здійснений у тому разі, коли характеристика неробочого ходу синхронної машини перетинається із характеристикою зовнішнього електричного кола (рис. 1.37). На рис. 1.37 1 позначено характеристику неробочого ходу синхронного генератора; 2 – характеристика ненавантаженої лінії; 3 – граничне положення характеристики ненавантаженої електропередачі.

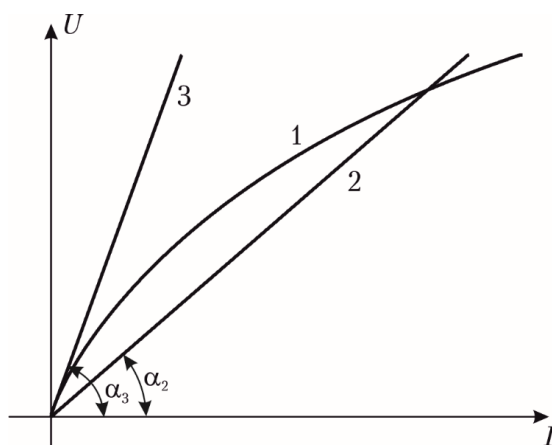


Рисунок 1.37 – Ілюстрація умови здійсненності режиму самозбудження синхронного генератора

Очевидно, перетинання характеристик має місце у тому разі, коли характеристика неробочого ходу синхронного генератора проходить вище характеристики електричного кола ненавантаженої лінії.

На рис. 1.37 характеристика зовнішнього кола зображена прямою, яка моделює закон Ома для вхідного опору ненавантаженої лінії. За умови нехтування активної складової вхідного опору тангенс кута нахилу такої прямої пропорційний ємнісному вхідному опору лінії електропередавання

$$\tan \alpha_1 \approx x_{\text{вх}}.$$

Зокрема кут нахилу дотичної до характеристики неробочого ходу синхронного генератора на початку координат визначається синхронним реактивним опором генератора за поздовжньою віссю

$$\tan \alpha_2 = x_d.$$

Очевидно, що такий кут визначає граничні умови виникнення режиму самозбудження синхронного генератора

$$x_{\text{BX}} < x_d. \quad (1.73)$$

Поєднання умов (1.72) та (1.73) визначає перший критерій виникнення режиму самозбудження синхронного генератора

$$x_q < x_{\text{BX}} < x_d. \quad (1.74)$$

Другий критерій самозбудження синхронного генератора впливає із умови балансу активної потужності в електричній системі, зображеній на рис. 1.37. Втрати активної потужності в ненавантаженій лінії електропередавання мають покриватися мінімальною потужністю генератора (за умови відсутності струму збудження)

$$P_{\text{min}} = \Delta P_{\text{леп}}.$$

Тут мінімальна потужність явнополюсного синхронного генератора визначається реактивним моментом через несиметрію реактивних опорів машини за поздовжньою та поперечною осями ( $x_d \neq x_q$ ). Така мінімальна потужність визначається виразом

$$P_{\text{min}} = \frac{U^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\delta,$$

де  $U$  – лінійна напруга на затискачах синхронного генератора;  $\delta$  – кут вибігу генератора.

Очевидно, що свого максимального значення мінімальна потужність генератора набуває за кута вибігу  $45^\circ$ . Таким чином, другий критерій виникнення самозбудження можна записати у вигляді

$$\frac{U^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) = \frac{U^2}{z_{\text{BX}}^2} r_{\text{BX}}, \quad (1.75)$$

де  $z_{\text{BX}}$  – модуль вхідного опору електропередачі.

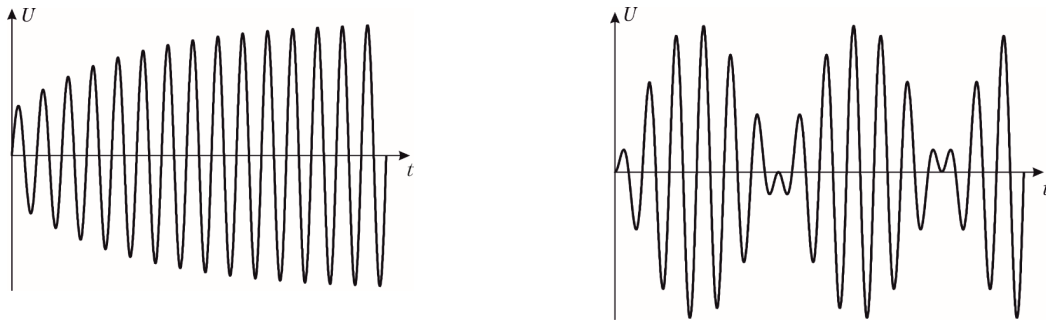
З виразу (1.75) впливає умова

$$r_{\text{BX}} \leq \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \frac{z_{\text{BX}}}{2}. \quad (1.76)$$

Вирази (1.74) та (1.75) визначають умови виникнення самозбудження синхронного генератора, який працює на ненавантажену лінію електропередавання

$$\begin{cases} x_q < x_{\text{BX}} < x_d; \\ r_{\text{BX}} \leq \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \frac{z_{\text{BX}}}{2}. \end{cases}$$

Такий режим самозбудження є синхронним (рис. 1.38 а). Тут напруга на затискачах генератора аперіодично зростає за експоненціальним законом.



а) синхронне самозбудження

б) асинхронне самозбудження

Рисунок 1.38 – Характер зміни напруги в режимі самозбудження

Можливий також асинхронний режим самозбудження, коли спостерігаються коливальні зміни напруги на затискачах генератора (рис. 1.38 б). Критерії виникнення асинхронного режиму самозбудження визначаються аналогічно наведеним вище та виражаються нерівностями

$$\begin{cases} x'_d < x_{\text{вх}} < x_q; \\ r_{\text{вх}} \leq \frac{x_q - x'_d}{x_q x'_d} \frac{z_{\text{вх}}}{2}, \end{cases}$$

де  $x'_d$  – перехідний реактивний опір синхронної машини.

Наведені критерії визначають зони (області) самозбудження синхронних генераторів. Загалом виділяють три **зони самозбудження**, зображені на рис. 1.39.

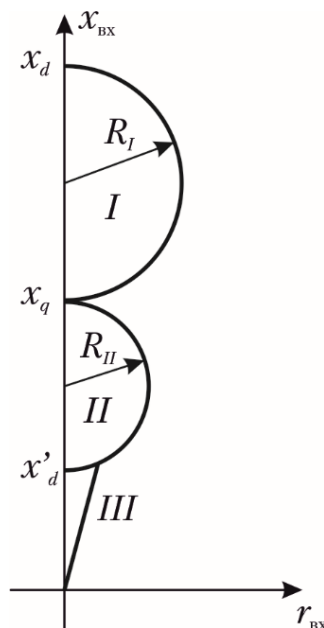


Рисунок 1.39 – Зони самозбудження синхронного генератора

Зона *I* визначає синхронний режим самозбудження та обмежена півколом біля вісі реактивних вхідних опорів ненавантаженої лінії електропередавання між реактивними опорами синхронного генератора за поперечною та поздовжньою осями радіусом

$$R_I = \frac{x_d - x_q}{2}.$$

Зона *II* визначає асинхронний режим самозбудження та обмежена аналогічним півколом біля вісі реактивних вхідних опорів ненавантаженої лінії електропередавання між перехідним реактивним опором синхронного генератора та опором за поперечною віссю радіусом

$$R_{II} = \frac{x_q - x'_d}{2}.$$

Крім того, можливий також режим асинхронного самозбудження за вхідного ємнісного опору електропередачі, меншого за перехідний реактивний опір машини. Такому режиму відповідає зона *III* на рис. 1.39. Ширина цієї зони визначається параметрами демпферних обмоток синхронного генератора.

Таким чином, для виникнення режиму самозбудження необхідно та достатньо щоб зображуючи точка параметрів розрахункової схеми ненавантаженої лінії електропередавання знаходилась всередині будь-якої із зон, наведених на рис. 1.39. У разі виявлення можливості виникнення режиму самозбудження необхідно передбачити певні заходи, направлені на його унеможливлення, наприклад, встановлення шунтувальних реакторів, призначених для компенсації ємнісних зарядних струмів лінії електропередавання. Очевидно, що такий захід спрямований на зменшення вхідного ємнісного опору ненавантаженої лінії електропередавання. Інший можливий захід полягає у забезпеченні паралельної роботи декількох синхронних генераторів. Таке увімкнення генераторів зменшує їх еквівалентні опори та звужує зони виникнення режимів самозбудження.

### 1.13 Ферорезонанс в електричних мережах

Насиченість електричних мереж індуктивними елементами (силові трансформатори та автотрансформатори, шунтувальні реактори тощо) та наявність ємнісних елементів (кабельні та протяжні повітряні лінії електропередавання, ємнісні пристрої поздовжньої та поперечної компенсації тощо) визначають можливість виникнення резонансів напруг та струмів в електричних системах. Нелінійність індуктивних елементів з феромагнітним осереддям визначає особливості протікання таких резонансних явищ, які отримали назву *ферорезонансних процесів*.

Наприклад, послідовне з'єднання обмоток силового трансформатора з перекомпенсованою лінією електропередавання визначає послідовний ферорезонансний контур, представлений на рис. 1.40, який складається з

джерела напруги, лінійних активного та ємнісного елементів та нелінійної індуктивності. Тут ЕРС джерела напруги компенсовано падіннями напруги на активному опорі індуктивності та ємності, при чому падіння напруги на індуктивності випереджає струм в колі на  $90^\circ$ , а на ємності – відстає на  $90^\circ$ . За умови

$$x_L = x_C$$

в електричному колі спостерігається резонанс напруг, коли ЕРС джерела живлення дорівнює падінню напруги на активному опорі, а вектор струму збігається за фазою з вектором ЕРС джерела живлення.

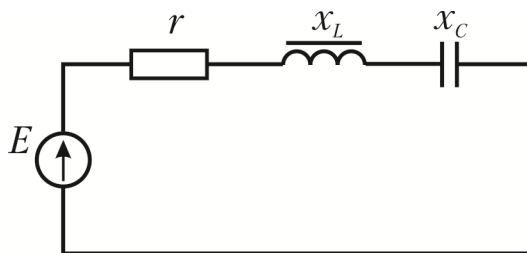


Рисунок 1.40 – Послідовне ферорезонансне коло

Залежність напруг на елементах електричного кола від струму подано вольт-амперними характеристиками, поданими на рис. 1.41.

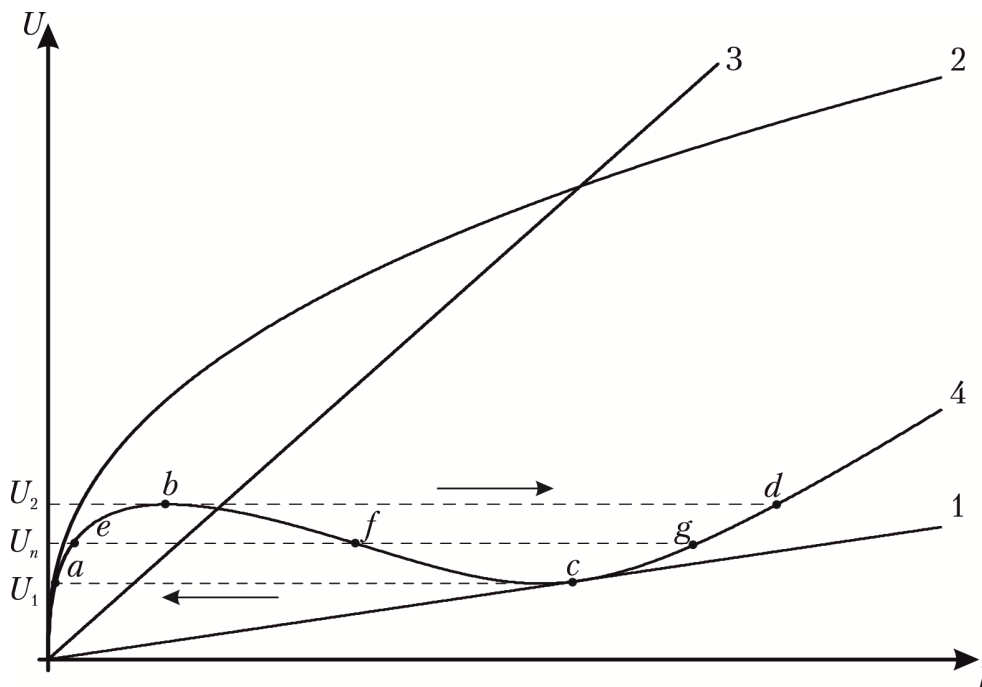


Рисунок 1.41 – Вольт-амперна характеристика елементів послідовного ферорезонансного кола

Тут пряма 1 являє собою лінійну залежність падіння напруги на активному опорі від струму; крива 2 – вольт-амперна характеристика нелінійної індуктивності; пряма 3 – характеристика лінійної ємності; крива 4 – сумарна вольт-амперна характеристика ферорезонансного кола. Зазначимо, що за малих значень активного опору сумарна вольт-амперна характеристика містить спадну ділянку  $b-c$ . Із збільшенням активного опору ця ділянка зникає.

Розглянемо поступове збільшення напруги на затискачах джерела живлення, наприклад, від  $U_1$  до  $U_2$  і далі (рис. 1.41). Це відповідає пересуванню вздовж сумарної вольт-амперної характеристики електричного кола по ділянці  $a-b$ . В момент, коли напруга на затискачах джерела живлення досягає певного порогового значення (точка  $b$  на вольт-амперній характеристиці) відбувається стрибкоподібне збільшення робочого струму, а режим переходить від точки  $b$  в точку  $d$ , оскільки ділянка  $b-c-d$  характеризується меншими значеннями напруги. Водночас різко змінюється кут зсуву між напругою та струмом. Дійсно, точка  $b$  відповідає індуктивному характеру сумарного навантаження, і робочий струм відстає від напруги джерела живлення. Зокрема, точка  $d$  характеризується ємнісим навантаженням, коли робочий струм випереджає напругу. Наявність індуктивного елемента у складі електричного кола унеможлиблює миттєвий стрибок робочого струму і визначає протікання певного перехідного процесу в електричній системі. Подальше збільшення напруги супроводжується поступовим збільшенням робочого струму, що відповідає пересуванню вздовж вольт-амперної характеристики далі за точкою  $d$ .

Аналогічна ситуація спостерігається і під час поступового зниження напруги на затискачах джерела живлення. Тут на першому етапі має місце поступове зменшення робочого струму, що відповідає пересуванню вздовж вольт-амперної характеристики по ділянці  $d-c$  від  $U_2$  до  $U_1$  (рис. 1.41). В момент, коли напруга досягає певного порогового значення (точка  $c$  на вольт-амперній характеристиці), відбувається стрибкоподібне зменшення робочого струму внаслідок переходу в точку  $a$  через те, що ділянка  $a-b-c$  характеризується більшими значеннями напруги. Водночас різко змінюється кут зсуву між напругою джерела живлення та робочим струмом. Так точка  $c$  відповідає резонансу напруг, і робочий струм збігається за фазою з напругою джерела живлення. Своєю чергою, точка  $a$  відповідає індуктивному характеру навантаження, коли робочий струм відстає від напруги. Подальше зниження напруги супроводжується поступовим зменшенням робочого струму відповідно до пересування вздовж вольт-амперної характеристики від точки  $a$  аж до початку координат.

Отже, під час послідовного ферорезонансу може спостерігатися різка зміна амплітуди та фази робочого струму за малих змін напруги або параметрів ємності чи нелінійної індуктивності. Також для ферорезонансних явищ характерна можливість існування декількох сталих станів за тис самих параметрів електричної мережі. Так, наприклад, для напруги джерела

живлення, позначеної на рис. 1.41  $U_n$ , відповідно до вольт-амперної характеристики електричного кола можливі три значення робочого струму, які відповідають точкам  $e, f$  та  $g$ . З них точка  $f$  відповідає нестійкому режиму, а точки  $e$  та  $g$  – можливим стійким. Якого саме стійкого стану набуде електрична система під час ферорезонансу визначається початковими умовами, зокрема – початковим зарядом ємностей системи, залишковим магнітним потоком в осередді трансформаторів, моментом перекомутації тощо.

Крім розглянутого вище послідовного ферорезонансу (ферорезонансу напруг). в електричних системах може мати місце паралельний ферорезонанс (ферорезонанс струмів). Такі явища можуть спостерігатися за паралельного увімкнення ємності та нелінійної індуктивності, наприклад, зарядної ємності лінії електропередавання та обмотки вимірювального трансформатора напруги. Схема паралельного ферорезонансного кола наведена на рис. 1.42. Тут струм джерела живлення розподіляється між активною провідністю, нелінійною індуктивністю та ємністю. При чому струм в індуктивності відстає на  $90^\circ$  від ЕРС джерела живлення, а струм ємності – випереджає на  $90^\circ$ . За умови

$$b_L = b_C$$

в електричному колі спостерігається резонанс струмів, коли струм джерела живлення дорівнює струму активної провідності, а вектор вхідного струму збігається за фазою з вектором ЕРС джерела живлення.

Формування сумарної вольт-амперної характеристики паралельного ферорезонансного кола проілюстровано на рис. 1.43. Тут прямі 1 та 3 – лінійні вольт-амперні характеристики активної провідності та ємності відповідно; крива 2 – вольт-амперна характеристика нелінійної індуктивності; крива 4 – сумарна вольт-амперна характеристика ферорезонансного кола. Для формування сумарної вольт-амперної характеристики здійснене підсумовування графіків вольт-амперних характеристик окремих елементів електричного кола за струмом. Зазначимо, що за малих значень активної провідності в електричному колі спостерігається паралельний ферорезонанс. Із збільшенням активної провідності такий ефект зникає.

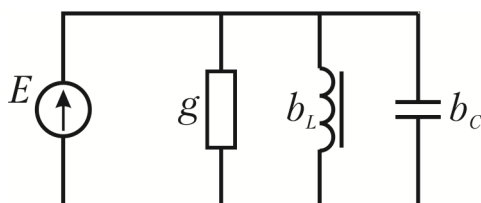


Рисунок 1.42 – Паралельне ферорезонансне коло

Розглянемо поступове збільшення струму джерела живлення, наприклад, від  $I_1$  до  $I_2$  і далі (рис. 1.43). Це відповідає пересуванню вздовж сумарної вольт-амперної характеристики електричного кола по ділянці  $a$ – $b$ . В момент, коли струм джерела живлення досягає певного порогового значення (точка  $b$  на вольт-амперній характеристиці) відбувається стрибкоподібне збільшення робочої напруги, а режим переходить від точки  $b$  в точку  $d$ , оскільки ділянка  $b$ – $c$ – $d$  характеризується меншими значеннями струму. Водночас різко змінюється кут зсуву між напругою та струмом. Дійсно, точка  $b$  відповідає ємнісному характеру сумарного навантаження, і робоча напруга відстає від струму джерела живлення. Зокрема, точка  $d$  характеризується індуктивним навантаженням, коли робоча напруга випереджає струм. Подальше збільшення струму супроводжується поступовим збільшенням робочої напруги, що відповідає пересуванню вдовж вольт-амперній характеристиці далі за точкою  $d$ .

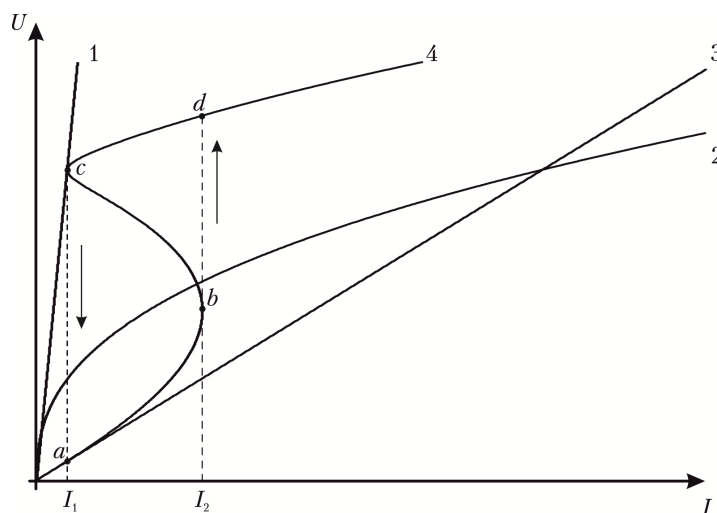


Рисунок 1.43 – Вольт-амперна характеристика паралельного ферорезонансного кола

Аналогічна ситуація спостерігається і під час поступового зниження струму джерела живлення. Тут на першому етапі має місце поступове зменшення робочої напруги, що відповідає пересуванню вздовж вольт-амперної характеристики по ділянці  $d$ – $c$  від  $I_2$  до  $I_1$  (рис. 1.43). В момент, коли струм досягає певного порогового значення (точка  $c$  на вольт-амперній характеристиці), відбувається стрибкоподібне зменшення робочої напруги внаслідок переходу в точку  $a$  через те, що ділянка  $a$ – $b$ – $c$  характеризується більшими значеннями струму. Водночас різко змінюється кут зсуву між робочою напругою та струмом джерела живлення. Так точка  $c$  відповідає резонансу струмів, і робоча напруга збігається за фазою із струмом джерела живлення. Своєю чергою, точка  $a$  відповідає ємнісному характеру навантаження, коли робоча напруга



відстає від струму. Подальше зниження струму супроводжується поступовим зменшенням робочої напруги відповідно до пересування вздовж вольт-амперної характеристики від точки *a* аж до початку координат.

Отже, під час паралельного ферорезонансу може спостерігатися різка зміна амплітуди та фази робочої напруги за малих змін струму або параметрів ємності чи нелінійної індуктивності. Зазначимо, що наявність ємності у складі паралельного ферорезонансного кола унеможливорює миттєву зміну робочої напруги та визначає протікання певного перехідного процесу.

Таким чином, для ферорезонансних процесів в електроенергетичних системах характерні раптові стрибкоподібні переходи режимів електроустановок до нових стаціонарних станів, спричинені незначними змінами параметрів електричних систем. Досвід експлуатації електроенергетичних систем різних класів номінальної напруги свідчить про те, що ініціаторами ферорезонансних процесів можуть бути перехідні процеси, грозові перенапруги, комутаційні перемикання трансформаторних кіл, виникнення або локалізація пошкоджень тощо. У відповідь на такі збурення електрична система може раптово перейти з нормального стійкого режиму в стан ферорезонансу, який характеризується різкою, часто, непередбачуваною зміною основних параметрів. Перевантаження за струмом та напругою, можливі коливальні процеси, які супроводжують ферорезонансні процеси, несуть певну загрозу для устаткування електричних мереж, зокрема, для трансформаторів напруги та струму та іншого обладнання.

#### ***Контрольні запитання до 1 розділу:***

1. Дайте визначення режиму та режимних параметрів електроенергетичної системи.
2. Поясніть поділення режимних параметрів на загальносистемні та локальні. Перелічіть загальносистемні та локальні режимні параметри електроенергетичних систем.
3. Наведіть класифікацію режимів енергосистем у зв'язку із часом. Дайте характеристику таких типів режимів.
4. Наведіть та охарактеризуйте класифікацію перехідних режимів електроенергетичних систем.
5. Поясніть поділ режимів електроенергетичних систем на симетричні та несиметричні.
6. Поясніть поділ режимів електроенергетичних систем на синусоїдні та несинусоїдні.
7. Наведіть прагматичну класифікацію режимів енергосистем. Дайте характеристику таких типів режимів.
8. Наведіть та охарактеризуйте вимоги до режимів електроенергетичних систем фізичного характеру.

9. Наведіть та охарактеризуйте вимоги до режимів електроенергетичних систем нормативного характеру.
10. Наведіть послідовність розрахунків робочого режиму лінії електропередачі за умовами початку та кінця.
11. Наведіть послідовність побудови векторних діаграм напруг та струмів робочого режиму лінії електропередачі за умовами початку та кінця.
12. Назвіть складові струму лінії електропередавання.
13. Дайте визначення зарядного струму та зарядної потужності.
14. Поясніть зростання напруги наприкінці лінії електропередавання в режимах неробочого ходу та малих навантажень.
15. Охарактеризуйте та наведіть основні вирази для моделювання усталеного режиму найпростішої електричної системи за умовами початку електропередачі.
16. Поясніть послідовність побудови векторної діаграми напруг та струмів для розв'язання режимної задачі найпростішої електричної системи за умовами початку електропередачі.
17. Охарактеризуйте та наведіть основні вирази для моделювання усталеного режиму найпростішої електричної системи за умовами кінця електропередачі.
18. Поясніть послідовність побудови векторної діаграми напруг та струмів для розв'язання режимної задачі найпростішої електричної системи за умовами кінця електропередачі.
19. Дайте визначення поняття втрат напруги.
20. У чому полягає різниця між падінням та втратами напруги?
21. За яких умов режим напруги можна визначати за втратами напруги?
22. Оцініть похибку визначення режиму напруги за втратами напруги.
23. Дайте визначення та поясніть суть поняття електричної довжини електропередачі.
24. У чому полягає схожість та відмінність понять хвильової та електричної довжини лінії електропередавання?
25. Дайте визначення та наведіть приклади ліній електропередавання з рівномірно розподіленими параметрами.
26. Наведіть вирази для визначення розподілу струму, втрат активної потужності та напруги в лінії електропередавання з рівномірно розподіленими параметрами.
27. Порівняйте втрати потужності в лініях з рівномірно розподіленим та зосередженим навантаженням.
28. Порівняйте падіння напруги в лініях з рівномірно розподіленим та зосередженим навантаженням.
29. Поясніть принципову неможливість еквівалентного заміщення лінії електропередавання з рівномірно розподіленим навантаженням лінією із зосередженим навантаженням.
30. Поясніть застосування саме «П»-подібних схем заміщення ліній електропередавання.

31. Поясніть природу похибки у моделюванні ліній електропередавання симетричними «П»-подібними схемами заміщення.
32. Поясніть формування схеми заміщення радіальної електропередачі, яка живить декілька навантажень.
33. Наведіть послідовність моделювання усталеного режиму радіальної електропередачі, яка живить декілька навантажень, виражених струмами.
34. Наведіть послідовність побудови векторної діаграми напруг та струмів усталеного режиму радіальної електропередачі, яка живить декілька навантажень.
35. Наведіть вирази для визначення поточкорозподілу потужностей по ділянках радіальної електропередачі, яка живить декілька навантажень, виражених потужностями.
36. Наведіть вирази для визначення режиму напруги в пунктах радіальної електропередачі, яка живить декілька навантажень, виражених потужностями.
37. Наведіть послідовність моделювання усталеного режиму радіальної електропередачі, яка живить декілька навантажень, виражених потужностями.
38. Дайте визначення та наведіть приклади ліній з двостороннім живленням.
39. Наведіть послідовність моделювання усталеного режиму ліній з двостороннім живленням.
40. Поясніть наявність зрівнювального струму для визначення струму головної ділянки.
41. Дайте визначення точки поточкорозділу.
42. Поясніть можливість неспівпадіння точок поточкорозділу за активною та реактивною потужностями.
43. Поясніть положення про те, що точки поточкорозділу є електрично найвіддаленішими від джерел живлення ліній з двостороннім живленням.
44. Який наслідок витікає з того, що точки поточкорозділу є найвіддаленішими від джерел живлення?
45. Охарактеризуйте та наведіть основні вирази для розв'язання режимної задачі найпростішої електричної системи за умовами кінця (початку) та заданою напругою на протилежному кінці електропередачі.
46. Поясніть фізичний зміст можливих коренів біквадратних рівнянь (1.38) та (1.41).
47. Наведіть послідовність графоаналітичного розв'язання режимної задачі за умовами кінця електропередачі та заданою напругою на початку.
48. У чому полягає суть граничної мінімально допустимої напруги на початку електропередачі за відомої потужності навантаження наприкінці.
49. Поясніть принципи визначення мінімально допустимої напруги на початку електропередачі.
50. У чому полягає суть гранично допустимого навантаження наприкінці електропередачі.

