

**Методичні вказівки**  
**до самостійної роботи студентів з дисципліни**  
**“Гідрогазодинаміка”**  
**для студентів денної та заочної форм навчання**  
**спеціальності 144 – “Теплоенергетика”**

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**Методичні вказівки**  
**до самостійної роботи студентів з дисципліни**  
**“Гідрогазодинаміка”**  
**для студентів денної та заочної форм навчання**  
**спеціальності 144 – “Теплоенергетика”**

Вінниця  
ВНТУ  
2018

Рекомендовано до друку Методичною радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 7 від 29.03.2017 р.)

Рецензенти:

**М. М. Чепурний**, кандидат технічних наук, професор

**І. В. Коц**, кандидат технічних наук, професор

Методичні вказівки до самостійної роботи студентів з дисципліни “Гідрогазодинаміка” для студентів денної та заочної форм навчання спеціальності 144 – “Теплоенергетика” / Уклад. С. Й. Ткаченко, Н. Д. Степанова. – Вінниця : ВНТУ, 2018. – 107 с.

У методичних вказівках розглянуті питання виконання студентами-теплоенергетиками самостійної роботи з дисципліни “Гідрогазодинаміка” на теми: фізичні властивості рідини, гідростатика, кінематика рідини, рівномірний рух рідини в трубах, гідравлічний опір і розподіл швидкостей по перерізу потоку, місцеві втрати напору (тиску) в трубах, рівняння Бернуллі, розрахунок простих трубопроводів, розрахунок складних трубопроводів, гідравлічний удар в трубах, витікання рідини із отворів і насадок, одновимірні течії газу, межовий шар нестисливої рідини, затоплені турбулентні струмини.

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА .....	5
1 НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ .....	6
2 ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ ....	8
3 ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ .....	8
3.1 Приклади розв'язання задач.....	8
3.2 Завдання на СРС.....	12
4 ГІДРОСТАТИКА.....	15
4.1 Приклади розв'язання задач.....	15
4.2 Завдання на СРС.....	19
5 КІНЕМАТИКА РІДИНИ .....	23
5.1 Приклади розв'язання задач.....	23
5.2 Завдання на СРС.....	26
6 РІВНОМІРНИЙ РУХ РІДИНИ В ТРУБАХ, ГІДРАВЛІЧНИЙ ОПР І РОЗПОДІЛ ШВИДКОСТЕЙ ПО ПЕРЕРІЗУ ПОТОКУ.....	28
6.1 Приклади розв'язання задач.....	28
6.2 Завдання на СРС.....	34
7 МІСЦЕВІ ВТРАТИ НАПОРУ (ТИСКУ) В ТРУБАХ.....	38
7.1 Приклади розв'язання задач.....	38
7.2 Завдання на СРС.....	44
8 РІВНЯННЯ БЕРНУЛЛІ, РОЗРАХУНОК ПРОСТИХ ТРУБОПРОВОДІВ...	47
8.1 Приклади розв'язання задач.....	47
8.2 Завдання на СРС.....	54
9 РОЗРАХУНОК СКЛАДНИХ ТРУБОПРОВОДІВ.....	60
9.1 Приклади розв'язання задач.....	60
9.2 Завдання на СРС.....	62
10 ГІДРАВЛІЧНИЙ УДАР В ТРУБАХ .....	65
10.1 Приклади розв'язання задач.....	65
10.2 Завдання на СРС.....	69
11 ВИТІКАННЯ РІДИНИ ІЗ ОТВОРІВ І НАСАДОК.....	71
11.1 Приклади розв'язання задач.....	71
11.2 Завдання на СРС.....	73
12 ОДНОВИМІРНІ ТЕЧІЇ ГАЗУ .....	76
12.1 Приклади розв'язання задач.....	76
12.2 Завдання на СРС.....	79

13 МЕЖОВИЙ ШАР НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ .....	82
13.1 Приклади розв'язання задач.....	82
13.2 Завдання на СРС .....	84
14 ЗАТОПЛЕНІ ТУРБУЛЕНТНІ СТРУМИНИ .....	85
14.1 Приклади розв'язання задач.....	85
14.2 Завдання на СРС .....	86
ЛІТЕРАТУРА.....	89
Додаток А .....	91
Додаток Б.....	99
Додаток В .....	100
Додаток Г .....	101

## ПЕРЕДМОВА

Гідрогазодинаміка належить до дисциплін, які є базовими при підготовці теплоенергетиків. Знання з гідрогазодинаміки потрібні студенту як в процесі засвоєння дисциплін професійно-прикладного характеру і виконанні курсових робіт, проектів, бакалаврської і магістерської дипломної роботи, науково-дослідної роботи, так і в інженерній практиці, науковій роботі.

Методичні вказівки (МВ) призначаються, в основному, для студентів напряму підготовки “Енергетика і енергомашинобудування”, і складені відповідно до програми дисципліни “Гідрогазодинаміка”.

Дисципліна “Гідрогазодинаміка” є значною мірою інженерною дисципліною, а отже для засвоєння потребує розрахункової практики. Відповідно до цього МВ можуть бути використані як для вирішення завдань на практичних заняттях в аудиторії, так і в процесі самостійної роботи студентів над дисципліною. Передбачається, що студент при виконанні завдань поглиблює свої теоретичні знання, уявлення про механізм гідродинамічних процесів.

МВ містять загальні рекомендації з розв’язання задач для таких розділів дисципліни “Гідрогазодинаміка” як: фізичні властивості рідини, гідростатика, кінематика рідини, рівномірний рух рідини в трубах, гідравлічний опір і розподіл швидкостей по перерізу потоку, місцеві втрати напору (тиску) в трубах, рівняння Бернуллі, розрахунок простих трубопроводів, розрахунок складних трубопроводів, гідравлічний удар в трубах, витікання рідини із отворів і насадок, одновимірні течії газу, межовий шар нестисливої рідини, затоплені турбулентні струмини.

Завдання в одноваріантному форматі мають відповіді. Початкові дані для задач в багатоваріантному форматі вибираються із таблиці, наведеної одразу після умови.

Довідкові дані, які необхідні для виконання завдань, наведені окремо в додатках МВ.

## 1 НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

Програма вивчення нормативної навчальної дисципліни складена з урахуванням вимог освітньо-професійних програм підготовки *бакалаврів спеціальності 144 – “Теплоенергетика”*.

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни “Гідрогазодинаміка” є розуміння фізичних процесів, які протікають в теплотехнологічних установках і системах, засвоєння методів математичного моделювання, методів розрахунків, наукових досліджень.

**Міждисциплінарні зв’язки.** Вивчення дисципліни “Гідрогазодинаміка” базується на матеріалах таких дисциплін: “Вища математика”, “Теоретична механіка”, “Фізика”. Дисципліна дозволяє поглибити вивчення таких дисциплін: “Тепломасообмін”, “Котельні установки промислових підприємств”, “Теплові мережі”, “Системи виробництва і розподілу енергоносіїв”, “Теплотехнологічні процеси та установки”, “Нагнітачі та теплові двигуни”, “Тепломасообмін та гідрогазодинаміка багатокomпонентних середовищ”.

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістовних модулів:

### **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 1. ФІЗИЧНІ МОДЕЛІ Й ВЛАСТИВОСТІ РІДИН ТА ГАЗІВ**

**Тема 1.** Континуальна модель середовищ, сили й напруження, що діють у них.

**Тема 2.** Фізичні властивості, гідро- і термодинамічні моделі рідин та газів.

### **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 2. КІНЕМАТИКА РІДИНИ**

**Тема 3.** Методи вивчення руху, кінематичні поняття й характеристики руху рідких частинок і потоків.

**Тема 4.** Кінематика вихрових течій.

### **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 3. НАПРУЖЕНИЙ СТАН РІДИНИ ТА ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ЗАКОНИ В МЕХАНІЦІ СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА**

**Тема 5.** Тензор напружень та рівняння руху рідини в напруженнях.

**Тема 6.** Закони збереження моменту імпульсу та енергії.

### **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 4. ГІДРОГАЗОСТАТИКА**

**Тема 7.** Гідростатика.

**Тема 8.** Основи газостатики.

### **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 5. ДИНАМІКА ІДЕАЛЬНОЇ РІДИНИ**

**Тема 9.** Рівняння руху ідеальної рідини, початкові й крайові умови, основні інтеграли.

**Тема 10.** Динамічні теореми про вихори.

**Тема 11.** Застосування законів збереження щодо одновимірних рухів нестисливої рідини.

## **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 6. ЕЛЕМЕНТИ ГІДРАВЛІКИ В'ЯЗКОЇ НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ**

**Тема 12.** Енергетичний баланс одновимірних течій. Гідравлічні опори.

**Тема 13.** Витікання нестисливої рідини.

**Тема 14.** Гідравлічний удар.

## **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 7. ПОТЕНЦІАЛЬНІ ТЕЧІЇ ІДЕАЛЬНОЇ НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ**

**Тема 15.** Кінематика потенціальних течій.

**Тема 16.** Динаміка потенціальних течій.

## **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 8. ДИНАМІКА В'ЯЗКОЇ РІДИНИ**

**Тема 17.** Диференціальні рівняння руху Нав'є-Стокса та елементи теорії подібності й моделювання гідро- і газодинамічних явищ.

**Тема 18.** Ламінарна та турбулентна течії. Рейнольдсів тензор турбулентних напружень.

**Тема 19.** Напівемпіричні теорії турбулентного переносу. Закони розподілу швидкості та опору для труб.

## **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 9. ПОНЯТТЯ ПРИМЕЖОВОГО ШАРУ ТА ВІДРИВНИХ ТЕЧІЙ**

**Тема 20.** Основні характеристики примежового шару, його види, фізичні та математичні моделі.

**Тема 21.** Відрив примежового шару та схеми “нев'язкого” відриву.

## **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 10. РУХ ГАЗУ З ДО- ТА НАДЗВУКОВИМИ ШВИДКОСТЯМИ**

**Тема 22.** Одновимірні течії газу.

**Тема 23.** Стрибки ущільнення.

### **Мета та завдання навчальної дисципліни**

Мета викладання навчальної дисципліни “Гідрогазодинаміка” полягає в тому, щоб дати студентам знання в галузі механіки рідин і газів, необхідних для опанування профільних дисциплін, а також проектування промислових теплоенергетичних та теплотехнологічних систем і обладнання, в яких процеси переносу енергії, речовини та інформації здійснюються потоками рідини та газу.

Основними завданнями вивчення дисципліни “Гідрогазодинаміка” є:

- навчити студентів розумінню фізичних процесів, які протікають в теплотехнологічних установках і системах;
- засвоїти методи математичного моделювання, методи розрахунків, наукових досліджень;
- одержання теоретичних навичок для вивчення дисциплін, які викладатимуться надалі.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти мають:



– **знати:** об’єкт навчання, основні і суміжні проблеми; математичні методи гідрогазодинаміки; елементи гідростатики та кінематики; загальні рівняння і теореми динаміки рідини; основи теорії турбулентності; одномірні стаціонарні і нестаціонарні течії в’язкої рідини; основи теорії пристінного шару; основи газової динаміки; основні поняття про реологічні рідини, двофазні течії;

– **вміти:** визначати фізичні параметри крапельних рідин і газів, розв’язувати задачі, виконувати інженерно-технічні розрахунки, аналізувати отримані результати та приймати рішення за результатами цих розрахунків, користуватись науковою, довідковою та нормативною літературою, знаходити раціональні методи розв’язання практичних задач.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 180 годин, 5 кредитів ECTS.

## 2 ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Перед виконанням завдання для самостійної роботи необхідно ретельно ознайомитись із змістом лекційного матеріалу за даною темою, що наведений у [1]. Необхідно вивчити відповідні залежності і навчитись ними користуватись. Кожна тема містить приклад розв’язання типової задачі. Починаючи виконувати завдання для самостійної роботи, необхідно ретельно проаналізувати умову задачі, оцінити набір необхідних розрахункових залежностей, скласти порядок розрахунку або запозичити його у прикладі розв’язання. Необхідний для розв’язання довідковий матеріал вибрати із додатків до методичних вказівок або із наведених літературних джерел. Для полегшення засвоєння матеріалу в додатках також наведені контрольні запитання.

## 3 ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ

### 3.1 Приклади розв’язання задач

**3.1.1** Рівень мазуту у вертикальному циліндровому баці з діаметром  $D = 2$  м за деякий час знизився на  $\Delta h = 0,5$  м. Визначити кількість витраченого мазуту, якщо густина його при температурі навколишнього середовища  $20$  °C дорівнює  $\rho = 990$  кг/м<sup>3</sup>.

*Розв’язування*

Об’єм витраченого мазуту

$$W = \omega \cdot \Delta h = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \Delta h = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} \cdot 0,5 = 1,57 \text{ м}^3.$$

Маса витраченого мазуту

$$M = W \cdot \rho = 1,57 \cdot 990 = 1555,43 \text{ кг.}$$

*Відповідь:*  $M = 1555,43 \text{ кг.}$

**3.1.2** За умовами гідравлічного випробування водопроводу з діаметром  $d = 200 \text{ мм}$  і довжиною  $l = 1000 \text{ м}$  тиск має бути піднятий від атмосферного до  $2 \text{ МПа}$ . Визначити об'єм води, який буде потрібно додатково подати у водопровід. Деформацією труб знехтувати.

*Розв'язування*

Додатковий об'єм води, який потрібно буде подати у водопровід, знайдемо за формулою

$$\beta_W = \frac{\Delta W}{W \cdot \Delta P}; \quad \Delta W = \beta_W \cdot \Delta P \cdot W.$$

В кінці гідравлічного випробування в трубопроводі кількість води буде більша на величину  $\Delta W$ :

$$W = W_{\text{тр}} + \Delta W,$$

звідки

$$\Delta W = \beta_W \cdot \Delta P \cdot (W_{\text{тр}} + \Delta W),$$

остаточно

$$\Delta W = \frac{\beta_W \cdot \Delta P \cdot W_{\text{тр}}}{1 - \beta_W \cdot \Delta P}.$$

Об'єм труби

$$W_{\text{тр}} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = \frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4} \cdot 10^3 = 31,4 \text{ м}^3,$$

тоді при  $\beta_W = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$  (табл. А.1)

$$\Delta W = \frac{0,5 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 31,4}{1 - 0,5 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^6} = 31,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

*Відповідь:*  $\Delta W = 31,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$

**3.1.3** Визначити об'єм розширювальної посудини  $W_{\text{р.п.}}$ , який необхідно встановити в системі водяного опалювання з об'ємом води  $W$ , якщо відомо, що максимальна різниця температур води в подавальному і зворотному

трубопроводах  $\Delta t = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ . Запас за об'ємом розширювальної посудини прийняти трикратним. Температурний коефіцієнт об'ємного розширення води  $\beta_t = 0,0006 \text{ 1/}^\circ\text{C}$ .

#### Розв'язування

Об'єм розширювальної посудини можна знайти, користуючись формулою (1.5) [1]. Тоді

$$\Delta W = \beta_t \cdot \Delta t \cdot W \text{ і } W_{\text{р.п.}} = 3 \cdot \Delta W .$$

$$\text{Отже, } W_{\text{р.п.}} = 3 \cdot \beta_t \cdot \Delta t \cdot W = 3 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot W = 0,045 \cdot W .$$

$$\text{Відповідь: } W_{\text{р.п.}} = 0,045 \cdot W .$$

**3.1.4** Теплопостачання району здійснюється по двотрубному теплопроводі (рис. 3.1) з внутрішнім діаметром труб  $d_{\text{в}} = 400 \text{ мм}$  довжиною  $l_1 = 40000 \text{ м}$ . Витрата мережної води  $Q_{\text{м.в.}} = 500 \text{ м}^3/\text{год}$ . Витрата води для підживлення при температурі води в мережі  $95 \text{ }^\circ\text{C}$   $Q_{\text{п.в.}} = 5 \text{ м}^3/\text{год}$ .

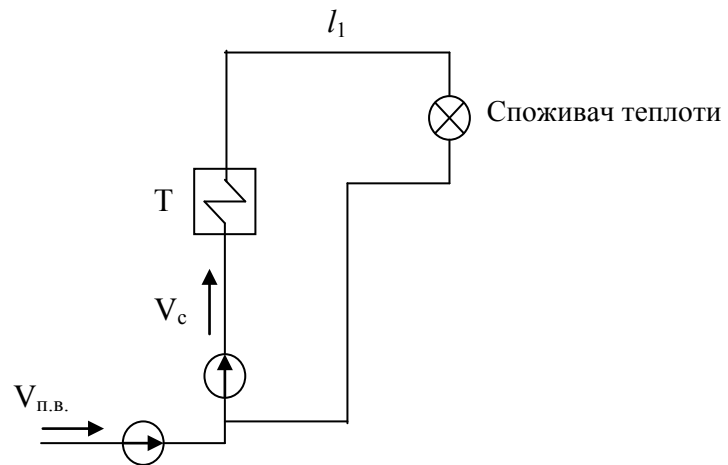


Рисунок 3.1

Визначити витрату води для підживлення, якщо протягом однієї години проводиться рівномірне підвищення температури води в теплообміннику (Т) від  $70$  до  $95 \text{ }^\circ\text{C}$  при незмінному тиску в мережі.

#### Розв'язування

Визначити об'єм води в подавальному трубопроводі

$$W_{\text{тр}} = \omega \cdot l = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = \frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4} \cdot 4000 = 502 \text{ м}^3 .$$

Оскільки годинна витрата води менша за об'єм подавального трубопроводу, то вода з температурою  $95 \text{ }^\circ\text{C}$  протягом однієї години не встигне надійти до споживачів і охолотитися.

При середньому підвищенні температури води в подавальному трубопроводі на  $\Delta t = (95 - 70) / 2 = 12,5 \text{ }^\circ\text{C}$  збільшиться об'єм води на величину  $\Delta W = \beta_t \cdot \Delta t \cdot W$ .

Приймаючи для води  $\beta_t = 6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/}^\circ\text{C}$  (табл. А.3), знаходимо:

$$\Delta W = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 12,5 \cdot 502 = 3,76 \text{ м}^3/\text{год} .$$

Таким чином, витрата підживлювальної води протягом часу підвищення температури буде дорівнювати

$$W = Q_{\text{п.в.}} - \Delta W = 5 - 3,76 = 1,24 \text{ м}^3/\text{год.}$$

**3.1.5** Визначити коефіцієнт динамічної в'язкості нафтопродукту з умовною в'язкістю  $5^\circ\text{ВУ}$ . Густина нафтопродукту дорівнює  $830 \text{ кг/м}^3$ .

*Розв'язування*

Визначаємо коефіцієнт кінематичної в'язкості за формулою:

$$\nu = \left( 0,0731\text{ВУ} - \frac{0,631}{\text{ВУ}} \right) \cdot 10^{-4} = \left( 0,0731 \cdot 5 - \frac{0,631}{5} \right) \cdot 10^{-4} = 0,343 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с},$$

тоді коефіцієнт динамічної в'язкості

$$\mu = \nu \cdot \rho = 0,343 \cdot 10^{-4} \cdot 830 = 0,0285 \text{ Н}\cdot\text{с/м}^2.$$

**3.1.6** В опалювальній системі (котел, радіатори, трубопроводи) невеликого будинку міститься  $W = 0,4 \text{ м}^3$  води. Скільки води додатково ввійде в розширювальну посудину під час нагрівання від  $20^\circ\text{C}$  до  $90^\circ\text{C}$ ?

*Розв'язування*

Густина води при температурі  $20^\circ\text{C}$  (табл. А.12)  $\rho_{20} = 998 \text{ кг/м}^3$ , маса води

$$M = W \cdot \rho_{20} = 0,4 \cdot 998 = 399 \text{ кг.}$$

Густина води при температурі  $90^\circ\text{C}$  (табл. А.12)  $\rho_{90} = 965 \text{ кг/м}^3$ .

Об'єм, що займає вода

$$W = \frac{M}{\rho_{90}} = \frac{399}{965} = 0,414 \text{ м}^3.$$

Додатковий об'єм становить

$$\Delta W = 0,414 - 0,4 = 0,014 \text{ м}^3.$$

**3.1.7** Визначити середню товщину  $\delta_{\text{відк.}}$  сольових відкладень у герметичному водоводі з внутрішнім діаметром  $d = 0,3 \text{ м}$  і довжиною  $l = 2 \text{ км}$ . При випусканні води в кількості  $\Delta W = 0,05 \text{ м}^3$  тиск у водоводі падає на величину  $\Delta P = 1 \cdot 10^6 \text{ Па}$ . Відкладення по діаметру і довжині водоводу розподілені рівномірно.

*Розв'язування*

Об'єм води у водоводі з відкладеннями

$$W = \frac{\Delta W}{\beta_w \cdot \Delta P}$$

Приймаємо  $\beta_w = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$  (табл. А.1).  
Тоді

$$W = \frac{0,05}{0,5 \cdot 10^{-9} \cdot 1 \cdot 10^6} = 100 \text{ м}^3.$$

Середній внутрішній діаметр водоводу з відкладеннями

$$d_{\text{відк.}} = \sqrt{\frac{4 \cdot W}{\pi \cdot l}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 100}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^3}} = 0,252 \text{ м.}$$

Середня товщина відкладень

$$\delta_{\text{відк.}} = \frac{d - d_{\text{відк.}}}{2} = \frac{0,3 - 0,252}{2} = 0,024 \text{ м} = 24 \text{ мм.}$$

### 3.2 Завдання на СРС

**3.2.1** Визначити питомий об'єм і питому вагу нафтопродукту, якщо відома його густина  $\rho = 910 \text{ кг/м}^3$ , прискорення вільного падіння  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

*Відповідь:*  $v = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{кг}$ ;  $\gamma = 8,93 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^3$ .

**3.2.2** Сталевий барабан піддається гідравлічному випробуванню під надлишковим тиском 2,0 МПа. Визначити, яку кількість води додатково до первинного об'єму при атмосферному тиску необхідно подати насосом в барабан, якщо його геометрична ємність дорівнює  $10 \text{ м}^3$ . Деформацією барабана знехтувати, коефіцієнт об'ємного ізотермічного стискування води дорівнює  $\beta_w = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$ .

*Відповідь:*  $\Delta W = 0,01 \text{ м}^3$ .

**3.2.3** Визначити об'єм розширювальної посудини системи водяного опалювання, якщо відомо, що теплова потужність системи  $1,047 \text{ ГДж/год}$ . Об'єм води у водогрійних котлах, опалювальних батареях і трубах системи дорівнює 30 л на кожні 4,19 МДж/год теплової потужності. Запас за об'ємом розширювальної посудини прийняти трикратним.

*Відповідь:*  $W_{\text{р.п.}} = 0,3375 \text{ м}^3$ .

**3.2.4** Як зміниться об'єм води в системі опалювання, що має ємність  $W_1 = 100 \text{ м}^3$ , після підігрівання води від початкової температури  $t_{\text{х.в}} = 15 \text{ }^\circ\text{C}$

до  $t_{г.в} = 95 \text{ }^\circ\text{C}$ . Температурний коефіцієнт об'ємного розширення води дорівнює  $\beta_t = 6 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .

*Відповідь:*  $W_2 = 105,12 \text{ м}^3$ .

**3.2.5** Визначити зміну об'єму 27 т нафтопродукту в сховищі при коливанні температури від 20 до 50  $^\circ\text{C}$ , якщо при  $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  густина нафтопродукту дорівнює  $\rho_{20} = 900 \text{ кг/м}^3$ , а температурний коефіцієнт об'ємного розширення  $\beta_t = 0,001 \text{ K}^{-1}$ .

*Відповідь:*  $\Delta W = 0,90 \text{ м}^3$ .

**3.2.6** Межова висота рівня мазуту у вертикальній циліндричній цистерні дорівнює  $h_0 = 10 \text{ м}$  при температурі 0  $^\circ\text{C}$ . Визначити, до якого рівня можна налити мазут, якщо температура навколишнього середовища підвищиться до 35  $^\circ\text{C}$ . Розширенням цистерни знехтувати, температурний коефіцієнт об'ємного розширення для мазуту дорівнює  $\beta_t = 0,001 \text{ K}^{-1}$ .

*Відповідь:*  $h = 9,65 \text{ м}$ .