51. Поясніть принципи визначення гранично допустимого навантаження наприкінці електропередачі.
52. Перелічіть фактори, які визначають потужність гранично допустимого навантаження наприкінці електропередачі.
53. Охарактеризуйте та наведіть основні вирази для розв'язання режимної задачі електропередачі за умовами початку (кінця) та заданим напругам на обох кінцях електропередачі.
54. Наведіть послідовність побудови кругових діаграм потужностей електропередачі.
55. Як буде змінюватись кругова діаграма потужностей, наведена на рис. 1.21, у разі варіювання напруги на початку та наприкінці електропередачі?
56. Наведіть послідовність розв'язання задачі моделювання усталеного режиму електропередачі за допомогою кругової діаграми потужностей.
57. Поясніть міркування щодо можливих коренів квадратного рівняння (1.52).
58. Поясніть фізичний зміст гранично допустимого навантаження електропередачі.
59. Поясніть визначення гранично допустимого активного навантаження електропередачі за допомогою кругової діаграми потужностей.
60. У чому полягає ідеалізація розрахункових схем електропередач?
61. За яких умов допустимо здійснювати аналіз режиму електропередачі за ідеалізованою розрахунковою схемою.
62. У чому полягає особливість кругових діаграм потужностей, побудованих для ідеалізованих розрахункових схем електропередач?
63. Поясніть побудову векторної діаграми напруг та струмів ідеалізованої найпростішої електричної системи.
64. Дайте визначення характеристики потужності електропередачі.
65. Дайте визначення статичної стійкості електропередачі.
66. Поясніть фізичний зміст зон статичної стійкості та нестійкості на характеристиці активної потужності електропередачі.
67. Дайте визначення ідеальної межі активної потужності електропередачі.
68. Поясніть принципову неможливість організувати транзит потужності, яка дорівнює ідеальній межі активної потужності електропередачі.
69. Охарактеризуйте суміщені характеристики активної та реактивної потужностей електропередачі.
70. Поясніть послідовність розв'язання задачі моделювання усталеного режиму електричної системи за допомогою суміщених характеристик потужностей електропередачі.
71. Порівняйте характеристики потужностей ідеалізованої електропередачі та з урахуванням втрат активної потужності.
72. Проаналізуйте залежність максимально допустимого різницевого кута векторів напруг на початку та наприкінці електропередачі з урахуванням втрат потужностей від номінальної напруги електричної системи.

73. Поясніть погіршення статичної стійкості електропередачі за умови фіксації напруги тільки з боку джерела живлення.
74. Дайте визначення динамічної стійкості електропередачі.
75. Поясніть зміну характеристики потужності електропередачі після раптового відключення одного з паралельних кіл електропередачі.
76. Поясніть та охарактеризуйте процеси виникнення коливання роторів генераторів внаслідок раптового відключення одного з паралельних кіл електропередачі.
77. За яких умов коливання роторів генераторів є затухаючими?
78. Наведіть та поясніть критерій динамічної стійкості електропередачі за методом майданчиків.
79. Що розуміють під неоднорідними електричними мережами?
80. Наведіть формальне визначення неоднорідних електричних мереж
81. Поясніть виникнення та негативний вплив циркулюючих паразитних струмів в неоднорідних електричних мережах.
82. Поясніть природу недовантаження електропередач вищих класів номінальної напруги та перевантаження ліній нижчої напруги в неоднорідних електричних мережах.
83. Дайте визначення сенсорів та слабких місць у складі електроенергетичних систем. Поясніть зв'язок наявності сенсорів та слабких місць з неоднорідністю мереж.
84. Дайте визначення та наведіть приклади матриці чутливості.
85. Поясніть, яким чином аналіз матриць чутливості дозволяє виявити в електричній системі склад сенсорів та слабких місць.
86. Дайте визначення та поясніть причини виникнення самозбудження генераторів електричних систем.
87. У чому полягають основні небезпеки, пов'язані із виникненням самозбудження генераторів?
88. Який характер носять процеси зміни напруги під час виникнення самозбудження генераторів. Що визначає характер таких процесів?
89. Наведіть та поясніть критерії виникнення режимів самозбудження синхронних генераторів електроенергетичних систем.
90. Поясніть необхідні та достатні умови виникнення режиму самозбудження.
91. Охарактеризуйте можливі способи зниження ймовірності виникнення режимів самозбудження генераторів.
92. Дайте визначення та поясніть природу виникнення ферорезонансних процесів в електроенергетичних системах.
93. Поясніть, чому ферорезонансні процеси можливі тільки в нелінійних електричних колах.
94. Охарактеризуйте процес виникнення послідовного ферорезонансу.
95. Охарактеризуйте процес виникнення паралельного ферорезонансу.
96. Які загрози несуть ферорезонансні процеси в електроенергетичних системах?

## 2 ОСНОВИ ТЕОРІЇ МОДЕЛЮВАННЯ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ

### 2.1 Загальна характеристика задач моделювання усталених режимів електроенергетичних систем

У процесі функціонування електроенергетичної системи відбувається постійна зміна таких її характеристик, як частоти змінного струму, напруг у вузлових точках електричної мережі, струмів і потоків потужностей на ділянках схеми, потужностей генерації джерел та споживання навантажень та інших фізичних показників, які характеризують процеси перетворення, передавання та розподілу електричної енергії. Моделювання усталених режимів електроенергетичних систем становлять більшу частину розрахунків як під час експлуатації та управління, так і під час проектування розвитку електроенергетичних систем. Метою такого моделювання є визначення допустимості режимів напруги у вузлах схеми електричної мережі, перетоків потужності в окремих лініях або групах ліній контрольованого перерізу, перевірка можливості передачі заданої потужності, оцінювання сумарних втрат потужності тощо.

Моделювання усталених режимів є, як правило, найважливішою складовою вирішення комплексних завдань, таких, наприклад, як вибір експлуатаційних схем електричної системи, регулювання режиму напруги, перерозподіл перетоків потужності в неоднорідних електричних мережах; аналіз статичної та динамічної стійкості електричної системи по відношенню до зовнішніх несприятливих збурень; визначення струмів короткого замикання; розрахунок протікання електромеханічних і тривалих перехідних процесів та багатьох інших задач.

Моделювання усталених режимів електроенергетичних систем виконують на базі *розрахункових математичних моделей*. Останні характеризуються двома основними складовими – топологічною моделлю робочої схеми електричної системи і безпосередньо моделлю усталеного режиму її роботи. Топологічна модель схеми характеризує послідовність з'єднання елементів, їх параметри і властивості та може бути представлена у вигляді схем заміщення і розрахункових схем електричної мережі. Модель робочого режиму електричної системи містить сукупність алгебраїчних рівнянь, які визначають аналітичну залежність між параметрами розрахункової схеми і характеристиками режиму електроенергетичної системи.

Розв'язання задачі моделювання усталеного режиму електроенергетичної системи передбачає визначення таких показників її стану:

➤ для всіх вузлів – активної та реактивної потужностей, або струмів навантажень споживачів та джерел електричної енергії; модулів та фазових кутів векторів напруги;

- для всіх ділянок – струмів, потоків потужностей, втрат активної та реактивної потужностей від передавання електричної енергії;
- для всієї системи в цілому – сумарних втрат потужностей та усталеної частоти змінного струму.

Зазначений перелік режимних параметрів електроенергетичної системи має властивість надмірності. Так, наприклад, якщо відомий режим напруги у вузлах схеми електричної мережі можна, за законом Ома, визначити струми на ділянках схеми, потоки потужностей на початку та наприкінці кожної ділянки, втрати потужностей на ділянках і, зрештою, сумарні втрати потужності в електроенергетичній системі. Інакше, сумарні втрати потужностей в системі можна визначити як різницю між сумарною потужністю усіх джерел живлення системи і сумарною потужністю всіх споживачів.

Класична задача моделювання усталеного режиму електроенергетичної системи передбачає використання як вихідні данні інформації про навантаження споживачів у вузлах розрахункової схеми. Мета розв'язання задачі полягає у визначенні режиму напруги у вузлах схеми, струмів, потоків потужності і втрат потужності на ділянках, а також сумарних втрат потужності. Для розв'язання деяких практичних задач, пов'язаних з моделюванням режиму електроенергетичної системи, визначення всієї сукупності перелічених параметрів не є необхідним і обов'язковим. Так, наприклад, для налаштування уставок пристроїв максимального струмового захисту ліній електропередавання, необхідний лише розрахунок струму в контрольованому перерізі.

У загальному випадку режими електроенергетичних систем є несиметричними і несинусоїдними. Для розрахунку характеристик таких режимів здійснюють перетворення системи фазних координат струмів і напруг електричної системи в систему координат симетричних складових. Несинусоїдні криві струмів розкладають у ряди Фур'є і розглядають гармонійні складові змінного струму, які характеризуються частотами, кратними промислової частоті 50 Гц. Тоді для кожної з гармонійних складових складають розрахункову схему і реалізують послідовне моделювання режиму прямої, зворотної та нульової послідовностей. Симетричний синусоїдний режим є окремим випадком, фактично являючи собою режим прямої послідовності основної гармоніки.

У загальному випадку, задача моделювання усталених режимів електроенергетичних систем складається з послідовного виконання наступних основних процедур.

1. Вибір елементів електроенергетичної системи, які визначають характеристики режиму та формування для кожного з них відповідної математичної моделі.

2. Визначення способу з'єднання елементів електричних мереж та складання розрахункової схеми електричної системи.

3. Вибір розрахункової моделі усталеного режиму електроенергетичної системи та формування систем алгебраїчних рівнянь, які пов'язують параметри розрахункової схеми з режимними параметрами електроенергетичної системи.

4. Вибір і реалізація математичного апарату для розв'язання систем рівнянь усталеного режиму електроенергетичної системи.

У загальному випадку, математичне моделювання усталеного режиму електроенергетичної системи можна розглядати як розв'язання задачі відображення усталеного режиму з багатовимірного простору відомих режимних параметрів в простір шуканих. Наприклад, у класичній постановці задачі визначення режимних параметрів вузли навантаження, зазвичай, задають потужностями навантажень. В результаті розв'язання задачі визначення режимних параметрів для таких вузлів необхідно визначити модулі і фазові кути векторів напруги, тобто здійснити перетворення системи координат режиму з простору вузлових потужностей в простір вузлових напруг.

В основу математичного моделювання усталених режимів електроенергетичних систем покладено їх основну властивість, яка полягає в одночасності протікання процесів виробництва, передачі, розподілу та споживання електричної енергії. Тобто, в кожен, як завгодно малий проміжок часу, в електроенергетичній системі повинен суворо дотримуватися баланс між виробництвом і споживанням (включаючи втрати на передачу і розподіл) електричної енергії. Це означає, що сумарна потужність генерації всіх електростанцій системи в кожен момент часу завжди дорівнює сумі потужностей навантажень і втрат потужності в системі

$$\Sigma \dot{S}_r = \Sigma \dot{S}_n + \Delta \dot{S}_\Sigma$$

де  $\Sigma \dot{S}_r$  – сумарна потужність джерел живлення (генераторів) електроенергетичної системи;  $\Sigma \dot{S}_n$  – сумарна потужність споживачів електричної енергії;  $\Delta \dot{S}_\Sigma$  – сумарні втрати потужності на передавання та розподіл електричної енергії.

Закон збереження енергії в електричній системі формалізується законами Ома і Кірхгофа, на підставі яких формують розрахункові моделі усталених режимів.

**Закон Ома** визначає взаємну залежність між потенціальною (напруга) та кінетичною (струм) формами електричної енергії. Відомо, що падіння напруги на ділянці електричного кола визначається виразом

$$\Delta u = ri,$$

де  $\Delta u$ ,  $i$  – миттєві значення падіння напруги та струму на ділянці електричного кола;  $r$  – активний опір ділянки.



Якщо ділянка електричного кола містить конденсатор, то падіння напруги на конденсаторі інтерпретують як напругу на пластинах конденсатора в кожний момент часу

$$u_c = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + u_c(0),$$

де  $C$  – ємність конденсатора;  $u_c(0)$  – напруга на пластинах конденсатора в початковий момент часу;  $t$  – час.

Для котушок індуктивності у складі електричного кола падіння напруги інтерпретують як від’ємне значення ЕРС само- і взаємної індукції

$$u_L = L \frac{di}{dt},$$

де  $L$  – індуктивність котушки.

Таким чином, закон Ома для електричного кола, яке містить активний опір, котушку індуктивності та конденсатор, набуває вигляду

$$u = ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt + u_c(0).$$

Для електричних систем змінного струму використовують запис закону Ома в комплексній формі

$$\Delta \dot{U} = \underline{z} \dot{I} = (r + j(x_L - x_C)) \dot{I},$$

де  $\underline{z}$ ,  $r$ ,  $x_L$ ,  $x_C$  – повний, активний, індуктивний та ємнісний опори відповідно. При чому  $x_L = \omega L$ ;  $x_C = 1/\omega C$ ,  $\omega = 2\pi f$  – кругова частота змінного струму;  $f$  – частота змінного струму.

Зворотне перетворення має вигляд

$$\dot{I} = \frac{\Delta \dot{U}}{\underline{z}} = \Delta \dot{U} \underline{y},$$

де  $\underline{y} = 1/\underline{z}$  – повна комплексна провідність ділянки електричного кола.

**Перший закон Кірхгофа** визначається принципом безперервності електричного струму та являє собою закон збереження енергії для вузлових точок розрахункової схеми електричної системи. Для довільного вузла розрахункової схеми перший закон Кірхгофа в інтегральній формі має вигляд

$$\oint_s j ds = 0, \tag{2.1}$$

де  $s$  – замкнена поверхня навколо деякого вузла схеми;  $j$  – щільність струму через поверхню.

В дискретній формі перший закон Кірхгофа подають виразом

$$\sum_{k \in s} i_k = 0, \quad (2.2)$$

де  $i_k$  – миттєве значення струму  $k$ -ї ділянки, суміжної з  $s$ -м вузлом; запис  $k \in s$  під знаком суми означає, що підсумовування потрібно здійснювати за всіма ділянками, суміжними з  $s$ -м вузлом розрахункової схеми.

Для електричної системи змінного струму перший закон Кірхгофа можна записати у вигляді

$$\sum_{k \in s} \dot{I}_k = 0, \quad (2.3)$$

де  $\dot{I}_k$  – вектор струму  $k$ -ї ділянки розрахункової схеми.

В практиці електротехнічних розрахунків режимів електричних систем прийнято поділяти струми ділянок схеми та струми навантажень. У цьому разі рівняння (2.3) записують у вигляді

$$\sum_{k \in s} \dot{I}_k = \dot{J}_s, \quad (2.4)$$

де  $\dot{J}_s$  – вектор вузлового струму навантаження  $s$ -го вузла розрахункової схеми.

Перший закон Кірхгофа можна записати також у формі потужностей. Для цього складові виразу (2.4) можна помножити на спряжений комплекс напруги поточного вузла схеми

$$U_s^* \sum_{k \in s} \dot{I}_k = \sum_{k \in s} \dot{S}_k = \dot{S}_{Hs} = U_s^* \dot{J}_s, \quad (2.5)$$

де  $\dot{S}_k$  – потік потужності  $k$ -ї ділянки розрахункової схеми;  $\dot{S}_{Hs}$  – потужність навантаження  $s$ -го вузла схеми.

Рівняння першого закону Кірхгофа можна записати також для групи вузлів розрахункової схеми – узагальнений вузлів. У цьому разі під час формування виразу (2.1) слід розглядати замкнуту поверхню навколо обраної групи вузлів. Вирази першого закону Кірхгофа у формі струмів (2.4) та потужностей (2.5) тут набувають вигляду

$$\begin{aligned} \sum_{k \in s} \dot{I}_k &= \sum_{d \in s} \dot{J}_d; \\ \sum_{k \in s} \dot{S}_k &= \sum_{d \in s} \dot{S}_{Hd}, \end{aligned}$$

де  $\sum_{d \in s} \dot{J}_d$ ,  $\sum_{d \in s} \dot{S}_{Hd}$  – суми векторів струмів та потужностей навантажень незалежних вузлів, які входять до складу обраного узагальненого вузла схеми відповідно; запис  $d \in s$  під знаками суми означає, що підсумовування слід проводити за всіма вузлами, які входять до складу  $s$ -го узагальненого вузла.

Під час складання рівнянь першого закону Кірхгофа на попередньому етапі задають умовно-додатні напрями потоків енергії (векторів струму, потоків потужності) для всіх ділянок схеми. В практиці електротехнічних розрахунків додатними, зазвичай, вважають напрями від вузла розрахункової схеми. Навпаки, струми та потоки потужності, направлені до вузла схеми розглядають із від'ємними знаками. Якщо після розрахунків режимних параметрів електричної системи отримують від'ємне значення струму або потоку потужності<sup>1</sup>, то це означає, що фактичний напрям струму або потоку потужності є зустрічним по відношенню до прийнятого умовно-додатного напрямку.

**Другий закон Кірхгофа** формалізує закон збереження енергії в замкнених контурах електричних кіл. В інтегральній формі другий закон Кірхгофа записують у вигляді

$$\oint E dl = \oint E_{\text{вн}} dl + \oint E_{\text{ст}} dl,$$

де  $E$ ,  $E_{\text{вн}}$ ,  $E_{\text{ст}}$  – напруженість електричного поля вздовж замкненого контуру, індукованого внутрішніми та сторонніми джерелами живлення відповідно.

Величина  $\oint E dl$  визначається сумою падінь напруги на ділянках замкненого контуру. Складова  $\oint E_{\text{вн}} dl$  дорівнює сумі індукованих в контурі ЕРС генераторів, самоіндукції та взаємоіндукції. Складова  $\oint E_{\text{ст}} dl$  визначається сумою ЕРС сторонніх, наприклад, електрохімічних, джерел живлення, увімкнених до складу контуру електричного кола.

В практиці електротехнічних розрахунків ЕРС само- та взаємоіндукції в котушках індуктивності враховують, зазвичай, у складі суми падінь напруги на ділянках замкненого контуру

$$\oint E dl = \sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^n \left( r_k i_k + L_k \frac{di_k}{dt} + \frac{1}{C_k} \int_0^t i_k dt + u_c(0) \right).$$

В результаті другий закон Кірхгофа можна записати у вигляді

$$\sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^n e_k,$$

де  $\sum_{k=1}^n e_k$  – сума миттєвих значень ЕРС джерел живлення, які діють на ділянках замкненого контуру.

---

<sup>1</sup> Для розрахункових моделей електричних систем, побудованих відповідно до правила знаків київської електротехнічної школи, знаки потоків реактивної потужності є протилежними до знаків потоків активної потужності.

Для електричних систем змінного струму другий закон Кірхгофа записують у комплексній формі

$$\sum_{k=1}^n \Delta \dot{U}_k = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k,$$

де  $\Delta \dot{U}_k = \dot{I}_k z_k = \dot{I}_k (r_k + j(x_{Lk} - x_{Ck}))$  – падіння напруги на  $k$ -й ділянці контуру.

Таким чином, в задачах моделювання режимів електричну систему можна розглядати як електричне коло, яке підпорядковується законам Ома і Кірхгофа. Разом з тим існує низка особливостей, які виділяють задачі моделювання режимів електричних систем із загального класу розрахунків електричних кіл. До таких особливостей належать:

- 1) подання трифазних електричних систем змінного струму за допомогою однолінійних розрахункових схем прямої, а у разі необхідності – додатково зворотної та нульової послідовностей;
- 2) використання землі як зворотного проводу для організації замкнутого електричного кола передавання енергії;
- 3) подання джерел живлення та споживачів електричної енергії нелінійними (рідше – лінійними) джерелами струму та напруги.

До теперішнього часу накопичений багатющий досвід математичного моделювання ustalених режимів електроенергетичних систем будь-якого ступеню складності, замкнутості і неоднорідності, поданий широким спектром різноманітних підходів до формування та реалізації розрахункових моделей електроенергетичних систем. Тут потрібно розрізнити розрахункові моделі ustalених режимів електричних систем та розрахункові методи реалізації цих моделей.

Розрахункові моделі, які використовують для аналізу режимів електроенергетичних систем, поділяють на два класи, відповідно до того закону Кірхгофа, який покладають до основи формування моделі. Так, використання рівнянь першого закону Кірхгофа призводить до формування **вузлової розрахункової моделі**. Розрахункова модель, побудована на базі другого закону Кірхгофа, отримала назву **контурної моделі**.

Відповідно до способу постановки режимної задачі, розрахункові моделі ustalених режимів електричних систем поділяють на прямі та обернені. В **прямих розрахункових моделях** передбачено безпосереднє використання рівнянь розрахункових моделей для визначення параметрів ustalених режимів. Так, рівняння вузлової розрахункової моделі дозволяють безпосередньо визначити вузлові струми або вузлові потужності незалежних вузлів розрахункової схеми. В **обернених розрахункових моделях** для визначення режимних параметрів необхідно провести певні перетворення відповідних рівнянь. Так, розв'язання систем алгебраїчних рівнянь вузлової моделі, що, звісно, передбачає перетворення

цих рівнянь, дозволяє визначити режим напруги в незалежних вузлах розрахункової схеми електричної системи.

Кожна з поданих розрахункових моделей може бути безпосередньо використана для визначення параметрів усталених режимів електроенергетичної системи. Разом з тим, математичні рівняння моделей служать основою для формування розрахункових методів, які передбачають або перетворення вихідних рівнянь, або ті чи інші попередні зміни розрахункової схеми. Загалом такі методи базуються на математичному апараті алгебри матриць та елементах теорії графів. При цьому розрізняють три основні групи математичних методів.

1. Методи, пов'язані з перетворенням рівнянь усталених режимів:

1а) формальні;

1б) здійснювані з урахуванням топологічних та інших особливостей електричної мережі.

2. Методи на базі математичного апарату теорії багатополісників.

3. Методи, пов'язані з перетворенням розрахункової схеми електричної мережі:

3а) шляхом еквівалентування частини схеми. Тут розрахункова схема електроенергетичної системи або її частина спрощується перед виконанням розрахунків таким чином, щоб кількість елементів зменшилась, але таке спрощення не вплинуло б на режимні параметри досліджуваної системи;

3б) шляхом поділу розрахункової схеми на підсистеми. Тут розрахунок ведеться на основі декількох груп рівнянь, частина з яких моделює режими окремих виділених частин системи (підсистем), а частина характеризує взаємний зв'язок цих підсистем.

Наведена класифікація розрахункових моделей та методів аналізу усталених режимів електричних систем представлена на рис. 2.1.

Крім розглянутого підходу до класифікації розрахункових моделей усталених режимів електроенергетичних систем, останні можна класифікувати і за іншими ознаками. Так, наприклад, топологічні властивості електричних мереж енергосистем дозволяють визначити розрахункові моделі розімкнутих і замкнутих схем. Зазначимо, що такий поділ методів моделювання усталених режимів є доволі умовним. Дійсно, розрахункова модель усталеного режиму розімкнутої схеми входить як складова контурної моделі замкнутої мережі і її можна розглядати як окремий випадок контурної моделі усталеного режиму електричної системи, яка не містить жодного замкнутого контуру. Водночас, вузлову розрахункову модель можна з успіхом застосувати до розв'язання задач аналізу усталених режимів розімкнених схем.

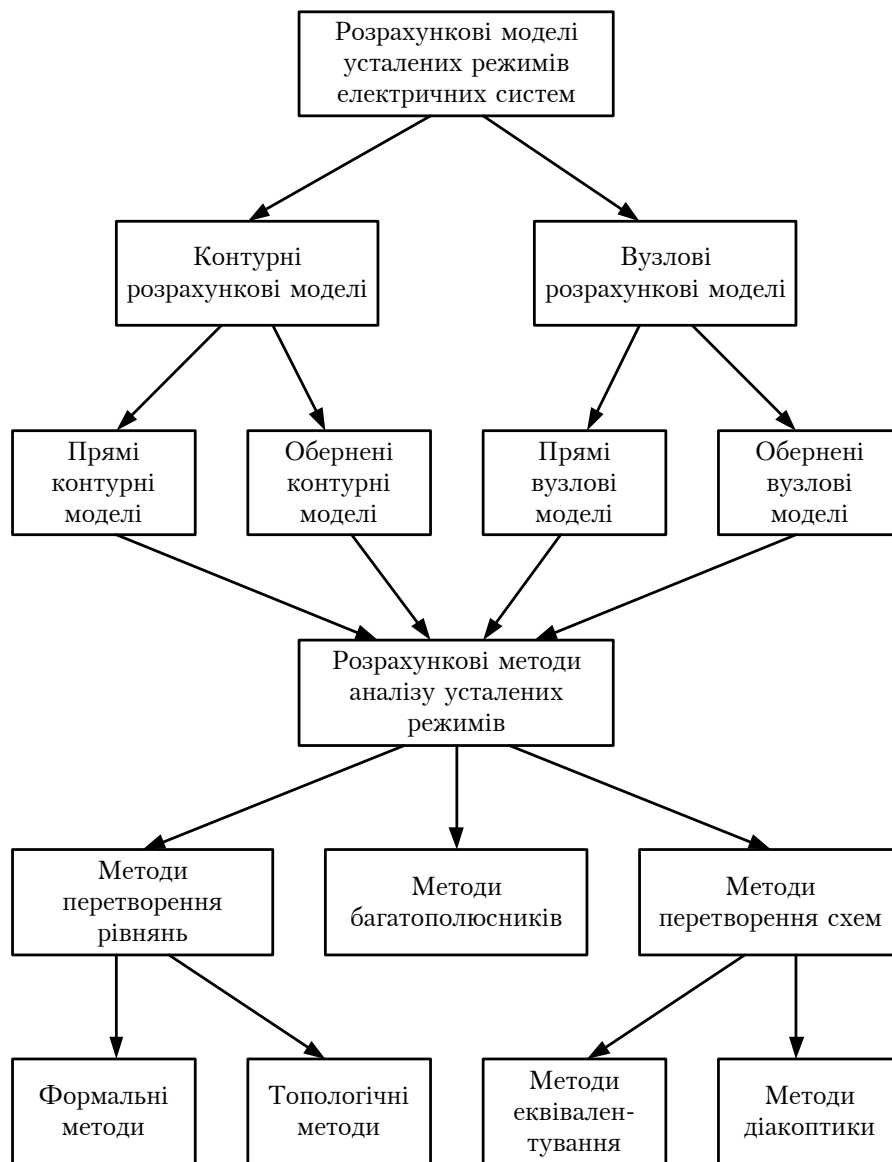


Рисунок 2.1 – Класифікація розрахункових моделей усталених режимів електричних систем

Також можна здійснити класифікацію розрахункових моделей та методів аналізу усталених режимів електроенергетичних систем за формою систем алгебраїчних рівнянь. Тут розрізняють лінійні, нелінійні та лінеаризовані розрахункові моделі. До лінійних відносять розрахункові моделі електроенергетичних систем, в яких електричні навантаження представлені фіксованими значеннями струмів. До нелінійних належать розрахункові моделі електроенергетичних систем, в яких електричні навантаження представлені фіксованими значеннями активних і реактивних потужностей, або за допомогою статичних характеристик навантаження по напрузі, а також системи, в яких електричні станції моделюють фіксованими значеннями модуля вектора напруги та активної потужності. До лінеаризованих належать розрахункові моделі нелінійних

електричних систем, в яких електричні навантаження представляють фіксованими значеннями активних і реактивних потужностей, але на кожному етапі обчислень умовно заміщують струмами.