**3.2.7** За умовами гідравлічного випробування водопроводу з діаметром  $d$  і довжиною  $L$  тиск має бути піднятий від атмосферного до  $P$ . Визначити об'єм води, який буде потрібно додатково подати у водопровід. Деформацією труб знехтувати.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{ мм}$	150	170	190	200	210	220	230	240	140	160
$L \cdot 10^{-3}, \text{ м}$	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,05	0,95	0,90	1,6	1,55
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P, \text{ МПа}$	1,9	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,25	2,35	1,8	1,7

**3.2.8** Визначити об'єм розширювальної посудини  $W_{р.п.}$ , який необхідно встановити в системі водяного опалювання з об'ємом води  $W$ , якщо відомо, що максимальна різниця температур води в подавальному і зворотному трубопроводах  $\Delta t$ . Запас за об'ємом розширювальної посудини прийняти трикратним. Температурний коефіцієнт об'ємного розширення води  $\beta_t = 0,0006 \text{ K}^{-1}$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$W, \text{ л}$	250	280	300	350	400	450	500	550	600	650
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Delta t, \text{ }^\circ\text{C}$	20	21	22	23	24	25	26	27	22	24

**3.2.9** Теплопостачання району здійснюється по двотрубному теплопроводі з внутрішнім діаметром труб  $d_v$  довжиною  $l_1$ . Витрата мережної води  $Q_{м.в.}$ . Витрата води для підживлення при температурі води в мережі 95  $^\circ\text{C}$   $Q_{п.в.}$ . Визначити витрату води для підживлення, якщо протягом однієї го-

дини проводиться рівномірне підвищення температури води в теплообміннику (Т) від 70 до 95 °С при незмінному тиску в мережі (див. рис. 3.1).

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_b$ , мм	0,38	0,35	0,41	0,42	0,43	0,44	0,45	0,39	0,37	0,36
$l_1 \cdot 10^{-3}$ , м	60	70	42	41	39	38	37	43	64	68
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q_{м.в.}$ , м <sup>3</sup> /ГОД	495	490	485	480	475	470	465	460	492	487
$Q_{п.в.}$ , м <sup>3</sup> /ГОД	9,0	9,1	8,2	8,3	8,4	8,5	8,6	8,7	9,2	9,4

**3.2.10** Сталевий водовід з діаметром  $d$  і довжиною  $L$ , який прокладено відкрито, знаходиться під тиском  $P$  при температурі води  $t_1$ . Визначити тиск води у водоводі при підвищенні температури води до  $t_2$  в результаті зовнішнього прогріву.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	200	300	400	600	700	800	900	1000	1100	1200
$L$ , км	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$P$ , бар	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t_1$ , °С	9	11	10	9	8	7	6	5	4	3
$t_2$ , °С	14	17	18	13	17	18	19	20	21	22

**3.2.11** Для опресування водою підземного трубопроводу (перевірка герметичності) застосовується ручний поршневий насос. Визначити об'єм води (модуль пружності  $K = 2000$  МПа), який потрібно закачати в трубовід для підвищення надлишкового тиску в ньому від 0 до  $P$  (рис. 3.2).

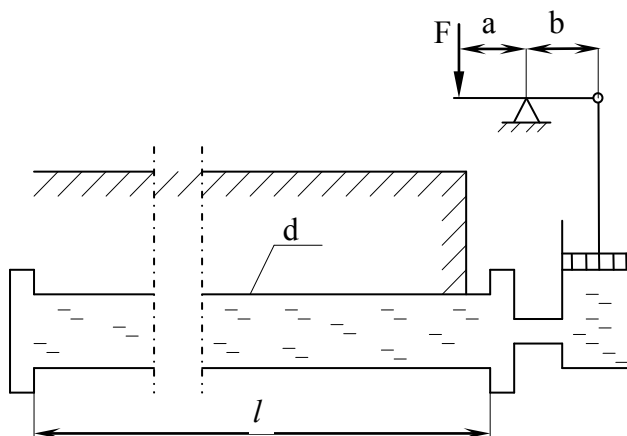


Рисунок 3.2

Вважати трубовід абсолютно жорстким. Розміри трубопроводу: довжина  $L$ , діаметр  $d$ . Чому дорівнює зусилля на рукоятці насоса в останній момент опресування, якщо діаметр поршня насоса  $d_n$ , а співвідношення плечей важільного механізму  $a/b$ ?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	100	200	300	400	500	600	125	80	250	150
$L$ , км	0,47	0,56	0,63	0,74	0,87	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8
$P$ , МПа	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_n$ , мм	40	50	60	70	80	35	45	55	65	42
$a/b$	4	4,5	4,6	5,0	7,0	4,2	4,8	5,5	6,5	4,3

## 4 ГІДРОСТАТИКА

### 4.1 Приклади розв'язання задач

**4.1.1** Посудина I заповнена водою (рис. 4.1). Над вільною поверхнею води абсолютний тиск  $P_0$ . Диференціальний манометр (ДМ) підключений до посудини I, залитий ртуттю,  $\rho_{рт} = 13600 \text{ кг/м}^3$ . З боку посудини в ДМ над ртуттю знаходиться вода. В трубці, що сполучається з атмосферою, над рівнем ртуті – повітря.

Дано:  $h_{рт} = 680 \text{ мм рт. ст.}$ ;  $h_{p1} = 1,0 \text{ м}$ ;  $h_{p2} = 0,9 \text{ м}$ ; барометричний тиск  $B = 743 \text{ мм рт.ст.}$

Знайти абсолютний тиск  $P_0$  над вільною поверхнею води в посудині I.

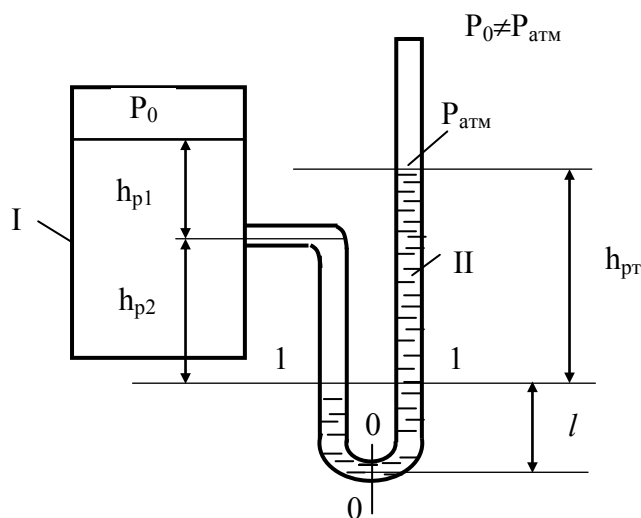


Рисунок 4.1

#### Розв'язування

В перерізі 0–0 абсолютний тиск зліва дорівнює

$$P_{0-0} = P_0 + \rho_v \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}) + \rho_{рт} \cdot g \cdot l;$$

справа

$$P_{0-0} = P_{атм} + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} + \rho_{рт} \cdot g \cdot l.$$

Рідина знаходиться в спокої. Тиски  $P_{0-0}$  зліва і справа однакові між собою, отже

$$P_0 + \rho_v \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}) + \rho_{рт} \cdot g \cdot l = P_{атм} + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} + \rho_{рт} \cdot g \cdot l$$

або



$$P_0 + \rho_B \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}) = P_{\text{атм}} + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot h_{\text{рт}}$$

З останнього виразу

$$P_0 = P_{\text{атм}} + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot h_{\text{рт}} - \rho_B \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}),$$

де  $P_{\text{атм}} = \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot B$ .

$$P_0 = 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,743 + 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,68 - 998 \cdot 9,8(1,0 + 0,9) = 171074 \text{ Па.}$$

**4.1.2** Дві посудини I і II заповнені відповідно рідиною  $P_1$  і  $P_2$ . До них підключений диференціальний манометр згідно зі схемою (рис. 4.2), який залитий ртуттю. Над ртуттю з боку I-ої посудини знаходиться рідина  $P_1$ , з боку II-ої посудини –  $P_2$ . Над вільною поверхнею в посудині I абсолютний тиск  $P_{01}$ , в посудині II –  $P_{02}$ .

Дано:  $P_{02} = 180 \text{ кПа}$ ;  $h_{p1} = 1,6 \text{ м}$ ;  $h_{p2} = 4,2 \text{ м}$ ;  $h_{\text{рт}} = 0,96 \text{ м}$ ;  $P_1$  – вода;  $P_2$  – бензин.

Визначити абсолютний тиск над вільною поверхнею в посудині I  $P_{01}$ .

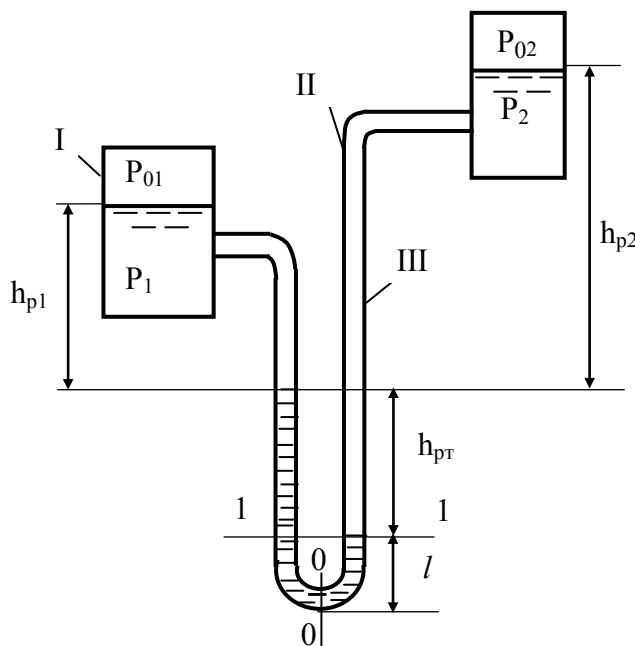


Рисунок 4.2

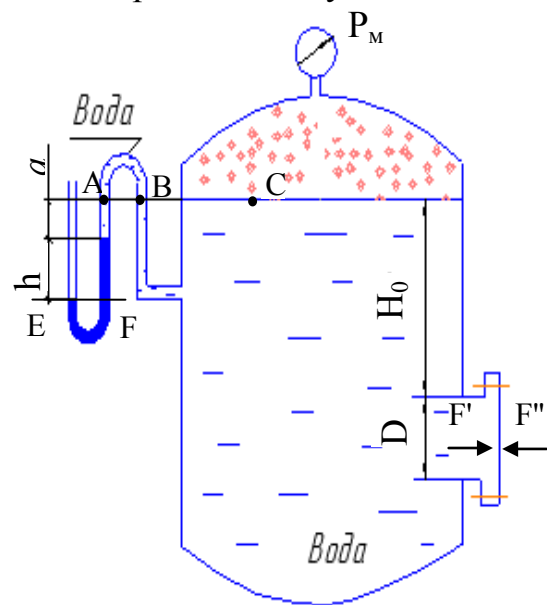


Рисунок 4.3

### Розв'язування

В перерізі 0–0 абсолютний тиск зліва  $P_{0-0}$  дорівнює

$$P_{0-0} = P_{01} + \rho_{p1} \cdot g \cdot h_{p1} + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot h_{\text{рт}} + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot l,$$

справа

$$P_{0-0} = P_{02} + \rho_{p2} \cdot g \cdot (h_{p2} + h_{рт}) + \rho_{рт} \cdot g \cdot \ell.$$

Тиски  $P_{0-0}$  зліва і справа однакові між собою за величиною, оскільки рідина знаходиться в рівновазі. Отже

$$\begin{aligned} P_{01} + \rho_{p1} \cdot g \cdot h_{p1} + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} + \rho_{рт} \cdot g \cdot \ell &= \\ &= P_{02} + \rho_{p2} \cdot g \cdot (h_{p2} + h_{рт}) + \rho_{рт} \cdot g \cdot \ell, \end{aligned}$$

звідки

$$\begin{aligned} P_{01} &= P_{02} + \rho_{p2} \cdot g \cdot (h_{p2} + h_{рт}) - \rho_{p1} \cdot g \cdot h_{p1} - \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} = \\ &= 180000 + 730 \cdot 9,8 \cdot (4,2 + 0,96) - 998 \cdot 9,8 \cdot 1,6 - 13560 \cdot 9,8 \cdot 0,96 = 73694 \text{ Па.} \end{aligned}$$

**4.1.3** Визначити силу тиску рідини (води) на кришку люка (див. рис. 4.3) з діаметром  $D = 1200$  мм, що занурена на глибину  $H_0 = 1,7$  м у таких двох випадках:

- 1) показання манометра  $P_m = 0,12$  МПа;
- 2) показання ртутного вакуумметра  $h = 60$  мм,  $a = 0,3$  м.

#### *Розв'язування*

На рисунку подана розрахункова схема. Задача складається з двох самостійних задач. В першому варіанті до уваги беруть лише показання манометра  $P_m$  і не враховуються показання ртутного вакуумметра. В другому варіанті – навпаки.

*Варіант 1.* За табл. А.4 визначаємо густину води і ртуті  $\rho_v = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{рт} = 13600$  кг/м<sup>3</sup>.

Абсолютний тиск в газовому просторі, тобто над вільною поверхнею води, Па

$$P_{абс}^{в.п.} = P_{атм} + P_m = 9,81 \cdot 10^4 + 0,12 \cdot 10^6 = 218100,$$

де  $P_{атм}$  – атмосферний тиск, приймаємо  $P_{атм} = 9,81 \cdot 10^4$  Па.  
Абсолютний тиск в центрі кришки люка, Па

$$P_{абс}^{ц.к.л.} = P_{абс}^{в.п.} + \rho_v \cdot g \cdot (H_0 + D/2) = 218100 + 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,7 + 1,2/2) = 240663.$$

Гідростатична сила, яка діє із середини бака на кришку люка, Н

$$F' = P_{абс}^{ц.к.л.} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 240663 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 272045.$$

Ззовні на кришку діє атмосферний тиск, результувальна сила його дії, Н

$$F'' = P_{атм} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 9,81 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 110892.$$

Сили  $F'$  і  $F''$  направлені протилежно. Результувальна сила дії на кришку люка двох сил  $F'$  і  $F''$  дорівнює, Н

$$F = F' - F'' = 272045 - 110892 = 161153.$$

*Варіант 2.* Знаходимо гідростатичний тиск (в Па) на вільній поверхні води в баці за показаннями ртутного вакуумметра. Беремо до уваги, що тиск в перерізах А, В і на вільній поверхні води (точка С) буде однаковий  $P_{\text{абс}}^C$ . Це просто довести, застосувавши основне рівняння гідростатики  $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$ . Тиск в перерізах Е і F трубок ртутного дифманометра однаковий і дорівнює атмосферному.

Таким чином абсолютний тиск на вільній поверхні води в ємності визначаємо із рівняння, Па

$$P_F = P_{\text{абс}}^C + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot h + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot a,$$

звідки

$$\begin{aligned} P_{\text{абс}}^C &= P_F - (\rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot h + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot a) = \\ &= 98100 - (13600 \cdot 9,81 \cdot 0,06 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,3) = 87163. \end{aligned}$$

Над вільною поверхнею води в цьому випадку буде мати місце розрідження.

Абсолютний тиск в центрі кришки люка, Па

$$\begin{aligned} P_{\text{абс}}^{\text{ц.к.л.}} &= P_{\text{абс}}^C + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot (H_0 + D/2) = \\ &= 87163 + 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,7 + 1,2/2) = 109703. \end{aligned}$$

Гідростатична сила, яка діє із середини бака на кришку люка, Н

$$F' = P_{\text{абс}}^{\text{ц.к.л.}} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 109703 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 124008.$$

Ззовні на кришку діє атмосферний тиск, результувальна сила його дії, Н

$$F'' = P_{\text{атм}} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 9,81 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 110892.$$

Сили  $F'$  і  $F''$  направлені протилежно. Результувальна сила дії на кришку люка двох сил  $F'$  і  $F''$  дорівнює, Н

$$F = F' - F'' = 116153 - 110892 = 13116.$$

## 4.2 Завдання на СРС

**4.2.1** Гідростатичний напір на дно посудини, що заповнена водою при температурі  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , дорівнює  $104\text{ кПа}$ . Визначити висоту стовпа рідини в посудині. Як і на яку величину зміниться висота стовпа води, якщо воду нагріти на  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$  (коефіцієнт температурного розширення води прийняти  $0,00015\text{ 1/K}$ )?

*Відповідь:*  $10,49\text{ м}$ , збільшиться на  $0,15\text{ м}$ .

**4.2.2** Посудина заповнена ртуттю на висоту  $1,6\text{ м}$ , зверху якої знаходиться  $5,6\text{ м}$  води. Визначити надлишковий гідростатичний тиск на межі поділу “вода – ртуть” і на дно посудини.

*Відповідь:* на межі поділу “вода – ртуть” тиск дорівнює  $54,95\text{ кПа}$ , а на дно посудини –  $267,62\text{ кПа}$ .

**4.2.3** Посудина висотою  $h = 1,2\text{ м}$ , яка повністю заповнена водою  $t = 4\text{ }^{\circ}\text{C}$  (рис. 4.4), накривають зверху поршнем (діаметр поршня  $0,1\text{ м}$ , маса  $m_{\text{п}} = 1,5\text{ кг}$ ) і встановлюють на нього зверху вантаж масою  $m_{\text{вант}} = 5\text{ кг}$ . Визначити надлишковий і абсолютний тиски на дно посудини. Стисливістю води знехтувати.

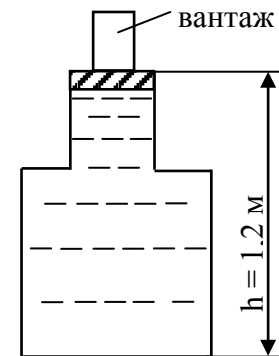


Рисунок 4.4

**4.2.4** Чому дорівнює сила надлишкового тиску на кришку люка, який вбудований в нижнє днище вертикально розташованої циліндричної посудини висотою  $9\text{ м}$ , якщо відомо: посудина доверху заповнена гліцерином, діаметр люка  $450\text{ мм}$ , у верхнє днище посудини вбудовано поршень з діаметром  $600\text{ мм}$  і масою  $35\text{ кг}$ , температура гліцерину  $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

*Відповідь:*  $17,8\text{ кН}$ .

**4.2.5** У бокову стінку ємності А, що наповнена рідиною Р з температурою  $t$ , встановлена п'єзометрична трубка В. Визначити абсолютний тиск  $P_1$  на вільній поверхні рідини в ємності, якщо під дією цього тиску рідина в трубці піднялась на висоту  $h$  (рис. 4.5).

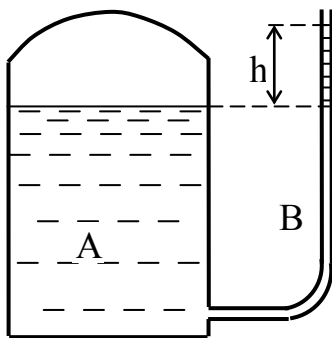


Рисунок 4.5

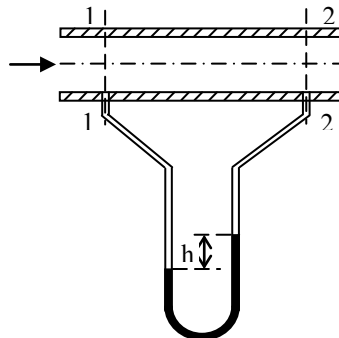


Рисунок 4.6

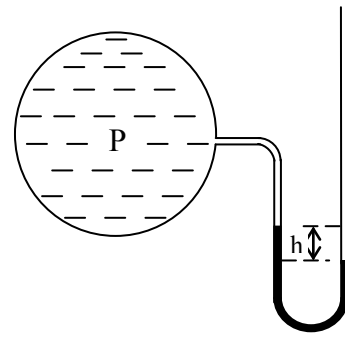


Рисунок 4.7

Остання цифра шифру	Рідина (P)	t, °C	Передостання цифра шифру	h, см
0	бензин авіаційний (БА)	20	0	50
1	нафта	20	1	60
2	спирт етиловий (СЕ)	20	2	75
3	масло трансформаторне (МТ)	70	3	100
4	вода	30	4	80
5	гас	20	5	65
6	масло касторове (МК)	20	6	90
7	вода морська (ВМ)	20	7	55
8	МТ	20	8	85
9	хлористий натрій (ХН)	20	9	70

**4.2.6** До перерізів 1 і 2 горизонтального трубопроводу, по якому перекачується рідина P1, приєднані трубки диференціального манометра із рідиною P2. Визначити різницю тисків у вказаних перерізах, якщо різниця рівнів в двох колінах манометра h (див. рис. 4.6).

Остання цифра шифру	Рідина (P1) з температурою t	Рідина (P2) з температурою t	Передостання цифра шифру	h, мм
0	СЕ, 20 °C	ВМ, 20 °C	0	5000
1	БА, 20 °C	ХН, 20 °C	1	6000
2	нафта, 20 °C	анілін, 20 °C	2	7050
3	МТ, 90 °C	вода, 20 °C	3	5000
4	вода, 50 °C	ртуть, 20 °C	4	1200
5	гас, 20 °C	ВМ, 20 °C	5	6050
6	МК, 20 °C	ХН, 20 °C	6	4900
7	ВМ, 20 °C	анілін, 20 °C	7	5500
8	МТ, 60 °C	вода, 20 °C	8	8500
9	ХН, 20 °C	ртуть, 20 °C	9	1700

**4.2.7** Для вимірювання тиску у посудині, що заповнена газом, застосовується вакуумметр, заповнений рідиною P. Визначити величину вакууму у місці встановлення вакуумметра, якщо висота підняття рідини в його трубці h (див. рис. 4.7).

Остання цифра шифру	Рідина (P) з температурою t	Передостання цифра шифру	h, мм
0	СЕ, 20 °C	0	300
1	БА, 20 °C	1	450
2	нафта, 20 °C	2	550
3	МТ, 90 °C	3	500
4	вода, 50 °C	4	700
5	гас, 20 °C	5	650
6	МК, 20 °C	6	400
7	ВМ, 20 °C	7	350
8	ртуть, 20 °C	8	450
9	ХН, 20 °C	9	700

**4.2.8** У рідину  $P$  з температурою  $t$  на глибину  $h$  занурене плоске тіло. Барометричний тиск над поверхнею  $B$ . Визначити абсолютний тиск на глибині  $h$ . (Позначення в таблиці відповідають позначенням у 4.2.5 – 4.2.7.)

Остання цифра шифру	Рідина(P)	$t, ^\circ\text{C}$	Передостання цифра шифру	$h, \text{см}$	$B, \text{мм рт. ст.}$
0	нафта	20	0	80	738
1	СЕ	20	1	100	760
2	БА	20	2	125	741
3	МК	20	3	90	750
4	гас	20	4	110	734
5	вода	60	5	135	745
6	МТ	50	6	115	730
7	ВМ	20	7	145	756
8	ХН	20	8	105	736
9	МТ	20	9	120	740

**4.2.9** Визначити тиск в резервуарі  $P_0$  і висоту підйому рівня рідини  $h_1$  в трубці 1, якщо показники ртутного манометра  $h_2$  і  $h_3$  (рис. 4.8). (Позначення в таблиці відповідають позначенням у 4.2.5 – 4.2.7.)

Остання цифра шифру	Рідина в посудині 3	$h_2, \text{мм}$	Передостання цифра шифру	Рідина в посудині 2	$h_3, \text{м}$
0	Вода, $t = 20 ^\circ\text{C}$	20	0	Вода, $t = 4 ^\circ\text{C}$	0,7
1	БА, $t = 20 ^\circ\text{C}$	30	1	Вода, $t = 20 ^\circ\text{C}$	0,6
2	ВМ, $t = 20 ^\circ\text{C}$	25	2	БА, $t = 20 ^\circ\text{C}$	0,65
3	Гліцерин безводний (ГБ), $t = 20 ^\circ\text{C}$	35	3	ВМ, $t = 20 ^\circ\text{C}$	1,2
4	МК, $t = 20 ^\circ\text{C}$	40	4	ГБ, $t = 20 ^\circ\text{C}$	1,4
5	Масло мінеральне (ММ), $t = 20 ^\circ\text{C}$	45	5	МК, $t = 20 ^\circ\text{C}$	1,35
6	СЕ, $t = 20 ^\circ\text{C}$	48	6	ММ, $t = 20 ^\circ\text{C}$	1,45
7	Вода, $t = 30 ^\circ\text{C}$	54	7	СЕ, $t = 20 ^\circ\text{C}$	1,52
8	Вода, $t = 40 ^\circ\text{C}$	63	8	Вода, $t = 30 ^\circ\text{C}$	1,58
9	Вода, $t = 4 ^\circ\text{C}$	68	9	Вода, $t = 40 ^\circ\text{C}$	1,67

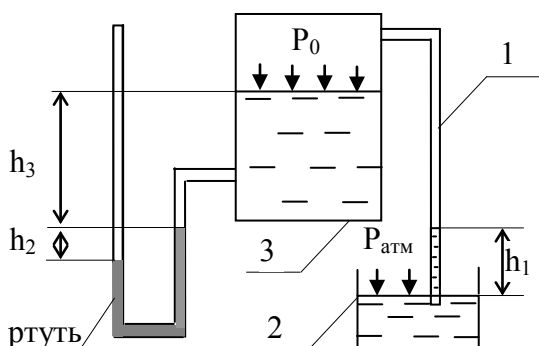


Рисунок 4.8

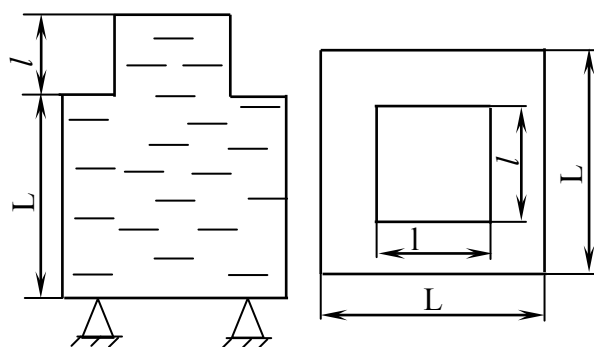


Рисунок 4.9

**4.2.10** Визначити силу тиску води (температура води  $t$ ) на дно посудини і на кожну з чотирьох опор (див. рис. 4.9). Поясніть результати.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L$ , мм	360	340	320	280	380	370	350	330	310	290
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l$ , мм	180	170	160	150	140	120	110	90	105	125
$t$ , °C	4	10	15	20	30	40	50	25	35	45

**4.2.11** Дві посудини А і В з однаковим діаметром  $D$  заповнені водою з температурою  $t$ . Посудина А відкрита; у верхній кришці посудини В вставлена тонка трубка діаметром  $d$ . Визначити силу тиску води на дно кожної посудини. Посудини А і В стоять на підставках. Визначити силу тиску кожної посудини на свою підставку (рис. 4.10).

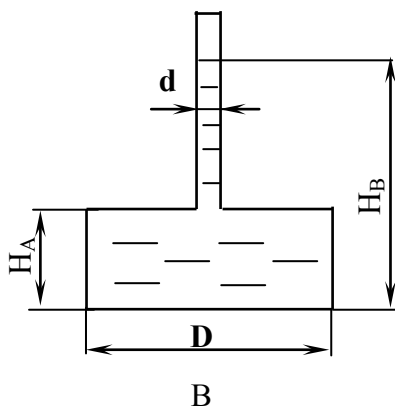
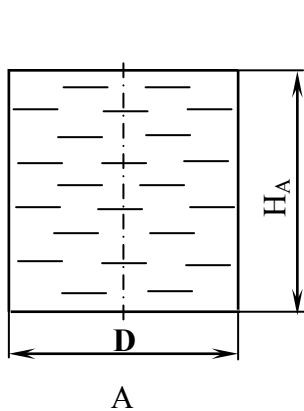


Рисунок 4.10

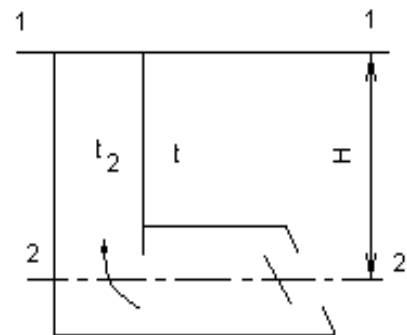


Рисунок 4.11

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$D$ , м	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7
$H_A$ , м	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,55	2,65	2,75	2,85
$t$ , °C	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	10	12	14	15	16	18	20	19	17	15
$H_B$ , м	12,0	11,5	11,0	10,5	10,0	9,5	9,0	8,5	8,0	9,7

**4.2.12** Визначити тягу  $\Delta P$  (різницю тисків) в топці котла і перед топковою дверкою, якщо висота котла і димової труби  $H$ . Димові гази мають температуру  $t_2$ . Температура зовнішнього повітря  $t$  (рис. 4.11).

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H$ , м	12	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$t_2$ , °C	280	270	260	250	240	230	220	210	200	190

## 5 КІНЕМАТИКА РІДИНИ

### 5.1 Приклади розв'язання задач

**5.1.1** Визначити масову витрату гарячої води в трубопроводі з внутрішнім діаметром  $d_{\text{вн}} = 412$  мм, якщо відомо, що середня швидкість води  $v = 3$  м/с, а густина  $\rho_{\text{в}} = 917$  кг/м<sup>3</sup>.

*Розв'язування*

Оскільки через будь-який переріз трубопроводу за 1 с протікає води

$$Q = \omega \cdot v = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v = \frac{3,14 \cdot 0,412^2}{4} \cdot 3 = 0,4 \text{ м}^3/\text{с},$$

то масова витрата води розраховується як

$$M = Q \cdot \rho_{\text{в}} = 0,4 \cdot 917 = 366,8 \text{ кг/с}.$$

**5.1.2** Визначити рівняння лінії течії, а також траєкторію частинки, яка проходить в момент часу  $\tau_0 = 0$  через точку простору з координатами  $x_0$  і  $y_0$ . Поле швидкостей газу задано проекціями

$$u = \frac{a \cdot x}{1 + \tau}, \quad v = \frac{b \cdot y}{1 + \tau}, \quad w = 0.$$

Дано:  $x_0 = 5$ ;  $y_0 = 3$ ;  $a = 3$ ;  $t = 2$ ;  $b = 3$ .

*Розв'язування*

Диференціальне рівняння траєкторії руху частинки

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} = d\tau,$$

а для заданого поля швидкостей

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{dx}{x} (1 + \tau) = d\tau; \quad \frac{1}{b} \cdot \frac{dy}{y} (1 + \tau) d\tau,$$

звідки

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{dx}{x} = \frac{d\tau}{1 + \tau}; \quad \frac{1}{b} \cdot \frac{dy}{y} = \frac{d\tau}{1 + \tau}.$$

Проінтегрувавши, маємо



$$\frac{1}{a} \ln x = \ln(1 + \tau) + \ln c_1; \quad \frac{1}{b} \ln y = \ln(1 + \tau) + \ln c_2$$

або

$$x^{1/a} = c_1 \cdot (1 + \tau); \quad y^{1/b} = c_2 \cdot (1 + \tau);$$

$$x^{1/3} = c_1 \cdot (1 + \tau); \quad y^{1/3} = c_2 \cdot (1 + \tau);$$

довільні сталі інтегрування знаходимо із початкових умов ( $\tau = 0, x_0 = 5, y_0 = 3$ ). Підставивши ці значення, маємо

$$5^{1/3} = c_1; \quad 3^{1/3} = c_2.$$

Таким чином  $x^{1/3} = 5^{1/3} \cdot (1 + \tau); y^{1/3} = 3^{1/3} \cdot (1 + \tau)$ .

Виключаємо час, знаходимо рівняння траєкторії

$$\frac{x^{1/3}}{5^{1/3}} = \frac{y^{1/3}}{3^{1/3}}; \quad \left(\frac{x}{y}\right)^{1/3} = \left(\frac{3}{5}\right)^{1/3}; \quad \left(\frac{x}{y}\right) = \left(\frac{3}{5}\right); \quad y = \frac{3}{5} \cdot x.$$

Для знаходження лінії течії використовуємо рівняння  $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$ . Для заданого поля швидкостей

$$\frac{dy}{y} = \frac{b}{a} \cdot \frac{dx}{x}.$$

Після інтегрування

$$\ln y = \frac{b}{a} \ln x + \ln c - y = c \cdot x^{b/a}; \quad y = c \cdot x^{3/3}; \quad y = c \cdot x.$$

Для лінії течії, яка проходить через точку  $x_0 = 5; y_0 = 3$ , довільна стала  $c = \frac{3}{5} - y = \frac{3}{5} \cdot x$ .

Поле швидкостей нестационарне, але лінія течії і траєкторія збігаються. Це тому, що з часом швидкість змінюється лише за величиною, а не за напрямком, тобто одиничний вектор поля швидкостей не залежить від часу.

**5.1.3** Визначити прискорення рідинної частинки в точці А з координатами  $x = d, y = e, z = g$  ( $x, y, z$  в метрах) в момент часу  $\tau$ . Задані проекції швидкостей рідинних частинок  $u = (a \cdot x) / (1 + \tau); v = (b \cdot y) / (1 + \tau); w = (c \cdot z) / (\tau + 1)$ .

Дано:  $a = 4; b = 2; c = 3; d = 1; e = 7; g = 2; \tau = 3$ .

*Розв'язування*

Записуємо вираз для компонентів прискорення

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}.$$

З врахуванням значення  $u$  маємо

$$a_x = -\frac{a \cdot x}{(\tau+1)^2} + \frac{a \cdot x}{\tau+1} \cdot \frac{a}{\tau+1} = -\frac{a \cdot x}{(\tau+1)^2} + \frac{a^2 \cdot x}{(\tau+1)^2} = -\frac{x(a - a^2)}{(\tau+1)^2}.$$

Аналогічно для  $a_y$  і  $a_z$

$$a_y = -\frac{b \cdot y}{(\tau+1)^2} + \frac{b \cdot y}{\tau+1} \cdot \frac{b}{\tau+1} = -\frac{b \cdot y}{(\tau+1)^2} + \frac{b^2 \cdot y}{(\tau+1)^2} = -\frac{y(b - b^2)}{(\tau+1)^2};$$

$$a_z = -\frac{c \cdot z}{(\tau+1)^2} + \frac{c \cdot z}{\tau+1} \cdot \frac{c}{\tau+1} = -\frac{c \cdot z}{(\tau+1)^2} + \frac{c^2 \cdot z}{(\tau+1)^2} = -\frac{z(c - c^2)}{(\tau+1)^2}.$$

Повне прискорення частинки

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \frac{\sqrt{[-x(a - a^2)]^2 + [-y(b - b^2)]^2 + [-z(c - c^2)]^2}}{(\tau+1)}$$

в момент часу  $\tau = 3$  для точки А маємо

$$a = \frac{\sqrt{[-1(4 - 4^2)]^2 + [-7(2 - 2^2)]^2 + [-2(3 - 3^2)]^2}}{(3+1)} = 5,5 \text{ м/с}^2.$$

**5.1.4** Чи може поле швидкостей нестисливої рідини мати потенціал:

1)  $\varphi = 2(x^2 - y^2)$ ; 2)  $\varphi = 3x^2 - 2y$ .

*Розв'язування*

Плоский потік нестисливої рідини має потенціал швидкості  $\varphi$ , який повинен задовольняти рівняння Лапласа

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0.$$

Поле швидкостей нестисливої рідини може мати потенціал 1, оскільки

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 [(2(x^2 - y^2))]}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 [2(x^2 - y^2)]}{\partial y^2} = 4 - 4 = 0$$

і не може мати потенціал 2, оскільки

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 (3x^2 - 2y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (3x^2 - 2y)}{\partial y^2} = 6 - 0 \neq 0.$$

**5.1.5** Визначити, при якому значенні коефіцієнта  $b$  можливі течії нестисливої рідини з такими проекціями поля швидкостей: а)  $u = bx$ ,  $v = by$ ; б)  $u = 2bx$ ,  $v = -2by$ . Визначити характер можливих течій.

#### *Розв'язування*

Коли рухається нестислива рідина, необхідно розв'язати рівняння нерозривності  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ .

В першому випадку:  $\frac{\partial(bx)}{\partial x} + \frac{\partial(by)}{\partial y} = a + b = 0$ , якщо  $b = 0$ .

Отже,  $u = 0$ ,  $v = 0$ , тобто рух відсутній.

У другому випадку:  $\frac{\partial(-2bx)}{\partial x} + \frac{\partial(-2by)}{\partial y} = 2b - 2b = 0$ .

Ця умова виконується при будь-якому значенні коефіцієнта  $b$ .

При  $\omega_x = \omega_y = 0$  течія потенціальна.

Визначаємо лінії течії  $\psi(x, y)$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 2bx, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -2by;$$

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = 2b(ydx + xdy) = 2bd(xy), \psi = 2bxy + C.$$

Визначаємо екіпотенціальні лінії  $\varphi(x, y)$

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 2bx, v = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -2by;$$

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy = 2b(xdx - ydy), \varphi = b(x^2 - y^2) + C.$$

## **5.2 Завдання на СРС**

**5.2.1** По трубопроводі подається  $0,314 \text{ м}^3/\text{с}$  води. Визначити діаметр трубопроводу, якщо швидкість води дорівнює  $2 \text{ м/с}$ .

*Відповідь:*  $d = 0,445 \text{ м}$ .

**5.2.2** Одержати вираз для проекцій локальних прискорень рідинної частинки, якщо рівняння руху має вигляд  $x = \ln \sin \tau$ ;  $y = \sin^2 \tau$ ;  $z = 0$ .

*Відповідь:*  $a_x = -\operatorname{cosec}^2 \tau$ ;  $a_y = 2 \cdot \cos 2\tau$ .

**5.2.3** Визначити прискорення рідинної частинки, якщо поле задано проєкціями швидкостей:  $u = b\cos(b\tau)$ ;  $v = b\sin(b\tau)$ ;  $w = 0$ .

*Відповідь:*  $|\vec{a}| = b^2$ .

**5.2.4** Визначити прискорення рідинної частинки в точці простору з координатами  $x = 3$ ,  $y = 2$ ,  $z = 1$ , якщо поле задано проєкціями швидкостей  $u = 2x$ ;  $v = y^2 + 2$ ;  $w = z^3 + 1$ .

*Відповідь:*  $a = 27,5 \text{ м/с}^2$ .

**5.2.5** Рух нестисливої рідини заданий проєкціями швидкостей  $v = -3y + 2$ ;  $w = 2z + 1$ . Встановити вигляд виразу для проєкції швидкості на вісь  $x$ , якщо на початку координати  $u = 2$ .

*Відповідь:*  $u = x + 2$ .

**5.2.6** Рух задано проєкціями швидкостей  $u = -a \cdot \sin \tau$ ;  $v = b \cdot \cos \tau$ . Знайти рівняння лінії течії, а також траєкторію частинки, яка проходить в момент часу  $t = 0$  через точку простору з координатами  $x = a$ ;  $y = b$ .

*Відповідь:* Рух частинок відбувається по еліпсу  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , де лінія течії  $-b \cdot (x + \cos \tau - a) + a \cdot y \cdot \sin \tau = 0$ .

**5.2.7** Перевірити можливість існування руху нестисливої рідини для поля, яке задане проєкціями швидкостей  $u = -6(x + y)^2$ ;  $v = 2y + z^3$ ;  $w = x^2 + y^2 + 4z$ .

*Відповідь:* Рух можливий.

**5.2.8** Одержати вираз для лінії течії, якщо проєкції швидкостей  $u = xy$ ;  $v = -2x(x - 1)$ .

*Відповідь:*  $(x - 1)^2 + \frac{1}{2} \cdot y^2 = C$ . Лінії течії – еліпси, осі яких перетинаються в точці  $(1, 0)$ .

**5.2.9** Знайти рівняння для лінії течії, яка проходить через точку з координатами  $x = 1$ ;  $y = -1$ ;  $z = 2$ , якщо проєкції швидкостей  $u = x$ ;  $v = -y$ ;  $w = -2z$ .

*Відповідь:*  $x \cdot y = -1,2 \cdot y^2 = z$ .

**5.2.10** Чи може поле швидкостей нестисливої рідини мати потенціали, якщо: а)  $\varphi = 2x/(x^2 + y^2)$ ; б)  $\varphi = 2xy$ ; в)  $\varphi = \arctg(y/x)$ ?

*Відповідь:* а)  $u = 2 \cdot \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}$ ;  $v = -\frac{4 \cdot x \cdot y}{(x^2 + y^2)^2}$ . Лінії течії – концентричні кола, які дотичні до осі  $x$  в точці  $0$ .

**5.2.11** Знайти рівняння лінії течії, а також траєкторію частинки, яка проходить в момент часу  $\tau = 0$  через точку простору з координатами  $x = c$  і  $y = d$ , якщо поле швидкостей газу задано проєкціями  $u = \frac{a \cdot x}{1 + \tau}$ ;  $v = \frac{b \cdot y}{1 + \tau}$ ;  $w = 0$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	2	3	4	5	6	7	8	9	3	4
b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
c	3	5	7	9	8	7	6	5	4	3
d	4	6	8	8	7	6	5	4	3	2

**5.2.12** Визначити прискорення рідинної частинки в точці А з координатами  $x = d$ ,  $y = e$ ,  $z = g$  в момент часу  $\tau$  за заданими проєкціями швидкостей  $u = \frac{a \cdot x}{1 + \tau}$ ;  $v = \frac{b \cdot y}{1 + \tau}$ ;  $w = \frac{c \cdot z}{1 + \tau}$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6
b	3	1	2	2	4	5	4	3	2	1
c	2	3	5	6	3	3	5	2	3	4
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
e	8	7	6	5	4	3	2	1	2	4
g	2	3	4	6	3	4	5	4	5	7
$\tau$	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2

**5.2.13** Визначити швидкість руху рідини за величиною та напрямком в точці М з координатами  $x$ ,  $y$ , якщо рух є результатом додавання двох течій, для яких задані відповідні потенціали швидкостей  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$ . Визначити траєкторію частинок  $\varphi_1 = a \cdot x$  і  $\varphi_2 = b \cdot y$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1,5	2,5	3,5	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	8,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	1	2	3	4	5,2	6,2	7,2	1,6	1,8	2,9

## 6 РІВНОМІРНИЙ РУХ РІДИНИ В ТРУБАХ, ГІДРАВЛІЧНИЙ ОПІР І РОЗПОДІЛ ШВИДКОСТЕЙ ПО ПЕРЕРІЗУ ПОТОКУ

### 6.1 Приклади розв'язання задач

**6.1.1** Визначити втрати тиску на тертя по довжині  $\Delta P_l$  у сталевій трубі круглого перерізу і квадратного перерізу при рівних довжині, площі живо-

го перерізу труб і швидкості руху води. Довжина труби  $l$ , площа живого перерізу  $\omega$ , середня швидкість руху води  $v$ , температура води  $t$ .

*Розв'язування*

Для таких даних:  $l = 100$  м;  $\omega = 0,03$  м<sup>2</sup>;  $v = 10$  м/с;  $t = 20$  °С.

Визначимо еквівалентні діаметри труб:

- для труби круглого перерізу

$$d_{e.кр} = 4 \cdot \frac{\omega}{\chi} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot d^2 / 4}{\pi \cdot d} = d;$$

- для труби квадратного перерізу

$$d_{e.кв} = 4 \cdot \frac{\omega}{\chi} = 4 \cdot \frac{a^2}{4 \cdot a} = a,$$

де  $d$ ,  $a$ ,  $\chi$  – відповідно геометричний діаметр круглої труби, сторона квадрата, змочений периметр; для труби –  $\chi = \pi \cdot d$ , для квадрата  $\chi = 4 \cdot a$ .

Знайдемо величини  $d$  і  $a$ :

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot \omega}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,03}{3,14}} = 0,196 \text{ м};$$

$$a = \sqrt{\omega} = \sqrt{0,03} = 0,174 \text{ м}.$$

Отже, для круглої труби  $d_{e.кр} = d = 0,196$  м; для труби квадратного перерізу  $d_{e.кв} = a = 0,174$  м.

Для визначення коефіцієнта гідравлічного тертя знайдемо числа Рейнольдса і відносну шорсткість при  $k_e = 0,05$  мм =  $5 \cdot 10^{-5}$  м (табл. Б.1) і  $v = 1,01 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с (табл. А.12):

- для труби круглого перерізу

$$Re = \frac{v \cdot d_{e.кр}}{\nu} = \frac{10 \cdot 0,196}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 19,6 \cdot 10^5,$$

$$\frac{k_e}{d_{e.кр}} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,196} = 25,4 \cdot 10^{-5};$$

- для труби квадратного перерізу

$$Re = \frac{v \cdot d_{e.кв}}{\nu} = \frac{10 \cdot 0,174}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 17,4 \cdot 10^5,$$

$$\frac{k_e}{d_{e.кв}} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,174} = 28,7 \cdot 10^{-5}.$$

За універсальною формулою Альтшуля

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{\text{Re}} + \frac{k_e}{d_e} \right)^{0,25};$$

- для труби круглого перерізу

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{19,6 \cdot 10^5} + 25,4 \cdot 10^{-5} \right)^{0,25} = 0,014;$$

- для труби квадратного перерізу

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{17,4 \cdot 10^5} + 28,7 \cdot 10^{-5} \right)^{0,25} = 0,0147.$$

Втрати тиску на тертя при густині води  $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$  (табл. А.12) визначаємо за формулою:

- для труби круглого перерізу

$$\Delta P_{\text{кр}} = \lambda_{\text{кр}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0,014 \cdot \frac{100}{0,196} \cdot \frac{998,2 \cdot 10^2}{2} = 3,565 \cdot 10^5 \text{ Па} = 356,5 \text{ кПа};$$

- для труби квадратного перерізу

$$\Delta P_{\text{кв}} = \lambda_{\text{кв}} \cdot \frac{l}{a} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0,0147 \cdot \frac{100}{0,174} \cdot \frac{998,2 \cdot 10^2}{2} = 4,22 \cdot 10^5 \text{ Па} = 422 \text{ кПа}.$$

Отже, в трубці квадратного перерізу втрати тиску в 1,18 раза більші, ніж у круглій трубці.

**6.1.2** Визначити межове значення швидкості води в трубопроводах теплової мережі, вище якої лінійне зменшення тиску (втрати напору) прямопропорційне квадрату швидкості. Температура води  $t = 150 \text{ }^\circ\text{C}$ , абсолютна шорсткість труб  $k_e = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ .

*Розв'язування*

Межове значення швидкості води визначаємо за формулою

$$v_M = 568 \frac{v}{k_e}.$$

Кінематичну в'язкість води при  $t = 150 \text{ }^\circ\text{C}$  знаходимо в табл. А.12

$$\nu = 0,202 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Межова швидкість води в трубах теплової мережі

$$v_m = 568 \cdot \frac{0,202 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-4}} = 0,23 \text{ м/с.}$$

**6.1.3** Визначити питоме лінійне зменшення тиску в трубопроводі теплової мережі. Внутрішній діаметр трубопроводу  $d = 100$  мм, температура води  $t = 150$  °С, швидкість  $v = 2$  м/с, абсолютна шорсткість труб  $k_e = 0,5$  мм.

*Розв'язування*

Питоме лінійне зменшення тиску визначається за формулою

$$\Delta P_l = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}.$$

Для того, щоб вибрати розрахункову формулу  $\lambda$ , необхідно визначити режим руху води за критерієм Рейнольдса

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu}.$$

Кінематична в'язкість води при  $t = 150$  °С

$$\nu = 0,202 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с} \text{ (табл. А.12).}$$

$$Re = \frac{2 \cdot 0,1}{0,202 \cdot 10^{-6}} = 990000;$$

$$Re_m = 568 \cdot \frac{d}{k_e} = 568 \cdot \frac{0,1}{5 \cdot 10^{-4}} = 113600.$$

Оскільки  $Re > Re_m$ , то коефіцієнт опору тертя визначається за формулою Шифринсона (4.49) [1]

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{0,0005}{0,1} \right)^{0,25} = 0,0292.$$

Густина води при  $t = 150$  °С  $\rho_v = 917$  кг/м<sup>3</sup>. Питоме лінійне зменшення тиску

$$\Delta P_l = 0,0292 \cdot \frac{2^2}{2 \cdot 0,1} = 535,5 \text{ Па/м.}$$

**6.1.4** В круглій трубі довжиною  $L$  і діаметром  $d$ , витрата рідини  $G$ , температура рідини  $20$  °С. Труба нова сталева. Визначити, як зміниться втра-



та тиску на тертя, якщо замість води з тою ж витратою пропустити касторове масло.

Дано:  $d = 50$  мм,  $L = 23$  м,  $G = 0,6$  кг/с.

#### Розв'язування

1. За табл. А.4 та табл. А.5 визначаємо теплофізичні властивості рідин при температурі  $20$  °С:

- для води –  $\rho_B = 998$  кг/м<sup>3</sup>;  $\nu_B = 1,01 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;

- для касторового масла –  $\rho_M = 970$  кг/м<sup>3</sup>;  $\nu_M = 10,02 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с.

2. Швидкість води в трубі

$$v_B = \frac{4 \cdot G}{\rho_B \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,6}{998 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2} = 0,31 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса

$$Re_B = \frac{v_B \cdot d}{\nu_B} = \frac{0,31 \cdot 0,05}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 12000,$$

тобто, режим руху турбулентний.

Коефіцієнт тертя по довжині труби ( $k_e$  із табл. Б.1)

$$\lambda_1 = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{Re} + \frac{k_e}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{12000} + \frac{0,014}{50} \right)^{0,25} = 0,03.$$

Втрати на тертя при русі води в круглій трубі

$$\Delta P_B = \lambda_1 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho_B \cdot v_B^2}{2} = 0,03 \cdot \frac{23}{0,05} \cdot \frac{998 \cdot 0,31^2}{2} = 662 \text{ Па.}$$

3. Швидкість касторового масла в трубі

$$v_M = \frac{4 \cdot G}{\rho_M \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,6}{970 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2} = 0,315 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса

$$Re_M = \frac{v_M \cdot d}{\nu_M} = \frac{0,315 \cdot 0,05}{10,02 \cdot 10^{-4}} = 12,75,$$

тобто, режим руху ламінарний.