За побудовою процесу моделювання усталених режимів розрізняють прямі та ітераційні методи розрахунків. Прямі методи дозволяють визначити точні значення режимних параметрів після скінченої кількості математичних операцій. Ітераційні методи є наближеними, тут режимні параметри обчислюють в результаті багатокрокового процесу поступового уточнення, а результат розрахунку можна дістати тільки з певним ступенем точності. Точний розв'язок при використанні ітераційних методів можна теоретично інтерпретувати як результат нескінченного ітераційного процесу. Очевидно, що прямі розрахункові методи, здебільшого, використовують для реалізації лінійних розрахункових моделей усталених режимів, а для реалізації нелінійних моделей – використовують ітераційні методи. Проте, такий поділ моделей та методів є досить умовним. Відомо, наприклад, що для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь можна застосовувати ітераційні методи, наприклад, метод Зейделя. Водночас, точні безітераційні методи часто використовують і під час ітераційного розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь, наприклад, методами лінеаризації, або під час використання методу Ньютона, а для моделювання усталених режимів найпростіших електричних систем можна залучати прямі методи розв'язання нелінійних алгебраїчних рівнянь – квадратних та біквадратних.

Через специфічні особливості систем алгебраїчних рівнянь, за допомогою яких моделюють усталені режими електроенергетичних систем, найбільшого поширення дістали саме ітераційні методи розрахунку.

## **2.2 Розрахункові схеми електроенергетичних систем**

Дослідження режимів електроенергетичних систем проводять по відношенню до їх *розрахункових схем*. Останні являють собою графічне зображення робочих схем електричних мереж із зазначенням їх основних параметрів – опорів ділянок, провідностей шунтів, потужностей навантажень тощо. Зазначимо, що для трифазних електричних систем формують однолінійні розрахункові схеми, які відповідають схемам заміщення прямої послідовності.

Розрахункові схеми будують на підставі даних схем заміщення електротехнічного устаткування електричних мереж з урахуванням способів їх з'єднання в мережу. При цьому фізичний зміст окремих елементів схем заміщення, наприклад, активних, індуктивних та ємнісних опорів або провідностей, зазвичай, не вказують, а позначають лише у вигляді параметрів цих елементів, тобто у числовому виразі відповідних опорів та провідностей. Це дозволяє застосувати до побудови розрахункових схем математичний апарат *теорії графів*.

Тут основними елементами розрахункової схеми є ділянки (гілки) та пункти (вузли). **Ділянки** розрахункової схеми утворюють шляхи для протікання електричних струмів покриття навантажень споживачів або струмів витоку. Ділянки відповідають таким елементам електричних мереж, як лінії електропередавання, силові трансформатори і автотрансформатори, пристрої поздовжньої та поперечної компенсації тощо. **Пункти** розрахункової схеми призначені для поєднання двох або більше ділянок або джерел напруги та струму з метою утворення електричних кіл. Пункти відповідають розподільним пристроям електричних підстанцій, фіктивним вузлам схем заміщення триобмоткових трансформаторів тощо.

Елементи розрахункових схем поділяють на пасивні та активні. **Пасивні** елементи утворюють шляхи для протікання електричних струмів та відповідають ділянкам розрахункових схем. Пасивні елементи поділяють на поздовжні та поперечні. До **поздовжніх** елементів належать ділянки між суміжними пунктами розрахункової схеми. Такі ділянки містять активні та індуктивні опори ліній електропередавання, обмоток силових трансформаторів, ємнісні опори пристроїв поздовжньої компенсації тощо. До **поперечних** елементів належать ділянки між пунктами розрахункової схеми та нейтраллю. Такі елементи відповідають поперечним провідностям схем заміщення ліній електропередавання, контурам намагнічення силових трансформаторів, провідностям шунтувальних реакторів та пристроїв поперечної компенсації тощо.

До **активних** елементів розрахункових схем належать джерела напруги та струму, які визначають напруги та струми або потужності у відповідних пунктах розрахункової схеми незалежно від інших режимних параметрів. За допомогою таких елементів моделюють генератори електричних станцій та навантаження споживачів електричної енергії.

**Джерела напруги**, зазвичай, використовують для моделювання електричних станцій, генератори яких обладнані пристроями **АРЗ** сильної дії. Це дозволяє припустити, що у будь-якому режимі електричної системи напруга на затискачах генератора і, відповідно, на шинах розподільного пристрою електричних станцій залишається незмінною. Для моделювання навантаження споживачів електричної енергії використовують **лінійні та нелінійні джерела струму**, увімкнені у відповідних пунктах розрахункової схеми, які визначають струми або потужності, що споживають навантаження з електричної мережі.

Зазначимо, що поділ устаткування електричних мереж між пасивними та активними елементами розрахункових схем є вельми умовним. Так, наприклад, поперечні елементи схем заміщення електротехнічного устаткування часто заміщують еквівалентними нелінійними джерелами струму, потужність яких дорівнює втратам потужності у відповідних елементах схем заміщення, або лінійними джерелами струму, струм яких дорівнює відповідному струму витоку. Такій підхід дозволяє позбутися поперечних ділянок у складі розрахункової схеми та, таким чином,



спростити відповідну розрахункову модель. В деяких розрахункових моделях режимів електроенергетичних систем виконують зворотне перетворення джерел струму на провідності шунтів у відповідних пунктах схеми під час моделювання споживачів електричної енергії.

Напряж дії джерел струму, призначених для моделювання електричних навантажень та генерації електричної енергії в пунктах розрахункової схеми завжди будемо розглядати від вузла.

Активну потужність, яку навантаження споживає із мережі, будемо представляти додатною величиною. Робота споживачів з відстаючим коефіцієнтом потужності характеризується індуктивною реактивною потужністю, яку будемо подавати від'ємною уявною складовою повної потужності. Навпаки, робота споживачів з випереджальним коефіцієнтом потужності характеризується ємнісною реактивною потужністю, яку будемо подавати додатною уявною складовою повної потужності.

Генерацію активної та реактивної потужності будемо представляти комплексними числами з протилежними знаками по відношенню до моделювання навантаження споживачів. Це означає, що генерацію активної потужності будемо подавати від'ємною активною потужністю, прикладеною до вузла розрахункової схеми. Додатна уявна складова повної потужності генераторів характеризує їх роботу з відстаючим (індуктивним) коефіцієнтом потужності, а від'ємна уявна складова – роботу генераторів з випереджальним (ємнісним) коефіцієнтом потужності, що відповідає режимам перезбудження та недозбудження синхронних генераторів відповідно.

Розглянемо, наприклад, формування розрахункової схеми електроенергетичної системи, принципова схема якої наведена на рис. 2.2.

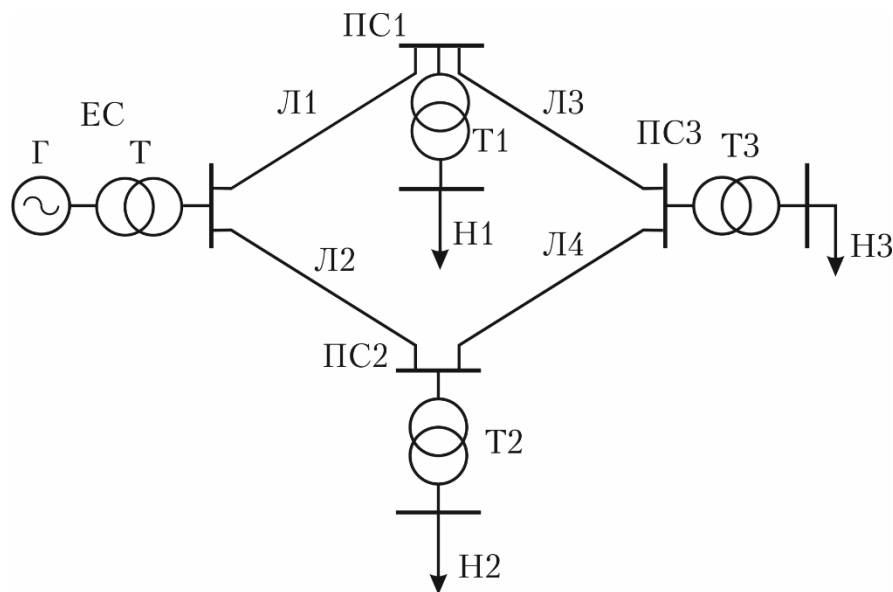
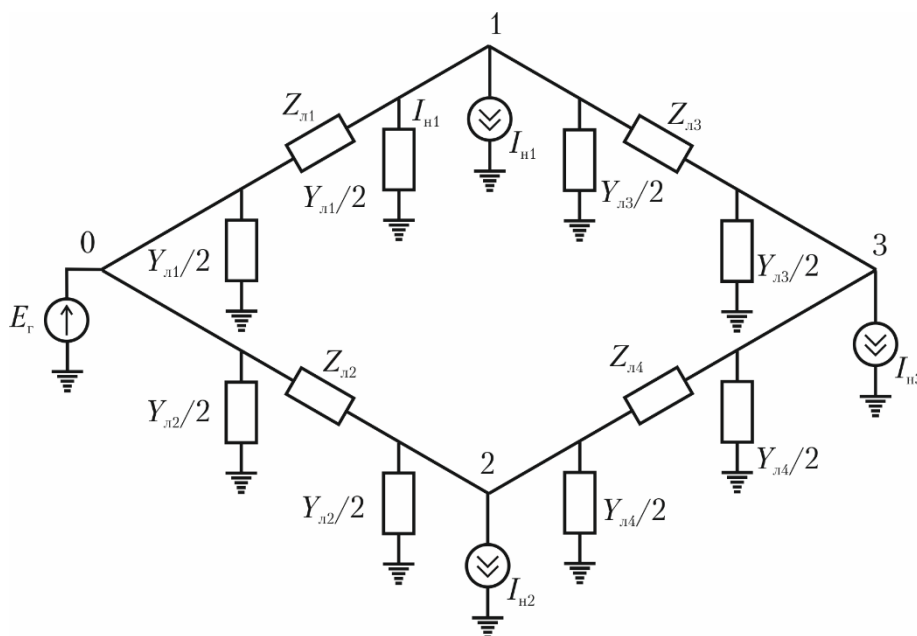


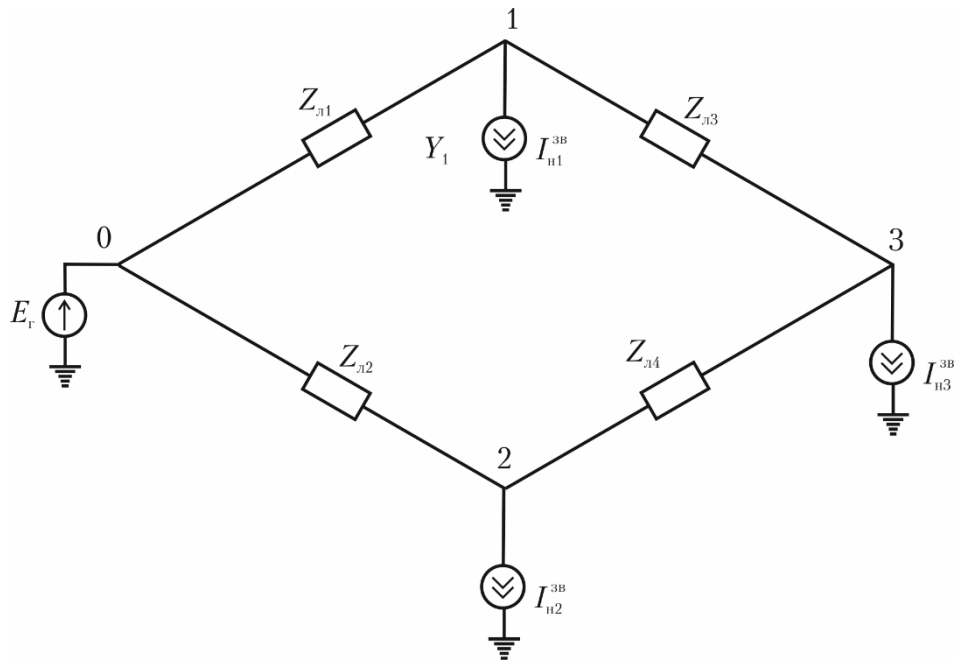
Рисунок 2.2 – Принципова схема електричної системи

Така система призначена для забезпечення живлення споживачів, представлених на схемі навантаженнями Н1-Н3, увімкнених через понижуючі трансформатори Т1-Т3 до шин вищої напруги розподільних підстанцій ПС1-ПС3. Живлення споживачів здійснюється через мережу ліній електропередавання Л1-Л4 від блочної електростанції ЕС, яка містить генератор Г та підвищуючий трансформатор Т.

Для формування розрахункової схеми електричної системи необхідно використовувати математичні моделі устаткування електричних мереж. Так, генератори електростанцій варто зображувати у вигляді джерел напруги, підключених до шин вищої напруги розподільного пристрою електростанції; лінії електропередачі представляють симетричними П-подібними схемами заміщення, які містять гілки поздовжніх опорів і поперечних провідностей; електричні навантаження споживачів, підключених до електричної мережі через знижувальні трансформатори, представляють джерелами струму, які відповідають зведеним навантаженням підстанції. Схема заміщення електричної системи, що відповідає наведеними міркуванням представлена на рис. 2.3 а. Еквівалентне перетворення ділянок поперечних провідностей П-подібних схем заміщення ліній електропередавання на додаткові фіктивні навантаження визначає схему заміщення, наведену на рис. 2.3 б. Тут до пунктів схеми прикладені джерела струмів, які визначаються розрахунковими навантаженнями відповідних вузлів схеми.



а) схема заміщення, яка містить гілки поперечних провідностей



б) схема заміщення, яка не містить гілки поперечних провідностей

Рисунок 2.3 – Схема заміщення електричної системи

На рис. 2.4 подано розрахункову схему електричної системи, побудовану із застосуванням апарату теорії графів, на якій не позначено фізичний зміст елементів схеми.

Інколи на розрахункову схему наносять результати моделювання усталених режимів електричних систем: струморозподіл або потякорозподіл потужностей по ділянках схеми, режим напруги у вузлах схеми тощо.

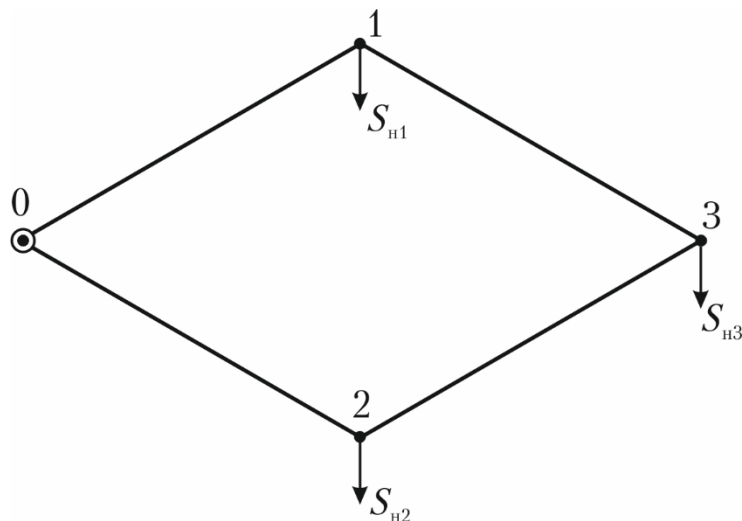


Рисунок 2.4 – Розрахункова схема електричної системи

Під час формування моделей усталених режимів електричних систем у складі розрахункових схем часто виділяють дерево та хорди. *Деревом* називають розімкнену частину розрахункової схеми, яка забезпечує зв'язність всіх вузлів розрахункової схеми, але не утворює жодного замкненого контуру. Своєю чергою, *хордами (перемичками)* називають ділянки розрахункової схеми, увімкнення яких до складу дерева призводить до формування замкнених контурів. Тут кожній перемичці відповідає один *незалежний контур* розрахункової схеми, тобто сукупність перемичок визначає систему незалежних контурів у складі розрахункової схеми електричної мережі. Очевидно, що збільшення складності та замкненості розрахункових схем призводить до збільшення варіативності поділу розрахункової схеми електричної мережі на дерево та хорди.

Деякі розрахункові моделі усталених режимів електричних систем передбачають виділення у складі розрахункових схем системи *базисних перерізів*. В загальному випадку перерізом називають групу ділянок, видалення яких зі складу розрахункової схеми призводить до її поділу на дві незв'язні частини. При цьому базисний переріз утворює одна ділянка дерева та довільна кількість хорд. Формування базисних перерізів дозволяє виділити у складі розрахункової схеми системи *узагальнених вузлів*. Тут узагальненим вузлом виступає обмежена базисним перерізом підсхема, до складу якої не входить опорний вузол. Зазначимо, що відповідно до поділу схеми на дерево та хорди можливі випадки, коли до складу деяких узагальнених вузлів входить лише один незалежний вузол.

Зазначимо, що використання математичного апарату теорії графів для моделювання розрахункових схем електричних систем передбачає визначення орієнтації ділянок схеми та напрямів обходу контурів. В загальному випадку така орієнтація може бути довільною.

Для зручності формування розрахункових моделей усталених режимів електричних систем часто використовують підхід до індексації вузлів та ділянок, який отримав назву *принцип ярусності*. Основна ідея принципу ярусності полягає в тому, що індексацію вузлів та ділянок виконують починаючи від опорного пункту просуваючись за схемою до найвіддаленіших вузлів. Тут спочатку індексують всі вузли та ділянки схеми, суміжні з опорним пунктом, формуючи таким чином перший ярус дерева схеми, потім індексують вузли та ділянки другого ярусу і так далі. При цьому індекс кожної ділянки збігається із індексом вузла наприкінці цієї ділянки. Ділянки, які утворюють замкнені контури (хорди схеми) індексують наприкінці, після досягнення найвіддаленіших вузлів схеми. Напрями додатного обходу контурів приймають за напрямом хорди, яка утворює відповідний незалежний контур. Своєю чергою, напрями базисних перерізів до узагальнених вузлів схеми збігаються із напрямом ділянок дерева, які визначають відповідні перерізи.

### 2.3 Еквівалентне перетворення розрахункових схем електричних систем

Моделювання ustalених режимів сучасних електроенергетичних систем вимагає розв'язання систем лінійних або нелінійних алгебраїчних рівнянь великої розмірності, що пов'язано з необхідністю зберігання та обробки великих обсягів інформації. Тут вельми ефективним може виявитися підхід, який базується на спрощенні розрахункової схеми електричної системи шляхом виключення вузлів та ділянок зі складу розрахункової схеми, заміні одних елементів розрахункової схеми на інші тощо.

Заміна повної моделі електричної системи на спрощену базується на математичному апараті *теорії подібності* та допустима лише у разі дотримання *критеріїв еквівалентності*. В загальному випадку критерії еквівалентності полягають у повному або близькому збігу зовнішніх характеристик вихідної та спрощеної моделей системи. Стосовно задач еквівалентування розрахункових схем електричних систем під час моделювання ustalених режимів критерій еквівалентності можна формулювати як збіг режимних характеристик (напруг у вузлах, струмів на ділянках) незмінної частини вихідної і спрощеної розрахункових схем. Відзначимо, що деякі підходи до еквівалентування розрахункових схем електричних систем припускають нехтування певними фізичними явищами і процесами в електричній системі або побудовані на заміщенні одних процесів на інші, схожої фізичної природи. У цьому разі часто неможливо домогтися повного збігу зовнішніх характеристик вихідної і спрощеної моделей електричної системи. Тут необхідно, щоб такі режимні характеристики були досить близькі з необхідним ступенем *інженерної точності*.

В результаті еквівалентного перетворення розрахункові схеми електричних систем спрощуються, що призводить до спрощення математичних моделей і зменшення розмірності систем алгебраїчних рівнянь, які описують режим системи. Методи еквівалентування застосовують як на етапі формування розрахункових схем і розрахункових моделей ustalених режимів електричних систем, так і на етапі реалізації таких моделей.

У практиці електротехнічних розрахунків широкого використання набули такі методи еквівалентування, як заміщення струмів витоків і втрат потужності додатковими фіктивними навантаженнями; заміщення ліній електропередачі парою зосереджених навантажень; перетворення перетинів ділянок розрахункової схеми, зведення параметрів розрахункової схеми до одного ступеню номінальної напруги; заміщення трансформаторних ділянок джерелами напруги та струмів; еквівалентування послідовно і паралельно увімкнених ділянок розрахункової схеми електричної мережі; визначення параметрів еквівалентного генератора електростанції; перетворення трикутника опорів

на еквівалентну зірку і навпаки; перенесення електричних навантажень в суміжні пункти електричної мережі тощо. В загальному випадку розглядають наступну класифікацію методів еквівалентного перетворення розрахункових схем електричних систем.

1. Методи, засновані на спрощенні математичних моделей елементів електричних систем. До цієї групи належать такі методи, як перетворення перерізів ділянок електричних мереж, зведення параметрів розрахункової схеми до одного ступеню номінальної напруги тощо.

2. Методи, засновані на заміщенні одних фізичних явищ і процесів іншими, які здійснюють на електричну систему такий самий вплив, що й оригінальні явища і процеси, але характеризуються більш простими математичними моделями системи в цілому. До таких методів належать заміщення втрат потужності в елементах електричної мережі додатковими фіктивними навантаженнями, заміщення ліній електропередачі парою зосереджених навантажень, заміщення трансформаторних ділянок фіктивними джерелами струму та напруги тощо.

3. Методи, засновані на спрощенні розрахункових схем шляхом зменшення кількості елементів електричних систем і розмірності їх моделей. До таких методів належать перенесення електричних навантажень в суміжні пункти схеми, еквівалентування послідовно і паралельно включених ділянок схеми, перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку і навпаки тощо.

Можна запропонувати також класифікацію методів еквівалентування за ознакою точності. Тут варто розглядати точні, наближені та умовно-точні або ітераційні методи еквівалентування.

До точних належать методи, застосування яких забезпечує точний збіг режимних характеристик незмінної частини розрахункової схеми. Група цих методів включає, наприклад, еквівалентування паралельно і послідовно включених ділянок електричних мереж, перетворення трикутників опорів в еквівалентну зірку, визначення характеристик еквівалентного генератора електростанції.

До наближених належать методи еквівалентування, застосування яких завжди пов'язане з огрубінням результатів обчислень внаслідок спрощення математичних моделей фізичних явищ і процесів. Група цих методів включає, наприклад, перетворення перетинів ділянок електричної мережі, зведення параметрів розрахункової схеми до одного ступеня номінальної напруги.

До умовно-точних або ітераційних відносять методи еквівалентування, застосування яких забезпечує точний збіг режимних характеристик в незмінної частини розрахункової схеми тільки за певних обмежень, накладених на математичні моделі, наприклад, у разі залучення лише лінійних моделей електричних систем, або у разі застосування ітераційних методів моделювання. Група цих методів включає, наприклад,

перенесення навантажень в суміжні пункти розрахункової схеми, заміщення втрат потужності додатковими фіктивними навантаженнями, заміщення лінії електропередачі двома навантаженнями, заміщення трансформаторних ділянок фіктивними джерелами напруги та струму.

Під час дослідження методів еквівалентного перетворення розрахункових схем в окрему групу потрібно виділити методи, засновані на реалізації *принципу накладення*, в яких складний режим електричної системи, викликаний сукупністю різнохарактерних впливів, розглядають як результат накладення окремих режимів, які визначаються кожним елементарним впливом окремо. Зазначимо, що принцип накладення суворо справедливий для лінійних розрахункових моделей усталеного режиму електричних систем, розрахункові схеми яких не містять ділянок поперечних провідностей. Формально такі методи слід віднести до групи умовно-точних методів, оскільки вони забезпечують повний збіг результатів розрахунку з вихідною електричною системою тільки за зазначених вище обмежень.

Розглянемо деякі прийоми, які використовують для спрощення розрахункових моделей усталених режимів електроенергетичних систем.

### **2.3.1 Еквівалентне заміщення струмів витоку та втрат потужностей додатковими фіктивними навантаженнями**

В задачах аналізу режимних параметрів складних електричних систем часто використовують підхід, заснований на еквівалентному заміщенні струмів витоків і втрат потужності додатковими фіктивними навантаженнями в пунктах розрахункової схеми. Цей підхід базується на положенні, що втрати потужності на передачу електричної енергії по мережах електричної системи в рівнянні балансу потужності мають схожу природу з споживаною потужністю. В результаті втрати потужності в поздовжніх і поперечних елементах розрахункових схем можна умовно замінити фіктивними додатковими навантаженнями, прикладеними у вузлах розрахункової схеми. Тут навантажувальні втрати потужності, які моделюють поздовжніми елементами розрахункових схем, відповідно до принципів формування симетричних «П»-подібних схем заміщення ділять навпіл і розносять у вузли, які обмежують елемент у складі розрахункової схеми.

Такий підхід використовують для виключення зі складу розрахункових схем електричних систем трансформаторів споживацьких підстанцій (формування *зведених навантажень*), виключення зі складу розрахункових схем гілок поперечних провідностей (формування *розрахункових навантажень*) тощо.

### **2.3.2 Еквівалентне заміщення перерізів ділянок електричної мережі**

В кабельних мережах нижчих класів номінальної напруги погонні активні опори істотно перевищують індуктивні. Ця обставина дозволяє знехтувати поздовжніми індуктивними опорами ділянок схеми і вести розрахунок тільки за активними опорами ділянок. Для таких електричних

мереж доцільно використовувати підхід, який полягає у зведенні перерізів ділянок схеми до деякої базисної величини.

Активний опір довільної ділянки розрахункової схеми можна представити у вигляді

$$R_i = \rho \frac{l_i}{F_i},$$

де  $\rho$  – питомий опір матеріалу проводу;  $l_i$  – довжина ділянки;  $F_i$  – переріз кабельної лінії на ділянці.

Виходячи з умови інваріантності активних опорів у вихідній та еквівалентній схемах електричної мережі можна записати

$$R_i = \rho \frac{l_i}{F_i} = \rho \frac{l_{ізв}}{F}$$

або

$$l_{ізв} = l_i \frac{F}{F_i},$$

де  $l_{ізв}$  – зведена довжина еквівалентної ділянки електричної мережі;  $F$  – базисний переріз кабельної лінії.

Як базисний рекомендовано обирати найбільш поширений переріз кабельних ліній в електричній мережі.

Після зведення перерізів всіх ділянок розрахункової схеми до базисного, розрахунок струморозподілу в замкнутій схемі електричної мережі можна здійснювати за значеннями зведених довжин ділянок схеми. Дійсно, у виразах другого закону Кірхгофа множник  $\rho/F$  можна винести за знак суми

$$\sum \dot{I}_i R_i = \frac{\rho}{F} \sum \dot{I}_i l_{ізв} = 0$$

або

$$\sum \dot{I}_i l_{ізв} = 0. \quad (2.6)$$

Аналіз виразу (2.6) свідчить, що струморозподіл по ділянках розрахункових схем замкнених електричних мереж, виконаних кабельними лініями однакового (зведеного) перерізу, визначається довжинами ділянок розрахункової схеми.

### 2.3.3 Еквівалентне перетворення послідовно увімкнених ділянок розрахункових схем

Еквівалентне перетворення двох послідовно увімкнених ділянок розрахункової схеми електричної системи можна здійснити тільки в тому разі, коли в проміжному пункті відсутня гілка поперечної провідності або джерело струму (навантаження). Тоді дві послідовно увімкнених ділянки, які характеризуються поздовжніми опорами, можна замінити однією еквівалентною, як показано на рис. 2.5.



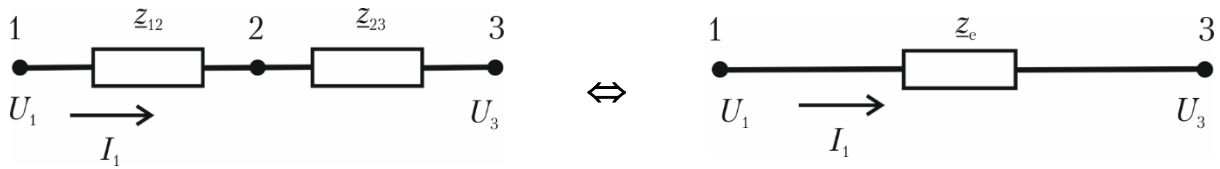


Рисунок 2.5 – Еквівалентне перетворення послідовно увімкнених ділянок розрахункової схеми

Критерієм еквівалентності тут є збіг векторів напруги в пунктах 1 і 3 вихідної і еквівалентної схеми, а також вхідного струму. Оскільки розрахункова схема не містить гілок поперечних провідностей і джерел струму, то вхідний струм протікає по всіх елементах вихідної схеми. Цей же струм спостерігається і в еквівалентній схемі.

Сумарне падіння напруги на ділянках 1–2 і 2–3 вихідної схеми визначається векторною сумою падінь напруги на кожній ділянці вихідної схеми

$$\Delta \dot{U}_{13} = \Delta \dot{U}_{12} + \Delta \dot{U}_{23},$$

або за законом Ома

$$\Delta \dot{U}_{13} = \dot{I}_1 z_{12} + \dot{I}_1 z_{23} = \dot{I}_1 (z_{12} + z_{23}).$$

Для еквівалентної схеми падіння напруги на ділянці 1-3 дорівнює

$$\Delta \dot{U}_{13} = \dot{I}_1 z_e.$$

Якщо дорівняти між собою падіння напруги у вихідній та еквівалентній схемах, отримуємо

$$z_e = z_{12} + z_{23}. \quad (1.7)$$

Отриманий принцип еквівалентування двох послідовно увімкнених ділянок розрахункової схеми можна поширити на довільну кількість послідовних ділянок

$$z_e = \sum_{i=1}^n z_i,$$

де  $n$  – кількість послідовно увімкнених ділянок.

Єдиною умовою допустимості такого перетворення є відсутність гілок поперечних провідностей і навантажень, включених в проміжних пунктах частини розрахункової схеми, яка спрощується.

### 2.3.4 Еквівалентне перетворення паралельно увімкнених ділянок розрахункових схем

Еквівалентне перетворення двох паралельно увімкнених ділянок електричної мережі можна здійснити тільки у разі відсутності проміжних

навантажень на обох ділянках. Тоді дві паралельно увімкнених ділянки, характеризуються поздовжніми опорами, можна замінити однією еквівалентною, як показано на рис. 2.6.

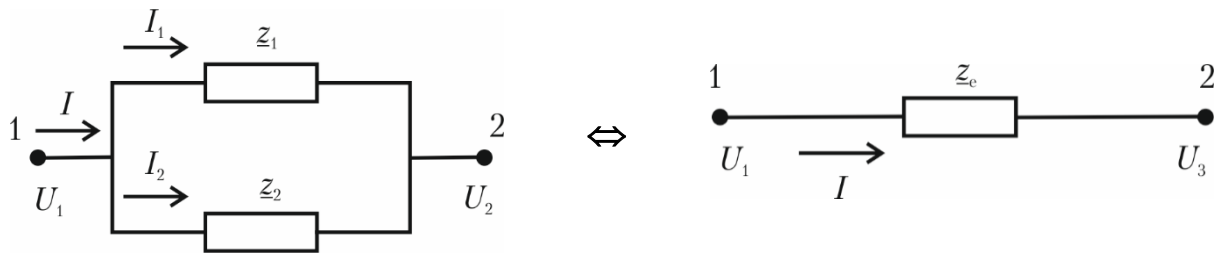


Рисунок 2.6 – Еквівалентне перетворення паралельно увімкнених ділянок розрахункової схеми

Критерієм еквівалентності тут є збіг векторів напруги в пунктах 1 і 2 вихідної і еквівалентної схеми, а також вхідного струму.

За першим законом Кірхгофа сума струмів паралельних ділянок дорівнює вхідному струму

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2,$$

або за законом Ома

$$\dot{I} = \frac{\Delta \dot{U}_{12}}{z_1} + \frac{\Delta \dot{U}_{12}}{z_2} = \Delta \dot{U}_{12} \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right).$$

Такий самий струм спостерігається в еквівалентній схемі

$$\dot{I} = \frac{\Delta \dot{U}_{12}}{z_e}.$$

Якщо дорівняти між собою вхідні струми вихідної та еквівалентної схем, отримуємо

$$z_e = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2}.$$

На підставі аналогічних міркувань можна отримати вираз для визначення опору еквівалентної гілки трьох паралельних ділянок

$$z_e = \frac{z_1 z_2 z_3}{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1}.$$

У практичних задачах еквівалентування паралельно увімкнених ділянок схеми електричної системи зручніше розрахунки проводити за провідностями ділянок. Так, для схеми, що містить дві паралельні гілки провідність еквівалентної ділянки можна визначити за виразом

$$\underline{y}_e = \underline{y}_1 + \underline{y}_2.$$

Отриманий принцип еквівалентування двох паралельно увімкнених ділянок розрахункової схеми можна поширити на довільну кількість ділянок

$$\underline{y}_e = \sum_{i=1}^n \underline{y}_i,$$

де  $n$  – кількість паралельно увімкнених ділянок розрахункової схеми.

### 2.3.5 Заміщення декількох джерел живлення одним еквівалентним

Розглянемо задачу заміщення групи генераторів електростанції, які видають потужність на загальні шини, еквівалентним генератором. Кожен генератор моделюється джерелом напруги, яке характеризується значенням ЕРС і струмом у відповідній гілці, як показано на рис. 2.7. Кожна з гілок характеризується поздовжньою провідністю. Завдання полягає у визначенні ЕРС еквівалентного генератора і провідності еквівалентної гілки. Критерієм еквівалентності тут є збіг векторів напруги на загальних шинах електростанції, а також сумарного струму, який видається електростанцією в мережу.

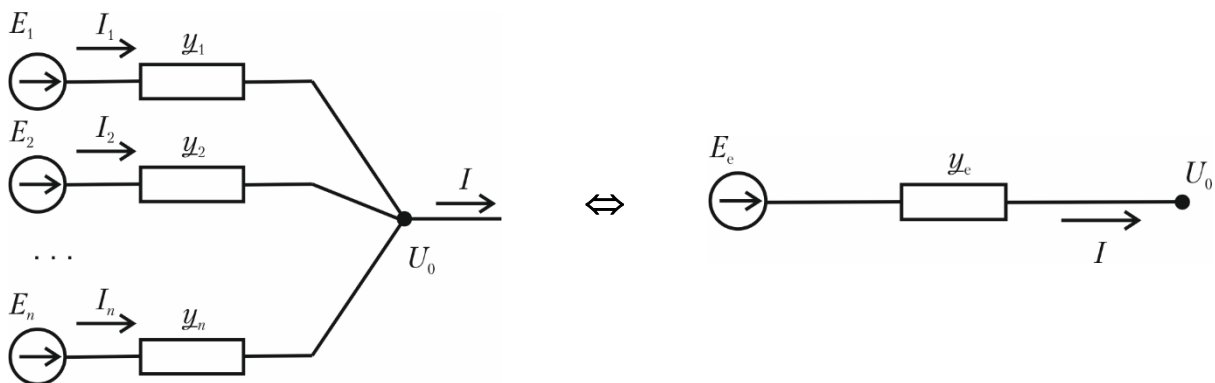


Рисунок 2.7 – Еквівалентне перетворення паралельно увімкнених генераторів електростанції

За першим законом Кірхгофа сумарний струм всіх генераторів вихідної схеми дорівнює

$$\dot{I} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_i = \sum_{i=1}^n (\dot{E}_i - \dot{U}_0) \underline{y}_i,$$

де  $n$  – загальна кількість паралельно увімкнених генераторів.

Цей самий струм спостерігається в еквівалентній схемі

$$\dot{I} = (\dot{E}_e - \dot{U}_0) \underline{y}_e.$$

Якщо дорівняти сумарні струми вихідної та еквівалентної схем, отримуємо

$$\sum_{i=1}^n (\dot{E}_i - \dot{U}_0) \underline{y}_i = (\dot{E}_e - \dot{U}_0) \underline{y}_e,$$

звідки

$$\dot{E}_e = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{E}_i \underline{y}_i + \dot{U}_0 \left( \underline{y}_e - \sum_{i=1}^n \underline{y}_i \right)}{\underline{y}_e}. \quad (2.8)$$

Якщо припустити, що провідність еквівалентної гілки дорівнює сумі провідностей ділянок паралельно увімкнених генераторів

$$\underline{y}_e = \sum_{i=1}^n \underline{y}_i,$$

то вираз (2.8) для визначення ЕРС еквівалентного генератора набуває вигляду

$$\dot{E}_e = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{E}_i \underline{y}_i}{\sum_{i=1}^n \underline{y}_i}.$$

### 2.3.6 Еквівалентне перетворення трикутника опорів в зірку та зірки в трикутник

Спрощення розрахункових схем електричних систем не завжди можна звести до еквівалентування послідовно та паралельно увімкнених ділянок розрахункової схеми електричної системи. Для більш складних способів з'єднання доцільним може виявитися перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку або навпаки – зірки в еквівалентний трикутник, як показано на рис. 2.8.

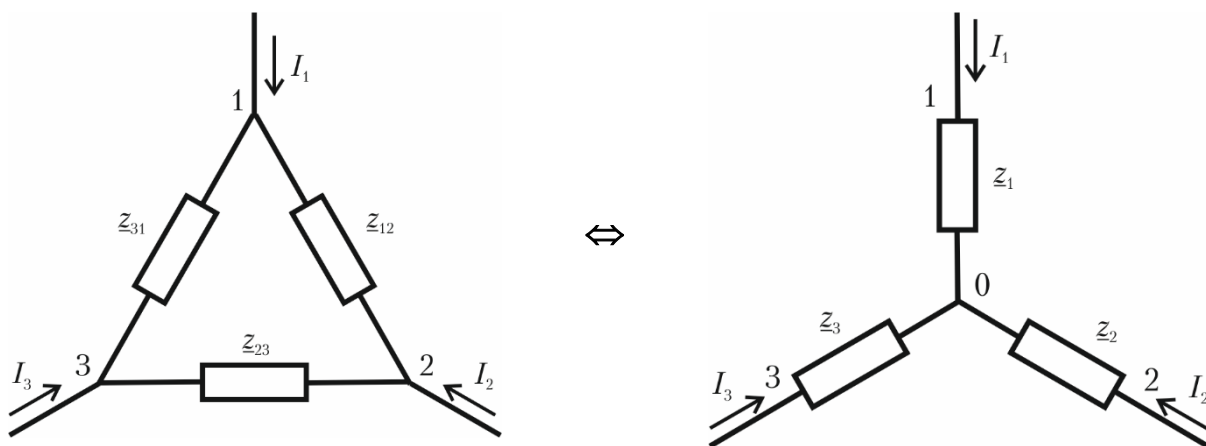


Рисунок 2.8 – Еквівалентне перетворення трикутника опорів у зірку

Зазначимо, що перший підхід завжди пов'язаний зі збільшенням кількості вузлових точок розрахункової схеми і, одночасно, зменшенням кількості незалежних контурів. Тому формальне застосування такого підходу рекомендовано у разі використання контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи. Другий підхід, навпаки, пов'язаний зі зменшенням кількості вузлів і, одночасно, збільшенням кількості незалежних контурів розрахункової схеми. Тому формальне застосування такого підходу рекомендовано у разі використання вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи.

Критерієм еквівалентності розрахункових схем електричної системи, представлених на рис. 2.8 є збіг режимних характеристик незмінної частини схеми, тобто векторів напруги в пунктах 1, 2 і 3, а також відповідних вхідних струмів.

Еквівалентні перетворення схем з'єднання ділянок розрахункових схем у «зірку» і у «трикутник» базуються на рівняннях першого і другого законів Кірхгофа. Так, для з'єднання в трикутник рівняння другого закону Кірхгофа для замкненого контуру має вигляд

$$\Delta \dot{U}_{12} + \Delta \dot{U}_{23} + \Delta \dot{U}_{31} = 0.$$

Для з'єднання ділянок розрахункової схеми у зірку рівняння першого закону Кірхгофа для центральної точки має вигляд

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0. \quad (2.9)$$

Зазначимо, що рівняння (2.9) справедливо лише у разі відсутності гілки поперечної провідності або джерела струму в центральній вузловій точці зірки. Ця умова є обов'язковою для реалізації перетворення зірки в еквівалентний трикутник.

Рівняння першого закону Кірхгофа (2.9) справедливі також і для узагальненого вузла, який містить групу вузлів 1, 2 та 3 схеми з'єднання ділянок у трикутник.

Для з'єднання ділянок схеми в зірку справедливі співвідношення

$$\Delta \dot{U}_{12} = \Delta \dot{U}_{10} - \Delta \dot{U}_{20} = \dot{I}_1 \underline{z}_1 - \dot{I}_2 \underline{z}_2,$$

або з урахуванням рівняння першого закону Кірхгофа

$$\Delta \dot{U}_{12} = \dot{I}_1 \underline{z}_1 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_3) \underline{z}_2 = \dot{I}_1 (\underline{z}_1 + \underline{z}_2) + \dot{I}_3 \underline{z}_2. \quad (2.10)$$

Для падіння напруги між точками 2 та 3 аналогічно отримуємо

$$\begin{aligned} \Delta \dot{U}_{23} &= \Delta \dot{U}_{20} - \Delta \dot{U}_{30} = \dot{I}_2 \underline{z}_2 - \dot{I}_3 \underline{z}_3 = \\ &= -(\dot{I}_1 + \dot{I}_3) \underline{z}_2 - \dot{I}_3 \underline{z}_3 = -\dot{I}_1 \underline{z}_2 - \dot{I}_3 (\underline{z}_2 + \underline{z}_3). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Сумісне розв'язання рівнянь (2.10) та (2.11) дає такий результат

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \Delta \dot{U}_{12} \frac{\underline{z}_2 + \underline{z}_3}{\underline{D}} + \Delta \dot{U}_{23} \frac{\underline{z}_2}{\underline{D}}; \\ \dot{I}_3 &= -\Delta \dot{U}_{12} \frac{\underline{z}_2}{\underline{D}} - \Delta \dot{U}_{23} \frac{\underline{z}_1 + \underline{z}_2}{\underline{D}}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

де  $\underline{D} = \underline{z}_1 \underline{z}_2 + \underline{z}_2 \underline{z}_3 + \underline{z}_3 \underline{z}_1$ .

Для схеми з'єднання ділянок розрахункової схеми у трикутник рівняння першого закону Кірхгофа для вузла 1 має вигляд

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} = \frac{\Delta \dot{U}_{12}}{\underline{z}_{12}} - \frac{\Delta \dot{U}_{31}}{\underline{z}_{31}}$$

або з урахуванням рівнянь другого закону Кірхгофа

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta \dot{U}_{12}}{\underline{z}_{12}} + \frac{(\Delta \dot{U}_{12} + \Delta \dot{U}_{23})}{\underline{z}_{31}} = \Delta \dot{U}_{12} \left( \frac{1}{\underline{z}_{12}} + \frac{1}{\underline{z}_{31}} \right) + \Delta \dot{U}_{23} \left( \frac{1}{\underline{z}_{31}} \right). \quad (2.13)$$

Для вузла 3 аналогічно отримуємо

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} = \frac{\Delta \dot{U}_{31}}{\underline{z}_{31}} - \frac{\Delta \dot{U}_{23}}{\underline{z}_{23}} = \\ &= -\frac{(\Delta \dot{U}_{12} + \Delta \dot{U}_{23})}{\underline{z}_{31}} - \frac{\Delta \dot{U}_{23}}{\underline{z}_{23}} = -\Delta \dot{U}_{12} \left( \frac{1}{\underline{z}_{31}} \right) - \Delta \dot{U}_{23} \left( \frac{1}{\underline{z}_{31}} + \frac{1}{\underline{z}_{23}} \right). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Зіставлення рівнянь (2.13) та (2.14) з (2.15) дозволяє отримати співвідношення

$$\begin{aligned} \frac{\underline{z}_2 + \underline{z}_3}{\underline{D}} &= \frac{1}{\underline{z}_{12}} + \frac{1}{\underline{z}_{31}}; \\ \frac{\underline{z}_2}{\underline{D}} &= \frac{1}{\underline{z}_{31}}; \\ \frac{\underline{z}_1 + \underline{z}_2}{\underline{D}} &= \frac{1}{\underline{z}_{31}} + \frac{1}{\underline{z}_{23}}. \end{aligned}$$

Звідки після елементарних перетворень отримуємо вирази для обчислення опорів ділянок еквівалентного трикутника

$$\begin{aligned} z_{12} &= \frac{D}{z_3} = z_1 + z_2 + \frac{z_1 z_2}{z_3}; \\ z_{23} &= \frac{D}{z_1} = z_2 + z_3 + \frac{z_2 z_3}{z_1}; \\ z_{31} &= \frac{D}{z_2} = z_1 + z_3 + \frac{z_1 z_3}{z_2}. \end{aligned}$$

Для здійснення зворотного перетворення трикутника опорів на еквівалентну зірку проведемо наступні перетворення. Визначимо суму опорів трикутника

$$z_{12} + z_{23} + z_{31} = \frac{D}{z_3} + \frac{D}{z_1} + \frac{D}{z_2} = \frac{D^2}{z_1 z_2 z_3}. \quad (2.15)$$

Далі визначимо попарно добутки опорів ділянок трикутника

$$\begin{aligned} z_{12} z_{23} &= \frac{D^2}{z_1 z_3}; \\ z_{23} z_{31} &= \frac{D^2}{z_1 z_2}; \\ z_{31} z_{12} &= \frac{D^2}{z_2 z_3}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Поділив вирази (2.16) на (2.15) отримуємо формули для визначення опорів еквівалентної зірки

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{z_{12} z_{31}}{z_{12} + z_{23} + z_{31}}; \\ z_2 &= \frac{z_{12} z_{23}}{z_{12} + z_{23} + z_{31}}; \\ z_3 &= \frac{z_{23} z_{31}}{z_{12} + z_{23} + z_{31}}. \end{aligned}$$

Зазначимо, що часто для перетворення трикутника опорів на зірку та навпаки зручніше використовувати провідності ділянок розрахункової схеми електричної системи. Так, для перетворення трикутника на еквівалентну зірку варто користуватися виразами

$$\underline{y}_1 = \underline{y}_{12} + \underline{y}_{13} + \frac{\underline{y}_{12}\underline{y}_{13}}{\underline{y}_{23}};$$

$$\underline{y}_2 = \underline{y}_{12} + \underline{y}_{23} + \frac{\underline{y}_{12}\underline{y}_{23}}{\underline{y}_{31}};$$

$$\underline{y}_3 = \underline{y}_{31} + \underline{y}_{23} + \frac{\underline{y}_{31}\underline{y}_{23}}{\underline{y}_{12}}.$$

Для зворотного перетворення зірки на еквівалентний трикутник справедливі співвідношення

$$\underline{y}_{12} = \frac{\underline{y}_1\underline{y}_2}{\underline{y}_1 + \underline{y}_2 + \underline{y}_3};$$

$$\underline{y}_{23} = \frac{\underline{y}_2\underline{y}_3}{\underline{y}_1 + \underline{y}_2 + \underline{y}_3};$$

$$\underline{y}_{31} = \frac{\underline{y}_1\underline{y}_3}{\underline{y}_1 + \underline{y}_2 + \underline{y}_3}.$$

Розглянуті принципи перетворення зірки в еквівалентний трикутник можна поширити на багатопроменеву зірку з довільною кількістю гілок. Тут результатом перетворення є багатокутник з діагоналями, утворений кінцями променів зірки, вершини якого попарно з'єднані гілками. У загальному випадку провідності гілок багатокутника можна визначити за виразом

$$\underline{y}_{ij} = -\frac{\underline{y}_i\underline{y}_j}{\underline{y}_0}, \quad (2.17)$$

де  $\underline{y}_0$  – власна провідність вузла в центрі багатопроменевої зірки (сума провідностей всіх променів зірки з оберненим знаком).

Зазначимо, що послідовне з'єднання двох ділянок розрахункової схеми електричної системи можна розглядати як двопроменеву зірку. Дійсно, вираз (2.17) для двопроменевої зірки має вигляд

$$\underline{y}_e = \frac{\underline{y}_1\underline{y}_2}{\underline{y}_1 + \underline{y}_2},$$

що повністю відповідає виразу (2.7).

### 2.3.7 Перенесення електричних навантажень у суміжні пункти розрахункової схеми електричної системи

Еквівалентному перетворенню розрахункових схем електричних систем часто перешкоджає наявність електричних навантажень (джерел струму) в проміжних пунктах ділянок схеми. Для того щоб зробити



необхідні перетворення розрахункової схеми, необхідно попередньо виконати перенесення таких навантажень в суміжні пункти. Розглянемо принципи такого еквівалентного перетворення на прикладі радіальної схеми, представленій на рис. 2.9.

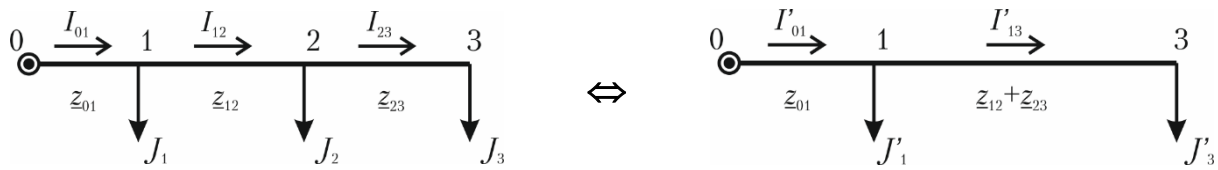


Рисунок 2.9 – Еквівалентне перенесення навантажень у суміжні пункти розрахункової схеми

Критерієм еквівалентності розрахункових схем, зображених на рис. 2.9 є збіг струмів головних ділянок та режиму напруги в пунктах 1 і 3 вихідної та еквівалентної розрахункових схем.

За відсутності гілок поперечних провідностей струми головних ділянок схеми визначаються за першим законом Кірхгофа сумою струмів навантажень всіх пунктів розрахункової схеми, тобто

$$\dot{J}_1 + \dot{J}_2 + \dot{J}_3 = \dot{J}'_1 + \dot{J}'_3. \quad (2.18)$$

За законом Ома напруга в пункті 3 визначається виразами

$$\dot{U}_3 = U_0 - (\dot{J}_1 + \dot{J}_2 + \dot{J}_3) z_{01} - (\dot{J}_2 + \dot{J}_3) z_{12} - \dot{J}_3 z_{23} \quad (2.19)$$

для вихідної схеми та

$$\dot{U}_3 = U_0 - (\dot{J}'_1 + \dot{J}'_3) z_{01} - \dot{J}'_3 (z_{12} + z_{23}) \quad (2.20)$$

для еквівалентної схеми. Якщо дорівняти між собою вирази (2.19) та (2.20) отримуємо

$$\begin{aligned} (\dot{J}_1 + \dot{J}_2 + \dot{J}_3) z_{01} + (\dot{J}_2 + \dot{J}_3) z_{12} + \dot{J}_3 z_{23} = \\ = (\dot{J}'_1 + \dot{J}'_3) z_{01} + \dot{J}'_3 (z_{12} + z_{23}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Сумісне розв'язання рівнянь (2.20) та (2.21) визначає струми еквівалентних навантажень

$$\begin{aligned} \dot{J}'_1 &= \dot{J}_1 + \dot{J}_2 \frac{z_{23}}{z_{12} + z_{23}}; \\ \dot{J}'_3 &= \dot{J}_3 + \dot{J}_2 \frac{z_{12}}{z_{12} + z_{23}}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Аналіз виразів (2.22) свідчить, що струмові навантаження в пунктах 1 та 3 еквівалентної схеми можна розглядати як суму струмового навантаження у вихідній схемі та частки навантаження пункту 2:

$$\begin{aligned} \dot{J}'_1 &= \dot{J}_1 + \dot{J}_{2(1)}; \\ \dot{J}'_3 &= \dot{J}_3 + \dot{J}_{2(3)}. \end{aligned}$$

Тут  $\dot{J}_{2(1)}$ ,  $\dot{J}_{2(3)}$  – частки навантаження пункту 2, які переносяться у суміжні пункти розрахункової схеми<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{J}_{2(1)} &= \dot{J}_2 \frac{\underline{z}_{23}}{\underline{z}_{12} + \underline{z}_{23}}; \\ \dot{J}_{2(3)} &= \dot{J}_2 \frac{\underline{z}_{12}}{\underline{z}_{12} + \underline{z}_{23}}, \end{aligned} \tag{2.23}$$

причому

$$\dot{J}_{2(1)} + \dot{J}_{2(3)} = \dot{J}_2.$$

З аналізу виразів (2.23) випливає, що частка струму навантаження, яка переноситься у суміжний пункт розрахункової схеми пропорційна опорі протилежної ділянки. В електротехніці такий принцип перетворення називають **правилом «чужого плеча»**. У практичних розрахунках іноді зручніше використовувати значення провідностей ділянок розрахункової схеми для визначення часток струмів навантажень, які переносяться в суміжні пункти. Тут вирази (2.23) набувають вигляду

$$\begin{aligned} \dot{J}_{2(1)} &= \dot{J}_2 \frac{\underline{y}_{12}}{\underline{y}_{12} + \underline{y}_{23}}; \\ \dot{J}_{2(3)} &= \dot{J}_2 \frac{\underline{y}_{23}}{\underline{y}_{12} + \underline{y}_{23}}, \end{aligned}$$

тобто частки струмів пропорційні провідності відповідної ділянки розрахункової схеми.

Розглянутий принцип перенесення навантажень можна застосувати для еквівалентування багатопроменевих зірок, коли електричне навантаження необхідно перенести в три та більше суміжних пункту розрахункової схеми. Загальний вираз для визначення такої частки має вигляд

$$\dot{J}_{i(j)} = -\dot{J}_i \frac{\underline{y}_{ij}}{\underline{y}_{ii}},$$

---

<sup>1</sup> Розрахункові моделі, побудовані відповідно до рекомендацій МЕК передбачають перенесення навантажень в суміжні пункти відповідно до виразів  $\dot{J}_{2(1)} = \dot{J}_2 \frac{\underline{z}_{23}}{\underline{z}_{12} + \underline{z}_{23}}$ ;  $\dot{J}_{2(3)} = \dot{J}_2 \frac{\underline{z}_{12}}{\underline{z}_{12} + \underline{z}_{23}}$ .

де  $i$  – індекс вузла, навантаження якого переносять у суміжні пункти розрахункової схеми;  $j$  – індекс поточного суміжного вузла;  $y_{ii}$  – власна провідність  $i$ -го вузла розрахункової схеми.

Зазначимо, що розглянуті принципи перенесення електричних навантажень справедливі тільки для лінійних електричних систем, розрахункові схеми яких не містять гілок поперечних провідностей, а навантаження представлені фіксованими значеннями струмів. В іншому разі подібні еквівалентні перетворення неминуче пов'язані з похибкою моделювання і допустимі лише за умови дотримання вимог інженерної точності.

### 2.3.8 Еквівалентне заміщення електропередач фіктивними навантаженнями

В задачах моделювання усталених режимів складних електричних систем часто використовують підхід, який базується на еквівалентному заміщенні ліній електропередавання парою зосереджених навантажень у вузлах, які обмежують лінію електропередавання. Дійсно, під час формування рівнянь першого закону Кірхгофа для вузлів розрахункової схеми струми навантажень та струми суміжних ділянок підсумовують з урахуванням прийнятих умовно-додатних напрямів ділянок. Це дозволяє виключити довільну ділянку розрахункової схеми електричної системи та замінити її двома зосередженими фіктивними навантаженнями вузлів, суміжних із цією ділянкою, як показано на рис. 2.10. Такі фіктивні навантаження характеризуються однаковими за модулем, але протилежними за знаком струмами. Причому струм ділянки, який відходить від вузла схеми, заміщують еквівалентним навантаженням, а струм, який поступає з лінії – еквівалентною генерацією.