Коефіцієнт тертя по довжині труби

$$\lambda_2 = \frac{64}{\text{Re}_M} = \frac{64}{12,75} = 4,06.$$

Втрати на тертя при русі касторового масла в круглій трубі

$$\Delta P_M = \lambda_2 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2} = 4,06 \cdot \frac{23}{0,05} \cdot \frac{970 \cdot 0,315^2}{2} = 89645 \text{ Па.}$$

Втрати на тертя при русі касторового масла в  $n$  раз більші, ніж при русі води при тій же масовій витраті

$$n = \frac{\Delta P_M}{\Delta P_B} = \frac{89645}{662} = 135.$$

**6.1.5** По трубі з діаметром  $d = 0,5$  м транспортується вода. В двох точках живого перерізу трубопроводу заміряні швидкості:  $u = 2,3$  м/с на відстані від стінки  $y = 0,11$  м і  $u_{\max} = 2,6$  м/с на осі труби. Знайти втрати напору на тертя на 10 м довжини трубопроводу.

*Розв'язування*

Визначимо коефіцієнт гідравлічного тертя за формулою

$$u/u_{\max} = (y/r_0)^{0,9\sqrt{\lambda}},$$

логарифмуючи яку, отримаємо

$$\lg \frac{u}{u_{\max}} = 0,9\sqrt{\lambda} \lg \frac{y}{r_0},$$

звідки

$$\lambda = \left[ \left( \lg \frac{u}{u_{\max}} \right) / \left( 0,9 \cdot \lg \frac{y}{r_0} \right) \right]^2 = \left[ \left( \lg \frac{2,3}{2,6} \right) / \left( 0,9 \cdot \lg \frac{0,11}{0,25} \right) \right]^2 = 0,0286.$$

Середню швидкість знаходимо за допомогою залежності

$$u_{\max}/v = 1 + 1,35\sqrt{\lambda} = 1 + 1,35\sqrt{0,0286} = 1,228,$$

$$v = 2,6/1,228 = 2,11 \text{ м/с.}$$

Втрати напору на тертя визначаємо за формулою Дарсі-Вейсбаха (4.12) [1]

$$h_l = \frac{\lambda \cdot l \cdot v^2}{d \cdot 2 \cdot g} = \frac{0,0286 \cdot 1 \cdot 2,11^2}{0,5 \cdot 19,6} = 0,013 \text{ м на 1 м труби.}$$

## 6.2 Завдання на СРС

**6.2.1** По трубі з діаметром  $d$  транспортується вода. В двох точках живого перерізу трубопроводу заміряні швидкості:  $u$  на відстані від стінки  $y$  і  $u_{\max}$  на осі труби. Знайти втрати напору на тертя на 10 м довжини трубопроводу.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	600	560	540	520	480	570	560	530	550	590
$y$ , м	0,18	0,12	0,13	0,14	0,15	0,11	0,125	0,135	0,15	0,16
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$u_{\max}$ , м/с	3,25	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8
$u$ , м/с	2,75	3,16	3,14	3,10	3,05	2,8	2,7	2,6	2,3	2,2

**6.2.2** Димові гази з температурою  $t$  рухаються в каналі прямокутного перерізу розміром  $a \times b$  зі швидкістю  $v$ . Фізичні властивості димових газів визначити при  $B = 760$  мм рт. ст.;  $P_{\text{CO}_2} = 0,13$ ;  $P_{\text{H}_2\text{O}} = 0,11$ ;  $P_{\text{N}_2} = 0,76$ . Визначити масову  $G$  і об'ємну  $Q$  витрату димових газів, число  $Re$ . Як зміниться  $G$ ,  $Q$  і  $Re$ , якщо розмір  $a$  зменшиться на  $b\%$ ?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a$ , мм	245	100	120	140	160	150	180	170	230	260
$v$ , м/с	1,5	3,0	2,9	3,1	3,2	2,8	2,7	2,6	2,5	2,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	1000	100	200	300	400	500	600	700	800	900
$b$ , %	48	20	25	30	23	27	29	31	33	51

**6.2.3** В трубі з товщиною стінки  $\delta_{\text{ст}}$  і зовнішнім діаметром  $D_3$  рухається вода, температура якої  $t$ . Масова витрата води  $G$ . Надлишковий тиск в трубі  $P$ . Барометричний тиск  $B$ . Визначити швидкість води в трубі, режим руху, абсолютний тиск, об'ємну витрату води.

Передостання цифра шифру	$D_3$ , мм	$\delta_{\text{ст}}$ , мм	$G$ , кг/год	Остання цифра шифру	$t$ , °C	$P$	$B$ , мм рт. ст.
0	101,3	2,0	14000	0	45	0,025 МПа	743
1	17,0	2,5	3600	1	10	0,1 бар	745
2	21,3	2,5	3700	2	20	0,05 бар	748
3	26,8	2,8	4100	3	30	0,15 бар	746
4	33,5	2,8	5400	4	40	120 мм рт. ст.	738
5	42,3	3,0	6200	5	50	140 мм рт. ст.	739
6	48,0	3,0	6800	6	60	160 мм рт. ст.	741
7	60,0	3,2	7400	7	70	0,02 МПа	742
8	75,5	3,5	9600	8	65	0,016 МПа	740
9	88,5	3,5	12000	9	55	0,018 МПа	741

**6.2.4** Трансформаторне масло з температурою  $t$  рухається в трубі з внутрішнім діаметром  $d$ . Швидкість масла в трубі  $v$ . Абсолютний тиск в трубі  $P_{\text{абс}}$ . Барометричний тиск  $B$ . Визначити масову і об'ємну витрату масла в

трубі, режим руху, надлишковий тиск в трубі в Па, кПа, МПа, бар, мм рт. ст.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t, ^\circ\text{C}$	100	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$P_{\text{абс}}, \text{МПа}$	0,147	0,16	0,17	0,14	0,15	0,18	0,136	0,145	0,13	0,134
$V, \text{мм рт. ст.}$	743	745	744	743	742	741	740	741	739	738
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{мм}$	54	20	23	25	33	37	40	45	48	51
$v, \text{м/с}$	0,61	0,3	0,35	0,40	0,32	0,38	0,42	0,46	0,49	0,53

**6.2.5** Сухе повітря з температурою  $t$  рухається в круглій трубі з внутрішнім діаметром  $D$ . Абсолютний тиск в трубі 760 мм рт. ст. Швидкість повітря  $v$ . Визначити масову і об'ємну витрату повітря, режим руху. Абсолютний тиск в трубі записати в Па, кПа, МПа, бар.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$D, \text{мм}$	280	100	150	200	250	300	350	400	450	260
$t, ^\circ\text{C}$	600	300	200	180	160	140	120	100	400	500
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$v, \text{м/с}$	8,3	4,0	4,6	4,3	4,1	5,2	5,7	6,1	7,6	8,0

**6.2.6** У круглій гладкій трубі з діаметром  $d$  рухається рідина зі швидкістю  $v$ . Температура рідини  $t$ . Визначити: 1) режим течії; 2) коефіцієнт тертя по довжині труби; 3) дотичне напруження на стінці труби та динамічну швидкість; 4) товщину ламінарного підшару; 5) товщину перехідного шару; 6) товщину пристінкової області; 7) гідравлічний нахил; 8) масову витрату.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Рідина	В	ПВ	В	ПВ	В	ПВ	В	ПВ	В	ПВ
$t, ^\circ\text{C}$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{мм}$	50	80	100	125	150	200	250	300	350	400
$v, \text{м/с}$	2,0	2,2	2,4	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	2,1	2,3

**6.2.7** Визначити втрати тиску на тертя по довжині  $\Delta P_l$  у сталевих трубах круглого перерізу і квадратного перерізу при рівних довжині, площі живого перерізу труб і швидкості руху води. Довжина труби  $l$ , площа живого перерізу  $\omega$ , середня швидкість руху води  $v$ , температура води  $t$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l, \text{м}$	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
$\omega, \text{м}^2$	0,032	0,034	0,036	0,038	0,040	0,042	0,044	0,046	0,048	0,05
$v, \text{м/с}$	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t, ^\circ\text{C}$	5	15	20	25	30	35	40	45	50	55

**6.2.8** По горизонтальному сталевому трубопроводі (ВТ – вид труби, СТ – стан труби) довжиною  $l$  подається вода, втрата води  $Q$ , втрати тиску  $\Delta P_l$ . Температура води, що подається  $t$ . Визначити діаметр  $d$  труби.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ВТ	БСТ	БСТ	СТЗ	СТЗ	СТЗ	СТЗ	БСТ	БСТ	СТЗ	СТЗ
СТ	НЧ	Е	НЧ	С	ПЗ	ДЗ	НЧ	Е	ПЗ	ДЗ
$t, ^\circ\text{C}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l, \text{м}$	900	920	940	960	980	1020	1040	1060	1080	1100
$Q, \text{м}^3/\text{с}$	0,019	0,021	0,022	0,024	0,026	0,028	0,023	0,025	0,018	0,027
$\Delta P_l \cdot 10^{-5}, \text{Па}$	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,25	2,35	2,45

Примітка. Вид труби: БСТ – безшовні сталеві труби; СТЗ – сталеві зварні труби; НЧ – нові чисті; С – старі іржаві; Е – після декількох років експлуатації; ПЗ – помірно іржаві; ДЗ – дуже іржаві.

**6.2.9** У водопровідній трубі (стан труби – СТ) з діаметром  $d$  рухається вода, температура якої  $t$ . Швидкість на осі труби  $u_{\max}$ . Заміри проведені трубкою Піто-Прандтля. Визначити об'ємну і масову витрати води.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
СТ	НЧ	С	ПЗ	ДЗ	НЧ	С	ПЗ	ДЗ	НЧ	С
$t, ^\circ\text{C}$	25	20	15	10	5	10	15	20	25	30
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{мм}$	280	310	320	322	330	314	290	296	286	316
$u_{\max}, \text{м/с}$	4,0	4,2	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,25	4,3	3,9

Примітка. СТ – стан труби; НЧ – нові чисті; С – старі іржаві; ПЗ – помірно іржаві; ДЗ – дуже іржаві.

**6.2.10** Вода рухається в трубі прямокутного поперечного перерізу з відношенням сторін  $a/b$  і в круглій трубі при тій же площі поперечного перерізу  $\omega$ . Визначити витрату води, якщо втрати тиску в цих трубах однакові і дорівнюють  $\Delta P_l$ , а довжина кожної труби  $L$ . Температура води  $t$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\omega \cdot 10^4, \text{м}^2$	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0
$L, \text{м}$	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12
$\Delta P_l, \text{Па}$	190	210	185	240	260	230	145	138	132	110
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a/b$	0,25	0,20	0,15	0,18	0,22	0,24	0,26	0,17	0,16	0,14
$t, ^\circ\text{C}$	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10

**6.2.11** В круглій трубі з діаметром  $d$  витрата води  $G$ . Температура води  $t$ . Матеріал труби – МГ. Стан труби – СТ. Визначити втрати напору та тис-

ку на тертя в трубі довжиною  $L$ . Визначити перепад тиску на цій же ділянці для двох випадків: 1) труба горизонтальна; 2) труба вертикальна – рух рідини зверху вниз.

Остання цифра шифру	d, мм	G	t, °C	Передостання цифра шифру	МТ	СТ	L, м
0	50	3,1	10	0	сталь (С)	безшовні, нові чисті (НЧ)	11
1	80	4,6	20	1	кольоровий метал (КМ)	нові чисті (НЧ)	12
2	100	10,5	30	2	скло (СК)	нові чисті (НЧ)	13
3	125	14,8	40	3	чавун (Ч)	нові	14
4	150	28	50	4	С	зварні (НЧ)	15
5	50	2,7	60	5	КМ	НЧ	16
6	80	5,4	70	6	СК	НЧ	17
7	100	14,1	80	7	Ч	дуже старі	18
8	125	17,2	90	8	С	зварні старі іржаві	19
9	150	31	100	9	КМ	НЧ	20

**6.2.12** Труба з матеріалу М має трикутний переріз – рівносторонній трикутник. Площа живого перерізу  $\omega$ , довжина труби  $L$ , витрата води  $Q$ , температура води  $t$ . Визначити втрати тиску на тертя.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0,29	0,43	0,32	0,38	0,47	0,42	0,36	0,48	0,62	0,043
$L, \text{ м}$	190	180	210	220	215	185	192	207	202	187
$\omega, \text{ м}^2$	0,04	0,05	0,06	0,042	0,053	0,066	0,038	0,052	0,064	0,047
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Матеріал, стан труби	СН	СС	ОН	ОЕ	СН	СС	ОН	ОЕ	СН	СС
$t, \text{ °C}$	45	40	35	30	25	20	15	10	5	30

Примітка. СН – сталеві нові; СС – сталеві старі; ОН – оцинковані нові; ОЕ – оцинковані, після декількох років експлуатації.

**6.2.13** По круглій трубі (матеріал і вид труби – МВТ, стан труби – СТ) з діаметром  $d$  і довжиною  $l$  подається трансформаторне масло (ТМ). Втрати на тертя по довжині труби  $\Delta P_l$ . Як зміниться витрата трансформаторного масла, якщо його температура зросте від  $t_1$  до  $t_2$ ?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
МВТ	ТКМ	БСТ	БСТ	ТКМ	БСТ	БСТ	ТКМ	БСТ	БСТ	БСТ
СТ	Н	Н	С	Н	Н	С	Н	Н	С	Н
$t_1, \text{ °C}$	10	15	20	25	30	40	50	60	35	45
$t_2, \text{ °C}$	90	80	70	60	50	10	110	90	75	120
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{ мм}$	15	20	25	18	22	27	30	32	28	24
$l, \text{ м}$	90	110	120	80	70	115	95	87	97	126
$\Delta P_l \cdot 10^{-5}, \text{ Па}$	2,0	2,5	2,7	1,9	1,8	2,1	1,95	1,86	1,92	1,7

Примітка. МВТ: БСТ – безшовні сталеві труби; ТКМ – тягнуті із кольорових металів; Н – нові; С – старі.

**6.2.14** В трубопровід із матеріалу Мт з діаметром  $d$  і довжиною  $l$  подається стисле повітря із надлишковим тиском  $P_1$ . Барометричний тиск  $B$ . Температура повітря  $t = 20$  °С. Швидкість на початку трубопроводу  $v_1$ . Визначити масову витрату повітря  $M$  і тиск в кінці трубопроводу  $P_2$ . Кінематична в'язкість повітря  $\nu = 15,7 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

Остання цифра шифру	Мт	d, мм	l, м	P <sub>1</sub> , атм	Передостання цифра шифру	B, мм рт. ст.	v <sub>1</sub> , м/с
0	СтЗСЗр		125	7,76	0	1,026	250
1	Скл	50	40	8	1	1,025	160
2	БСтН	80	110	7,9	2	1,022	170
3	БСтЕ	90	120	7,8	3	1,021	180
4	СтЗНЧ	110	130	8,1	4	1,019	190
5	СтЗПЗр	120	140	8,2	5	1,027	200
6	СтЗСЗр	140	150	7,85	6	1,020	210
7	Скл	40	50	7,95	7	1,018	220
8	БСтЕ		105	8,15	8	1,017	280
9	СтЗПЗр		115	8,23	9	1,024	240

Примітка. Матеріал Мт: Скл – скло, БСтН – безшовні сталеві нові труби, декілька років експлуатації; СтЗНЧ – сталеві зварні нові чисті труби; СтЗПЗ – сталеві зварні помірно іржаві; СтЗСЗр – сталеві зварні старі іржаві.

## 7 МІСЦЕВІ ВТРАТИ НАПОРУ (ТИСКУ) В ТРУБАХ

### 7.1 Приклади розв'язання задач

**7.1.1\*** Труба з діаметром  $d_1$ , яка розташована горизонтально, раптово переходить в трубу з діаметром  $d_2$ . Витрата води в трубі  $Q$ .

Потрібно визначити:

- втрати напору при раптовому розширенні труби;
- різницю тисків в обох трубах;
- втрати напору і різницю тисків для випадку, коли вода буде текти в протилежному напрямку (тобто з широкої труби у вузьку);
- різницю тисків при поступовому розширенні труби (вважаючи втрати напору дуже малими).

Дано:  $d_1 = 0,1$  м;  $d_2 = 0,15$  м;  $Q = 0,03$  м<sup>3</sup>/с.

*Розв'язування*

а) знаходимо втрати напору при раптовому розширенні трубопроводу за формулою Борда

$$h_{p.p.} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g};$$

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{0,03}{3,14 \cdot \frac{0,1^2}{4}} = 3,84 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot v_1 = \left(\frac{0,1}{0,15}\right)^2 \cdot 3,82 = 1,75 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$h_{p.p.} = \frac{(3,84 - 1,75)^2}{2 \cdot 9,81} = 0,22 \text{ м};$$

б) знаходимо різницю тисків в обох трубах за рівнянням Бернуллі

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{p.p.};$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho \cdot g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h_{p.p.}$$

або  $P_2 - P_1 = \frac{\rho \cdot (v_1^2 - v_2^2)}{2} - h_{p.p.} \cdot \rho g =$

$$= \frac{998,2 \cdot (3,84^2 - 1,75^2)}{2} - 0,22 \cdot 998,2 \cdot 9,8 = 3245 \text{ Па};$$

в) за зміни напрямку руху на зворотний, тобто з широкої труби у вузьку, швидкість в стислому перерізі

$$v_{ст} = \frac{\omega_1}{\omega_{ст}} \cdot v_1 = \frac{v_1}{\varepsilon}.$$

Ступінь стиснення потоку

$$n = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{0,1^2}{0,15^2} = 0,446.$$

Коефіцієнт стиснення струмини визначається за формулою

$$\varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - n} = 0,64.$$

Втрати напору при раптовому звуженні потоку

$$h_{p.зв.} = \frac{(v_{ст} - v_1)^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{\omega_1}{\omega_{ст}} - 1\right)^2 = \frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2 = \frac{3,82^2}{2 \cdot 9,8} \left(\frac{1}{0,64} - 1\right)^2 = 0,23 \text{ м}.$$

Різниця тисків



$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + h_{p.зв.} = 0,595 + 0,23 = 0,82 \text{ м};$$

$$P_2 - P_1 = 8000 \text{ Па};$$

г) якби був забезпечений плавний перехід від труби вузького перерізу до труби широкого перерізу, то різниця тисків дорівнювала б:

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho \cdot g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \frac{3,84^2 - 1,75^2}{2 \cdot 9,8} = 0,595 \text{ м};$$

$$P_2 - P_1 = 5840 \text{ Па}.$$

**7.1.2** У сталевому трубопроводі системи гарячого водопостачання з діаметром  $d$ , довжиною  $l$  рухається вода зі швидкістю  $v$ . Температура води  $t$ . У трубопроводі є  $n$  поворотів (вигинів) під кутом  $\alpha$  і пробковий кран. Визначити втрати тиску.

Дано:  $d = 12,5 \text{ мм}$ ;  $l = 100 \text{ м}$ ;  $v = 0,5 \text{ м/с}$ ;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $t = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $n = 2$ .

#### Розв'язування

Втрати тиску  $\Delta P_{\text{втр}}$  складаються з втрат на тертя по довжині  $\Delta P_l$  і втрат в місцевих опорах  $\Delta P_m$ . Число Рейнольдса (при  $v = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ; табл. А.12)

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{0,5 \cdot 0,0125}{0,55 \cdot 10^{-6}} = 11,8 \cdot 10^3.$$

Для сталевого трубопроводу  $k_e = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$  (табл. Б.1) відносна шорсткість

$$\frac{k_e}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,0125} = 4 \cdot 10^{-3}.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя знаходимо за універсальною формулою

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,0125} + \frac{68}{11,8 \cdot 10^3} \right)^{0,25} = 0,035.$$

Втрати тиску на тертя по довжині трубопроводу при  $\rho = 988 \text{ кг/м}^3$  (табл. А.12)

$$\Delta P_l = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 0,035 \cdot \frac{100}{0,0125} \cdot 988 \cdot \frac{0,5^2}{2} = 3,56 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Коефіцієнт місцевих опорів визначаємо за формулою

$$\zeta = \frac{A}{Re} + \zeta_{\text{кв}};$$

для повороту під кутом  $90^\circ$   $\zeta_{\text{кв}} = 1,4$ ;  $A = 400$  (табл. Б.2),

для пробкового крана  $\zeta_{\text{кв}} = 0,4$ ;  $A = 150$  (табл. Б.2).

Сума коефіцієнтів місцевих опорів

$$\sum \zeta = 2 \cdot \left( \frac{400}{11,8 \cdot 10^3} + 1,4 \right) + \left( \frac{150}{11,8 \cdot 10^3} + 0,4 \right) = 3,27.$$

Місцеві втрати тиску

$$\Delta P_{\text{м}} = \sum \zeta \cdot \rho \cdot v^2 / 2 = 3,27 \cdot 988 \cdot 0,5^2 / 2 = 420 \text{ Па}.$$

Сумарні втрати тиску

$$\Delta P_{\text{втр}} = \Delta P_l + \Delta P_{\text{м}} = 3,56 \cdot 10^4 + 420 = 3,6 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

**7.1.3** Визначити втрати тиску при русі води в сталевому трубопроводі діаметром  $d$ , довжиною  $L$ , який складається із секцій довжиною по  $l$ , які зварені електродуговим зварюванням товщиною виступу стику над внутрішньою поверхнею трубопроводу  $\delta$ . Порівняти з втратами тиску в тому ж трубопроводі без врахування стиків, якщо витрата води  $Q$ , температура води  $t$ .

Варіант даних:  $d = 0,1$  м;  $L = 200$  м;  $l = 10$  м;  $\delta = 3$  мм;  $Q = 0,05$  м<sup>3</sup>/с;  $t = 20$  °С.

#### *Розв'язування*

У зварному трубопроводі втрати тиску складаються із втрат по довжині і втрат у зварних стиках:

$$\Delta P_{\text{втр}} = \left( \lambda \frac{L}{d} + \zeta_{\text{ст.}} \right) \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}.$$

Швидкість води

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,05}{3,14 \cdot 0,1^2} = 6,35 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса (при  $\nu = 1,01 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с; табл. А.12)

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{6,35 \cdot 0,1}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 6,35 \cdot 10^5$$

Абсолютна шорсткість сталеві труби  $k_e = 5 \cdot 10^{-5}$  м (табл. Б.1).

Відносна шорсткість

$$\frac{k_e}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,1} = 5 \cdot 10^{-4}.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя визначаємо за формулою (4.50) [1]

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{Re} + \frac{k_e}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{63,5 \cdot 10^4} + 5 \cdot 10^{-4} \right)^{0,25} = 0,0175.$$

Коефіцієнт місцевого опору одного зварного стику знаходимо за формулою

$$\zeta_{ст.} = 14 \cdot \left( \frac{\delta}{d} \right)^{3/2} = 14 \cdot \left( \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,1} \right)^{3/2} = 0,07.$$

Кількість стиків

$$n = L/l = 200/10 = 20.$$

При густині води  $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$  (табл. А.12)

$$\begin{aligned} \Delta P_{втр} &= \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} + n \cdot \zeta_{ст.} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0,0175 \cdot \frac{200}{0,1} \cdot 998,2 \cdot \frac{6,35^2}{2} + \\ &+ 20 \cdot 0,07 \cdot 998,2 \cdot \frac{6,35^2}{2} = 7,5 \cdot 10^5 \text{ Па} = 750 \text{ кПа}. \end{aligned}$$

Втрати тиску в тому ж трубопроводі без стиків

$$\Delta P_{тр.} = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0,0175 \cdot \frac{200}{0,1} \cdot 998,2 \cdot \frac{6,35^2}{2} = 7,2 \cdot 10^5 \text{ Па} = 720 \text{ кПа}.$$

Таким чином, у випадку, що розглядається, зварні стики збільшують втрати тиску на 4%.

**7.1.4** Знайти витрати тиску  $\Delta P_M$  на подолання місцевих опорів при русі води в сталевому трубопроводі діаметром  $d$  при повороті на кут  $\alpha$  без вставки і зі вставкою (рис. 7.1). Знайти найменшу довжину вставки  $l_{впл.}$ , за якої відсутній взаємний вплив двох місцевих опорів, швидкість води  $v$ , температура води  $t$ .

Дано:

1 варіант:  $d = 0,03 \text{ м}$ ;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $v = 4 \text{ м/с}$ ;  $t = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ .

2 варіант:  $d = 0,04 \text{ м}$ ;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $v = 4,5 \text{ м/с}$ ;  $t = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ .

3 варіант:  $d = 0,025$  м;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $v = 5$  м/с;  $t = 20$  °С.

*Розв'язування (3 варіант)*

Втрати тиску при повороті на кут  $90^\circ$  без вставки (а) і зі вставкою (б) знаходимо за формулою (5.2) [1]

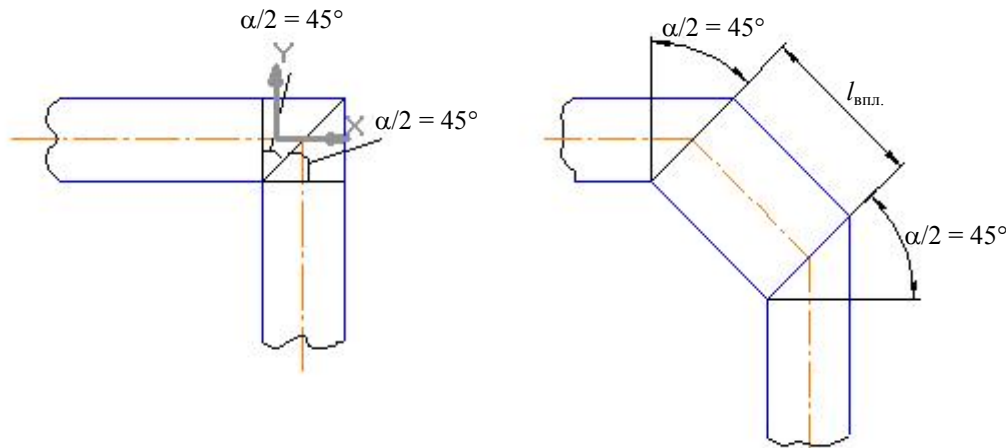


Рисунок 7.1

$$\Delta P_{(a)} = \zeta_{90^\circ} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \quad \text{і} \quad \Delta P_{(б)} = 2 \cdot \zeta_{135} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}.$$

Приймаючи  $v = 1,01 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с (табл. А.12), знаходимо число Рейнольдса для потоку води в трубі:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{5 \cdot 0,025}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 12,5 \cdot 10^4.$$

Відносна шорсткість при  $k_e = 5 \cdot 10^{-5}$  м (табл. Б.1)

$$\frac{k_e}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{25 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-3}.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя трубопроводу визначаємо за формулою (4.50) [1]

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( 2 \cdot 10^{-3} + \frac{68}{12,5 \cdot 10^4} \right)^{0,25} = 0,0248.$$

Коефіцієнт місцевого опору при різкому повороті на  $90^\circ$  (табл. Б.2)  $\zeta_{90^\circ} = 1,3$ . Коефіцієнт місцевого опору при різкому повороті на  $135^\circ$  знаходимо за формулою

$$\zeta_{135^\circ} = \zeta_{90^\circ} \cdot (1 - \cos \alpha) = 1,3 \cdot (1 - \cos 135^\circ) = 1,3 \cdot (1 - \sqrt{3}/2) = 0,17.$$

Два повороти під кутом  $\alpha = 135^\circ$  не впливають один на одного, якщо відстань між ними більша, ніж  $l_{\text{впл.}}$ , яку знаходимо за формулою

$$\frac{l_{\text{впл.}}}{d} = \frac{12}{\sqrt{\lambda}} - 50 = \frac{12}{\sqrt{0,0248}} - 50 = 26;$$

$$l_{\text{впл.}} = 26 \cdot d = 26 \cdot 0,025 = 0,65 \text{ м.}$$

Таким чином, якщо відстань між двома поворотами  $\alpha = 135^\circ$  більша, ніж  $l_{\text{впл.}} = 0,65$  м, місцеві опори не будуть впливати один на одного. У цьому випадку

$$\frac{\Delta P_{90^\circ}}{\Delta P_{135^\circ}} = \frac{\zeta_{90^\circ}}{2\zeta_{135^\circ}} = \frac{1,3}{2 \cdot 0,17} = 3,8.$$

Вставка може знизити втрати тиску орієнтовно в 4 рази.

## 7.2 Завдання на СРС

**7.2.1\*** Труба з діаметром  $d_1$ , яка розташована горизонтально, раптово переходить в трубу з діаметром  $d_2$ . Витрата води в трубі  $Q$ .

Потрібно визначити:

- втрати напору при раптовому розширенні труби;
- різницю тисків в обох трубах;
- втрати напору і різницю тисків для випадку, коли вода буде текти в протилежному напрямку (тобто з широкої труби у вузьку);
- різницю тисків при поступовому розширенні труби (вважаючи втрати напору дуже малими).

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$d_1$ , м	0,05	0,07	0,075	0,08	0,085	0,09	0,095	0,11	0,115	0,12	0,125	0,13	0,135	0,14
$d_2$ , м	0,07	0,11	0,115	0,12	0,125	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,2	0,21
$Q$ , м <sup>3</sup> /с	0,008	0,012	0,015	0,018	0,02	0,025	0,029	0,032	0,036	0,045	0,055	0,065	0,06	0,07

**7.2.2** Визначити втрати тиску при русі води в сталевому трубопроводі з діаметром  $d$ , довжиною  $L$ , який складається із секцій довжиною по  $l$ , які зварені електродуговим зварюванням, товщиною виступу стику над внутрішньою поверхнею трубопроводу  $\delta$ . Порівняти з втратами тиску в тому ж трубопроводі без врахування стиків, якщо витрата води  $Q$ , температура води  $t$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	0,06	0,07	0,09	0,2	0,11	0,125	0,15	0,16	0,17	0,18
$Q$ , м <sup>3</sup> /с	0,015	0,024	0,039	0,2	0,052	0,08	0,11	0,135	0,14	0,18
$\delta$ , мм	2	2,5	3	3,5	4	2	2,5	3	3,5	4
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L$ , м	250	180	240	245	90	110	210	207	152	119
$l$ , м	10	9	8	7	6	5	10	9	8	7
$t$ , °С	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55

**7.2.3** У сталевому трубопроводі системи гарячого водопостачання з діаметром  $d$ , довжиною  $l$  рухається вода зі швидкістю  $v$ . Температура води  $t$ . У трубопроводі є  $n$  поворотів (вигинів) під кутом  $\alpha$  і пробковий кран. Визначити втрати тиску.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	12,5	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0	16,0
$l$ , м	120	110	120	130	140	150	160	170	180	200
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$v$ , м/с	0,8	0,6	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
$\alpha$ , гр.	30	60	90	100	120	40	50	70	80	60
$t$ , °С	40	45	50	55	60	65	70	75	65	60
$n$	2	2	3	3	4	4	5	6	5	6

**7.2.4** З метою обмеження витрати води у водогоні встановлена діафрагма. Надлишковий тиск в трубі до і після діафрагми сталий і дорівнює відповідно  $P_1$  та  $P_2$ . Діаметр труби  $D$ . Визначити необхідний діаметр отвору діафрагми  $d$  з таким розрахунком, щоб витрата в лінії дорівнювала  $Q$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1$ , кПа	63,7	50,3	87,2	23,1	32,5	48,3	57,1	37,2	41,1	59,1
$P_2$ , кПа	20,5	25,7	52,8	13,2	20,1	22,7	31,5	12,1	32,5	31,9
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$D$ , м	0,076	0,05	0,1	0,08	0,15	0,125	0,2	0,175	0,3	0,25
$Q$ , л/с	6,1	4,2	8,1	6,5	18	19,3	28,5	31	85	55

**7.2.5\*** Вода з температурою  $t$  рухається по тепловій мережі. На початку і в кінці розглянутої ділянки встановлено манометри. Манометр на початку ділянки має покази  $P_{M1}$ . Визначити тиск  $P_{M2}$ , якщо діаметр вхідного перерізу  $D$ , а вихідного –  $d$ , еквівалентна шорсткість труб  $k_e = 0,5$  мм, трубопровід містить різке звуження та зворотний клапан, швидкість води у початковому перерізі  $v_1$  (рис. 7.2). Визначити також найменшу відстань між місцевими опорами, щоб не проявлявся їх взаємний вплив.

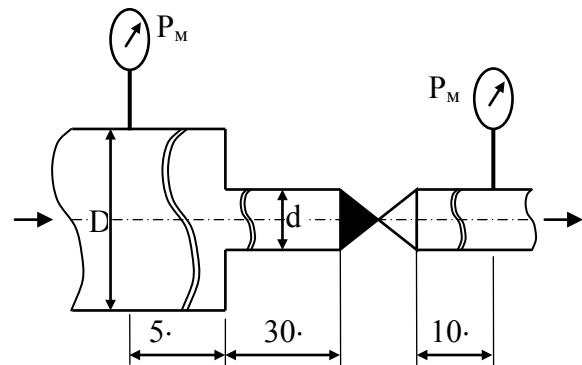


Рисунок 7.2

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$v_1$ , м/с	1,1	1,2	1,3	1,4	1,0	1,1	1,5	1,4	1,2	1,3
$t$ , °С	70	130	90	150	80	110	60	140	50	100
$P_{m1}$ , кПа	63,7	50,3	87,2	23,1	32,5	48,3	57,1	37,2	41,1	59,1
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , м	0,015	0,032	0,065	0,025	0,08	0,02	0,1	0,05	0,125	0,04
$D$ , м	0,032	0,08	0,10	0,040	0,15	0,05	0,15	0,125	0,25	0,065

**7.2.6** Розрахувати коефіцієнт місцевого опору фільтра, який встановлений на трубопроводі з діаметром  $d$ , якщо перепад тиску на фільтрі при витраті води  $G$  (температура води  $t$ ) становить величину  $\Delta P = P_{m1} - P_{m2}$  (рис. 7.3).

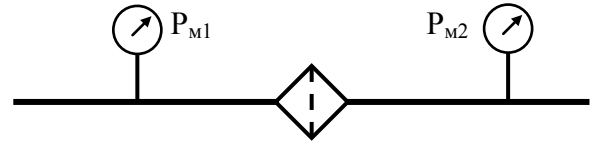


Рисунок 7.3

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °С	5	10	15	20	25	30	5	10	15	20
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G$ , кг/с	1,23	3,0	7,0	0,5	1,0	2,6	2,5	2,0	1,0	1,4
$d$ , мм	25	18	16	32	30	15	16	28	20	22
$\Delta P$ , бар	3,45	2,19	1,8	3,2	3,95	3,05	2,51	2,10	1,53	1,02

**7.2.7** В перерізах I-I і II-II, які розташовані на відстані  $L$  один від одного на скляному трубопроводі, встановлені п'єзометри. Визначити коефіцієнт місцевого опору, встановленого на скляному трубопроводі з діаметром  $d$ , якщо при витраті води  $G$  (температура води  $t$ ) різниця показань п'єзометрів дорівнює  $h$  (рис. 7.4).

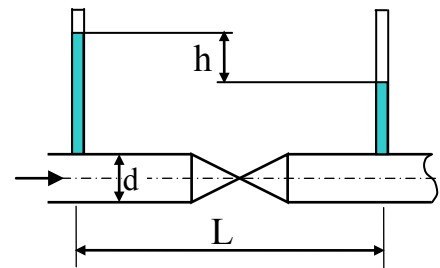


Рисунок 7.4

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °С	5	7	10	12	15	5	10	15	7	12
$G$ , кг/с	0,38	0,39	0,40	0,41	0,42	0,43	0,38	0,39	0,40	0,42
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L$ , м	12,2	2,0	3,1	4,0	4,95	6,3	7,1	8,4	9,2	10,6
$d$ , мм	30	15	16	18	20	22	24	12	14	28
$h$ , мм	790	310	355	397	460	530	565	637	705	825

**7.2.8** Визначити втрати тиску (в Па, кПа, бар, атм, МПа) на вентилі, який встановлений на трубопроводі з діаметром  $d$ , при витраті води  $G$  (рис. 7.5). Коефіцієнт місцевого опору  $\zeta$  заданий. Температура води  $t$ .

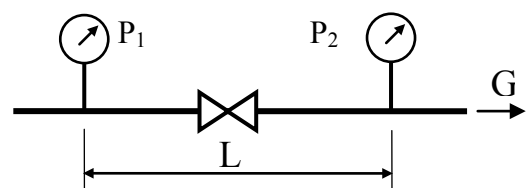


Рисунок 7.5

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t, °C	5	10	15	20	25	30	5	10	15	20
ζ	30	3	4	5	6	7	9	14	19	26
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
G, кг/с	1,3	0,21	0,29	0,41	0,53	0,62	0,74	0,79	0,9	1,1
d, мм	45	15	18	20	25	32	40	16	22	30

\* в розрахунках застосовувати рівняння Бернуллі.

## 8 РІВНЯННЯ БЕРНУЛЛІ, РОЗРАХУНОК ПРОСТИХ ТРУБОПРОВІДІВ

### 8.1 Приклади розв'язання задач

**8.1.1** Визначити швидкість газів в газоході парового котла, якщо динамічний напір, замірваний за допомогою спиртового манометра, дорівнює  $h_{\text{сп}} = 4$  мм, середня температура газів в газоході  $t_r = 367$  °C. Густина газів за нормальних фізичних умов  $\rho_r = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>; густина спирту  $\rho_{\text{сп}} = 0,8$  кг/м<sup>3</sup>;  $\varphi = 0,98$ .

*Розв'язування*

Швидкість газів в газоході визначається за формулою

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_r},$$

де  $h_r$  – динамічний напір, м газ. ст.

Густина газів при  $t_r = 367$  °C

$$\rho_r = \rho_r^0 \cdot [273 / (273 + t_r)] = 1,29 \cdot [273 / (273 + 367)] = 0,55 \text{ кг/м}^3,$$

тоді динамічний напір в метрах газового стовпа буде дорівнювати

$$h_r = (h_{\text{сп}} \cdot \rho_{\text{сп}}) / \rho_r = (0,004 \cdot 0,8) / 0,55 = 5,82 \text{ м газ. ст.}$$

Швидкість газів

$$v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_r} = 0,98 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5,82} = 9,3 \text{ м/с.}$$

**8.1.2** Визначити теоретичну витрату води, якщо різниця напорів у великому і малому перерізах водоміра Вентурі  $\Delta h_{\text{рт}} = 500$  мм рт. ст. Діаметр трубопроводу  $D = 300$  мм, діаметр циліндричної ділянки водоміра  $d = 100$  мм (рис. 6.5) [1].



### Розв'язування

Для розв'язання скористаємося формулою

$$Q = \omega_1 \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta h}{(\omega_1/\omega_2)^2 - 1}}$$

Різниця п'єзометричних напорів у метрах водяного стовпа

$$\Delta h = \frac{\Delta h_{\text{рт}} \cdot (\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{в}}) \cdot g}{\rho_{\text{в}} \cdot g} = \frac{0,5 \cdot (13,6 - 1) \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} = 6,3 \text{ м.}$$

Витрата води

$$Q = \frac{3,14 \cdot 0,3^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 6,3}{(0,3^2/0,1^2)^2 - 1}} = 0,08715 \text{ м}^3/\text{с.}$$

**8.1.3** Визначити режим руху води у стані насичення по трубопроводі, що має внутрішній діаметр 125 мм, при об'ємній витраті  $Q_t = 88,2 \text{ м}^3/\text{год}$ . Температура води  $150 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### Розв'язування

Для того, щоб визначити режим руху води по трубопроводі, необхідно обчислити критерій Рейнольдса

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

Швидкість руху води дорівнює

$$v = \frac{Q_t}{\omega} = \frac{Q_t}{\pi \cdot d^2 / 4} = \frac{88,2 \cdot 4}{3600 \cdot 3,14 \cdot 0,125^2} = 2 \text{ м/с.}$$

За табл. А.12 знаходимо  $\mu$  для води при  $t = 150 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\mu = 186,2 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2.$$

Тоді  $\nu = \mu/\rho = 186,2 \cdot 10^{-6} / 917 = 0,203 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Оскільки

$$Re = \frac{2 \cdot 0,125}{0,202 \cdot 10^{-6}} = 1,18 \cdot 10^6 \gg 2300,$$

то режим руху води турбулентний.

**8.1.4** Для потреб гарячого водопостачання до споживачів подається вода в кількості  $Q = 200 \text{ м}^3/\text{год}$  при температурі  $t = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ . Довжина трубопроводу  $l = 1000 \text{ м}$ , внутрішній діаметр  $d_t = 259 \text{ мм}$ , тиск води на початку лінії  $P_1 = 5 \text{ кгс/см}^2$ . Відмітка осі трубопроводу в кінцевій точці на 2 м вища початкової. Визначити повний напір і тиск на початку і кінці трубопроводу, якщо шорсткість труб  $k_e = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ , а втрата напору в місцевих опорах дорівнює 10% лінійних втрат.

*Розв'язування*

Повний напір в початковій точці визначається за рівнянням Бернуллі

$$H_1 = Z_1 + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g}.$$

Напір в кінці трубопроводу

$$H_2 = H_1 - \Sigma h_{\text{втр}}.$$

Втрати напору визначимо за рівнянням

$$\Sigma h_{\text{втр}} = h_l + \Sigma h_m = 1,1 \cdot h_l = 1,1 \cdot \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}.$$

Визначимо характер руху рідини в трубопроводі

$$v_m = 568 \cdot \frac{v}{k_e}.$$

При  $t = 70 \text{ }^\circ\text{C}$  коефіцієнт кінематичної в'язкості (табл. А.12)  
 $v = 0,416 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$

$$v_m = 568 \cdot \frac{0,416 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-4}} = 0,472 \text{ м/с}.$$

Швидкість води в трубопроводі

$$v = \frac{4 \cdot Q}{3600 \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 200}{3600 \cdot 3,14 \cdot 0,259^2} = 1,055 \text{ м/с}.$$

Оскільки  $v > v_m$ , то коефіцієнт гідравлічного тертя потрібно визначати за формулою Шифринсона

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{0,0005}{0,259} \right)^{0,25} = 0,024.$$

Зрештою знайдемо втрати напору за умови, що  $\rho_v = 977,81 \text{ кг/м}^3$  (табл. А.12), з урахуванням місцевих втрат, які за умовою задачі становлять 10% лінійних

$$\sum h_{\text{втр}} = 1,1 \cdot 0,024 \cdot \frac{1000}{0,259} \cdot \frac{1,055^2}{2 \cdot g} = 5,78 \text{ м вод. ст. або } 55467 \text{ Па.}$$

Якщо прийняти за початок відліку  $Z_1 = 0$ , то

$$H_1 = 0 + \frac{5 \cdot 9,81 \cdot 10^4}{977,81 \cdot 9,81} + \frac{1,055^2}{2 \cdot 9,81} = 51,186 \text{ м};$$

$$H_2 = 51,186 - 5,78 = 45,406 \text{ м.}$$

Тиск в кінці трубопроводу (згідно з рівнянням Бернуллі)

$$P_2 = P_1 - \rho \cdot g \cdot (\sum h_{\text{втр}} + (Z_2 - Z_1)) = 5 \cdot 98066,5 - 55467 - (2 - 0) \cdot 977,81 \cdot 9,91 =$$

$$= 415681 \text{ Па або } 4,24 \text{ кгс/см}^2.$$

**8.1.5** Визначити максимальну швидкість води ( $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ ) в трубопроводі, якщо різниця повного і п'єзометричного напорів за ртутним дифманометром дорівнює 20 мм рт. ст.

#### *Розв'язування*

Максимальна швидкість води в трубі матиме місце в центрі труби, тобто, збігатиметься з віссю установлення трубки для виміру швидкісного напору. Запишемо розрахункову формулу

$$v_{\text{макс}} = a \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h \cdot \left( \frac{\rho_{\text{рт}}}{\rho_v} - 1 \right)},$$

де  $\rho_{\text{рт}} = 13\,600 \text{ кг/м}^3$ ,

$$v_{\text{макс}} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \frac{13600}{1000} - 1 \right)} = 2,44 \text{ м/с.}$$

**8.1.6** Визначити можливу витрату води з водопроводу в будівлі, розташованій на відстані 1 км від водонапірної башти, якщо відомо, що рівень води в башті підтримується постійним на висоті 20 м. Вода в будівлю має бути подана на висоту 10 м. Водопровід має внутрішній діаметр  $d = 175 \text{ мм}$  і прокладений по прямій між водонапірною баштою і будівлею.

#### *Розв'язування*

Для визначення витрати води з водопроводу,  $\text{м}^3/\text{с}$ , скористаємося формулою

$$Q = K \cdot \sqrt{\Sigma h_{\text{втр}} / L},$$

де  $K$  – витратна характеристика труби, визначається за [23]; для  $d = 175$  мм знаходимо  $K^2 = 0,05274$ .

Втрата напору визначається різницею висот рівня води в башті і в будівлі  $\Sigma h_{\text{втр}} = 20 - 10 = 10$  м.

Тоді

$$Q = \sqrt{K^2 \cdot \frac{\Sigma h_{\text{втр}}}{L}} = \sqrt{0,05274 \cdot \frac{10}{1000}} = 0,023 \text{ м}^3/\text{с}.$$

**8.1.7** Визначити необхідну висоту рівня води в напірному баці, призначеному для подачі води споживачам по трубопроводі з діаметром  $d = 125$  мм і завдовжки  $l = 1200$  м, якщо витрата  $Q = 60$  м<sup>3</sup>/год.

#### *Розв'язування*

Висота рівня водопровідного бака має бути такою, щоб подолати опори на шляху від бака до споживача. Отже, висота рівня води в баці має дорівнювати або бути більшою втрат напору

$$h \geq \Sigma h_{\text{втр}} = Q^2 \cdot \frac{l}{K^2}.$$

Витратну характеристику  $K$  знаходимо за [23]. При  $d = 125$  мм:  $K^2 = 0,009416$ .

Тоді

$$h \geq \left( \frac{60}{3600} \right)^2 \cdot \frac{1200}{0,009416} = 35,5 \text{ м}.$$

**8.1.8** Із відкритого резервуара А, в якому підтримується сталий рівень рідини, по трубопроводі із двох послідовно з'єднаних труб рідина (вода) перетікає у резервуар Б (рис. 8.1). Різниця рівнів води в резервуарах дорівнює  $H$ . Довжина труб  $l_1, l_2$ , а їх внутрішні діаметри  $d_1, d_2$ .

Дано:  $H = 27$  м;  $l_1 = 30$  м;  $l_2 = 10,5$  м;  $d_1 = 22$  мм;  $d_2 = 60$  мм; коефіцієнт тертя по довжині труби  $\lambda = 0,028$ .

Визначити :  $Q$ .

#### *Розв'язування*

На рис. 8.1 подана розрахункова схема, на якій позначені діаметри та довжина труб, різниця рівнів рідини. Для розв'язання задачі застосовуємо рівняння Бернуллі. Для цього вибираємо площину порівняння 0–0, вона має бути горизонтальною і мати два перерізи по довжині потоку I–I та II–II.

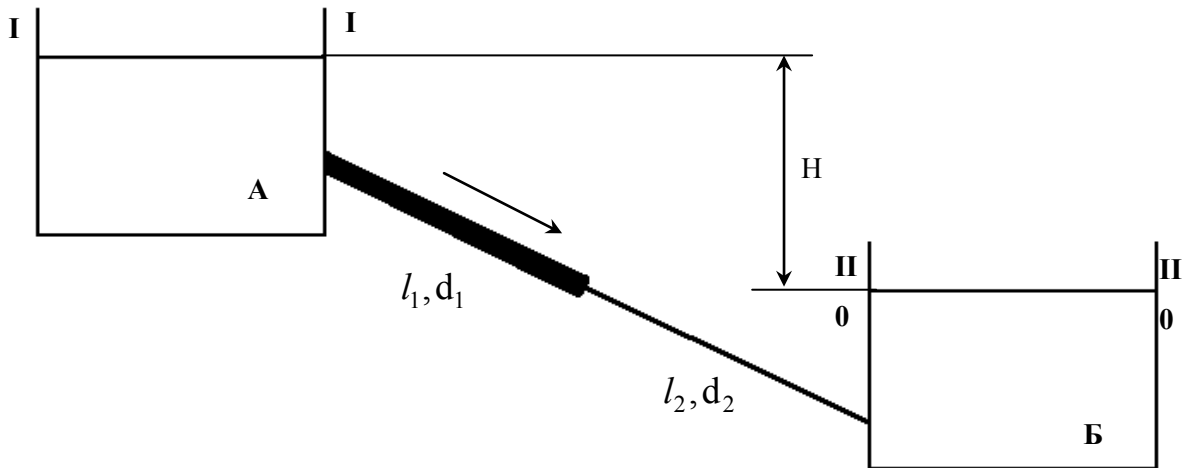


Рисунок 8.1

Перерізи вибираються за напрямком руху рідини так, щоб для одного з них були відомі всі величини ( $Z$ ,  $P$ ,  $v$ ), а для другого – одна чи дві з них підлягали визначенню.

В цьому випадку переріз I–I збігається з рівнем рідини в резервуарі А, переріз II–II збігається з рівнем рідини в резервуарі Б і з площиною порівняння 0–0.

Запишемо рівняння Бернуллі в загальному вигляді

$$Z_I + \frac{P_I}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \cdot v_I^2}{2 \cdot g} = Z_{II} + \frac{P_{II}}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \cdot v_{II}^2}{2 \cdot g} + h_{\text{втр}},$$

де  $Z_I, Z_{II}$  – геометрична висота, яка характеризує потенціальну енергію положення одиниці ваги рідини;

$\frac{P_I}{\rho \cdot g}, \frac{P_{II}}{\rho \cdot g}$  – п'єзометрична висота, яка характеризує потенціальну енергію тиску одиниці ваги рідини (питома енергія тиску);

$\frac{\alpha_1 \cdot v_I^2}{2 \cdot g}, \frac{\alpha_2 \cdot v_{II}^2}{2 \cdot g}$  – швидкісна висота, що характеризує кінетичну енергію одиниці ваги рідини;

$h_{\text{втр}}$  – втрачена висота, яка характеризує енергію одиниці ваги рідини, що витрачена на подолання гідравлічних опорів на шляху між перерізами.

Приймаємо  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ .

Згідно з розрахунковою схемою:  $Z_1 = H$ ;  $Z_2 = 0$ ;  $P_1 = P_2 = P_{\text{атм}}$ ;  $v_1 = v_2 = 0$ , оскільки площі живого перерізу ємностей А і Б значно більші площі живого перерізу першої і другої труби.

Втрати енергії I–I і II–II визначаємо так

$$h_{\text{втр}} = h_{\text{вх}} + h_{l1} + h_{\text{p.p.}} + h_{l2} + h_{\text{вих}},$$

де  $h_{\text{вх}} = \zeta_{\text{вх}} \frac{v_1^2}{2g}$  – втрати енергії (напору) на вході води в першу трубу,

м вод. ст.,

де  $\zeta_{\text{вх}}$  – коефіцієнт місцевого опору входу води в першу трубу,  $\zeta_{\text{вх}} = 0,5$ ;  
 $v_1$  – середня швидкість води в першій трубі, м/с,  $v_1 = 4 \cdot Q / (\pi \cdot d_1^2)$ ;

$h_{l1} = \lambda \times \frac{l_1}{d_1} \times \frac{v_1^2}{2g}$  – втрати енергії (напору) по довжині першої труби, м вод.

ст.;

$h_{\text{р.р.}} = \zeta_{\text{р.р.}} \cdot \frac{v_2^2}{2g}$  – втрати енергії (напору) в раптовому розширенні,

м вод. ст.,

де  $\frac{v_2^2}{2g}$  – швидкісний напір, який розраховується за швидкістю за місцевим опором;

вим опором;

$\zeta_{\text{р.р.}} = \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right) = \left( \frac{0,028}{0,00038} - 1 \right) = 6,4$  – коефіцієнт місцевого опору в раптовому розширенні,  $n = \omega_2 / \omega_1$ ;  $\omega_1, \omega_2$  відповідно площа живого перерізу першої і другої труби,  $\text{м}^2$ ;

товому розширенні,  $n = \omega_2 / \omega_1$ ;  $\omega_1, \omega_2$  відповідно площа живого перерізу першої і другої труби,  $\text{м}^2$ ;

$$\omega_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,022^2}{4} = 0,00038, \quad \omega_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,06^2}{4} = 0,0028;$$

$h_{l2} = \lambda \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}$  – втрати енергії (напору) по довжині другої труби,

м вод. ст.,

де  $v_2$  – середня швидкість води в другій трубі, м/с,  $v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2}$ ;

$h_{\text{вих}} = \zeta_{\text{вих}} \cdot \frac{v_2^2}{2g}$  – втрати енергії (напору) на виході води з другої труби у

великий об'єм, м вод. ст.,

де  $\zeta_{\text{вих}}$  – коефіцієнт місцевого опору на виході води з другої труби у великий об'єм, м вод. ст.,  $\zeta_{\text{вих}} = 1,0$ .

Підставимо всі вирази для визначення втрат в рівняння Бернуллі.

Тоді рівняння Бернуллі відносно конкретної розрахункової схеми буде мати такий вигляд

$$H = \zeta_{\text{вх}} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{\text{р.р.}} \cdot \frac{v_2^2}{2g} + \lambda \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{\text{вих}} \cdot \frac{v_2^2}{2g}.$$

Виразимо  $v_1$  і  $v_2$  через  $Q$ , отримаємо

$$H = \zeta_{\text{вх}} \cdot \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \lambda \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \zeta_{\text{р.р.}} \cdot \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \\ + \lambda \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \zeta_{\text{вих}} \cdot \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g}.$$

Розв'яжемо отриманий вираз відносно  $Q$ , маємо:

$$Q = \sqrt{H \cdot \left[ \frac{16}{\pi^2 \cdot d_1^4 \cdot 2g} \cdot \left( \zeta_{\text{вх}} + \lambda \cdot \frac{l_1}{d_1} \right) + \frac{16}{\pi^2 \cdot d_2^4 \cdot 2g} \cdot \left( \zeta_{\text{р.р.}} + \lambda \cdot \frac{l_2}{d_2} + \zeta_{\text{вих}} \right) \right]^{-1}};$$

$$Q = \left( 27 \cdot \left[ \frac{16}{\pi^2 \cdot 0,022^4 \cdot 2g} \cdot \left( 0,5 + 0,028 \cdot \frac{30}{0,022} \right) + \frac{16}{\pi^2 \cdot 0,06^4 \cdot 2g} \cdot \left( 6,4 + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + 0,028 \cdot \frac{10,5}{0,06} + 1,0 \right) \right]^{-1} \right)^{0,5} = 0,0014 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Швидкість в першій та другій трубі

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,0014}{\pi \cdot 0,022^2} = 3,69 \text{ м/с}; \quad v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,0014}{\pi \cdot 0,06^2} = 0,495 \text{ м/с}.$$

## 8.2 Завдання на СРС

**8.2.1** Визначити можливу витрату води з бака для споживача, що знаходиться на відстані 300 м, якщо трубопровід має внутрішній діаметр  $d = 150$  мм, а рівень води в баці підтримується постійним на висоті 18 м.

*Відповідь:*  $Q = 133 \text{ м}^3/\text{год}$ .

**8.2.2** Визначити діаметр труби, через яку необхідно подати  $180 \text{ м}^3/\text{год}$  води на відстань 300 м, якщо рівень води в напірному баці на 15 м вищий за місце водозабору.

*Відповідь:*  $d = 175 \text{ мм}$ .

**8.2.3** Визначити максимальну швидкість води в трубопроводі, якщо різниця рівнів ртуті в U-подібному манометрі, приєднаному до напірної трубки, дорівнює 10 мм рт. ст.

*Відповідь:*  $v = 1,54$  м/с.

**8.2.4** Для визначення витрати бензину, що подається по трубі з діаметром  $D = 20$  мм, встановлено сопло діаметром  $d = 10$  мм і приєднані п'єзометри (рис. 8.2). Визначити витрату бензину по трубі, якщо різниця рівнів бензину в п'єзометрах  $\Delta h = 1$  м.

Коефіцієнт витрати сопла  $\mu = 1$ .

*Відповідь:*  $Q = 0,799$  л/с.

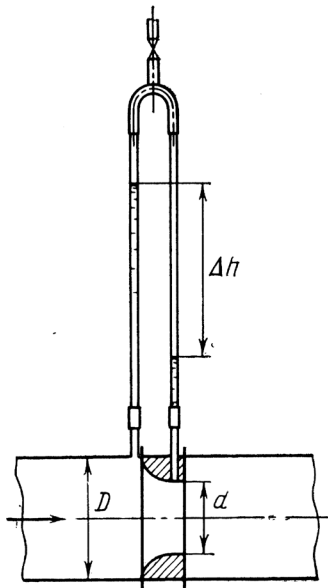


Рисунок 8.2

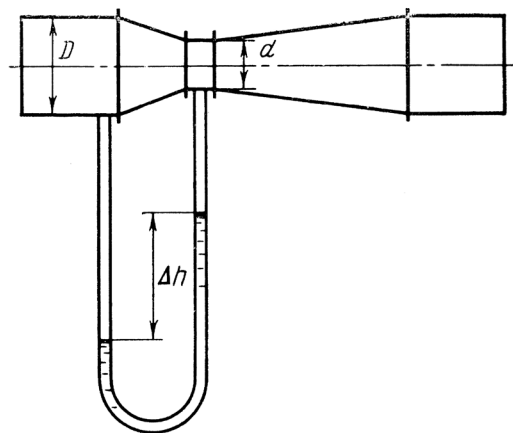


Рисунок 8.3

**8.2.5** Визначити витрату води, якщо різниця п'єзометричних напорів у великому і малому перерізах водомірної труби (рис. 8.2)  $\Delta h = 250$  мм, діаметр великого перерізу  $D = 200$  мм, діаметр малого перерізу  $d = 100$  мм. Коефіцієнт витрати  $\mu = 0,98$ .

*Відповідь:*  $Q = 0,0176$  м<sup>3</sup>/с.

**8.2.6** Для визначення витрати води встановлений водомір Вентурі таких геометричних розмірів:  $D = 50$  мм,  $d = 30$  мм (рис. 8.3). Визначити витрату води, якщо різниця рівнів ртуті в U-подібному диференціальному манометрі  $\Delta h = 400$  мм.

*Відповідь:*  $Q = 7,5$  л/с.

**8.2.7** Визначити межу швидкість для насиченої пари з  $t_H = 250$  °С. Абсолютна шорсткість паропроводу  $k_c = 2 \cdot 10^{-4}$  м.

*Відповідь:*  $v_M = 2,59$  м/с.



**8.2.8** Из отвору у бiчній стiнцi посудини (рис. 8.4) по горизонтальнiй трубi змiн-ного перерiзу витiкає вода. Визначити витрату води  $Q$ , а також середнi швидкостi  $i$  тиски у перерiзах трубопро-воду 1, 2 i 3, якщо рiвень во-ди у посудинi постiйний за умови, що вiдомi дiаметри трубопроводу  $d_1, d_2, d_3$ , а рi-вень води у посудинi вiдно-сно осi трубопроводу  $H$ . Гiдравлiчними втратами у трубi знехтувати.

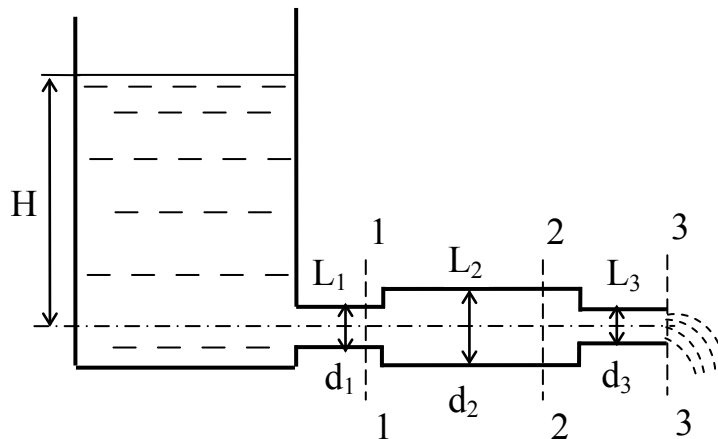


Рисунок 8.4

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H, \text{ м}$	1,8	2,0	2,5	3,0	2,3	2,7	1,9	1,1	1,3	1,5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_1, \text{ мм}$	40	32	25	50	70	100	80	125	250	200
$d_2, \text{ мм}$	80	100	70	125	150	225	250	300	350	400
$d_3, \text{ мм}$	15	20	20	32	40	50	70	80	100	125

**8.2.9** Чому повинен дорiвнювати манометричний тиск  $P_m$  на поверхнi рiдини в закритому резервуарi А (рис. 8.5) для того, щоб забезпечити подачу рiдини Ж в кiлькостi  $Q$  при температурi  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  у вiдкритий резервуар Б? Рiзниця рiвнiв у резервуарах –  $H$ . Трубопровiд має довжину  $2l$  i дiаметр  $d$ . Посерединi нього встановлений клапан К, коефiцiєнт мiсцевого опору  $\zeta_{\text{кл}}$ .

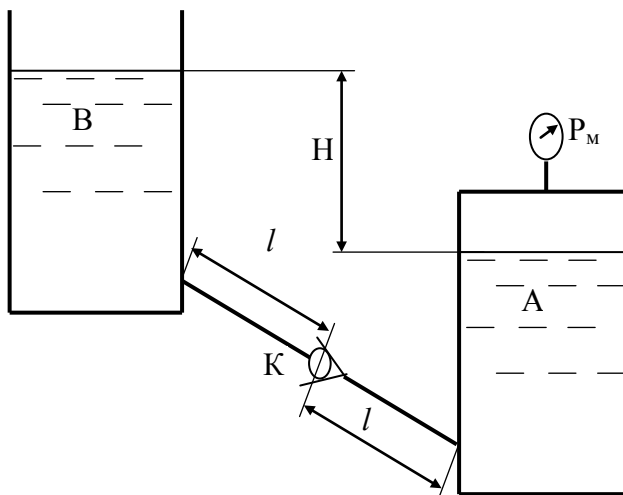


Рисунок 8.5

Остання цифра шифру	Матерiал труби	Рiдини Ж	$Q, \text{ л/с}$	$d, \text{ мм}$	Передостання цифра шифру	$l, \text{ м}$	$H, \text{ м}$	$\zeta_{\text{кл}}$
0	Сталевi новi	гас	0,3	20	0	6	3	5,0
1	Сталевi старi	нафта	2,8	60	1	7	4	5,2
2	Скляни	спирт	0,35	23	2	8	5	5,4
3	Кол. метал	бензин	0,65	28	3	9	6	5,6
4	Оцинкованi новi	вода	0,7	30	4	10	7	5,8
5	Оцинкованi старi	вода	0,95	33	5	11	8	6,0
6	Чавуннi новi	вода	1,1	37	6	12	6,5	6,2
7	Чавуннi старi	вода	1,1	35	7	13	5,5	6,4
8	Чавуннi дуже старi	вода	0,25	18	8	14	6,3	6,6
9	Сталевi дуже iржавi	вода	2,6	51	9	15	8,2	6,8

**8.2.10** Вода перетікає із бака А в резервуар В через вентиль з коефіцієнтом опору  $\zeta_B = 5$  по трубах:  $L_1, d_1$ ;  $L_2, d_2$ ;  $L_3, d_3$  (рис. 8.6). Вважаючи режим руху турбулентним і, прийнявши коефіцієнт тертя по довжині  $\lambda$ , визначити витрату. Врахувати втрати напору при раптових звуженнях і розширеннях. Висоти:  $H_1$  і  $H_2$ ; надлишковий тиск в баці  $P_0$ .

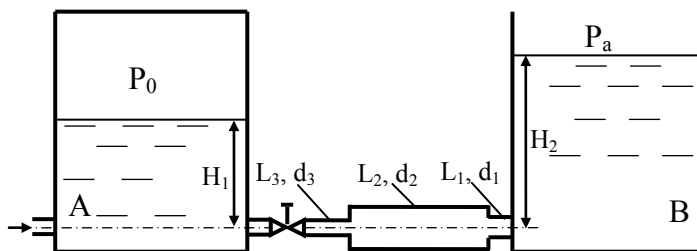


Рисунок 8.6

Остання цифра шифру	$L_1, \text{ м}$	$d_1, \text{ мм}$	$L_2, \text{ м}$	$d_2, \text{ мм}$	$L_3, \text{ м}$	$d_3, \text{ мм}$	Передостання цифра шифру	$\lambda$	$H_1, \text{ м}$	$H_2, \text{ м}$	$P_0, \text{ МПа}$
0	14	20	16	32	15	25	0	0,026	1,1	2,2	0,21
1	16	32	18	50	17	40	1	0,025	1,3	1,9	0,19
2	18	25	20	40	19	20	2	0,024	1,4	2,6	0,18
3	20	40	22	70	21	50	3	0,023	1,5	2,8	0,22
4	22	50	24	70	23	40	4	0,022	1,6	2,3	0,23
5	24	70	32	90	28	80	5	0,027	1,7	3,1	0,24
6	32	80	36	125	34	90	6	0,028	1,8	3,6	0,17
7	36	90	40	125	38	70	7	0,029	1,9	4,0	0,16
8	40	100	42	150	41	125	8	0,03	2,0	4,5	0,25
9	42	125	47	150	44	100	9	0,031	2,2	4,8	0,27

**8.2.11** З річки потік води з витратою  $Q$  надходить в колодезь по трубі довжиною  $L$  (рис. 8.7). Визначити діаметр труби  $d$ , якщо різниця рівнів в річці і в колодезі  $H$ . Коефіцієнт Дарсі прийняти  $\lambda$ . Швидкостями руху води на вільній поверхні в річці і в колодезі знехтувати. При підборі діаметра потрібно враховувати стандартні розміри труби.

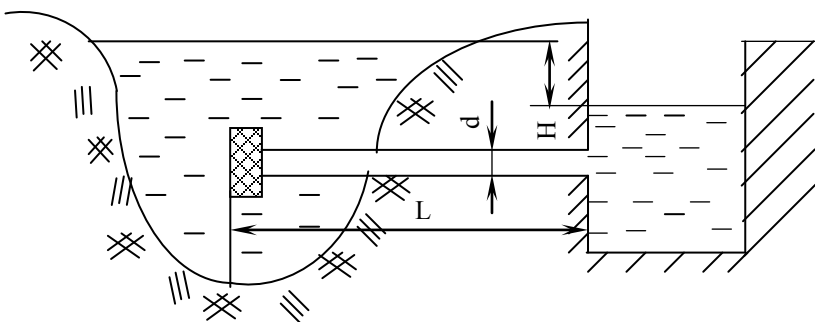


Рисунок 8.7

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q, \text{ л/с}$	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51
$\lambda$	0,022	0,023	0,024	0,025	0,026	0,027	0,028	0,029	0,030	0,031
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L, \text{ м}$	120	125	130	140	145	150	155	160	165	170
$H, \text{ м}$	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4

**8.2.12** Із великого відкритого резервуара А, в якому підтримується сталий рівень рідини, по трубопроводі, який складається із двох послідовно з'єднаних труб, рідина Р, при температурі 20 °С, тече в резервуар В. Різниця рівнів рідини в резервуарах дорівнює Н (рис. 8.8). Довжина труб  $l_1$  і  $l_2$ , а їх діаметри  $d_1$  і  $d_2$ . Визначити витрату Q рідини, яка рухається по трубопроводі. Місцеві витрати напорів  $\zeta_{\text{вх}} = 0,5$ ,  $\zeta_{\text{вих}} = 1$ . Коефіцієнт опору раптового звуження труби визначається за формулою Ідельчика. Матеріал і характеристика трубопроводу наведені в таблиці.

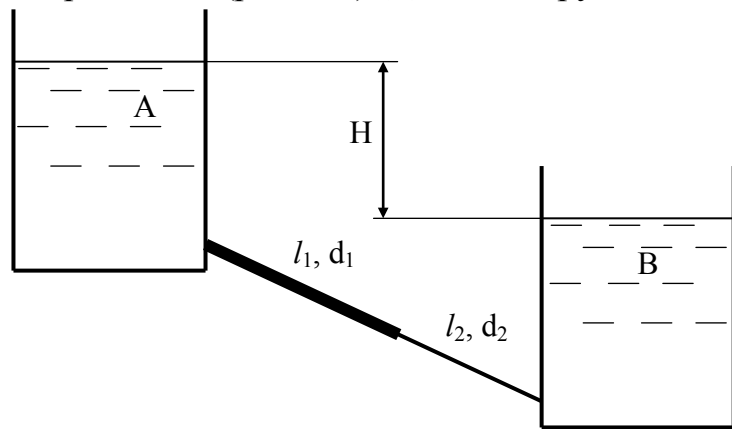


Рисунок 8.8

Остання цифра шифру	Матеріал і характеристика трубопроводу	Рідина при $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$	H, м	$l_1$ , м	$d_1$ , мм	Передостання цифра шифру	$l_2$ , м	$d_2$ , мм
0	Безшовні ст. (БС) нові	вода	9,5	12	20	0	30	38
1	БС старі	бензин	11	14	23	1	32	42
2	Стал. зв.(СЗ) нові	гліцерин	14	16	15	2	33	20
3	СЗ неон. корозія	диз. пал.	15	18	25	3	34	32
4	СЗ в міру іржаві	гас	16	20	32	4	35	50
5	СЗ старі іржаві	нафта	18	22	40	5	36	70
6	СЗ сильно іржаві	спирт етил.	20	24	50	6	38	80
7	Скляні	масло кастор.	23	26	20	7	40	30
8	Кольоровий мет.	масло льняне	24	28	25	8	14,5	32
9	БС старі	масло мінер.	27	30	22	9	10,5	60

**8.2.13** В бак подається вода з витратою Q (рис. 8.9). Щоб запобігти його переповненню встановлена зливна труба з діаметром d і загальною довжиною L. Визначити при якому напорі Н рівень води в баці стане сталим. Коефіцієнт Дарсі  $\lambda$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d, мм	150	125	100	150	125	100	150	125	100	150
Q, л/с	49	37	20	52	38	23	54	34	25	46
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L, м	8,5	9,0	9,5	10	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	14,0
$\lambda$	0,03	0,029	0,028	0,027	0,026	0,025	0,024	0,023	0,022	0,021

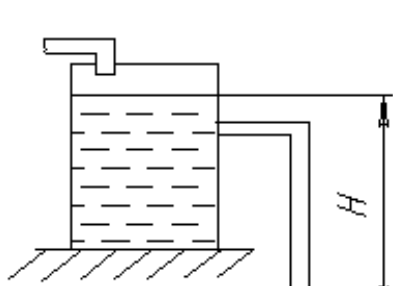


Рисунок 8.9

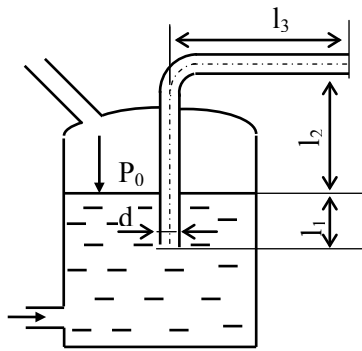


Рисунок 8.10

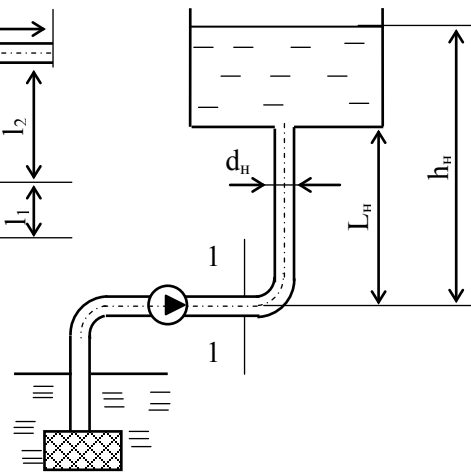


Рисунок 8.11

**8.2.14** В закритому резервуарі підтримується сталий рівень і сталий манометричний тиск  $P_m$  (рис. 8.10). Визначити витрату води в трубі при заданих  $l_1, l_2, l_3, d$ ; закруглення труби має центральний кут повороту  $\alpha = 90^\circ$ . Коефіцієнт Дарсі прийняти  $\lambda$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_m$ , кПа	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96
$L_2$ , м	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_1$ , м	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5
$l_3$ , м	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$d$ , мм	25	20	33	34	39	49	39	30	40	50
$\lambda$	0,033	0,032	0,031	0,03	0,029	0,028	0,027	0,026	0,025	0,024

**8.2.15** Відцентрований насос подає воду із колодязя в резервуар при витраті  $Q$  і геометричній висоті нагнітання  $h_n$ . Визначити величину тиску води в кінці горизонтальної ділянки нагнітального трубопроводу в перерізі 1–1, якщо задані  $L_n$  і  $d_n$ ; закруглення нагнітального трубопроводу має центральний кут  $\alpha = 90^\circ$ . Коефіцієнт Дарсі  $\lambda$  (рис. 8.11).