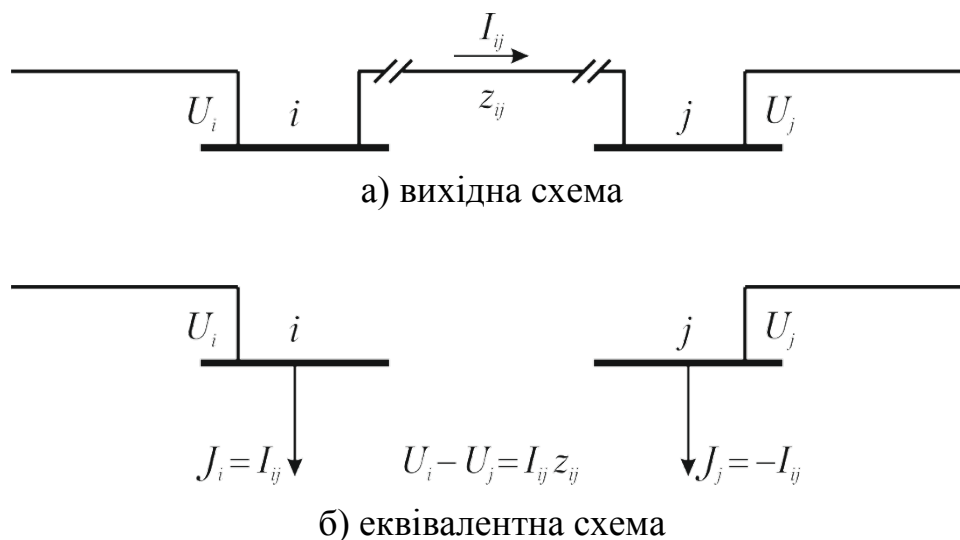


Рисунок 2.10 – 1 Еквівалентне заміщення лінії електропередавання фіктивними навантаженнями

Цей підхід використовують, наприклад, в методі розрізання контурів для виключення перемичок зі складу розрахункової схеми, а також в методах діакоптики для розбиття складної електричної системи на підсистеми.

## 2.4 Опорні за напругою та балансуючі пункти розрахункових схем

Під час моделювання режимів електроенергетичних систем варто зважати на те, що для однозначного визначення режиму напруги розрахункова схема має містити принаймні одне джерело напруги, яке визначає потенціал відповідного пункту схеми відносно нульового потенціалу нейтралі, суміщеної із землею. Особливо це стосується розрахункових схем, із складу яких виключено ділянки поперечних провідностей. Такі *пункти називають опорними за напругою*.

Відомо, що за допомогою *джерел напруги* моделюють електричні станції, генератори яких обладнані пристроями *АРЗ*. Таке устаткування забезпечує підтримку заданої напруги на затискачах генераторів в широкому діапазоні їх навантажень незалежно від інших параметрів режиму електроенергетичної системи. Для електричних систем районного або місцевого призначення, які не містять електричних станцій, як опорний за напругою пункт обирають шини живильних підстанцій, трансформатори яких обладнані пристроями автоматичного регулювання напруги на вторинних шинах, від яких здійснюється живлення досліджуваної електричної мережі.

Зазначимо, що в опорних за напругою пунктах розрахункової схеми фіксується саме модуль комплексного вектора напруги, що відповідає принципам організації регулювання режиму напруги в електричній мережі. Тому опорні за напругою пункти часто називають *вузлами з фіксацією модуля напруги*.

Фазові кути векторів напруг у пунктах, так само, як і струми на ділянках розрахункової схеми електричної системи, є відносними величинами. Їх абсолютні значення визначаються моментом часу, який було зафіксовано під час представлення змінних синусоїдних величин за допомогою апарату комплексних чисел. Тому фізичний зміст мають лише їх відносні значення. В практиці моделювання усталених режимів електричних систем фазовий кут одного, часто – єдиного, опорного пункту обнуляють, а фазові кути всіх інших параметрів (напруг пунктів та струмів ділянок) визначають по відношенню до цього нульового значення. Проте таке положення не є обов'язковим. В деяких розрахункових моделях зручніше обнуляти фазові кути напруги інших пунктів, які не є опорними за напругою.

Ще одна особливість моделювання усталених режимів електричних систем полягає в тому, що закон збереження енергії в електричній системі трактується як суворе дотримання балансу потужності в системі між генерацією та споживанням в кожен момент часу. Тут до видаткової

частини балансу входять сумарні втрати потужності на передачу і розподіл електроенергії. Такі втрати потужності на попередньому етапі дослідження режимів не відомі, оскільки визначаються режимом напруги і поточкорозподілом потужностей в електричній системі, які є шуканими величинами. Таким чином, на попередньому етапі неможливо скласти точний баланс потужності в системі і визначити навантаження всіх джерел живлення.

У практиці моделювання усталених режимів електричних систем у складі розрахункової схеми прийнято виділяти один або декілька вузлів схеми, які сприймають на себе сумарні втрати потужності і забезпечують баланс потужності в системі. Такі вузли називають **балансуючими пунктами**. Головне призначення балансуючого пункту полягає в покритті частини навантаження споживачів системи, не забезпеченої електроенергією від електричних станцій системи, а також сумарних втрат потужності в елементах електричної мережі. Таке завдання може вирішуватися потужною електричною станцією зі значним резервом потужності або крупною районною підстанцією, до якої примикає міжсистемний зв'язок.

У загальному випадку, умови балансу потужності в системі можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} P_{\text{БП}} &= \sum P_{\text{Г}} + \sum P_{\text{Н}} + \Delta P_{\Sigma}; \\ Q_{\text{БП}} &= \sum Q_{\text{Г}} + \sum Q_{\text{Н}} + \Delta Q_{\Sigma}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

де  $P_{\text{БП}}$ ,  $Q_{\text{БП}}$  – активна та реактивна потужності балансуючого пункту відповідно;  $\sum P_{\text{Г}}$ ,  $\sum Q_{\text{Г}}$  – сумарні активні та реактивні потужності електричних станцій системи відповідно;  $\sum P_{\text{Н}}$ ,  $\sum Q_{\text{Н}}$  – сумарні активні та реактивні потужності навантажень споживачів системи відповідно;  $\Delta P_{\Sigma}$ ,  $\Delta Q_{\Sigma}$  – сумарні втрати активної та реактивної потужності на передавання електричної енергії по мережі відповідно.

У виразах (2.24) варто приймати традиційне правило знаків для представлення нелінійних джерел струму у розрахунковій схемі електричної системи. Так активна потужність навантаження та сумарні втрати активної потужності враховують із додатним знаком, а активну потужність генераторів – із від'ємним. Отримане додатне значення активної потужності балансуючого пункту характеризує необхідний обсяг генерації активної потужності у цьому вузлі. Ті самі міркування стосуються і рівняння балансу реактивної потужності. Відмінність полягає у тому, що, відповідно до київської електротехнічної школи, споживання індуктивної реактивної потужності характеризується від'ємною уявною величиною, а генерація – додатною. У більшості практичних випадків реактивна потужність балансуючого пункту є від'ємною величиною, що визначає необхідні обсяги генерації реактивної потужності у цьому вузлі.

На початку дослідження режимів електричної системи потужність балансуємого пункту відома наближено і визначається в процесі ітераційного уточнення втрат потужності на передачу і розподіл електричної енергії. У результаті може виявитися, що розрахункова потужність балансуємого пункту перевищує його максимально допустиму потужність або пропускну здатність ліній головних ділянок. У цьому випадку необхідно або підвищити генерацію потужностей на електростанціях системи згідно з прийнятими законами регулювання, або вибрати інший балансуємий пункт з більшою допустимою потужністю і знову повторити розрахунок режимних характеристик системи.

Принципово можна прийняти різні балансуємі пункти за активною та реактивною потужностями. Однак, з метою спрощення розрахункових моделей, доцільно призначити єдиний балансуємий пункт. За наявності в системі потужних генеруючих вузлів, останні моделюють у вигляді джерел напруги, тобто пунктів з фіксацією модуля напруги. Такі вузли розрахункової схеми являють собою **балансиємі за реактивною потужністю пункти**. Тут один з подібних вузлів доцільно призначити балансуємим за активною потужністю та розглядати як балансуємий пункт.

Введення до складу розрахункової схеми електричної системи балансуємого пункту є допущенням, обумовленим особливістю нелінійних рівнянь, які моделюють усталений режим системи. Вибір балансуємого пункту суттєво впливає на результати розрахунку режимних характеристик. У цьому полягає одна з відмінностей нелінійних моделей усталених режимів електричної системи від лінійних, для яких поняття балансуємого пункту не має фізичного сенсу.

Зазначимо, що для електричних систем, які містять мережі високого ступеня замкнутості для забезпечення надійної збіжності ітераційного обчислювального процесу дослідження режимних характеристик в складі розрахункової схеми, зазвичай, використовують кілька балансуємих пунктів. Так, наприклад, для дослідження режимних характеристик основної мережі ОЕС України в розрахунковій схемі, зазвичай, призначають три балансуємі пункти.

З метою спрощення розрахункових моделей усталених режимів електричних систем балансуємий пункт, зазвичай, поєднують з опорним за напругою. Таким чином, в більшості практичних випадків, дослідження характеристик усталених режимів електричних систем, балансуємий пункт можна розглядати як шини нескінченної потужності, які забезпечують баланс потужності в системі з фіксованим значенням напруги у вузлі, не залежним від навантаження балансуємого пункту. Фазовий кут вектора напруги на шинах балансуємого пункту, зазвичай, приймають нульовим, а фазові кути векторів інших режимних характеристик відраховують щодо цього нульового значення.

## 2.5 Аналітичне подання розрахункових схем електричних систем в матричній формі

Для аналітичного подання розрахункових схем електричних систем в практиці електротехнічних розрахунків широкого поширення набули матриці інциденцій, які відбивають топологічні властивості електричних систем.

Перший закон Кірхгофа для довільного вузла розрахункової схеми можна записати у вигляді

$$\sum_{j=1}^N m_{ij} \dot{I}_j = \dot{J}_i, \quad (2.25)$$

де  $\dot{J}_i$  – вузловий струм  $i$ -го вузла розрахункової схеми;  $\dot{I}_j$  – струм  $j$ -ї ділянки схеми;  $m_{ij}$  – сигнальний коефіцієнт, який відображає орієнтацію ділянок схеми щодо вузлів;  $N$  – загальна кількість ділянок схеми.

В загальному випадку сигнальний коефіцієнт у виразі (2.25) може приймати одне з трьох можливих значень:

- $m_{ij} = +1$  у разі, якщо  $i$ -й вузол є початковою вершиною  $j$ -ї ділянки;
- $m_{ij} = -1$  у разі, якщо  $i$ -й вузол є кінцевою вершиною  $j$ -ї ділянки;
- $m_{ij} = 0$  у разі, якщо  $i$ -й вузол не є вершиною  $j$ -ї ділянки.

Розглянуті сигнальні коефіцієнти утворюють прямокутну матрицю, яка відбиває направлені зв'язки між ділянками та вузлами схеми. Таку матрицю називають *матрицею з'єднань*.

Повна матриця з'єднань є прямокутною, кількість рядків її дорівнює кількості вузлів, а кількість стовпчиків – кількості ділянок. Кожний рядок повної матриці з'єднань відбиває *віяло (куш) ділянок*, суміжних із відповідним вузлом схеми з урахуванням спрямованості цих ділянок. Кожний стовпчик матриці вказує на вузли початку та кінця відповідної ділянки.

Очевидно, що в кожному стовпці матриці з'єднань може знаходитись тільки одна додатна та одна від'ємна одиниці. Отже, сума всіх рядків повної матриці з'єднань визначає нульовий рядок

$$\mathbf{n}^T \mathbf{M}_\Sigma = 0,$$

де  $\mathbf{n}^T$  – одиничний рядок.

Така обставина призводить до висновку про те, що у будь-якій схемі електричної системи один вузол є залежним, зв'язки якого можна визначити на основі даних інших незалежний вузлів

$$\mathbf{M}_0 = -\mathbf{n}^T \mathbf{M},$$

де  $\mathbf{M}$  – матриця з'єднань, з якої виключено рядок опорного вузла;  $\mathbf{M}_0$  – вектор-рядок повної матриці з'єднань для опорного вузла схеми.

Іншими словами, будь-який рядок повної матриці з'єднань можна отримати шляхом підсумовування за стовпчиками всіх інших рядків та зміни знаків всіх елементів отриманого рядка на протилежні. Це свідчить про надмірність інформації, яку містить повна матриця з'єднань. Тому в практичних розрахунках достатньо використовувати матрицю з'єднань, до складу якої не входить рядок опорного вузла. За необхідності на підставі вищенаведених міркувань можна легко відновити всю схему електричної системи.

У разі організації списків вузлів та ділянок за *принципом ярусності* на головній діагоналі матриці з'єднань завжди розташовані від'ємні одиниці. Для такої матриці можна виділити блоки-підматриці

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_d & \mathbf{M}_x \end{bmatrix},$$

де  $\mathbf{M}_d$  – підматриця з'єднань, яка відповідає схемі дерева;  $\mathbf{M}_x$  – підматриця з'єднань, яка відповідає хордам.

Очевидно, що матриця з'єднань містить повну інформацію про конфігурацію розрахункової схеми електричної системи. На підставі її даних можна повністю відновити розрахункову схему та сформулювати основні співвідношення для режимних характеристик електричної системи.

За аналогією з матрицею з'єднань можна визначити другу матрицю інцидентів – *матрицю контурів*. Дійсно, другий закон Кірхгофа можна записати у вигляді

$$\sum_{j=1}^N n_{ij} \Delta \dot{U}_j = 0, \quad (2.26)$$

де  $\Delta \dot{U}_j = \dot{I}_j z_j - \dot{E}_j$  – падіння напруги на  $j$ -й ділянці схеми;  $z_j$ ,  $\dot{I}_j$ ,  $\dot{E}_j$  – повний опір, струм та ЕРС  $j$ -ї ділянки схеми;  $n_{ij}$  – сигнальний коефіцієнт, який відбиває взаємну орієнтацію  $j$ -ї ділянки схеми та додатного напрямку обходу  $i$ -го контуру.

В загальному випадку сигнальний коефіцієнт у виразі (2.26) може приймати одне з трьох можливих значень:

- $n_{ij} = +1$  у разі, якщо  $j$ -та ділянка входить до складу  $i$ -го контуру та її орієнтація збігається з напрямом обходу контуру;
- $n_{ij} = -1$  у разі, якщо  $j$ -та ділянка входить до складу  $i$ -го контуру та направлена зустрічно до додатного напрямку обходу контуру;
- $n_{ij} = 0$  у разі, якщо  $j$ -та ділянка не входить до складу  $i$ -го контуру.



Для однозначного визначення режимних характеристик електричної системи рівняння (2.26) записують для всіх незалежних контурів розрахункової схеми. В результаті сигнальні коефіцієнти утворюють прямокутну матрицю, яка відбиває зв'язки між ділянками розрахункової схеми та незалежними контурами. Таку матрицю називають матрицею контурів. Кількість рядків матриці контурів дорівнює кількості незалежних контурів, а кількість стовпчиків – кількості ділянок розрахункової схеми. Кожний рядок матриці контурів показує, які ділянки входять до складу кожного незалежного контуру та як вони орієнтовані по відношенню до додатного напрямку обходу контуру. Кожний стовпчик матриці контурів визначає склад незалежних контурів, до яких входить відповідна ділянка та їх взаємну орієнтацію.

У разі організації списків вузлів та ділянок за *принципом ярусності* матрицю контурів умовно можна поділити на дві частини

$$\mathbf{N} = [\mathbf{N}_d \quad \mathbf{N}_x],$$

де ліва під матриця  $\mathbf{N}_d$  відповідає ділянкам дерева, а права  $\mathbf{N}_x$  – хордам розрахункової схеми електричної системи. Причому підматриця, яка відповідає хордам, являє собою квадратну одиничну матрицю

$$\mathbf{N}_x = \mathbf{E}$$

та

$$\mathbf{N} = [\mathbf{N}_d \quad \mathbf{E}].$$

Перший закон Кірхгофа можна записати також для узагальнених вузлів розрахункової схеми

$$\sum_{j=1}^N q_{ij} \dot{I}_j = \sum_{k \in i} \dot{J}_k, \quad (2.27)$$

де  $\dot{I}_j$  – струм  $j$ -ї ділянки розрахункової схеми;  $\sum_{k \in i} \dot{J}_k$  – сума вузлових струмів незалежних вузлів, обмежених  $i$ -м перерізом;  $q_{ij}$  – сигнальний коефіцієнт, який визначає взаємну орієнтацію ділянок та базисних перерізів розрахункової схеми.

В загальному випадку сигнальний коефіцієнт у виразі (2.27) може приймати одне з трьох можливих значень:

- $q_{ij} = +1$  у разі, якщо  $j$ -та ділянка входить до складу  $i$ -го перерізу та її орієнтація збігається;
- $q_{ij} = -1$  у разі, якщо  $j$ -та ділянка входить до складу  $i$ -го перерізу та направлена зустрічно до напрямку перерізу;
- $q_{ij} = 0$  у разі, якщо  $j$ -та ділянка не входить до складу  $i$ -го перерізу.

Для однозначного визначення режимних характеристик електричної системи рівняння (2.27) записують для всіх базисних перерізів розрахункової схеми. В результаті сигнальні коефіцієнти утворюють прямокутну матрицю, яка відбиває зв'язки між ділянками розрахункової схеми та базисними перерізами. Таку матрицю називають **матрицею перерізів**. Кількість рядків матриці перерізів дорівнює кількості базисних перерізів, тобто кількості незалежних вузлів схеми, а кількість стовпчиків – кількості ділянок. Кожний рядок матриці перерізів показує, які ділянки входять до складу кожного базисного перерізу та як вони орієнтовані по відношенню до додатного напрямку перерізу. Кожний стовпчик матриці перерізів визначає склад базисних перерізів, до яких входить відповідна ділянка та їх взаємну орієнтацію.

У разі організації списків вузлів та ділянок за **принципом ярусності** матрицю перерізів умовно можна поділити на дві частини

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_d \quad \mathbf{Q}_x].$$

де ліва під матриця  $\mathbf{Q}_d$  відповідає ділянкам дерева, а права  $\mathbf{Q}_x$  – хордам розрахункової схеми електричної системи. Причому підматриця, яка відповідає дереву схеми, являє собою квадратну одиничну матрицю

$$\mathbf{Q}_d = \mathbf{E}$$

та

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{E} \quad \mathbf{Q}_x].$$

Матриці інцидентій дозволяють сформулювати основні співвідношення між режимними параметрами електричної системи в матричній формі. Так, наприклад, матриця з'єднань визначає рівняння **першого закону Кірхгофа**

$$\mathbf{M} \mathbf{I} = \mathbf{J}, \quad (2.28)$$

де  $\mathbf{I}$  – вектор-стовпець струмів ділянок розрахункової схеми;  $\mathbf{J}$  – вектор-стовпець вузлових струмів.

Також матриця з'єднань дозволяє визначити падіння напруги на ділянках розрахункової схеми електричної системи. Таке падіння напруги на кожній ділянці визначається різницею векторів напруги вузлів, які обмежують відповідну ділянку

$$\Delta \dot{U}_j = \dot{U}_j^n - \dot{U}_j^k,$$

де  $\dot{U}_j^n, \dot{U}_j^k$  – напруги вузлів початку та кінця  $j$ -ї ділянки відповідно.

Інформація про індекси вузлів, які обмежують  $j$ -ту ділянку розрахункової схеми міститься в  $j$ -му стовпчику повної матриці з'єднань. При цьому падіння напруги на  $j$ -й ділянці можна визначити шляхом скалярного множення  $j$ -го стовпчика повної матриці з'єднань на вектор-стовпець напруг всіх вузлів схеми, включаючи опорний. Таким чином,

справедливо таке співвідношення

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{M}_{\Sigma}^T \mathbf{U}_{\Sigma}, \quad (2.29)$$

де  $\mathbf{M}_{\Sigma}^T$  – транспонована повна матриця з'єднань;  $\mathbf{U}_{\Sigma}$  – вектор-стовпець вузлових напруг всіх вузлів схеми, включно з опорним.

Розв'язання задач моделювання усталених режимів електричних систем передбачає розрахунок вузлових напруг по відношенню до напруги опорного вузла схеми. Для цього зручно використовувати вектор-стовпець сумарних падінь напруги між опорним вузлом схеми та поточним. В загальному випадку можна записати

$$U_0 \mathbf{n} - \mathbf{U}_{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\Delta} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

де  $\mathbf{U}_{\Delta}$  – вектор-стовпець відносних напруг незалежних вузлів розрахункової схеми;  $U_0$  – напруга на шинах опорного вузла;  $\mathbf{n}$  – одиничний вектор-стовпець. У виразі (2.30) вважається, що опорний вузол знаходиться наприкінці списку вузлів.

Тоді вираз (2.29) набуває вигляду

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{M}_{\Sigma}^T \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\Delta} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^T & \mathbf{M}_0^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\Delta} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{M}^T \mathbf{U}_{\Delta}. \quad (2.31)$$

Різниці напруг на кінцях ділянок розрахункової схеми визначає закон Ома

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{Z} \mathbf{I} - \mathbf{E}, \quad (2.32)$$

де  $\mathbf{Z}$  – *діагональна матриця опорів ділянок* розрахункової схеми;  $\mathbf{E}$  – вектор-стовпець ЕРС на ділянках схеми.

Розглянемо підсхему електричної системи, утворену ділянками дерева. Для такої схеми режим напруги незалежних вузлів можна отримати з виразу, який впливає із рівняння (2.30)

$$\mathbf{U} = U_0 \mathbf{n} - \mathbf{U}_{\Delta},$$

або з урахуванням (2.31) та (2.32)

$$\mathbf{U} = U_0 \mathbf{n} - (\mathbf{M}_d^T)^{-1} \Delta \mathbf{U} = U_0 \mathbf{n} - (\mathbf{M}_d^T)^{-1} (\mathbf{Z} \mathbf{I} - \mathbf{E}). \quad (2.33)$$

Для розрахункових схем електричних систем, ділянки яких не містять джерел напруги вираз (2.33) спрощується

$$\mathbf{U} = U_0 \mathbf{n} - (\mathbf{M}_d^T)^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{I}.$$

Матриця контурів дозволяє сформулювати матричні рівняння другого закону Кірхгофа

$$\mathbf{N} \Delta \mathbf{U} = \mathbf{0}. \quad (2.34)$$

З урахуванням (2.32) співвідношення (2.34) набуває вигляду

$$\mathbf{N}\Delta\mathbf{U} = \mathbf{N}(\mathbf{Z}\mathbf{I} - \mathbf{E}) = \mathbf{N}\mathbf{Z}\mathbf{I} - \mathbf{N}\mathbf{E} = \mathbf{0}$$

або

$$\mathbf{N}\mathbf{Z}\mathbf{I} = \mathbf{N}\mathbf{E} = \mathbf{E}_k, \quad (2.35)$$

де  $\mathbf{E}_k = \mathbf{N}\mathbf{E}$  – вектор-стовпець контурних ЕРС.

Очевидно, що вираз (2.35) являє собою запис *другого закону Кірхгофа* в матричній формі.

У виразі (2.35) контурні ЕРС визначають як суму ЕРС всіх ділянок, які входять до складу незалежних контурів з урахуванням взаємної орієнтації ділянок та додатних напрямів обходу контурів. Для більшості практичних випадків аналізу ustalених режимів електричних систем розрахункові схеми не містять ділянок з ЕРС. Для таких розрахункових схем рівняння другого закону Кірхгофа спрощуються та набувають вигляду

$$\mathbf{N}\mathbf{Z}\mathbf{I} = \mathbf{0}.$$

Якщо у контурне рівняння (2.34) підставити вираз (2.31), отримуємо співвідношення

$$\mathbf{N}\mathbf{M}^T\mathbf{U}_\Delta = \mathbf{0}. \quad (2.36)$$

Вираз (2.36) справедливий для будь-яких режимів електричної системи, тобто не залежить від конкретних значень вектору відносних напруг, що дозволяє виключити цей вектор із матричного виразу (2.36)

$$\mathbf{N}\mathbf{M}^T = \mathbf{0}. \quad (2.37)$$

Отриманий вираз (2.37) представляє *основу топологічну властивість розрахункових схем електричних систем*. Це можна пояснити наступними міркуваннями. Множення матриці контурів на транспоновану матрицю з'єднань означає попарне множення ненульових елементів матриць для тих самих ділянок за їх різної орієнтації. Дійсно, одна і та сама ділянка у складі незалежного контуру представлена додатною одиницею для вузла-початку та від'ємною одиницею для вузла-кінця в матриці з'єднань. В результаті кожна ділянка замкненого контуру входить до складу матричного добутку двічі – з додатною та від'ємною одиницями, отже їх сума завжди дорівнює нулю.

Топологічна властивість розрахункових схем (2.37) визначає співвідношення між блоками матриць інциденцій. Запишемо рівняння (2.37) з урахуванням блочної структури матриць

$$\left\| \begin{matrix} \mathbf{N}_d & \mathbf{N}_x \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} \mathbf{M}_d^T \\ \mathbf{M}_x^T \end{matrix} \right\| = \mathbf{0}$$

або

$$\mathbf{N}_d \mathbf{M}_d^T + \mathbf{N}_x \mathbf{M}_x^T = 0.$$

Звідки

$$\mathbf{N}_d = -\mathbf{N}_x \mathbf{M}_x^T (\mathbf{M}_d^T)^{-1}. \quad (2.38)$$

У разі організації списків вузлів та ділянок за принципом ярусності вираз (2.38) спрощується та набуває вигляду

$$\mathbf{N}_d = -\mathbf{M}_x^T (\mathbf{M}_d^T)^{-1}. \quad (2.39)$$

Таким чином, за відомої матриці з'єднань за виразом (2.39) можна визначити ліву підматрицю контурів, котра відповідає дереву розрахункової схеми і, додавши до неї справа одиничну матрицю – повну контурів.

Можна показати, що для розрахункових схем, побудованих за принципом ярусності справедливо співвідношення

$$\mathbf{Q}_x = -\mathbf{N}_d^T. \quad (2.40)$$

Розглянемо, наприклад, розділення розрахункової схеми електричної системи на дві підсистеми по певному перерізу як показано на рис. 2.11. Тут базисний переріз утворює  $k$ -та ділянка дерева схеми, а також  $m$ -та і  $n$ -та хорди, причому напрям  $m$ -ї хорди збігається з напрямом перерізу, а  $n$ -та хорда орієнтована зустрічно.

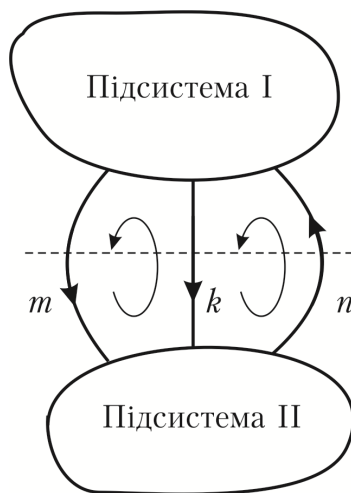


Рисунок 2.11 – Розділення розрахункової схеми електричної системи на підсистеми

Відповідно до прийнятої орієнтації ділянок перерізу сигнальні коефіцієнти матриці перерізів для  $m$ -ї та  $n$ -ї хорд дорівнюють  $q_{km} + 1$  та  $q_{kn} - 1$  відповідно. Водночас ці хорди утворюють незалежні контури у складі розрахункової схеми, причому до складу обох контурів входить  $k$ -та ділянка дерева. Тут для незалежного контуру, утвореного  $m$ -ю хордою  $k$ -та ділянка орієнтована зустрічно, а для контуру, утвореного  $n$ -ю хордою,

напрям  $k$ -ї ділянки збігається з додатним напрямом обходу контуру. Це визначає відповідні сигнальні коефіцієнти матриці контурів  $n_{m'k} - 1$  і  $n_{n'k} + 1$  відповідно, де  $m'$  і  $n'$  – індекси незалежних контурів, утворених  $m$ -ю та  $n$ -ю хордами.