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	150	125	100	50	70	80	90	150	125	100
$Q$ , л/с	22	16	10	2,6	5,0	6,5	8,3	23	17	11
$\lambda$	0,035	0,034	0,033	0,032	0,031	0,030	0,029	0,028	0,027	0,026
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$h_n$ , м	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$L_n$ , м	27	28	29	30	31	32	33	34	35	35,5

## 9 РОЗРАХУНОК СКЛАДНИХ ТРУБОПРОВОДІВ

### 9.1 Приклади розв'язання задач

**9.1.1** Складний трубопровід містить в собі як послідовні, так і паралельні з'єднання труб (рис. 9.1). Ділянки ВЕС і ВFC з'єднані паралельно. Рух рідини здійснюється від перерізу А до перерізу D. На схемі:

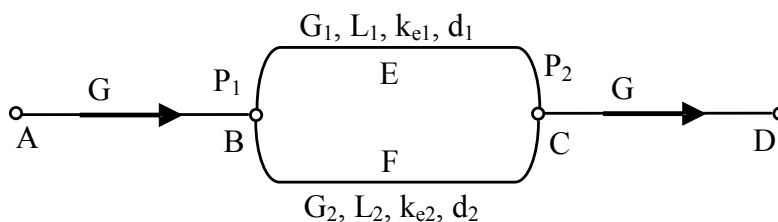


Рисунок 9.1

$G$  – загальна масова витрата рідини на двох ділянках, кг/с;  $G_1$ ,  $G_2$  – масова витрата рідини відповідно на ділянках ВЕС і ВFC (ВЕС – ділянка 1, ВFC – ділянка 2);  $d$ ,  $L$  – діаметр і довжина ділянок;  $k_e$  – еквівалентна шорсткість труб, мм;  $P_1$ ,  $P_2$  – тиск в точках В і С, МПа. Визначити масові витрати рідини на ділянках ВЕС і ВFC та тиск  $P_2$ , якщо відомо, що по трубопроводах рухається вода з температурою  $20\text{ }^\circ\text{C}$  з витратою  $G = 1,2$  кг/с, а також тиск в точці В  $P_1 = 0,6$  МПа, геометричні розміри ділянок:  $L_1 = 16$  м,  $L_2 = 17$  м,  $d_1 = 30$  мм,  $d_2 = 35$  мм, та еквівалентна шорсткість  $k_{e1} = 0,1$  мм,  $k_{e2} = 0,3$  мм.

#### Розв'язування

Розв'язування виконуватимемо графоаналітичним методом. Спочатку задаємося витратою в першому з паралельних трубопроводів  $G_1$ , при цьому витрата води в другому трубопроводі становитиме  $G_2 = G - G_1$ . Визначаємо втрати тиску в кожному з трубопроводів  $\Delta P_1$  та  $\Delta P_2$ , заносимо результати розрахунків в таблицю. Змінюємо  $G_1$  з певним кроком, робимо аналогічні розрахунки і закінчуємо їх, коли  $G_1 = G$ . Будуємо графіки залежностей  $\Delta P_1 = f(G_1)$  та  $\Delta P_2 = f(G_1)$ . Точка перетину цих ліній і буде розв'язком задачі.

Отже, задамо  $G_1 = 0$  кг/с, тоді

$$G_2 = G - G_1 = 1,2 - 0 = 1,2 \text{ кг/с.}$$

Втрати тиску в першому трубопроводі  $\Delta P_1 = 0$  Па.

За табл. А.12 визначаємо густину та в'язкість води при температурі  $20\text{ }^\circ\text{C}$ :  $\rho = 998,2$  кг/м<sup>3</sup>;  $\nu = 1,306 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

Швидкість води у другому трубопроводі

$$v_2 = \frac{4 \cdot G_2}{\rho \cdot \pi \cdot d_2^2} = \frac{4 \cdot 1,2}{998,2 \cdot 3,14 \cdot 0,035^2} = 1,25 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса

$$Re_2 = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{1,25 \cdot 0,035}{1,306 \cdot 10^{-6}} = 33503.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя

$$\lambda_2 = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{Re} + \frac{k_{e2}}{d_2} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{33503} + \frac{0,0003}{0,035} \right)^{0,25} = 0,0353.$$

Коефіцієнти місцевих опорів:

- трійник на розгалуження  $\zeta_1 = 1,5$ ;
- трійник на злиття потоків  $\zeta_2 = 2$ ;
- поворот на  $90^\circ$  для  $R/d = 4$   $\zeta_3 = 0,5$ .

Сума коефіцієнтів місцевих опорів

$$\Sigma \zeta = \zeta_1 + \zeta_2 + 2 \cdot \zeta_3 = 1,5 + 2 + 2 \cdot 0,5 = 4,5.$$

Втрати тиску в другому трубопроводі

$$\Delta P_2 = \left( \Sigma \zeta + \frac{\lambda_2 \cdot L_2}{d_2} \right) \cdot \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} = \left( 4,5 + \frac{0,0353 \cdot 17}{0,035} \right) \cdot \frac{998,2 \cdot 1,25^2}{2} = 16882,6 \text{ Па.}$$

Аналогічні розрахунки проводимо для інших витрат в першому і другому трубопроводах. Результати зводимо у табл. 9.1.

Таблиця 9.1 – Результати розрахунку втрат тиску в складному трубопроводі

Показник	Результати розрахунку						
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$G_1$ , кг/с	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$v_1$ , м/с	0	0,284	0,567	0,852	1,13	1,42	1,70
$Re_1$	0	6514	13029	19543	26058	32572	39087
$\lambda_1$	0	0,0377	0,033	0,0316	0,0305	0,0298	0,0293
$\Delta P_1$ , Па	0	987	3587	7715	13352	20491	29128
$G_2$ , кг/с	1,2	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0
$v_2$ , м/с	1,25	1,042	0,833	0,625	0,417	0,208	0
$Re_2$	33503	27919	22335	16751	11168	5584	0
$\lambda_2$	0,0353	0,0356	0,036	0,037	0,0383	0,0417	0
$\Delta P_2$ , Па	16883	11812	7641	4370	2001	537	0

За результатами, наведеними в табл. 9.1, будемо графік (рис. 9.2).

Як видно із рис. 9.2,  $\Delta P_1$  та  $\Delta P_2$  перетинаються в точці з витратою  $G_1 = 0,51164$  кг/с, при цьому витрата  $G_2 = 0,68836$  кг/с, а втрати тиску становлять  $\Delta P_1 = \Delta P_2 = 5704$  Па, тоді тиск у точці С становитиме

$$P_2 = P_1 - \Delta P_1 = 0,6 \cdot 10^6 - 5704 = 594296 \text{ Па.}$$

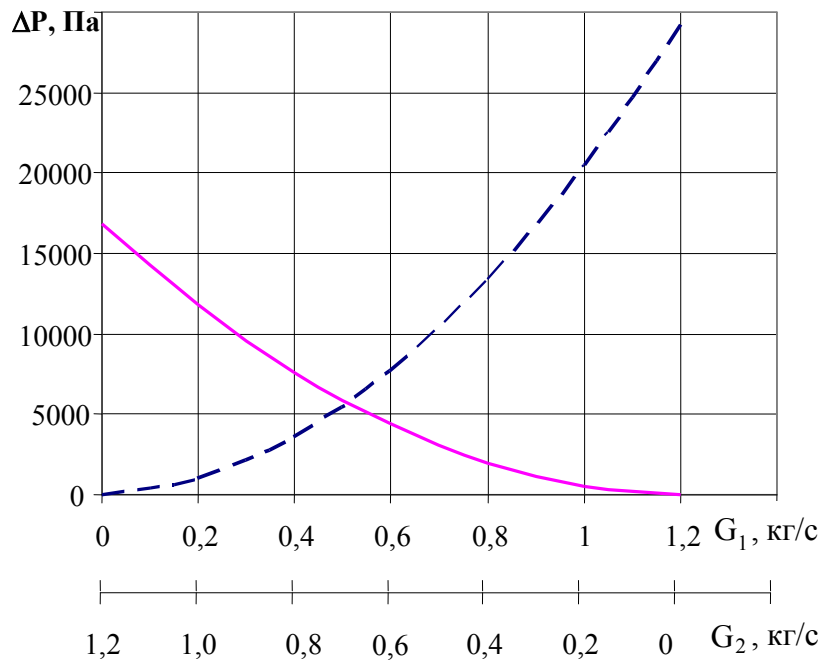


Рисунок 9.2

## 9.2 Завдання на СРС

**9.2.1** Складний трубопровід містить в собі як послідовні, так і паралельні з'єднання труб (див. рис. 9.1). Ділянки ВЕС і ВФС з'єднані паралельно. Рух рідини здійснюється від перерізу А до перерізу D. На схемі:  $G$  – загальна масова витрата рідини на двох ділянках, кг/с;  $G_1, G_2$  – масова витрата рідини відповідно на ділянках ВЕС і ВФС (ВЕС – ділянка 1, ВФС – ділянка 2);  $d, L$  – діаметр і довжина ділянок;  $k_e$  – еквівалентна шорсткість труб, мм;  $P_1, P_2$  – тиск в точках В і С, МПа. Визначити масові витрати рідини на ділянках ВЕС і ВФС та тиск  $P_2$ , якщо відомо, що по трубопроводах рухається вода з температурою  $20^\circ\text{C}$  з витратою  $G$ , а також тиск в точці В, геометричні розміри ділянок та еквівалентна шорсткість  $k_{e1} = 0,1$  мм,  $k_{e2} = 0,3$  мм.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L_1$ , м	18	16	20	24	32	22	26	30	28	25
$L_2$ , м	25	17	22	26	38	29	30	35	30	28
$d_1$ , мм	32	30	25	20	32	25	32	20	25	40
$d_2$ , мм	25	35	32	25	40	20	25	32	40	25
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1$ , МПа	0,75	0,6	0,8	1	0,7	0,9	1,1	0,65	0,85	1,05
$G$ , кг/с	2,1	1,2	1,4	1,6	1,8	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9

**9.2.2** Визначити витрати на кожній з ділянок у новому сталевому звареному трубопроводі, що складається з трьох ділянок, дві з яких з'єднані (ZZ) послідовно, а третя йде паралельно їм (рис. 9.3). Діаметри ділянок  $d_1 = 20$  мм,  $d_2 = 40$  мм. Довжина ділянки  $L_2 = 100$  мм. Втрати на місцевих опорах становлять 20% від втрат на тертя. Різниця тисків ( $P_1 - P_2$ ) на кінцях трубопроводу дорівнює  $\Delta P$ .

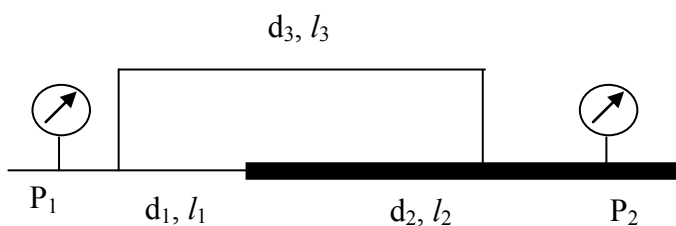


Рисунок 9.3

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_3$ , мм	50	15	16	18	20	22	25	30	32	42
$\Delta$ , мкм	50	5	100	20	30	40	60	80	120	150
$L_1$ , м	40	50	25	20	22	24	26	28	30	35
$L_3$ , м	200	20	40	60	80	100	120	140	160	180
$\Delta P$ , кПа	200	20	4	8	10	40	60	80	100	120
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ZZ	2+3	1+2	1+3	2+3	1+2	1+3	2+3	2+3	1+3	1+2

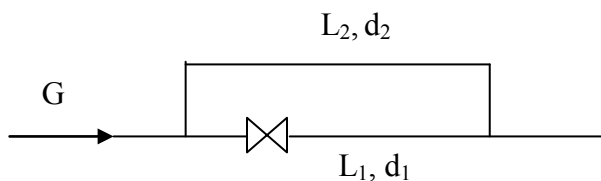


Рисунок 9.4

**9.2.3** У гілці довжиною  $L_1$  установлений дросель із коефіцієнтом витрати  $\mu = 0,7$  (рис. 9.4). Визначити діаметр дроселя, при якому витрати рідини у гілках будуть рівні, діаметри трубопроводів однакові  $d_1 = d_2$ . Температура рідини дорівнює  $t$ . Сумарна витрата на обох гілках дорівнює  $G$ . Трубопровід вважати гідравлічно гладким.

Трубопровід вважати гідравлічно гладким.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L_1$ , м	50	50	10	15	20	25	30	35	40	45
$L_2$ , м	800	200	250	300	350	400	450	500	550	600
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_1$ , мм	100	20	25	30	32	40	50	65	75	90
Рідина	МС20	бензин	вода	нафта	гас	спирт	NH <sub>3</sub>	И-20	И-50	вода
$t$ , °С	80	20	25	30	35	40	45	50	60	70
$G$ , кг/с	4,0	2,4	2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8

**9.2.4** Визначити витрати в кожній з гілок трубопроводу з латунних труб, якщо манометр на вході показує  $P_1 = 6$  атм, на виході –  $P_2$  (рис. 9.5). Характеристики першого трубопроводу:

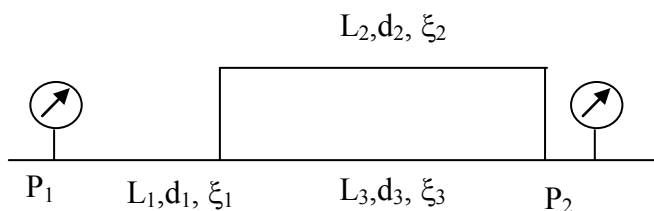


Рисунок 9.5



$L_1 = 5$  м;  $d_1 = 15$  мм;  $\zeta_1 = 3$ . Коефіцієнт місцевого опору  $\zeta_2 = 10$ ;  $\zeta_3 = 20$ . Інші характеристики наведені в таблиці.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_3$ , мм	8	3	4	5	6	2	3	4	5	6
$d_2$ , мм	18	4	5	6	8	10	12	14	15	16
$P_2$ , атм	5,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
$L_2$ , м	12	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$L_3$ , м	0,5	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	0,8	0,6	0,7

**9.2.5** Визначити при рівні  $H = 4$  м і тиску в ресивері  $P_1 = 2$  атм показники манометра, встановленого за теплообмінником 1 і виконаним з мідних трубок  $d_1 = 20$  мм; довжиною  $L_1 = 2$  м;  $\zeta_1 = 20$ , при витраті води  $G$ , якщо відомо, що сталеві, помірно заржавлені труби на ділянках 1 і 2 мають довжину  $L_2 = L_3 = 20$  м (рис. 9.6).

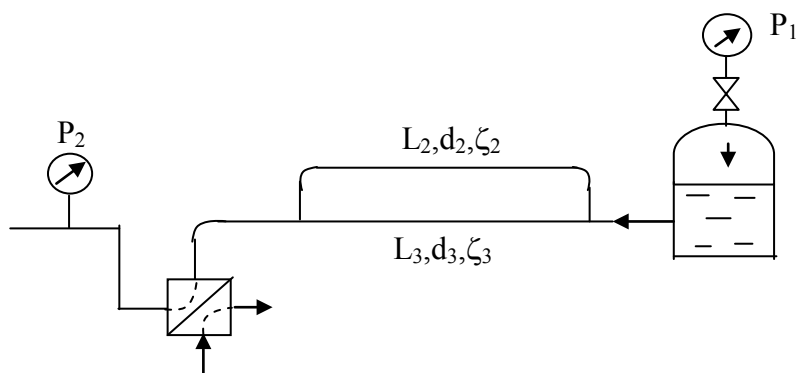


Рисунок 9.6

Рівно заржавлені труби на ділянках 1 і 2 мають довжину  $L_2 = L_3 = 20$  м (рис. 9.6).

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G$ , кг/с	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
$d_3$ , мм	16	4	5	6	8	9	10	12	14	15
$d_2$ , мм	25	8	10	12	14	15	16	18	20	22
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\zeta_2$	13	7,5	8,5	9,5	7	8	9	10	15	14
$\zeta_3$	6,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6

**9.2.6** Рідина з мережі по чавунному водоводі з діаметром 50 мм, довжиною 200 м, з витратою  $G$  через вентиль  $\zeta_1$  і паралельно з'єднані теплообмінник і нагрівач надходить у бак (рис. 9.7). Визначити, який рівень  $H$  установиться в баці, якщо  $P_1 = 3$  атм, характеристика теплообмінника описується виразом  $H = N \cdot (G_3)^2$ , де  $H$ , м;  $G_3$ , кг/с.

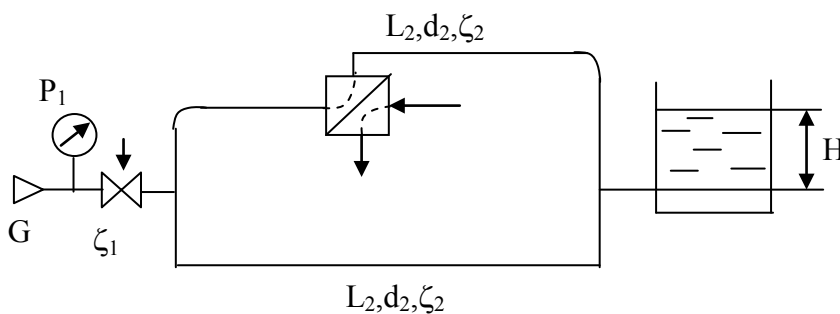


Рисунок 9.7

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\zeta_1$	30	5	7	8	9	10	12	15	20	15
$2L_2$ , м	7	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$d_2$ , мм	15	20	22	25	30	32	40	18	16	14
$\zeta_2$	12	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$G$ , кг/с	1,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$N$	75	30	35	40	45	50	55	60	65	70

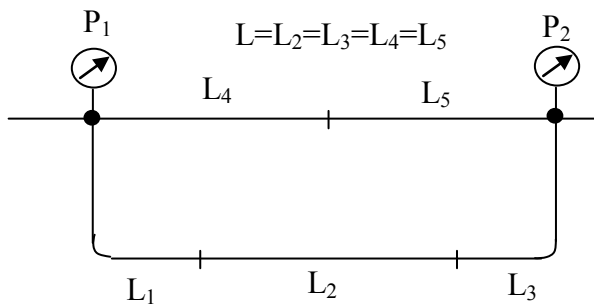


Рисунок 9.8

**9.2.7** Складний трубопровід, утворений з'єднанням мідних труб однакової довжини  $L = 2$  м (рис. 9.8). Визначити втрати напору на ділянках 1 і 5, якщо різниця тисків дорівнює  $P_1 - P_2$ . Втратами тисків на місцевих опорах знехтувати.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_1$ , мм	8	2	2,5	3	3,2	4	4,5	5	5,5	6
$d_2$ , мм	12	3	3,2	4	4,5	5	5,5	6	8	10
$d_3$ , мм	15	6	8	10	12	14	16	18	5	4
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_4$ , мм	5	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	3,2	3,5	4,0	4,5
$d_5$ , мм	15	5	6	8	10	12	14	16	18	20
$P_1 - P_2$ , атм	3	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8

## 10 ГІДРАВЛІЧНИЙ УДАР В ТРУБАХ

### 10.1 Приклади розв'язання задач

**10.1.1** Визначити найменший час закриття засувки  $\tau_3 = \tau_{\min}$ , щоб підвищення тиску в кінці трубопроводу, яке викликане гідравлічним ударом, було не більше  $\Delta P_{\max}$ . Вода витікає із резервуара по горизонтальному новому сталевому трубопроводі довжиною  $l$ , з внутрішнім діаметром  $d$  і товщиною стінки  $\delta$ . Рівень води в резервуарі над центром труби  $H$ . Температура води  $t = 20$  °С, коефіцієнт тертя по довжині труби  $\lambda$ . Чому буде дорівнювати підвищення тиску на випадок миттєвого закриття засувки в трубопроводі?

Дано:  $l = 270$  м;  $d = 207$  мм;  $\delta = 6$  мм;  $H = 12$  м;  $\Delta P_{\max} = 4 \cdot 10^5$  Па;  $\lambda = 0,024$ .

### Розв'язування

На рис. 10.1 подана розрахункова схема: 0-0 – площина порівняння; 1-1 і 2-2 – перерізи за рухом води.

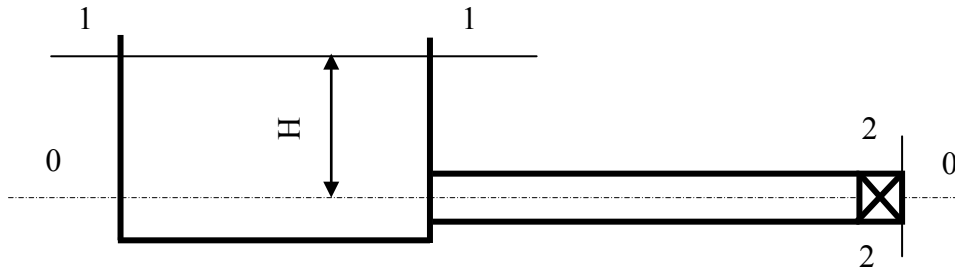


Рисунок 10.1

Рівняння Бернуллі для цілого потоку в'язкої рідини

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \cdot v_1}{2 \cdot g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \cdot v_2}{2 \cdot g} + h_w.$$

Згідно з рис. 8.3:  $Z_1 = H$ ;  $Z_2 = 0$ ;  $P_1 = P_2 = P_{\text{атм}}$ .

Тоді рівняння Бернуллі приймає вигляд при  $\alpha_2 = 1$

$$H = h_w + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}.$$

Втрати напору між перерізами 1-1 і 2-2

$$h_w = h_1 + \sum h_m = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \zeta_{\text{вх}} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g},$$

де  $v$  – середня швидкість в трубі, м/с;

$\zeta_{\text{вх}}$  – коефіцієнт місцевого опору входу,  $\zeta_{\text{вх}} = 0,5$ .

Розв'язуємо рівняння Бернуллі відносно  $v_2$

$$\begin{aligned} H &= \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \zeta_{\text{вх}} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}, \\ v_2 &= \sqrt{H \cdot \left( \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \zeta_{\text{вх}} \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \frac{1}{2 \cdot g} \right)^{-1}} = \\ &= \sqrt{12 \cdot \left( 0,024 \cdot \frac{270}{0,207} \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,8} + 0,5 \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,8} + \frac{1}{2 \cdot 9,8} \right)^{-1}} = 2,692 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Для непрямого гідравлічного удару ( $T_3 > T$ )

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C \cdot T / T_3,$$

де  $v$  – середня швидкість води в трубі,  $v = v_2 = 2,692$  м/с;  
 $C$  – швидкість розповсюдження ударної хвилі в трубопроводі, м/с.

$$C = \frac{\sqrt{\frac{E_0}{\rho_B}}}{\sqrt{1 + \frac{E_0 \cdot d}{E \cdot \delta}}} = \frac{\sqrt{\frac{19,6 \cdot 10^8}{998}}}{\sqrt{1 + \frac{19,6 \cdot 10^8 \cdot 207}{21,2 \cdot 10^{10} \cdot 6}}} = 1393,$$

де  $E_0$  – модуль об'ємної пружності води, при  $t = 20$  °С,  $E_0 = 19,6 \cdot 10^8$  Па (табл. А.2);

$E$  – модуль об'ємної пружності матеріалу стінок труби, сталь  $E = 21,2 \cdot 10^{10}$  Па (табл. А.6);

$\rho_B$  – густина води, при  $t = 20$  °С  $\rho_B = 998$  кг/м<sup>3</sup> (табл. А.12);

$T$  – період гідравлічного удару,  $T = 2 \cdot l / C = 2 \cdot 270 / 1393 = 0,387$  с.

Приймаємо  $\Delta P = \Delta P_{\max}$  і визначаємо час закриття засувки  $\tau_{\min}$

$$\tau_{\min} = \frac{\rho \cdot v \cdot C \cdot T}{\Delta P_{\max}} = \frac{2 \cdot \rho \cdot l \cdot v}{\Delta P_{\max}} = \frac{2 \cdot 998 \cdot 270 \cdot 2,67}{4 \cdot 10^5} = 3,59 \text{ с.}$$

В результаті миттєвого закриття засувки підвищення тиску становитиме

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C = 998,2 \cdot 2,692 \cdot 1393 = 3743210 \text{ Па.}$$

Отже, у випадку миттєвого закриття засувки підвищення тиску в  $n$  разів перевищує допустиме

$$n = \Delta P / \Delta P_{\max} = 3743210 / 400000 = 9,36.$$

**10.1.2** Система складається з двох послідовно з'єднаних сталевих трубопроводів (діаметри трубопроводів:  $d_1 = 200$  мм,  $d_2 = 100$  мм; довжини:  $l_1 = 100$  м,  $l_2 = 200$  м) і засувки, яка встановлена в кінці системи (рис. 10.2). Витрата води  $Q = 0,02$  м<sup>3</sup>/с. Товщина стінок трубопроводу  $\delta = 5$  мм, температура води  $t = 20$  °С.

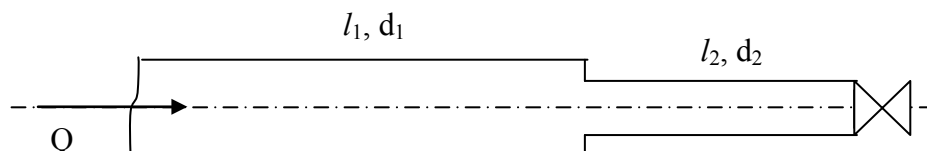


Рисунок 10.2

1. Визначити підвищення тиску перед засувкою, якщо її закрити за час  $\tau = 0,2$  с.