Узагальнення наведених міркувань дозволяє зробити висновок про симетрію підматриці перерізів для хорд та підматриці контурів для дерева розрахункової схеми, але з урахуванням зміни знаків відповідно до виразу (2.40). Це означає, що кожна ділянка дерева розрахункової схеми утворює базисний переріз з тими хордами, до складу незалежних контурів котрих вона входить. Вірно і зворотне твердження – хорди, які входять до складу базисного перерізу разом із деякою ділянкою дерева, утворюють незалежні контури, до складу яких входить та сама ділянка дерева.

Таким чином, матрицю перерізів можна отримати за даними матриці з'єднань

$$\mathbf{Q}_x = -\mathbf{N}_d^T = \mathbf{M}_x^T (\mathbf{M}_d^T)^{-1}. \quad (2.41)$$

Наведені міркування свідчать про надмірність системи матриці інциденцій. Дійсно, для однозначного визначення конфігурації електричної системи достатньо інформації, яка міститься в першій матриці інциденцій – матриці з'єднань. Дані про незалежні контури та базисні перерізи розрахункової схеми можна отримати за матричними співвідношеннями (2.39) та (2.41) відповідно.

## 2.6 Формування розрахункових моделей усталених режимів електричних систем в матричній формі

*Розрахункова модель усталеного режиму розімкненої електричної системи в матричній формі*

В загальному випадку моделювання усталеного режиму розімкненої електричної системи полягає у послідовному виконанні двох операцій. Спочатку, за рівняннями першого закону Кірхофа, визначають струморозподіл по ділянках розрахункової схеми. Далі, за рівняннями закону Ома, визначають режим напруги незалежних вузлів.

Для розімкненої схеми електричної системи матриця з'єднань є квадратною, оскільки кількість ділянок розімкненої схеми завжди дорівнює кількості незалежних вузлів. Тобто така матриця містить лише підматрицю дерева.

Розв'яжемо матричне рівняння першого закону Кірхофа відносно вектор-стовпця матриці струмів

$$\mathbf{I} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{J} = \mathbf{C} \mathbf{J}, \quad (2.42)$$

де  $\mathbf{C} = \mathbf{M}^{-1}$  – квадратна матриця струморозподілу по ділянках розімкненої схеми.

Рядки матриці струморозподілу відповідають ділянкам схеми, я

стовпці – незалежним вузлам. Кожний стовпець матриці струморозподілу визначає шлях покриття навантаження відповідного вузла схеми від опорного пункту. Кожний рядок матриці струморозподілу визначає сукупність вузлових струмів, які покриваються по відповідній ділянці розрахункової схеми. Елементи матриці струморозподілу являють собою сигнальні коефіцієнти, які можуть приймати одне з трьох можливих значень:

- $c_{ij} = +1$  у разі, якщо  $j$ -та ділянка входить до складу шляху покриття навантаження  $i$ -го пункту та її орієнтація збігається з напрямом покриття навантаження;
- $c_{ij} = -1$  у разі, якщо  $j$ -та ділянка входить до складу шляху покриття навантаження  $i$ -го пункту та направлена зустрічно до напрямку покриття навантаження;
- $c_{ij} = 0$  у разі, якщо  $j$ -та ділянка не входить до складу шляху покриття навантаження  $i$ -го пункту.

Таким чином, матрицю струморозподілу можна безпосередньо сформулювати за розрахунковою схемою електричної системи.

Далі, після визначення струморозподілу по ділянках розрахункової схеми за матричним рівнянням закону Ома визначають режим напруги незалежних вузлів

$$\mathbf{U} = U_0 \mathbf{n} - (\mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{I}.$$

Відомо, що для матриць сигнальних коефіцієнтів справедливо співвідношення

$$(\mathbf{M}^T)^{-1} = (\mathbf{M}^{-1})^T,$$

тобто

$$(\mathbf{M}^T)^{-1} = \mathbf{C}^T$$

та

$$\mathbf{U} = U_0 \mathbf{n} - \mathbf{C}^T \mathbf{Z} \mathbf{I}.$$

*Контурна розрахункова модель усталеного режиму електричної системи в матричній формі*

Розглянемо формування контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи. Рівняння першого закону Кірхгофа з урахуванням блочної структури матриці з'єднань можна записати у вигляді

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_d & \mathbf{M}_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_x \end{bmatrix} = \mathbf{J}, \quad (2.43)$$

де  $\mathbf{I}_d$  – блок вектор-стовпця струмів ділянок дерева;  $\mathbf{I}_x$  – блок вектор-стовпця струмів хорд.

Із виразу (2.43) випливає, що

$$\mathbf{M}_d \mathbf{I}_d + \mathbf{M}_x \mathbf{I}_x = \mathbf{J},$$

або з урахуванням виразів 2.42 та 2.43

$$\mathbf{I}_d = \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{J} - \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{M}_x \mathbf{I}_x = \mathbf{C}_d \mathbf{J} + \mathbf{N}_d^T \mathbf{I}_x, \quad (2.44)$$

де  $\mathbf{C}_d$  – матриця коефіцієнтів струморозподілу по ділянках розімкненої схеми, утвореної деревом розрахункової схеми електричної системи.

Аналіз матричного виразу (2.44) свідчить про те, що струми ділянок дерева містять дві складові. Перша складова  $\mathbf{C}_d \mathbf{J}$  визначає струморозподіл по ділянках розімкненої схеми дерева, а друга  $\mathbf{N}_d^T \mathbf{I}_x$  – зрівнювальні струми хорд, які протікають по всіх ділянках відповідних незалежних контурів.

Таким чином, вектор-стовпець струмів ділянок можна подати у вигляді

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d \mathbf{J} + \mathbf{N}_d^T \mathbf{I}_x \\ \mathbf{I}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{J} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_d^T \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \mathbf{I}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{J} + \mathbf{N}^T \mathbf{I}_x. \quad (2.45)$$

Зазначимо, що матричний вираз (2.45) сформовано виходячи з припущення про індексацію ділянок та вузлів розрахункової схеми за принципом ярусності.

Підставимо вираз для струмів (2.45) в рівняння другого закону Кірхгофа (2.35)

$$\mathbf{N} \mathbf{Z} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{J} + \mathbf{N}^T \mathbf{I}_x \right) = \mathbf{E}_k,$$

або

$$\mathbf{N} \mathbf{Z} \mathbf{N}^T \mathbf{I}_x = \mathbf{E}_k - \mathbf{N} \mathbf{Z} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d \mathbf{J} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

Виділимо у виразі (2.46) складову  $\mathbf{N} \mathbf{Z} \mathbf{N}^T = \mathbf{Z}_k$ , що являє собою квадратну матрицю контурних опорів. Елементи такої матриці визначають за виразом

$$\underline{Z}_{ij} = \sum_{k=1}^N n_{ik} n_{jk} z_k, \quad (2.47)$$

де  $n_{ik}$ ,  $n_{jk}$  – сигнальні коефіцієнти матриці контурів;  $z_k$  – опір  $k$ -ї ділянки розрахункової схеми.



Із аналізу виразу (2.47) випливає, що недіагональні елементи матриці контурних опорів (за умови  $(i \neq j)$  для виразу (2.47)) визначаються сумою опорів всіх ділянок, які одночасно входять до складу  $i$ -го та  $j$ -го контурів схеми з урахуванням взаємної орієнтації додатних напрямів обходу контурів відносно відповідної ділянки. Якщо напрями обходу контурів збігаються, опір відповідної ділянки враховують з додатним знаком. Дійсно, у цьому разі добуток сигнальних коефіцієнтів  $n_{ik}n_{jk}$  завжди дорівнює додатній одиниці. За зустрічної орієнтації контурів добуток сигнальних коефіцієнтів дорівнює від'ємній одиниці і опір відповідної ділянки необхідно враховувати з від'ємним знаком. Для решти ділянок принаймні один з сигнальних коефіцієнтів  $n_{ik}$  або  $n_{jk}$  дорівнює нулю, тобто опір відповідної ділянки не входить до складу недіагонального елемента матриці контурних опорів – взаємного контурного опору.

Для визначення діагональних елементів матриці контурних опорів слід скористатися виразом (2.47) за умови  $i = j$ , тобто

$$\underline{Z}_{ii} = \sum_{k=1}^N n_{ik}^2 Z_k.$$

Тут квадрат сигнального коефіцієнту завжди дорівнює додатній одиниці для всіх ділянок, які входять до складу  $i$ -го контуру і нулю – для решти ділянок. Це означає, що діагональні елементи матриці контурних опорів – власні контурні опори – визначаються сумою опорів всіх ділянок, які входять до складу відповідного контуру незалежно від їх орієнтації.

Далі розглянемо складову  $\mathbf{E}_k - \mathbf{NZ} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d \mathbf{J} \\ 0 \end{bmatrix} = \Delta \mathbf{E}_k$  матричного рівняння

(2.46). Даний вираз визначає нев'язки контурних ЕРС, обумовлених струморозподілом в розімкненій схемі дерева. Дійсно тут матричний добуток  $\mathbf{C}_d \mathbf{J}$  визначає струморозподіл по ділянках розімкненої схеми дерева. Нульовий блок в нижній частині матриці визначає відсутність струмів в хордах схеми. Добуток діагональної матриці опорів ділянок на вектор-стовпець струморозподілу визначає падіння напруги на ділянках розімкненої схеми дерева. Своєю чергою, добуток матриці контурів на вектор-стовпець падінь напруги визначає суму падінь напруги на ділянках схеми кожного незалежного контуру. Якщо розрахункова схема електричної системи містить ділянки з джерелами напруги, нев'язки контурних ЕРС слід визначати з їх урахуванням.

Таким чином, матричні рівняння (2.46) визначають контурну розрахункову модель усталеного режиму електричної системи

$$\mathbf{Z}_k \mathbf{I}_k = \Delta \mathbf{E}_k, \quad (2.48)$$

де  $\mathbf{Z}_k = \mathbf{NZN}^T$  – матриця контурних ЕРС;  $\mathbf{I}_k = \mathbf{I}_x$  – вектор-стовпець контурних зрівнювальних струмів, які відповідають струмам хорд

розрахункової схеми;  $\Delta \mathbf{E}_k = \mathbf{E}_k - \mathbf{NZ} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d \mathbf{J} \\ 0 \end{bmatrix}$  – вектор-стовпець нев'язок контурних ЕРС схеми.

Контурна розрахункова модель являє собою систему лінійних алгебраїчних рівнянь (2.48), кількість яких визначається кількістю незалежних контурів у складі розрахункової схеми. Невідомими тут є зрівнювальні контурні струми. Це свідчить про можливість розв'язання такої системи рівнянь за умови неособливості матриці контурних опорів.

Зрівнювальні контурні струми слід визначати за матричним виразом

$$\mathbf{I}_k = \mathbf{Z}_k^{-1} \Delta \mathbf{E}_k = \mathbf{Y}_k \Delta \mathbf{E}_k,$$

де  $\mathbf{Y}_k = \mathbf{Z}_k^{-1}$  – зворотна матриця контурних опорів – матриця контурних провідностей.

Далі за матричним виразом (2.44) розраховують струморозподіл по ділянках дерева, а за виразом

$$\mathbf{U} = U_0 \mathbf{n} - \mathbf{C}_d^T \mathbf{Z}_d \mathbf{I}_d$$

режим напруги незалежних вузлів схеми. Тут  $\mathbf{Z}_d$  являє собою діагональну матрицю ділянок дерева розрахункової схеми електричної системи.

*Вузлова розрахункова модель усталеного режиму електричної системи в матричній формі*

Розглянемо формування вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи. З рівнянь (2.31) та (2.32) випливає

$$\mathbf{M}^T \mathbf{U}_\Delta = \mathbf{Z} \mathbf{I} - \mathbf{E},$$

звідки

$$\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1} (\mathbf{M}^T \mathbf{U}_\Delta + \mathbf{E}). \quad (2.49)$$

де  $\mathbf{Z}^{-1}$  – діагональна матриця, елементи якої дорівнюють провідностям відповідних ділянок розрахункової схеми ( $y_i = 1/z_i$ ).

Підставимо вираз (2.49) в матричне рівняння закону Ома (4.28):

$$\mathbf{MZ}^{-1} (\mathbf{M}^T \mathbf{U}_\Delta + \mathbf{E}) = \mathbf{J},$$

або

$$\mathbf{MZ}^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{U}_\Delta = \mathbf{J} - \mathbf{MZ}^{-1} \mathbf{E}. \quad (2.50)$$

Виділимо в матричному рівнянні (2.50) блок  $\mathbf{MZ}^{-1} \mathbf{M}^T = -\mathbf{Y}$ , який являє собою квадратну матрицю вузлових провідностей. Кожний елемент такої матриці визначається виразом

$$\underline{Y}_{ij} = -\sum_{k=1}^N m_{ik} m_{jk} \underline{y}_k, \quad (2.51)$$

де  $m_{ik}$ ,  $m_{jk}$  – сигнальні коефіцієнти матриці з'єднань;  $\underline{y}_k$  – провідність  $k$ -ї ділянки розрахункової схеми.

Із аналізу виразу (2.51) випливає, що недіагональні елементи матриці вузлових провідностей (за умови  $(i \neq j)$ ) для виразу (2.51) визначаються провідністю єдиної ділянки, яка поєднує  $i$ -й та  $j$ -й вузли схеми. Дійсно, для такої ділянки сигнальні коефіцієнти  $m_{ik}$  та  $m_{jk}$  одночасно є ненульовими. При чому один з цих коефіцієнтів дорівнює додатній одиниці (для вузла на початку  $k$ -ї ділянки), а інший – від'ємній (для вузла наприкінці  $k$ -ї ділянки). Добуток таких коефіцієнтів завжди дорівнює від'ємній одиниці, а провідність відповідної ділянки у складі матриці вузлових провідностей враховують із додатним знаком. Для всіх інших ділянок розрахункової схеми принаймні один з сигнальних коефіцієнтів  $m_{ik}$  або  $m_{jk}$  дорівнює нулю і провідність таких ділянок не враховують в недіагональних елементах матриці вузлових провідностей – взаємних вузлових провідностях.

Для визначення діагональних елементів матриці вузлових провідностей слід скористатися виразом (2.51) за умови  $i = j$ , тобто

$$\underline{Y}_{ii} = -\sum_{k=1}^N m_{ik}^2 \underline{y}_k.$$

Тут квадрат сигнального коефіцієнту завжди дорівнює додатній одиниці для всіх ділянок, суміжних з  $k$ -м вузлом розрахункової схеми і нулю для решти ділянок. Це означає, що діагональні елементи матриці вузлових провідностей – власні вузлові провідності – визначаються від'ємною сумою провідностей всіх ділянок, суміжних з відповідним вузлом розрахункової схеми незалежно від їх орієнтації.

Таким чином, вузлову розрахункову модель усталеного режиму електричної системи можна формалізувати матричним рівнянням

$$-\underline{Y}\underline{U}_\Delta = \underline{J} - \underline{M}\underline{Z}^{-1}\underline{E}. \quad (2.52)$$

Для електричних систем, розрахункові схеми яких не містять ділянок з джерелами напруги, вузлова модель (2.52) спрощується та набуває вигляду

$$-\underline{Y}\underline{U}_\Delta = \underline{J}. \quad (2.53)$$

У виразах (2.52) та (2.53) режим напруги незалежних вузлів схеми визначається сумарними падіннями напруги між опорним та поточним вузлами розрахункової схеми

$$\underline{U}_\Delta = \underline{n}U_0 - \underline{U},$$

де  $\mathbf{n}$  – одиничний вектор-стовпець;  $U_0$  – напруга на шинах опорного вузла схеми;  $\mathbf{U}$  – вектор-стовпець напруг незалежних вузлів розрахункової схеми.

Тоді рівняння вузлової моделі (2.53) набуває вигляду

$$-\mathbf{Y}(\mathbf{n}U_0 - \mathbf{U}) = \mathbf{J},$$

або

$$-\mathbf{Y}\mathbf{n}U_0 + \mathbf{Y}\mathbf{U} = \mathbf{J}. \quad (2.54)$$

Розглянемо складову  $-\mathbf{Y}\mathbf{n}$  у виразі (2.54). Такий добуток визначає вектор-стовпець, елементи якого дорівнюють від'ємній сумі елементів відповідного рядка матриці вузлових провідностей. Така операція визначає провідності ділянок, суміжних з опорним пунктом розрахункової схеми. Дійсно, провідності таких ділянок враховані у складі діагональних елементів матриці вузлових провідностей, але не містяться у складі недиагональних елементів. В результаті матричний вираз (2.54) набуває вигляду

$$\mathbf{Y}_0U_0 + \mathbf{Y}\mathbf{U} = \mathbf{J}, \quad (2.54)$$

де  $\mathbf{Y}_0$  – вектор-стовпець провідностей ділянок, суміжних з опорним вузлом розрахункової схеми.

Ліву частину виразу (2.55) можна розглядати як добуток блочних матриць

$$\mathbf{Y}_0U_0 + \mathbf{Y}\mathbf{U} = [\mathbf{Y}_0 \ \mathbf{Y}] \begin{bmatrix} U_0 \\ \mathbf{U} \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_\Sigma \mathbf{U}_\Sigma,$$

де  $\mathbf{Y}_\Sigma = [\mathbf{Y}_0 \ \mathbf{Y}]$  – повна матриця вузлових провідностей, включаючи стовпець провідностей ділянок, суміжних з опорним пунктом;  $\mathbf{U}_\Sigma = \begin{bmatrix} U_0 \\ \mathbf{U} \end{bmatrix}$  – вектор-стовпець напруг всіх вузлів розрахункової схеми, включаючи опорний.

Таким чином вузлова модель усталеного режиму електричної системи набуває вигляду

$$\mathbf{Y}_\Sigma \mathbf{U}_\Sigma = \mathbf{J}. \quad (2.56)$$

Отримана розрахункова модель сформована виходячи з припущення про розташування опорного пункту на початку списку вузлів схеми.

Інший підхід до формування вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи передбачає перетворення рівнянь (2.55) до вигляду

$$\mathbf{Y}\mathbf{U} = \mathbf{J} - \mathbf{Y}_0U_0 = \mathbf{J}', \quad (2.57)$$

де  $\mathbf{J}' = \mathbf{J} - \mathbf{Y}_0 U_0$  – вектор-стовпець фіктивних вузлових струмів, значення яких дорівнюють різниці фактичного вузлового струму та фіктивного струму короткого замкнення ділянки, яка поєднує поточний вузол з опорним. Тут термін «фіктивний струм короткого замкнення» означає визначення струму ділянки за умови нульового значення напруги в поточному вузлі схеми.

Аналіз рівнянь (2.53), (2.56) та (2.57) вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи свідчить про те, що кількість рівнянь такої моделі дорівнює кількості незалежних вузлів у складі розрахункової схеми. Невідомими в таких рівняннях є абсолютні або відносні напруги незалежних вузлів. Це свідчить про можливість розв'язання системи вузлових рівнянь за умови неособливості матриці вузлових провідностей.

Режим напруги незалежних вузлів розрахункової схеми слід визначати за матричним виразом

$$\mathbf{U}_\Delta = -\mathbf{Y}^{-1} \mathbf{J} = -\mathbf{Z}_y \mathbf{J}' ,$$

або

$$\mathbf{U} = \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{J}' = \mathbf{Z}_y \mathbf{J}' ,$$

де  $\mathbf{Z}_y = \mathbf{Y}^{-1}$  – обернена матриця вузлових провідностей – матриця вузлових опорів.

Далі, на підставі рівнянь закону Ома визначають струморозподіл по ділянках розрахункової схеми

$$\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1} (\Delta \mathbf{U} + \mathbf{E}) = \mathbf{Z}^{-1} (\mathbf{M}_\Sigma^T \mathbf{U}_\Sigma + \mathbf{E}) .$$

*Розрахункова модель усталеного режиму електричної системи за методом перерізів в матричній формі*

Для формування розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи за методом перерізів вузлові струми навантажені слід представити у вигляді додаткових ділянок з ідеальними джерелами струму. Такі ділянки характеризуються нульовими провідностями та можуть бути підключені до будь-якого вузла розрахункової схеми. Для зручності формування розрахункової моделі поєднаємо всі додаткові ділянки з опорним вузлом схеми. Під час поділу розрахункової схеми на дерево та хорди такі додаткові ділянки варто віднести до складу хорд. Запропонований підхід до формування розрахункової схеми можна також застосувати і до формування контурної та вузлової розрахункових моделей усталеного режиму. Проте такий підхід пов'язаний з не виправданим збільшенням розмірності розрахункової схеми і не рекомендований до застосування на практиці.

Для запропонованої розрахункової схеми рівняння першого закону Кірхгофа для узагальнених вузлів має вигляд

$$\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{I}} = 0, \quad (2.58)$$

де  $\mathbf{Q}$  – матриця перерізів;  $\tilde{\mathbf{I}}$  – вектор-стовпець струмів усіх ділянок розрахункової схеми, включаючи додаткові ділянки ідеальних джерел струму.

Вектор-стовпець струмів ділянок можна поділити на три блоки

$$\tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_x \\ \mathbf{J}_x \end{bmatrix},$$

де  $\mathbf{I}_d$  – блок струмів ділянок дерева;  $\mathbf{I}_x$  – блок струмів хорд, які не містять джерела струму;  $\mathbf{J}_x$  – блок струмів хорд, які відповідають вузловим струмам.

Останній блок містить елементи, які входять до складу вихідних параметрів режиму. Це дозволяє умовно виділити два вектор-стовпця струмів ділянок схеми та вузлових струмів

$$\tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{J}_x \end{bmatrix} = \mathbf{I} + \mathbf{J},$$

де  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{J}$  – вектор-стовпці струмів ділянок схеми та вузлових струмів відповідно.

В результаті матричне рівняння (2.58) можна записати у вигляді

$$\mathbf{Q}\mathbf{I} = -\mathbf{Q}\mathbf{J}, \quad (2.59)$$

Вектор-стовпець струмів ділянок схеми можна виразити із закону Ома у вигляді

$$\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1}(\Delta\mathbf{U} + \mathbf{E}).$$

Тоді рівняння (2.59) набуває вигляду

$$\mathbf{Q}\mathbf{Z}^{-1}(\Delta\mathbf{U} + \mathbf{E}) = -\mathbf{Q}\mathbf{J},$$

або

$$\mathbf{Q}\mathbf{Z}^{-1}\Delta\mathbf{U} = -\mathbf{Q}(\mathbf{J} + \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{E}). \quad (2.60)$$

Рівняння другого закону Кірхгофа (2.34) з урахуванням блочної структури матриці контурів можна записати у вигляді

$$[\mathbf{N}_d \ \mathbf{N}_x] \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{U}_d \\ \Delta\mathbf{U}_x \end{bmatrix} = \mathbf{N}_d\Delta\mathbf{U}_d + \mathbf{N}_x\Delta\mathbf{U}_x = 0.$$

Для електричних систем, розрахункові схеми яких сформовано за принципом ярусності, блок матриці контурів для хорд є одиничною матрицею. Це дозволяє виразити падіння напруги на хордах схеми через падіння напруги на ділянках дерева

$$\Delta U_x = -N_d \Delta U_d = Q_x^T \Delta U_d . \quad (2.61)$$

Дійсно, для визначення падіння напруги на хордах розрахункової схеми слід скористатися другим законом Кірхгофа. Очевидно, що якщо обійти відповідні незалежні контури по ділянках дерева та підсумувати падіння напруги на цих ділянках, то в результаті буде отримано від'ємне значення падіння напруги на хорді. У виразі (2.61) врахована також симетрія блока дерева матриці контурів та блока хорд матриці перерізів.

В цілому вектор-стовпець падіннь напруги на ділянках схеми можна представити матричним виразом

$$\Delta U = \begin{bmatrix} \Delta U_d \\ \Delta U_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta U_d \\ Q_x^T \Delta U_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ Q_x^T \end{bmatrix} \Delta U_d = Q^T \Delta U_d . \quad (2.62)$$

Після підстановки виразу (2.62) в формулу (2.60) отримуємо

$$QZ^{-1}Q^T \Delta U_d = -Q(J + Z^{-1}E). \quad (2.63)$$

Виділимо у виразі (2.63) складову  $QZ^{-1}Q^T = Y_Q$  – квадратну матрицю провідностей перерізів. Елементи такої матриці визначають за виразом

$$Y_{Q\ ij} = \sum_{k=1}^N q_{ik} q_{jk} y_k , \quad (2.64)$$

де  $q_{ik}$ ,  $q_{jk}$  – сигнальні коефіцієнти матриці перерізів;  $y_k$  – провідність  $k$ -ї ділянки розрахункової схеми.

Із аналізу виразу (2.64) випливає, що недіагональні елементи матриці провідностей перерізів (за умови  $(i \neq j)$ ) для виразу (2.64) визначаються сумою провідностей всіх ділянок, які одночасно входять до складу  $i$ -го та  $j$ -го базисних перерізів розрахункової схеми з урахуванням взаємної орієнтації базисних перерізів відносно відповідної ділянки. Якщо напрями перерізів збігаються, провідність відповідної ділянки враховують з додатним знаком. Дійсно, у цьому разі добуток сигнальних коефіцієнтів  $q_{ik}q_{jk}$  завжди дорівнює додатній одиниці. За зустрічної орієнтації перерізів добуток сигнальних коефіцієнтів дорівнює від'ємній одиниці і провідність відповідної ділянки необхідно враховувати з від'ємним знаком. Для решти ділянок принаймні один з сигнальних коефіцієнтів  $q_{ik}$  або  $q_{jk}$  дорівнює нулю, тобто провідність відповідної ділянки не входить до складу недіагонального елемента матриці провідностей перерізів – взаємної провідності перерізів.

Для визначення діагональних елементів матриці провідностей перерізів слід скористатися виразом (2.64) за умови  $i = j$ , тобто

$$Y_{Q\ ii} = \sum_{k=1}^N g_{ik}^2 y_k.$$

Тут квадрат сигнального коефіцієнту завжди дорівнює додатній одиниці для всіх ділянок, які входять до складу  $i$ -го перерізу і нулю – для решти ділянок. Це означає, що діагональні елементи матриці провідностей перерізів – власні провідності перерізів – визначаються сумою провідностей всіх ділянок, які входять до складу відповідного перерізу незалежно від їх орієнтації.

Таким чином, розрахункова модель усталеного режиму електричної системи за методом перерізів набуває вигляду

$$Y_Q \Delta U_d = J_Q, \quad (2.65)$$

де  $J_Q = -Q(J + Z^{-1}E)$  – вектор-стовпець вузлових струмів узагальнених вузлів розрахункової схеми електричної системи.

Для електричних систем, розрахункова схема яких не містить ділянок з джерелами напруги, вузлові струми узагальнених вузлів визначаються тільки вузловими струмами незалежних вузлів схеми

$$J_Q = -QJ.$$

Отримана розрахункова модель (2.65) містить лінійні алгебраїчні рівняння, кількість яких дорівнює кількості ділянок дерева розрахункової схеми. Невідомими в цих рівняннях є падіння напруги на ділянках дерева. Це свідчить про можливість розв'язання системи рівнянь за методом перерізів за умови неособливості матриці провідностей перерізів.

Падіння напруги на ділянках дерева розрахункової схеми слід визначати за матричним виразом

$$\Delta U_d = Y_Q^{-1} J_Q = Z_Q J_Q,$$

де  $Z_Q = Y_Q^{-1}$  – обернена матриця провідностей перерізів – матриця опорів перерізів.

Далі за виразом (2.61) розраховують падіння напруги на хордах схеми та режим напруги незалежних вузлів схеми за виразом

$$U = U_0 \mathbf{n} - (M_d^T)^{-1} \Delta U = C_d^T \Delta U.$$

Струморозподіл по ділянках схеми визначають за законом Ома за виразом

$$I = Z^{-1} \Delta U.$$



## 2.7 Ітераційні методи моделювання режимів найпростішої електричної системи

Вирішення задачі математичного моделювання режимів електричної системи пов'язане з розв'язанням складних нелінійних алгебраїчних рівнянь, які пов'язують параметри режиму системи та характеристики розрахункової схеми. Нелінійність таких рівнянь пояснюється наявністю у складі розрахункової схеми нелінійних джерел струму, які моделюють електричні навантаження споживачів. Дійсно, величину струму навантаження визначають за потужністю та напругою за нелінійним співвідношенням<sup>1</sup>

$$j = \frac{\dot{S}_n}{U^{\square}},$$

де  $\dot{S}_n$  – повна потужність навантаження;  $U^{\square}$  – спряжений комплекс вектору напруги у пункті навантаження.

Для найпростішої електричної системи задача моделювання режиму вимагає розв'язання лише одного нелінійного біквадратного рівняння. За цих умов для вирішення задачі можна застосовувати прямі математичні методи. На підставі останніх після низки певних обрахунків визначають точні корені таких нелінійних рівнянь.

Проте для більш складних електричних систем задача визначення параметрів усталеного режиму вимагає розв'язання вже системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. Тут застосування прямих методів є неприйнятним і для вирішення поставленої задачі слід застосовувати ітераційні числові методи. Такі методи полягають в тому, що на підставі багатократного повторення однакових типових обчислень поступово уточнюють значення параметрів режиму електричних систем. Критерієм завершення ітераційного процесу є досягнення певної інженерної точності, після якої процес уточнення режимних параметрів не буде призводити до істотних змін в енергетичному балансі електричної системи.

Розглянемо застосування ітераційних методів розрахунку режимних параметрів на прикладі найпростішої електричної системи, яка складається з одиночної електропередачі, в постановці задачі, коли відомі напруга на початку лінії і потужність наприкінці.

Розглянемо рівняння закону Ома для поздовжньої ділянки електропередачі за умовами кінця та відомої напруги на початку лінії

$$\dot{U}_2 = U_1 - \frac{\dot{S}_2}{U_2^{\square}} z = U_1 - \frac{\dot{\xi}}{U_2^{\square}}, \quad (2.66)$$

де  $\dot{\xi} = \dot{S}_2 z = (P_2 r - Q_2 x) + j(P_2 x + Q_2 r)$ .

---

<sup>1</sup> Моделі, побудовані відповідно до рекомендацій МЕК передбачають визначення вузлових струмів за нелінійним співвідношенням  $j = \frac{\dot{S}_n^{\square}}{U^{\square}}$ .

У виразі (2.66) з віссю дійсних чисел суміщено вектор напруги на початку лінії електропередавання.

В рівнянні (2.66) спряжений вектор напруги на шинах навантаження можна визначити так

$$\dot{U}_2 = U_1 - \frac{\dot{\xi}}{\dot{U}_2},$$

тобто

$$\dot{U}_2 = U_1 - \frac{\dot{\xi}}{U_1 - \frac{\dot{\xi}}{\dot{U}_2}}.$$

Подальше розкриття рекурентного виразу (2.66) призводить до отримання нескінченного ланцюгового дробу

$$\dot{U}_2 = U_1 - \frac{\dot{\xi}}{U_1 - \frac{\dot{\xi}}{U_1 - \frac{\dot{\xi}}{U_1 - \frac{\dot{\xi}}{\dots}}}}$$

або

$$\dot{U}_2 = U_1 \left( 1 - \frac{\dot{\xi}/U_1^2}{1 - \frac{\dot{\xi}/U_1^2}{1 - \frac{\dot{\xi}/U_1^2}{1 - \frac{\dot{\xi}/U_1^2}{\dots}}}} \right)$$

Отриманий ланцюговий дріб є аналітичним представленням ітеративного розв'язання рівняння (2.66). В загальному випадку ітеративне уточнення режимних параметрів найпростішої електричної системи полягає у багаторазовому використанні рекурентного виразу

$$\dot{U}_2^{(n)} = U_1 - \frac{\dot{S}_2}{\dot{U}_2^{(n-1)}} z, \quad (2.67)$$

де  $n$  – індекс поточної ітерації.

В результаті циклічного виконання розрахунків за виразом (2.67) отримуємо послідовність значень напруги наприкінці ділянки. При цьому потрібно розглядати два принципово різних результати ітераційного розрахунку.

У першому випадку отримана послідовність значень напруги із збільшенням кількості ітерацій наближається до певного значення

невідомого параметру. Тут говорять про збіжність ітераційного процесу, ознакою якого є існування ліміту

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U^{(n)} = \tilde{U}. \quad (2.68)$$

З теорії вищої математики відомо, що якщо послідовність наближень  $U^{(0)}, U^{(1)}, \dots, U^{(n)}$  має ліміт, то цей ліміт ( $\tilde{U}$  у виразі (2.68)) є розв'язком нелінійного рівняння.

Можливий також інший випадок, коли незалежно від обсягів виконаних обчислень, тобто за будь-якої кількості проведених ітерацій, неможливо визначити ліміт, до якого наближається значення невідомого параметру. У цьому разі говорять про розбіжний ітераційний процес.

Зрозуміло, що практичний сенс має лише збіжний розрахунковий процес, який дозволяє визначити корінь нелінійного рівняння (2.66). Зазначимо, що наведені міркування дозволяють організувати ітераційні розрахунки систем нелінійних алгебраїчних рівнянь усталених режимів складних електричних систем.

Зазначимо, що в принципі можливі два рівнозначних підходи до формування розрахункового ітераційного алгоритму визначення режимних характеристик. Такі підходи базуються на неявному або явному уточненні втрат потужності в лінії електропередавання.

Алгоритм неявного уточнення втрат потужності базується на лінеаризації розрахункової моделі на кожному кроці ітераційного процесу. Такий алгоритм повністю відповідає рекурентному виразу (2.67) та складається у послідовному виконанні таких процедур.

1. Умовно вважають, що напруга наприкінці електропередачі дорівнює номінальній напрузі електричної системи

$$\dot{U}_2 = U_{\text{ном}}.$$

2. За поточним значенням напруги наприкінці лінії визначають струм в лінії електропередавання

$$\dot{I} = \frac{P_2 + Q_2}{U_2^2}.$$

3. За законом Ома уточнюють напругу на шинах пункту навантаження

$$\dot{U}_2 = U_1 - \dot{I}z.$$

4. Розраховують втрати потужності в лінії електропередавання

$$\Delta \dot{S} = I^2 (r - jx),$$

або (та) потужність на початку електропередачі

$$\dot{S}_1 = U_1 \dot{I}$$

та виконують контроль збіжності ітераційного процесу. Контроль

збіжності по втратах потужності виконують шляхом порівняння значень втрат на поточній та попередній ітераціях за виразом

$$\left| \Delta \dot{S}^{(n)} - \Delta \dot{S}^{(n-1)} \right| \leq \varepsilon, \quad (2.69)$$

де  $n$  – індекс поточної ітерації.

Якщо в процесі розв'язання задачі було розраховано потік потужності на початку електропередачі, контроль збіжності необхідно виконувати за аналогічним виразом

$$\left| \dot{S}_1^{(n)} - \dot{S}_1^{(n-1)} \right| \leq \varepsilon.$$

Якщо задача визначення режимних параметрів електричної системи не потребує високої точності, допустимо виконувати контроль збіжності ітераційного процесу за зміною напруги наприкінці лінії електропередавання за виразом

$$\left| \dot{U}_2^{(n)} - \dot{U}_2^{(n-1)} \right| \leq \varepsilon.$$

Якщо умови збіжності ітераційного процесу виконуються, то задачу розрахунку режимних параметрів потрібно вважати розв'язаною. В іншому разі виконують обчислення наступної ітерації розрахункового процесу починаючи з процедури 2 алгоритму.

Алгоритм явного уточнення втрат потужності складається у послідовному виконанні таких основних процедур.

1. Умовно вважають, що напруга наприкінці електропередачі дорівнює номінальній напрузі електричної системи

$$\dot{U}_2 = U_{\text{ном}}.$$

2. За поточним значенням напруги наприкінці лінії електропередавання визначають втрати потужності

$$\Delta \dot{S} = \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} (r - jx).$$

Потік потужності на початку лінії дорівнює

$$\dot{S}_1 = \dot{S}_2 + \Delta \dot{S}.$$

3. Виконують контроль збіжності ітераційного процесу. Якщо різниця між втратами потужності на поточній та попередній ітераціях є меншою за величину, яка визначає інженерну точність розрахунків, тобто

$$\left| \Delta \dot{S}^{(n)} - \Delta \dot{S}^{(n-1)} \right| \leq \varepsilon, \quad (2.70)$$

де  $n$  – індекс поточної ітерації, то задачу розрахунку режимних параметрів слід вважати розв'язаною. Інакше управління передають процедурі 4 алгоритму.

4. За рівнянням закону Ома уточнюють напругу наприкінці електропередачі

$$\dot{U}_2 = U_1 - \frac{P_1 r - Q_1 x}{U_1} - j \frac{P_1 x + Q_1 r}{U_1}.$$

Після цього виконують обчислення наступної ітерації розрахункового процесу починаючи з процедури 2 алгоритму.

Варто зазначити, що подані два алгоритми ітеративного розв'язання режимної задачі по суті є модифікаціями інтерпретації рекурентного виразу (2.67).

На рис. 2.12 проілюстровано типові ітераційні процеси розв'язання режимної задачі для найпростішої електричної системи за наведеними алгоритмами. На рис. 2.12  $\delta S$  позначено модуль нев'язки потужності в пункті навантаження наприкінці електропередачі;  $n$  – індекс поточної ітерації. Аналіз графіка, поданого на рис. 2.12 а, свідчить про монотонний характер зміни нев'язки потужності в ітераційному процесі. Можлива також коливальна форма ітераційного процесу, зображена на рис. 2.12 б.

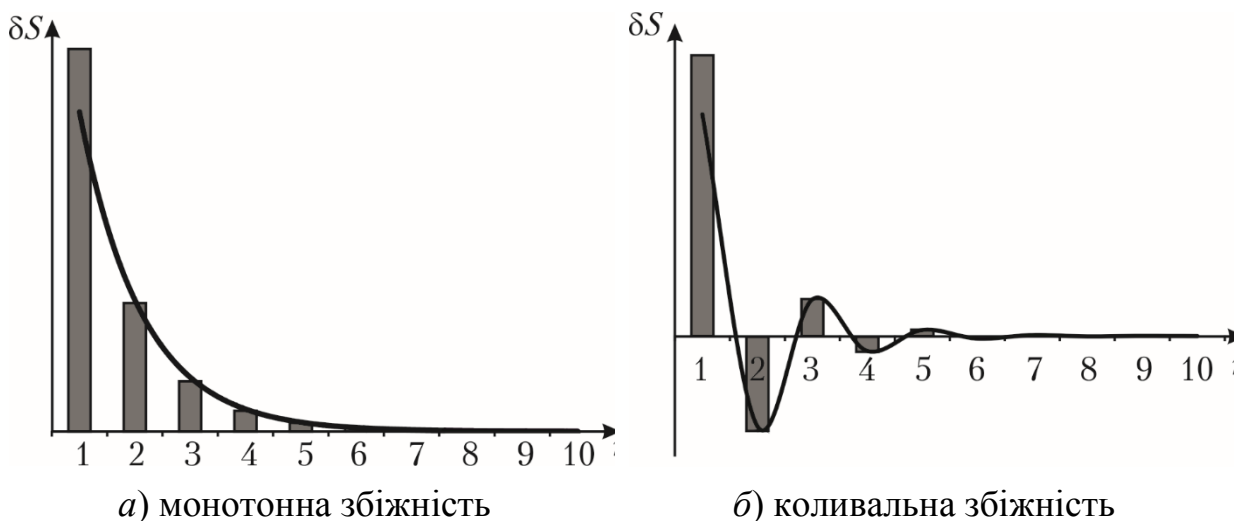


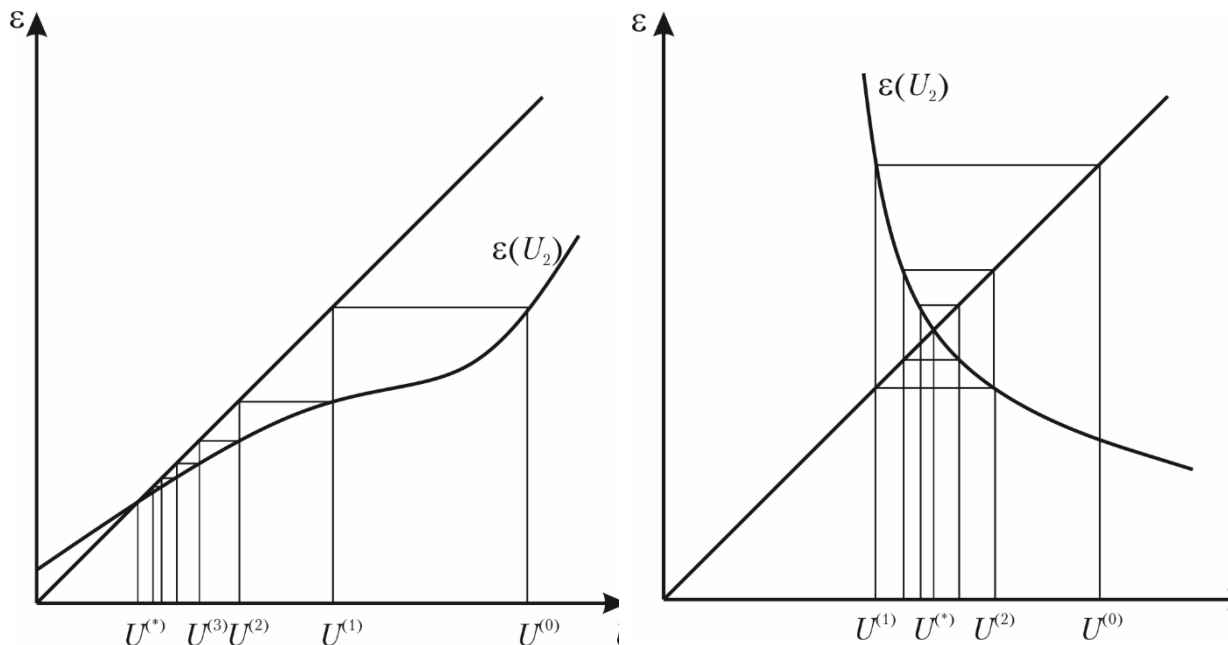
Рисунок 2.12 – Ілюстрація ітераційного розв'язання режимної задачі

Загалом характер збіжності ітераційного процесу розв'язання режимної задачі визначається формою кривої, яка моделює закон Ома у фазовому просторі режимних характеристик електричної системи. Очевидно, що точний розв'язок режимної задачі відповідає точці перетину прямої  $\varepsilon' = \dot{U}_2$  з кривою

$$\varepsilon = U_1 - \frac{\dot{S}_2}{U_2} z. \quad (2.71)$$

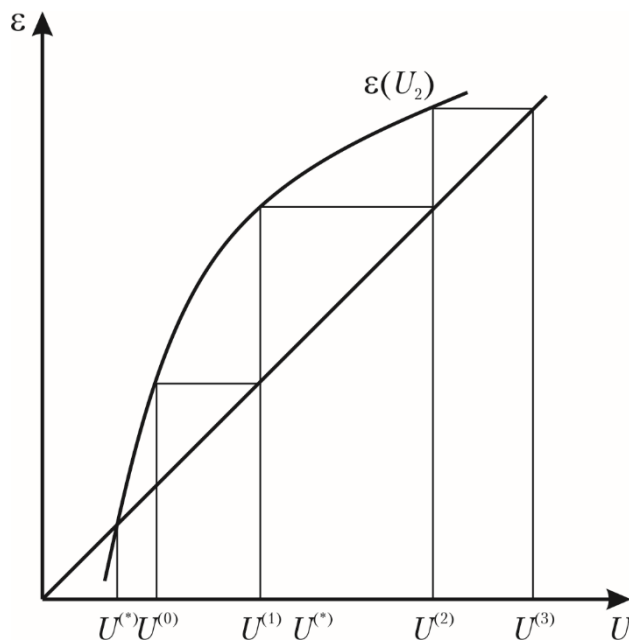
На рис. 2.13 показані можливі способи реалізації ітеративного розрахунку параметрів усталеного режиму найпростішої електричної

системи. Тут  $U^{(*)}$  позначено точний розв'язок режимної задачі. Так, на рис. 2.13 а показано ітеративне розв'язання режимної задачі, яке характеризується монотонною збіжністю ітераційного процесу. Інша форма кривої, представлена на рис. 2.13 б, визначає коливальний ітераційний процес.



а) монотонна збіжність

б) коливальна збіжність



в) розбіжний ітераційний процес

Рисунок 2.13 – Геометрична інтерпретація ітераційного розв'язання режимної задачі

Зазначимо, що спроба реалізувати розрахунки режиму найпростішої електричної системи, потужність навантаження якої перевищує гранично допустиме значення, визначає розбіжний ітераційний процес. Також існує така форма кривої, для якої ітераційний процес є розбіжним навіть за наявності точного розв'язку задачі, що показано на рис. 2.13 в.

Аналіз графіків, наведених на рис. 2.13 свідчить про те, що характер збіжності ітеративного процесу визначається величиною частинної похідної  $\partial \varepsilon / \partial U$ . Очевидно, що збіжність ітеративного процесу гарантується у разі, коли модуль такої похідної менший за одиницю.

Тут від'ємні значення похідної визначають монотонну збіжність (див. рис. 2.13 а), а додатні – коливальну (див. рис. 2.13 б). Якщо модуль похідної більший за одиницю, розрахунковий процес є розбіжним (див. рис. 2.13 в). Зазначимо, що розбіжний ітеративний процес також може бути монотонним (у разі від'ємних значень похідної) або коливальним (у разі додатних значень похідної). На рис. 2.14 наведена діаграма, яка ілюструє можливий характер ітераційного розрахункового процесу.



Рисунок 2.14 – Діаграма визначення характеру ітераційного розрахункового процесу

В практиці моделювання електричних систем часто використовують поправкові коефіцієнти, призначені для прискорення збіжності ітераційного розрахункового процесу та зменшення обсягів необхідних обчислень до досягнення визначеної інженерної точності. Тут ітераційне уточнення напруги наприкінці електропередачі виконують за виразом

$$\dot{U}_2^{(n)} = \dot{U}_2^{(n-1)} + k \left( U_1 - \frac{\dot{S}_2}{U_2^{(n-1)}} \approx - \dot{U}_2^{(n-1)} \right),$$

де  $k$  – коефіцієнт прискорення ітераційного процесу;  $n$  – індекс поточної ітерації.

Суть такого підходу полягає у наступному. Після виконання пробного кроку в напрямку уточнення напруги наприкінці лінії електропередавання визначають поправку до шуканої напруги, яку помножують на коефіцієнт прискорення та обчислюють нове, уточнене значення напруги. Очевидно, що у тому разі, коли збіжність ітераційного процесу має монотонний характер, поправковий коефіцієнт більший за одиницю. Такий коефіцієнт називають прискорювальним. У разі коливального характеру збіжності ітеративного процесу поправковий коефіцієнт менший за одиницю та має назву демпферного.

Часто спостерігається одночасне протікання монотонного та коливального згасання ітераційного уточнення режимних параметрів усталеного режиму електричної системи. Наприклад, нев'язка активної потужності згасає коливально, а нев'язка реактивної потужності – монотонно. Тому вибір типу та величини поправкового коефіцієнту визначається багатьма факторами, зокрема складністю та замкненістю розрахункової схеми електричної системи, її неоднорідністю, завантаженістю режиму тощо.

Зазначимо, що наведені міркування щодо організації ітеративного процесу моделювання усталених режимів найпростіших електричних систем рівною мірою стосується й розрахунків режимів електричних систем будь-якого ступеню складності та замкненості.

## **2.8 Поняття про інженерну точність моделювання усталених режимів електроенергетичних систем та вибір початкових наближень невідомих параметрів**

Задача моделювання усталеного режиму електроенергетичної системи, в загальному випадку, зводиться до розв'язання систем алгебраїчних рівнянь, які пов'язують параметри усталеного режиму з характеристиками розрахункової схеми. Відповідно до способу подання джерел та споживачів електричної енергії у складі розрахункової моделі усталеного режиму такі системи є лінійними або нелінійними. Відповідні розрахункові моделі також називають лінійними або нелінійними.

Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, зазвичай, залучають прямі методи розрахунку. Прямі методи, наприклад, метод Гауса, полягають в тому, що на підставі кінцевої кількості визначених математичних перетворень знаходять точні корені системи алгебраїчних рівнянь. Інколи, для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, доцільно використовувати ітераційні методи, наприклад, метод Зейделя.

Особливість систем нелінійних алгебраїчних рівнянь полягає в тому, що для таких систем не існує прямих методів, які дозволяють визначити точні корені. Тут допустимо застосування лише числових ітераційних методів розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь. Ітераційні



методи, наприклад, метод Ньютона, полягають в багаторазовому застосуванні типових процедур, які дозволяють з необхідною точністю наблизитися до розв'язання системи алгебраїчних рівнянь. Кількість таких повторень є невизначеним і залежить від необхідної точності розрахунків. Вважають, що точних коренів систем алгебраїчних рівнянь можна досягти після нескінченно великої кількості ітераційних циклів розрахунків за відповідною схемою.

Таким чином, математичне моделювання усталених режимів електроенергетичних систем пов'язане із поняттям інженерної точності, яка визначає необхідні обсяги обчислень. Тут потрібно розглядати декілька аспектів інженерної точності, які слід враховувати на різних етапах формування розрахункової моделі режиму електричної системи. Так, на етапі формування розрахункової схеми електричної системи вимоги інженерної точності визначають склад елементів і ступінь деталізації їх схем заміщення. Наприклад, моделювання повітряних ліній електропередавання надвисокої номінальної напруги потребує урахування втрат активної потужності на корону та зарядної потужності лінії, які визначають активну та ємнісну поперечні провідності схеми заміщення. Під час моделювання повітряних ліній напругою до 220 кВ включно втратами енергії на іонізацію повітря навколо фазних проводів можна знехтувати. Це визначає відсутність у складі схеми заміщення таких ліній ділянок поперечних активних провідностей. Для повітряних ліній напругою 10 кВ та нижче можна додатково знехтувати незначними зарядними потужностями, що визначає повну відсутність ділянок поперечних провідностей в схемах заміщення таких ліній.

На етапі формування розрахункової моделі вимоги інженерної точності визначають використання лінійної або нелінійної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи. Очевидно, що найбільш точною є нелінійна розрахункова модель із використанням статичних характеристик навантаження за напругою та частотою. Проте, умови інженерної точності, зазвичай, дозволяють спростити розрахункову модель та не враховувати статичні характеристики навантаження, або, взагалі використовувати лінійну розрахункову модель.

На етапі реалізації розрахункової моделі вимоги інженерної точності визначають умови збіжності ітераційного процесу у разі використання числових методів розв'язання систем алгебраїчних рівнянь.

Варто зазначити, що в деяких випадках вимоги інженерної точності визначають застосування числових методів розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Річ у тім, що навіть у разі застосування прямих методів розрахунку систем лінійних алгебраїчних рівнянь, неминуча помилка округлення, яка викликає відхилення результатів розрахунків від точного розв'язку системи. Така помилка округлення буде тим більшою, чим більша розмірність системи рівнянь. Таким чином, для систем рівнянь досить великої розмірності практично неможливо визначити точне

рішення. Тому в подібних ситуаціях, може виявитися доцільним застосування числових ітераційних методів розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, побудованих, наприклад, на алгоритмах методу простої ітерації або методу Зейделя.

На величину інженерної точності найбільший вплив роблять вихідні дані. Річ у тім, що ймовірнісні методи прогнозування графіків навантажень можуть давати істотну погрішність, що досягає 20-30% у задачах аналізу прогнозованих режимів електричних систем. Навіть, у разі використання як вихідні данні результатів оперативних вимірювань, похибка вихідних даних може досягати 1-5% через прийняті у розрахунках припущення та неминучі похибки вимірювання та збору оперативної інформації.

Також потрібно пам'ятати, що зміна кліматичних умов призводить до зміни розрахункових параметрів устаткування електричних мереж. Так, наприклад, зміна температури проводів ліній електропередавання через зміну температури навколишнього середовища або в результаті нагріву струмом навантаження призводить до істотної зміни активного опору проводів. Так, наприклад, зміна температури проводу на  $50^{\circ}$  призводить до 20%-го збільшення активного опору проводів повітряної лінії електропередачі. Крім того, зміна температури проводу призводить до зміни стріли провисання проводу і, як наслідок, – до зміни взаємного розташування проводів лінії у просторі і відносно землі. Це визначає зміну реактивних параметрів схеми заміщення лінії електропередавання – поздовжнього індуктивного опору та поперечної ємнісної провідності. До того ж, зміна кліматичних умов в районі траси лінії визначає зміну інтенсивності коронування проводів, тобто зміну поперечної активної провідності розрахункової схеми лінії. Зазначимо, що урахування таких змін пов'язано з істотними технічними труднощами і на практиці, зазвичай, не застосовується.

Зазначені міркування визначають відсутність необхідності виконання «абсолютно точних» розрахунків під час моделювання усталених режимів електричних систем. Рекомендована інженерна точність таких ітераційних розрахунків становить 2-5% у разі контролю збіжності за енергетичними показниками усталеного режиму, наприклад, за величиною сумарних втрат потужності в електричній системі. В оціночних розрахунках характеристик усталеного режиму інженерну точність можна закругити не тільки на етапі розв'язання систем режимних рівнянь, але й на стадії формування розрахункової схеми електричної системи та розрахункової моделі усталеного режиму.

Таким чином, розрахунок параметрів усталеного режиму слід вважати завершеним у тому разі, коли поточне наближення режимних характеристик лежать в  $\Delta$ -околі точного розв'язку режимної задачі. Очевидно, що ширина  $\Delta$ -околу визначається вимогами інженерної точності розрахунків. Зазначимо, що границю  $\Delta$ -околу точного розв'язку режимної

задачі визначити практично неможливо, оскільки невідомий сам точний розв'язок. Тому в практиці режимних розрахунків прийняті непрямі критерії досягнення необхідної точності розрахунків у разі застосування числових ітераційних методів.

В практиці моделювання усталених режимів електричних систем використовують два можливих підходи до непрямого визначення критерію збіжності ітераційного процесу, проілюстровані на рис. 2.15. Тут показано ітераційне розв'язання нелінійного алгебраїчного рівняння  $f(x) = 0$ . На рис. 5.15  $x^*$  показано точний розв'язок рівняння;  $x^0, x^1, x^2, x^3$  – послідовне уточнення шуканого параметру.

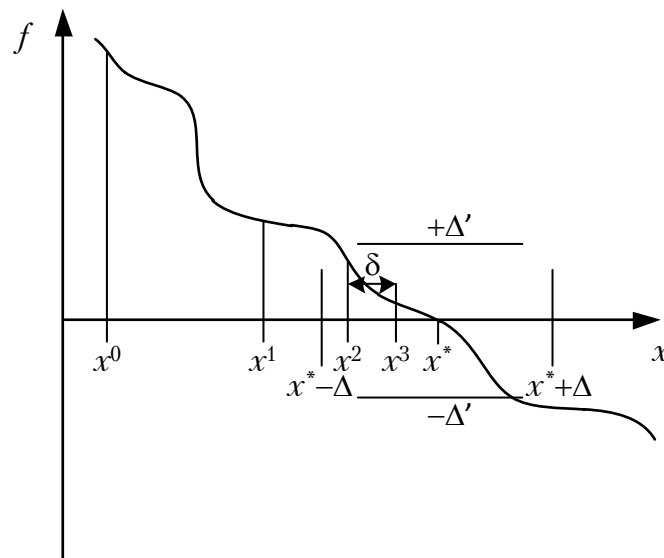


Рисунок 2.15 – Ілюстрація непрямих методів контролю збіжності ітераційного розрахункового процесу

Відповідно до даних рис. 2.15 вже після виконання другої ітерації шуканий параметр потрапляє в  $\Delta$ -окіл точного розв'язку рівняння, що має сигналізувати про досягнення необхідної точності рішення. Проте, як зазначалося вище, точний розв'язок, а, отже, і його  $\Delta$ -окіл принаймні невідомі. Тут для контролю збіжності ітераційного процесу можна визначати  $\Delta'$ -окіл критичного, наприклад, нульового значення функції відгуку. З даних рис. 5.15 випливає, що після виконання другої ітерації значення функції відгуку вже потрапляє в  $\Delta'$ -окіл нульового значення

$$|f(x^2)| \leq \Delta'.$$

Така ситуація непрямо свідчить про досягнення необхідної інженерної точності.

Проблеми із визначенням критерію збіжності за функцією відгуку можуть бути пов'язані з тим, що  $\Delta$ -окіл точного розв'язку не еквівалентний  $\Delta'$ -околу критичного значення функції відгуку. Так,

наприклад, у разі пологості функції відгуку в районі точного розв'язку даний критерій може давати хибні результати.

Водночас, застосування даного критерію у вигляді контролю виконання першого закону Кірхгофа для всіх незалежних вузлів розрахункової схеми під час реалізації вузлової моделі усталеного режиму електричної системи дає високоточний результат розв'язання режимної задачі. Тут критерій збіжності ітераційного процесу можна подати виразами

$$\begin{aligned} \max_i \left\{ \left| \dot{\omega}_{Pi}^{(n)} \right| \right\} &\leq \varepsilon; \\ \max_i \left\{ \left| \omega_{Pi}^{(n)} \right|, \left| \omega_{Qi}^{(n)} \right| \right\} &\leq \varepsilon, \end{aligned} \quad (2.72)$$

де  $\dot{\omega}_{Pi}$ ,  $\omega_{Pi}$  та  $\omega_{Qi}$  – нев'язки струму, активної та реактивної потужності в  $i$ -му пункті розрахункової схеми.

Інший підхід до визначення непрямого критерію збіжності розрахункового процесу полягає в контролі ітераційної зміни шуканого параметру, або певної функції відгуку від нього. Відповідно до даних рис. 2.15 виконання третьої ітерації розрахункового процесу визначає поправку до невідомого параметру, яка не перевищує ширину  $\Delta$ -околу точного розв'язку

$$|\delta| \leq \Delta.$$

Така ситуація, зазвичай, свідчить про досягнення необхідної інженерної точності. Критерій збіжності ітераційного процесу тут можна представити виразом

$$\max_j \left\{ \left| \dot{U}_j^{(n)} - \dot{U}_j^{(n-1)} \right| \right\} \leq \varepsilon, \quad (2.73)$$

де  $\dot{U}_j$  – напруга на шинах  $j$ -го пункту розрахункової схеми.

Зауважимо, що розглянуті критерії збіжності ітераційного процесу є непрямим і не гарантує досягнення  $\Delta$ -околу точного розв'язку режимної задачі. У деяких випадках, наприклад, під час визначення параметрів режимів, що лежать поблизу границі області існування режимів, ітераційний обчислювальний процес може виявити локальний мінімум потенційної функції розв'язку задачі, коли сумарні втрати потужності перестають змінюватися, однак отриманий результат не буде шуканим рішенням режимної задачі. Річ у тім, що в задачах моделювання усталених режимів електричних систем потенційна функція режимних параметрів у багатовимірному просторі станів часто має сідлоподібну форму, як представлено, наприклад, на рис. 2.16. Очевидно, що під час ітераційного уточнення режимних параметрів електричної системи існує ймовірність потрапляння у локальний мінімум такої потенційної функції у нижній точці сідлоподібної форми, яка не відповідає точному розв'язку режимної

задачі у точці глобального мінімуму. Особливо висока ймовірність попадання у такий локальний мінімум у разі контролю збіжності ітераційного процесу за зміною режиму напруги за виразом (2.73).

З метою зниження ймовірності потрапляння в сідлову точку потенційної функції режимних параметрів рекомендовано здійснювати контроль збіжності ітераційного процесу за зміною сумарних втрат потужностей на передавання електричної енергії по мережі. Якщо така зміна не перевищує інженерної точності відповідно до виразу

$$\left| \Delta \dot{S}_{\Sigma}^{(n)} - \Delta \dot{S}_{\Sigma}^{(n-1)} \right| \leq \varepsilon, \quad (2.74)$$

то мету ітераційного розрахунку потрібно вважати досягнутою. У виразі (2.74)  $\varepsilon$  визначається необхідною інженерною точністю;  $n$  – індекс поточної ітерації. Якщо умова (2.74) не виконана, то приймають рішення про виконання принаймні ще одного циклу обчислень.

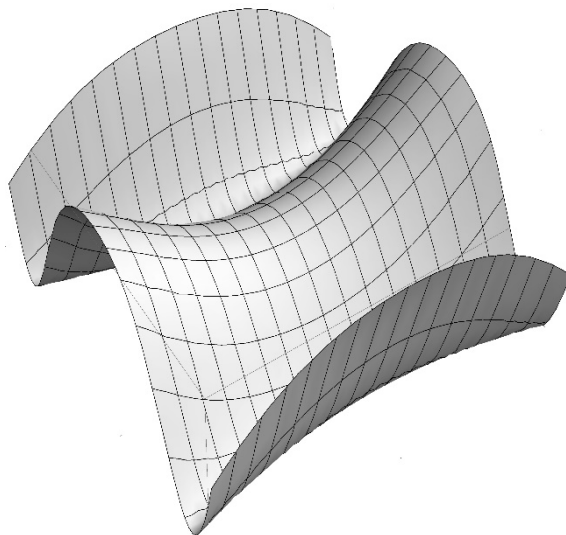


Рисунок 2.16 – Сідлоподібна потенційна функція режиму електроенергетичної системи

Величину сумарних втрат потужності в електричній системі можна визначити двома різними способами. Перший спосіб полягає в додаванні втрат потужності у всіх елементах розрахункової схеми електричної системи

$$\Delta \dot{S}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \Delta \dot{S}_i.$$

Другий спосіб визначення сумарних втрат потужності полягає у визначенні різниці між потужністю балансуєчого пункту і сумарною потужністю навантажень всіх вузлів розрахункової схеми за виразом

$$\Delta \dot{S}_{\Sigma} = \dot{S}_{\text{БП}} - \sum_{i=1}^n \dot{S}_{\text{ні}i}, \quad (2.75)$$

де  $\dot{S}_{\text{БП}}$  – потужність балансуєчого пункту електричної системи;  $\dot{S}_{ni}$  – потужність навантаження  $i$ -го пункту розрахункової схеми.

Саме такий спосіб визначення сумарних втрат потужності рекомендовано використовувати у разі застосування розрахункових моделей, заснованих на неявному уточненні втрат потужності. Тут потужність балансуєчого пункту визначають за виразом

$$\dot{S}_{\text{БП}} = U_{\text{БП}} \sum_{j=1}^n \dot{I}_{\text{БП}-j}, \quad (2.76)$$

де  $U_{\text{БП}}$  – напруга на шинах балансуєчого пункту;  $\dot{I}_{\text{БП}-j}$  – струми головних ділянок розрахункової схеми.

Аналіз виразу (2.75) свідчить про те, що контроль збіжності ітераційного процесу можна успішно здійснювати за зміною величини потужності балансуєчого пункту. Дійсно, з виразу (2.75) випливає, що потужність балансуєчого пункту складається із суми потужностей навантажень всіх вузлів розрахункової схеми і сумарних втрат потужності в електричній системі. У класичній постановці режимної задачі першу складову потужності навантаження можна вважати фіксованою, такою, що не змінюється в процесі розв'язання задачі. Це означає, що ітераційне уточнення втрат потужності в електричній системі рівноцінно уточненню потужності балансуєчого пункту. Таким чином, критерій збіжності ітераційного процесу можна представити у вигляді

$$\left| \Delta \dot{S}_{\text{БП}}^{(n)} - \Delta \dot{S}_{\text{БП}}^{(n-1)} \right| \leq \varepsilon. \quad (2.77)$$

Аналіз виразу (2.76) свідчить про те, що в класичній постановці режимної задачі, коли балансуєчий пункт суміщають з опорним за напругою, ітераційне уточнення потужності балансуєчого пункту пов'язане лише з уточненням струмів головних ділянок розрахункової схеми. Таким чином, як критерій збіжності можна розглядати максимальну різницю струмів головних ділянок на поточній та попередній ітераціях за виразом

$$\max_j \left\{ \left| \dot{I}_{\text{БП}-j}^{(n)} - \dot{I}_{\text{БП}-j}^{(n-1)} \right| \right\} \leq \varepsilon. \quad (2.78)$$

Зазначимо, що значення інженерної точності  $\varepsilon$  під час контролю збіжності за показниками потужності, струму і напруги у виразах (2.72) – (2.78) відрізняються і визначаються фізичним змістом відповідних порівнюваних величин.

Під час використання ітераційних методів розв'язання нелінійних задач оцінювання режимних параметрів електричних систем крім вибору критерію збіжності ітераційного процесу важливу увагу необхідно приділяти вибору початкових наближень невідомих параметрів. Річ у тім, що ітераційні методи розв'язання систем алгебраїчних рівнянь усталених

режимів електричних систем є дуже чутливими до вибору початкових наближень невідомих параметрів і невдалий їх вибір може призвести до розбіжного ітераційного процесу навіть у тому разі, коли розв'язок існує. Це особливо важливо у разі аналізу режимів, які розташовані поблизу або на границі області існування режимів електроенергетичних систем.

Для отримання надійного ітераційного процесу уточнення режимних характеристик усталених режимів електричних систем необхідно, щоб початкові наближення невідомих були якомога ближче до своїх фактичних значень. У більшості практичних випадків як початкові наближення достатньо приймати номінальні значення невідомих, наприклад, номінальну напругу у вузлах розрахункової схеми. Під час уточнення режиму реактивної потужності і струмів перемичок на початку розрахунків, зазвичай, приймають нульові значення цих параметрів.

Якщо розв'язання режимної задачі передбачає багаторазове повторення розрахунків систем тих самих рівнянь усталеного режиму, як початкові наближення слід приймати значення, отримані після виконання попереднього розрахунку. Це варто робити, наприклад, під час розрахунку серії робочих режимів еквівалентної розімкнутої схеми електричної системи з уточненими значеннями струмів перемичок в методі розрізання контурів, або у разі виконання послідовного обважнення режиму електричної системи і розрахунку серії усталених режимів з метою визначення границі області існування режимів.

### **Контрольні запитання до 2 розділу:**

1. У чому полягає мета математичного моделювання усталеного режиму електроенергетичної системи?
2. Перелічіть режимні параметри, які підлягають визначенню в процесі моделювання усталеного режиму електроенергетичної системи.
3. Сформулюйте постановку класичної задачі моделювання усталеного режиму електроенергетичної системи.
4. Перелічіть основні процедури математичного моделювання усталених режимів електроенергетичних систем.
5. Перелічіть та охарактеризуйте складові розрахункової моделі усталеного режиму електроенергетичної системи.
6. У чому полягає відмінність між розрахунковими моделями усталених режимів електроенергетичних систем та математичними методами їх реалізації.
7. Наведіть та охарактеризуйте основну класифікацію розрахункових моделей усталених режимів електроенергетичних систем.
8. Поясніть поділ розрахункових моделей усталених режимів електричних систем на прямі та обернені.
9. Поясніть умовність поділу розрахункових моделей усталених режимів розімкнених та замкнених електричних мереж енергосистем.

10. Наведіть та охарактеризуйте класифікацію математичних методів реалізації розрахункових моделей ustalених режимів електроенергетичних систем.
11. Наведіть та охарактеризуйте класифікацію розрахункових моделей за формою алгебраїчних рівнянь ustalеного режиму електроенергетичної системи.
12. У чому полягають прямі та ітераційні методи розв'язання систем алгебраїчних рівнянь ustalеного режиму електроенергетичної системи?
13. Обґрунтуйте необхідність спрощення розрахункових схем електричних систем.
14. Які умови визначають допустимість перетворення розрахункових схем електричних систем?
15. Наведіть та охарактеризуйте загальну класифікацію методів еквівалентного перетворення розрахункових схем електричних систем.
16. Наведіть та охарактеризуйте класифікацію методів еквівалентного перетворення розрахункових схем електричних систем за ознакою точності.
17. Обґрунтуйте допустимість еквівалентного заміщення струмів витоку та втрат потужності додатковими фіктивними навантаженнями.
18. За яких умов допустиме еквівалентне перетворення перерізів ділянок електричної мережі?
19. Назвіть умову допустимості перетворення послідовно увімкнених ділянок на одну еквівалентну.
20. Наведіть загальний вираз для визначення опору еквівалентної ділянки, яка заміщує довільну кількість послідовно увімкнених гілок розрахункової схеми електричної мережі.
21. Наведіть загальний вираз для визначення провідності еквівалентної ділянки, яка заміщує довільну кількість паралельно увімкнених гілок розрахункової схеми електричної мережі.
22. Наведіть вирази для визначення параметрів еквівалентного генератора електричної станції.
23. Наведіть вирази для еквівалентного перетворення трикутника опорів на зірку та зірки на трикутник у формі опорів та формі провідностей.
24. Наведіть загальний вираз для еквівалентного перетворення багатопроменевої зірки на багатокутник.
25. Поясніть положення про те, що формальне перетворення трикутників опорів на зірку рекомендовано у разі застосування контурних розрахункових моделей.
26. Поясніть положення про те, що формальне перетворення зірки опорів на багатокутник рекомендоване у разі застосування вузлових розрахункових моделей.
27. Назвіть основну вимогу допустимості еквівалентного перетворення багатопроменевої зірки на багатокутник.



28. Наведіть вирази еквівалентного перенесення навантажень пунктів розрахункових схем у суміжні вузли.
29. Поясніть принципову неможливість точного еквівалентного перенесення навантажень, виражених потужностями, у суміжні пункти розрахункової схеми.
30. Дайте визначення розрахункових схем електроенергетичних систем.
31. Перелічіть складові елементи розрахункових схем.
32. Поясніть поділ елементів розрахункових схем на пасивні та активні.
33. Які елементи розрахункових схем належать до пасивних?
34. Які елементи розрахункових схем належать до активних?
35. Поясніть поділ пасивних елементів розрахункових схем на поздовжні та поперечні.
36. Які елементи розрахункових схем належать до поздовжніх?
37. Які елементи розрахункових схем належать до поперечних?
38. Поясніть поділ активних елементів розрахункових схем на джерела напруги та джерела струму.
39. Поясніть умовність поділу устаткування електричних мереж між активними та пасивними елементами розрахункових схем.
40. Поясніть принципи поділу ділянок розрахункової схеми на дерево та хорди.
41. Поясніть зв'язок між хордами розрахункової схеми та незалежними контурами.
42. Поясніть правило формування системи базисних перерізів.
43. Поясніть зв'язок між системою базисних перерізів та узагальненими вузлами розрахункової схеми.
44. Наведіть основні положення принципу ярусності.
45. Поясніть призначення опорних за напругою пунктів розрахункової схеми електричної системи.
46. Яке устаткування електричних систем відповідає опорних за напругою пунктам?
47. Поясніть поняття пунктів розрахункової схеми з фіксацією модуля напруги.
48. Поясніть принципи визначення фазових кутів векторів напруги та струму в розрахунковій схемі електричної системи.
49. Дайте означення балансуєчих пунктів розрахункових схем електричних систем.
50. Поясніть відсутність фізичного змісту поняття «балансуєчий пункт» для лінійних розрахункових моделей ustalених режимів електричних систем.
51. Яке устаткування електричних систем відповідає балансуєчим пунктам?
52. Дайте означення балансуєчих за реактивною потужністю пунктів розрахункових схем електричних систем.

53. Яке устаткування електричних систем відповідає балансуєчим за реактивною потужністю пунктам?
54. Поясніть можливості поєднання балансуєчих та опорних за напругою пунктів у складі розрахункової схеми електричної системи
55. Наведіть означення матриці з'єднань.
56. Поясніть положення про надмірність інформації, яку містить повна матриця з'єднань.
57. Яку інформацію містять рядки та стовпці матриці з'єднань?
58. Поясніть особливості структури матриці з'єднань за умови дотримання принципу ярусності.
59. Наведіть визначення матриці контурів.
60. Яку інформацію містять рядки та стовпці матриці контурів?
61. Поясніть особливості структури матриці контурів за умови дотримання принципу ярусності.
62. Наведіть визначення матриці з'єднань.
63. Яку інформацію містять рядки та стовпці матриці перерізів?
64. Поясніть особливості структури матриці з'єднань за умови дотримання принципу ярусності.
65. Наведіть матричний вираз закону Ома.
66. Наведіть матричний вираз першого закону Кірхгофа.
67. Наведіть матричний вираз другого закону Кірхгофа.
68. Наведіть матричний вираз розрахунку режиму напруги в електричній системі.
69. У чому полягає основна топологічна особливість розрахункових схем електричних систем?
70. Поясніть топологічний зв'язок між матрицями контурів та перерізів.
71. Поясніть положення про надмірність системи матриць інцидентів.
72. Наведіть означення матриці струморозподілу по ділянках розімкненої схеми.
73. Яку інформацію містять рядки та стовпці матриці струморозподілу по ділянках розімкненої схеми?
74. Наведіть матричний вираз для визначення струморозподілу по ділянках розімкненої схеми.
75. Наведіть матричний вираз для визначення режиму напруги незалежних вузлів розімкненої схеми.
76. Наведіть означення матриці контурних опорів.
77. Яку інформацію містять діагональні та недіагональні елементи матриці контурних опорів?
78. Наведіть матричний вираз для визначення матриці контурних опорів.
79. Наведіть означення нев'язок контурних ЕРС.
80. Наведіть матричний вираз для визначення вектор-стовпця нев'язок контурних ЕРС.
81. Наведіть матричний запис контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи.

82. Наведіть означення матриці вузлових провідностей.
83. Яку інформацію містять діагональні та недіагональні елементи матриці вузлових провідностей?
84. Наведіть матричний вираз для визначення матриці вузлових провідностей.
85. Наведіть можливі матричні записи вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи.
86. Наведіть означення матриці провідностей перерізів.
87. Яку інформацію містять діагональні та недіагональні елементи матриці провідностей перерізів?
88. Наведіть матричний вираз для визначення матриці провідностей перерізів.
89. Наведіть означення струмів узагальнених вузлів розрахункової схеми.
90. Наведіть матричний вираз для визначення вектор-стовпця струмів узагальнених вузлів розрахункової схеми.
91. Наведіть матричний запис розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи за методом перерізів.
92. Поясніть причини нелінійності задач моделювання усталених режимів електричних систем.
100. Охарактеризуйте складнощі, пов'язані із застосуванням прямих методів розв'язання нелінійних алгебраїчних рівнянь усталених режимів електричної системи.
101. Наведіть аналітичне представлення ітераційного розв'язання режимної задачі для найпростішої електричної системи.
102. Наведіть алгоритм явного ітераційного уточнення втрат потужності під час визначення параметрів усталених режимів найпростішої електричної системи.
103. Наведіть алгоритм неявного ітераційного уточнення втрат потужності під час визначення параметрів усталених режимів найпростішої електричної системи.
104. Перелічіть можливий характер збіжності ітераційного розрахункового процесу та наведіть критерії визначення збіжності.
105. У чому полягає підхід до прискорення збіжності ітераційного розрахункового процесу моделювання усталених режимів електричних систем.
106. Поясніть необхідність застосування ітераційних числових методів розв'язання алгебраїчних рівнянь усталених режимів електричних систем.
107. Дайте означення інженерної точності моделювання усталених режимів електричних систем.
108. Поясніть урахування вимог інженерної точності на трьох етапах моделювання усталених режимів електричних систем.
109. Поясніть практичну неможливість «абсолютно точних» розрахунків під час моделювання усталених режимів електричних систем.

110. Охарактеризуйте основну проблему, пов'язану із визначенням критеріїв збіжності ітераційних розрахунків під час моделювання ustalених режимів електричних систем.
111. Наведіть вирази для контролю збіжності ітераційного процесу за явного та неявного уточнення втрат потужності. Доведіть еквівалентність цих критеріїв.
112. Наведіть вирази для контролю збіжності ітераційного процесу за умови використання вузлової розрахункової моделі ustalеного режиму електричних систем.
113. Наведіть вираз для контролю збіжності ітераційного процесу за режимом напруги. Поясніть використання даного способу лише як додатковий критерій збіжності.
114. Поясніть важливість правильного вибору початкових наближень невідомих параметрів в ітераційних моделях ustalених режимів електричних систем.
115. Перелічіть та поясніть підходи, які використовують під час вибору початкових наближень невідомих параметрів.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Баркан Я. Д. Эксплуатация электрических систем : учеб. пособие для электроэнергет. спец. вузов / Баркан Я. Д. — М. : Высш. шк., 1990. — 304 с.
2. Брацлавский С. Х. Специальные расчеты электропередач сверхвысокого напряжения / Барцлавский С. Х., Гершенгорн А. И., Лосев С. Б. — М. : Энергоатомиздат, 1985. — 312 с.
3. Веников В. А. Дальние электропередачи. Специальные вопросы / Веников В. А. — М.-Л. : ГЭИ, 1960. — 312 с.
4. Идельчик В. И. Электрические системы и сети : учеб. для вузов / Идельчик В. И. — М. : Энергоатомиздат, 1989. — 592 с.
5. Крюков К. П. Конструкции и механический расчет линий электропередачи / К. П. Крюков, Б. П. Новгородцев. — Л. : Энергия, 1970. — 392 с.
6. Маркович И. М. Режимы энергетических систем / Маркович И. М. — М. : Энергия, 1969. — 352 с.
7. Мельник В. П. Математичні моделі електроенергетичних систем: навч. посіб. / Мельник В. П. — К. : ІСДО, 1993. — 336 с.
8. Мельников Н. А. Проектирование электрической части воздушных линий электропередачи 330—500 кВ / Мельников Н. А., Рокотян С. С., Шеренцис А. Н. ; под общ. ред. С. С. Рокотяна. — М. : Энергия, 1974. — 472 с.
9. Правила устройства электроустановок. Минэнерго СССР. — М. : Энергоатомиздат, 1985. — 640 с.
10. Сегеда М. С. Математичне моделювання в електроенергетиці: навч. посібник / Середа М. С. — Л. : Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2002. — 300 с.
11. Сенди К. Современные методы анализа электрических систем / Сенди К. — М. : Энергия, 1971. — 360 с.
12. Справочник по проектированию линий электропередачи / Под ред. М. А. Реута и С. С. Рокотяна. — М. : Энергия, 1980. — 296 с.
13. Справочник по проектированию электрических сетей / Под ред. Д. Л. Файбисовича. — М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2005. — 320 с.
14. Справочник по проектированию электроэнергетических систем / Под ред. С. С. Рокотяна и И. М. Шапиро. — М. : Энергоатомиздат, 1985. — 352 с.
15. Справочник по строительству подстанций 110-750 кВ / Под ред. М. А. Реута. — М. : Энергоиздат, 1982. — 272 с.
16. Сулейманов В. Н. Расчет и регулирование установившихся режимов работы электрических сетей энергосистем: учеб. пособие / Сулейманов В. Н. — К. : НМК ВО, 1992. — 216 с.

17. Теоретические основы электротехники / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. — СПб. : Питер, 2006. — Т. 2. — 576 с.
18. Федин В. Т. Многокритериальная оценка экологических характеристик воздушных линий электропередачи / В. Т. Федин, А. В. Корольков. — Минск : УП «Технопринт», 2002. — 104 с.
19. Холмский В. Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей (специальные вопросы) / Холмский В. Г. — М. : Высш. шк., 1975. — 280 с.
20. Чехов В. И. Экологические аспекты передачи электроэнергии / Чехов В. И. — М. : Изд-во МЭИ, 1991. — 44 с.
21. Электрические системы. Режимы работы электрических систем / Под ред. В. А. Веникова. — М. : Высш шк., 1975. — 344 с.
22. Электрические системы. Т. 2. Электрические сети / Под ред. В. А. Веникова. — М. : Высш. шк., 1971. — 440 с.
23. Электрические системы. Т. 3. Передача энергии переменным и постоянным током высокого напряжения / Под ред. В. А. Веникова. — М. : Высш. шк., 1972. — 368 с.
24. Лыкин А. В. электрические системы и сети : учеб. пособие / Лыкин А. В. — М. : Университетская книга; Логос, 2008. — 254 с.
25. Сегеда М. С. Електричні мережі та системи : підручник / Сегеда М. С. — Львів : Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2007. — 488 с.
26. Сулейманов В. Н. Электрические сети и системы : учеб. / В. Н. Сулейманов, Т. Л. Кацадзе. — К. : НТУУ «КПИ», 2007. — 504 с.
27. Электрические системы. Т. 2. Электрические сети : учебное пособие для электроэнергетич. вузов / В. А. Веников, А. А. Глазунов, Л. А. Жуков, Л. А. Солдаткина / Под ред. В. А. Веникова. — М. : Высшая школа, 1971. — 440 с.
28. Электрические системы и сети : учеб. / Н. В. Буслова, В. Н. Винославский, Г. И. Денисенко, В. С. Перхач ; под ред. Г. И. Денисенка. — К. : Вища шк., 1986. — 584 с.
29. Электрические системы. Электрические сети : учеб. для электроэнерг. спец. вузов / В. А. Веников, А. А. Глазунов, Л. А. Жуков и др. ; под ред. В. А. Веникова, В. А. Строева. — М. : Высш. Шк., 1998. — 511 с.
30. Блок В. М. Электрические сети и системы : учебное пособие для электроэнергет. спец. вузов / Блок В. М. — М. : Высш. шк., 1986. — 430 с.

*Навчальне видання*

**Юлія Володимирівна Малогулко  
Олександр Борисович Бурикін  
Теймураз Луарсабович Кацадзе  
Володимир Васильович Нетребський**

## **ЕЛЕКТРИЧНІ СИСТЕМИ І МЕРЕЖІ.**

### **Частина II**

*Навчальний посібник*

Рукопис оформлено *Ю. Малогулко*

Редактор *О. Ткачук*

Оригінал-макет виготовив *Г. Багдасар'ян*

Підписано до друку 2.11.2021 р.  
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. друк. арк.  
Наклад 50 (1-й запуск 1-21) пр. Зам. № 2021-113.

Видавець та виготовлювач  
Вінницький національний технічний університет,  
інформаційний редакційно-видавничий центр.  
ВНТУ, ГНК, к. 114. Хмельницьке шосе, 95,  
м. Вінниця, 21021.  
Тел. (0432) 65-18-06.  
**press.vntu.edu.ua;**  
*Email: irvc.vntu@gmail.com*

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.