2. Визначити найменший час закриття засувки, який виключає прямий гідравлічний удар.

*Розв'язування*

Спочатку графічно зобразіть розрахункову схему.

Найменший час закриття засувки, який необхідний для попередження прямого гідравлічного удару, знаходимо за формулою

$$\tau_{\min} = T = 2 \cdot l/a .$$

Швидкість ударної хвилі визначається за формулою

$$C = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + E_0 \cdot d/(E \cdot \delta)}}$$

де  $E_0 = 19,6 \cdot 10^8$  Па (табл. А.2),  $E = 21,2 \cdot 10^{10}$  Па (табл. А.6).

Для першого трубопроводу

$$C = \sqrt{\frac{19,6 \cdot 10^8}{998,2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + 19,6 \cdot 10^8 \cdot 0,2 / (21,2 \cdot 10^{10} \cdot 5 \cdot 10^{-3})}} = 1190 \text{ м/с};$$

для другого трубопроводу

$$C = \sqrt{\frac{19,6 \cdot 10^8}{998,2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + 19,6 \cdot 10^8 \cdot 0,1 / (21,2 \cdot 10^{10} \cdot 5 \cdot 10^{-3})}} = 1280 \text{ м/с}.$$

Тоді

$$\tau_{\min} = 2 \cdot 100 / 1190 + 2 \cdot 200 / 1280 = 0,48 \text{ с}.$$

Заданий час закриття засувки  $\tau$  менший, ніж мінімальний час закриття  $\tau_{\min}$ , який необхідний для попередження прямого удару.

Таким чином, буде спостерігатись прямий гідравлічний удар, при якому підвищення тиску можна визначити за формулою

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C .$$

Швидкість руху води в трубопроводі до закриття засувки

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,02}{3,14 \cdot 0,1^2} = 2,54 \text{ м/с}.$$

Отже,

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C = 998,2 \cdot 2,54 \cdot 1280 = 3,26 \text{ МПа}.$$

**10.1.3** Визначити підвищення тиску  $\Delta P$ , що виникає при раптовому закритті засувки на водопровідній трубі, якщо швидкість руху води 1 м/с. Швидкість розповсюдження ударної хвилі  $C$  дорівнює 1000 м/с.

*Розв'язування*

Для визначення миттєвого підвищення тиску скористаємося формулою

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C = 1000 \cdot 1 \cdot 1000 = 1 \text{ МПа}.$$

**10.1.4** В сталевій водопровідній трубі з діаметром  $d = 0,5$  м і товщиною стінок  $\delta = 0,005$  м вода рухається зі швидкістю  $v = 1$  м/с. Визначити величину підвищення тиску після миттєвого перекриття труби.

*Розв'язування*

Швидкість розповсюдження ударної хвилі визначаємо за формулою

$$C = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + E_0 \cdot d / (E \cdot \delta)}}.$$

Значення модуля пружності води –  $E_0 = 2,1 \cdot 10^9$  Па (табл. А.2), модуля пружності матеріалу стінок труби –  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Па (табл. А.6),  $\rho = 998,2$  кг/м<sup>3</sup> (табл. А.12)

$$C = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^9}{998,2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + 2,1 \cdot 10^9 \cdot 0,5 / (2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,005)}} = 1008 \text{ м/с}.$$

Величину підвищення тиску визначаємо за формулою

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C = 998,2 \cdot 1 \cdot 1008 = 1000 \text{ кПа}.$$

## 10.2 Завдання на СРС

**10.2.1** Визначити миттєве підвищення тиску в трубі при гідравлічному ударі, якщо її внутрішній діаметр  $d = 200$  мм, а витрата води  $Q = 200$  м<sup>3</sup>/год. Швидкість розповсюдження ударної хвилі  $C = 1200$  м/с.

*Відповідь:*  $\Delta P = 214$  м вод. ст.

**10.2.2** Визначити мінімальний час закриття засувки на трубопроводі завдовжки  $l = 500$  м при швидкості води  $v = 2$  м/с, якщо допустиме підвищення тиску не має перевищувати 0,5 МПа.

*Відповідь:*  $\tau_{\min} = 4$  с.

**10.2.3** В сталевому трубопроводі з внутрішнім діаметром 100 мм і товщиною 10 мм, довжина якого 130 м, встановлений запірний пристрій. Трубопровід витримає без пошкодження тиск не більший 2 МПа. З якою швидкістю має рухатися по трубопроводі рідина, щоб у випадку гідравлічного удару не відбулось порушення трубопроводу?

*Відповідь:* не більше 1,43 м/с.

**10.2.4** В сталевій водопровідній трубі з діаметром  $d$  і товщиною стінок  $\delta$  рухається вода з температурою  $t$ , середня за перерізом труби швидкість води до гідравлічного удару  $v_0$ . Визначити величину підвищення тиску після миттєвого перекриття труби.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , м	0,95	0,45	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
$\delta$ , мм	14	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	10	5	10	15	20	5	10	15	20	5
$v_0$ , м/с	1,6	0,8	0,85	0,90	0,95	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5

**10.2.5** Система складається з двох послідовно з'єднаних сталевих трубопроводів (діаметри трубопроводів:  $d_1$ ,  $d_2$ ; довжини:  $l_1$ ,  $l_2$ ) і засувки, яка встановлена в кінці системи (див. рис. 10.2). Витрата води  $Q$ . Товщина стінок трубопроводу  $\delta$ , температура води  $t$ . Визначити підвищення тиску перед засувкою, якщо її закрити за час  $\tau = 0,2$  с. Визначити найменший час закриття засувки, який виключає прямий гідравлічний удар.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q$ , м <sup>3</sup> /с	0,14	0,19	0,18	0,16	0,16	0,2	0,195	0,205	0,18	0,15
$d_1$ , мм	165	210	190	180	185	220	225	230	195	170
$d_2$ , мм	80	100	90	80	85	110	110	115	90	85
$\delta$ , мм	2,5	5	4	4	2,5	5	5	5	4	2,5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	27	10	15	20	25	30	35	12	17	22
$l_1$ , м	85	105	110	95	90	100	115	120	112	90
$l_2$ , м	190	205	200	190	195	206	180	170	175	185

**10.2.6** В сталевому трубопроводі довжиною  $L$ , з внутрішнім діаметром  $d$  і товщиною стінок  $\delta$ , витрата води  $Q$  з температурою 20 °C. Визначити найменший час закриття засувки  $\tau_{\min}$ , щоб підвищення тиску в кінці трубопроводу, яке спричинене гідравлічним ударом, було не більшим  $\Delta P_{\max}$ . Чому буде дорівнювати підвищення тиску на випадок миттєвого закриття засувки в трубопроводі?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d, мм	121	207	170	150	143	184	191	147	131	125
δ, мм	4	6	5	4,5	4,5	5	6	4,5	4,5	4
Q, м <sup>3</sup> /с	0,035	0,11	0,07	0,055	0,048	0,082	0,09	0,049	0,042	0,038
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L, м	205	250	245	240	235	230	225	220	215	210
ΔP <sub>макс</sub> 10 <sup>-5</sup> Па	3,75	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	3,9	3,8	3,7	3,6

## 11 ВИТІКАННЯ РІДИНИ ІЗ ОТВОРІВ І НАСАДОК

### 11.1 Приклади розв'язання задач

**11.1.1** Визначити витрату і швидкість витікання води із малого круглого отвору з діаметром  $d = 0,03$  м в боковій стінці резервуара великих розмірів. Напір над центром отвору  $H = 1$  м, температура води  $t = 20$  °С.

*Розв'язування*

За табл. А.12 кінематична в'язкість води при  $t = 20$  °С  $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с. Визначаємо число Рейнольдса, яке характеризує витікання

$$Re = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot H \cdot d}}{\nu} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1 \cdot 0,03}}{1 \cdot 10^{-6}} = 133000.$$

При  $Re > 10000$

$$\mu = 0,529 + \frac{5,5}{\sqrt{Re}} = 0,529 + \frac{5,5}{\sqrt{133000}} = 0,61.$$

Приймаємо  $\varphi = 0,98$ .

Швидкість витікання води із отвору

$$v_c = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0,98 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1} = 4,3 \text{ м/с.}$$

Витрата води, що витікає із отвору

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0,59 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,03^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1} = 0,00191 \text{ м}^3/\text{с} = 1,91 \text{ л/с.}$$

**11.1.2** В пароохолодник через трубку зі свердленням надходить охолоджувальна вода з температурою 20 °С з витратою  $Q = 0,00278$  м<sup>3</sup>/с. Тиск води в трубці  $P_1 = 10^6$  Па, тиск в корпусі пароохолодника  $P_2 = 0,7 \cdot 10^6$  Па. Визначити, скільки отворів діаметром  $d = 0,003$  м потрібно просвердлити в трубці для забезпечення заданої витрати води.

*Розв'язування*

За табл. А.12 густина води  $\rho = 998,2$  кг/м<sup>3</sup>, кінематична в'язкість  $\nu = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.



Визначаємо число Рейнольдса, яке характеризує витікання із отвору

$$Re = \frac{\sqrt{2 \cdot \Delta P / \rho} \cdot d}{\nu} = \frac{\sqrt{2 \cdot 0,3 \cdot 10^6 / 998,2} \cdot 0,003}{1 \cdot 10^{-6}} = 73800.$$

При  $Re > 10000$

$$\mu = 0,529 + 5,5 / \sqrt{Re} = 0,529 + 5,5 / \sqrt{78000} = 0,61.$$

Витрата води, що витікає через один отвір:

$$q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho}} = 0,61 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,003^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3 \cdot 10^6}{998,2}} = 10,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Необхідна кількість отворів

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{0,00278}{10,3 \cdot 10^{-5}} = 27 \text{ отворів}.$$

**11.1.3** Визначити швидкість течії і витрату води з бака через круглий отвір з діаметром  $d = 10$  см, якщо перевищення рівня води над центром отвору  $H = 5$  м. Коефіцієнт витрати  $\mu = 0,62$ .

*Розв'язування*

Для визначення дійсної швидкості витікання води через отвір

$$v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0,98 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5} = 9,6 \text{ м/с};$$

$$\omega = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = 0,785 \cdot 0,1^2 = 0,00785 \text{ м}^2.$$

Витрата води з бака з урахуванням коефіцієнта витрати

$$Q = \mu \cdot F \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0,62 \cdot 0,00785 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5} = 0,058 \text{ м}^3/\text{с}.$$

**11.1.4** Визначити витрату води, яка витікає з теплової мережі через отвір в стінці трубопроводу, що утворився в результаті аварії. Надлишковий тиск в мережі  $P_{\text{надл.}} = 4$  кгс/см<sup>2</sup>, густина води  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, площа отвору  $F = 1$  см<sup>2</sup>. Коефіцієнт витрати отвору  $\mu = 1$ .

*Розв'язування*

Визначимо масову витрату води кг/с, через отвір, що утворився:

$$G = Q \cdot \rho = \rho \cdot \mu \cdot F \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H},$$

де  $Q$  – об’ємна витрата,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  
 $H$  – втрата напору, м вод. ст.

$$H = \frac{P_{\text{над}}}{\rho \cdot g} = \frac{4 \cdot 9,81 \cdot 10^4}{1000 \cdot 9,81} = 40 \text{ м вод. ст.};$$

$$G = 1000 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 40} = 2,8 \text{ кг/с.}$$

## 11.2 Завдання на СРС

**11.2.1** Визначити витрату води, що витікає з басейну (рис. 11.1): через отвір в стінці  $Q_0$  (рис. 11.1, а); через внутрішній циліндричний насадок  $Q_{\text{в.н.}}$  (рис. 11.1, б); через зовнішній циліндричний насадок  $Q_{\text{з.н.}}$  (рис. 11.1, в); через конідальний насадок  $Q_{\text{к.н.}}$  (рис. 11.1, г). Внутрішній діаметр вихідних отворів  $d = 100$  мм. Висота рівня води над центром отвору 5 м.

*Відповідь:* а)  $Q_0 = 48,2$  л/с; б)  $Q_{\text{в.н.}} = 55,2$  л/с; в)  $Q_{\text{з.н.}} = 63,7$  л/с; г)  $Q_{\text{к.н.}} = 75,3$  л/с.

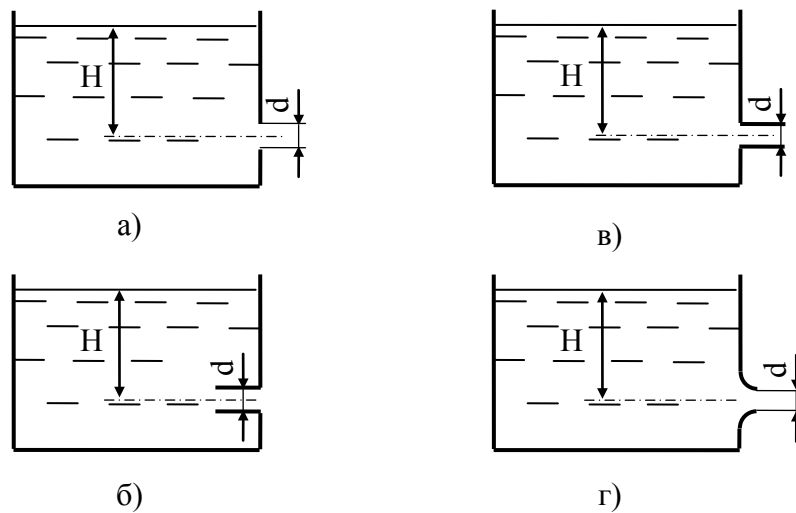


Рисунок 11.1

**11.2.2** Визначити швидкість переміщення поршня вниз, якщо до його штока прикладена сила  $F$  (рис. 11.2). Поршень з діаметром  $D$  має п’ять отворів діаметром  $d$  кожний. Отвори розглядаються як зовнішні циліндричні насадки з коефіцієнтом витрати  $\mu$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F$ , кН	11,0	12,0	11,5	12,5	10,5	10,0	9,5	9,0	8,5	8,0
$D$ , мм	70	75	80	90	65	60	65	60	85	95
$\rho$ , $\text{кг/м}^3$	950	960	970	980	990	965	975	985	995	1010
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	2,0	1,5	1,8	2,2	2,4	1,7	1,6	2,5	2,6	2,7
$\mu$	0,82	0,81	0,83	0,82	0,81	0,83	0,81	0,82	0,83	0,82

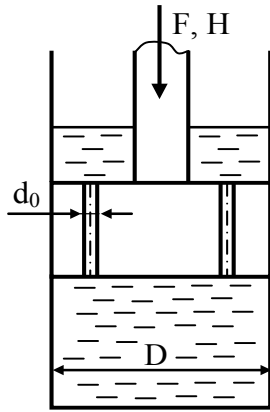


Рисунок 11.2

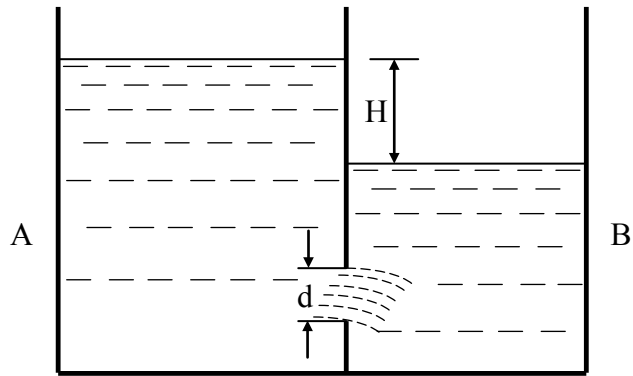


Рисунок 11.3

**11.2.3** Трубка, через яку проходить охолоджувальна вода з температурою  $t$  в пароохолодник, має  $n$  просвердлених отворів з діаметром  $d$ . Тиск води в трубці  $P_1$ , тиск в корпусі  $P_2$ . Визначити витрату води в пароохолоднику.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1 \cdot 10^{-6}$ , Па	0,95	0,98	1,02	1,05	1,10	1,08	1,15	1,18	1,21	1,24
$P_2 \cdot 10^{-6}$ , Па	0,79	0,78	0,77	0,76	0,75	0,74	0,73	0,72	0,71	0,69
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30
$d$ , мм	2	3	4	2	3	4	2	3	4	2
$n$	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

**11.2.4** Визначити час, необхідний для вирівнювання рівнів у двох посудинах А і В, що сполучені між собою. Посудини мають сталий по висоті поперечний переріз  $F_1$  (посудина А)  $F_2$  (посудина В). Діаметр отвору  $d$ , початкова різниця рівнів  $H$  (рис. 11.3).

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F_1$ , м <sup>2</sup>	3	2	3,5	2,5	4	3	1,5	2,5	4,5	5,5
$F_2$ , м <sup>2</sup>	2	3	2,5	3,5	3	4	2,5	1,5	5,5	4,5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , см	10	8	12	6	14	4	11	9	13	7
$H$ , м	1,5	1,9	1,6	2,1	1,8	2,2	1,7	1,0	1,3	0,9

**11.2.5** В двох посудинах А і В знаходиться вода з температурою  $t$  (рис. 11.4). Визначити в якому напрямку буде рухатись вода між посудинами та у якій кількості, якщо манометр в посудині В має показання  $P_m$ , а різниця рівнів між посудинами  $H = \text{const}$ . Посудини мають ста-

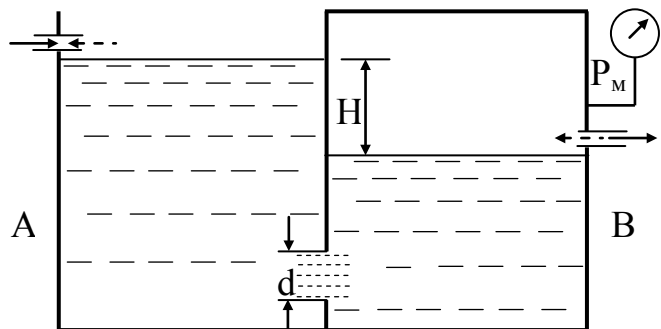


Рисунок 11.4

лий по висоті поперечний переріз  $F_1$  (посудина А)  $F_2$  (посудина В), причому  $F_1 = F_2$ . Діаметр отвору між посудинами  $d$ . Визначити також за якої різниці рівнів  $H$  вода між посудинами не перетікатиме.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t, ^\circ\text{C}$	20	40	25	45	30	50	15	55	10	60
$d, \text{см}$	7	4	13	11	6	8	14	9	12	10
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_m, \text{кПа}$	25	40	39	30	50	45	35	25	55	20
$H, \text{м}$	2	5,5	2,5	5	3	6,5	1,5	3,5	4	4,5

**11.2.6** Над малим отвором з діаметром  $d$  в тонкій стінці знаходиться шар води висотою  $H = \text{const}$ . Розглянути три варіанти витікання води: із малого отвору, із зовнішньої, із внутрішньої циліндричної насадки такого ж діаметра. Зіставити швидкості і витрати води. Пояснити розбіжність визначених величин. Пояснити механізм процесу витікання в кожному випадку. Визначити масові витрати води при температурі  $t$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{мм}$	3,5	4	5	6,1	7,3	8,1	9,4	10,6	11,3	14
$t, ^\circ\text{C}$	4	8	10	12	14	16	18	20	21	25
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H, \text{м}$	1,0	0,9	0,8	0,85	0,92	0,73	0,76	0,81	0,92	0,63

**11.2.7** Розв'язати задачу 11.2.6 за умови відсутності підливання води у ємності ( $H = \text{var}$ ). За який час вода опуститься до рівня отвору в трьох варіантах витікання?

**11.2.8** В тонкій перегородці, яка розділяє бак на дві ємності А і В, є отвір з діаметром  $d$ . Вода з ємності витікає в атмосферу через циліндричні насадки, що мають діаметри  $d_A$  і  $d_B$  (рис. 11.5). Визначити, на якій висоті встановляться рівні води в ємностях, якщо витрата води, що надходить в ємність В, дорівнює  $Q$ .

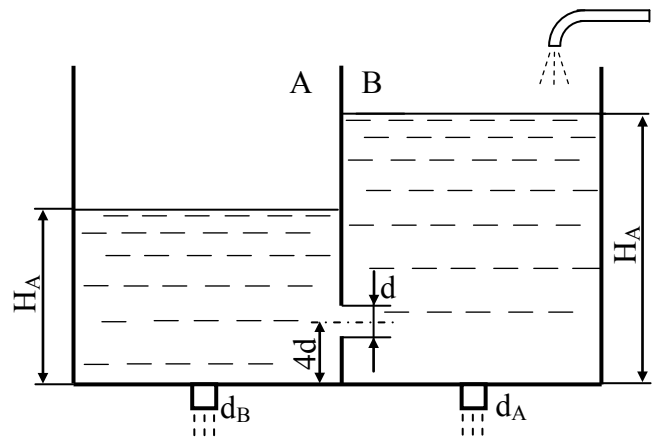


Рисунок 11.5

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{мм}$	17,0	16,5	16,0	16,8	17,2	17,5	16,2	16,5	16,0	18,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q, \text{л/с}$	1,22	0,21	0,30	0,39	0,51	0,60	0,69	0,82	0,90	1,05
$d_A, \text{мм}$	22	6	8	10	12	14	15	16	18	20
$d_B, \text{мм}$	12	14	15	16	18	20	22	25	30	32

**11.2.9** Визначити час спорожнювання циліндричного резервуара через циліндричний насадок, якщо початковий рівень рідини дорівнює  $H$ , діаметр бака  $D$ , діаметр насадки  $d$  (рис. 11.6).

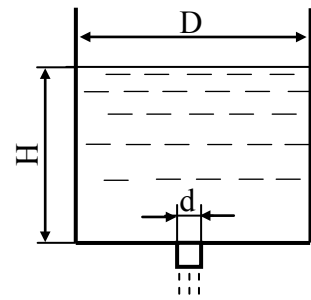


Рисунок 11.6

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H$ , м	2,9	1,1	1,2	1,3	1,5	1,7	2,0	2,2	2,45	2,55
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$D$ , м	1,75	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,45	1,5
$d$ , мм	45	30	27	34	22	20	40	18	42	16

## 12 ОДНОВИМІРНІ ТЕЧІЇ ГАЗУ

### 12.1 Приклади розв'язання задач

**12.1.1** Визначити необхідний внутрішній діаметр димової труби високою  $H = 120$  м для видалення гарячих газів при масовій втраті  $G = 100$  кг/с. Температура зовнішнього повітря  $t = 20$  °С, барометричний тиск біля поверхні землі  $P_a = 1,026 \cdot 10^5$  Па. Температура гарячих газів  $t_1 = 250$  °С, початковий їх тиск  $P_1 = 0,997$  бар, густина газів  $\rho_r = 1,295$  кг/м<sup>3</sup> при  $t_0 = 0$  °С і  $P_0 = 100$  кПа. Шорсткість внутрішньої поверхні труби  $k_e = 2$  мм.

#### Розв'язування

Враховуючи незначну зміну тиску і густини газів на вході і виході із труби, скористаємось рівнянням Бернуллі без врахування стисливості.

Тиск на виході із труби

$$P_2 = P_a - \rho_a \cdot g \cdot H,$$

де  $\rho_a$ ,  $P_a$  – густина і тиск повітря біля поверхні землі.

$$\rho_a = \frac{1,293 \cdot P_a \cdot T_0}{P_0 \cdot T} = \frac{1,293 \cdot 1,026 \cdot 10^5 \cdot 273}{100 \cdot 10^3 \cdot 293} = 1,24 \text{ кг/м}^3.$$

$$P_2 = 1,026 \cdot 10^5 - 1,24 \cdot 9,8 \cdot 120 = 1,011 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Початкова густина гарячих газів

$$\rho_1 = \frac{\rho_r \cdot P_1 \cdot T_0}{P_0 \cdot T_1} = \frac{1,295 \cdot 0,997 \cdot 10^5 \cdot 273}{100 \cdot 10^3 \cdot 523} = 0,69 \text{ кг/м}^3.$$

За табл. А.15 для димових газів ( $P = 1,01 \cdot 10^5$ ;  $P_{\text{CO}_2} = 13$ ;  $P_{\text{H}_2\text{O}} = 0,11$ ;  $P_{\text{N}_2} = 0,76$ , де  $P_{\text{CO}_2}$ ,  $P_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $P_{\text{N}_2}$  – відповідно парціальні тиски  $\text{CO}_2$ , водяної пари  $\text{H}_2\text{O}$  і  $\text{N}_2$  в димових газах) –  $\rho_1 = 0,682 \text{ кг/м}^3$ . Кінематична в'язкість газів при  $P = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ,  $t = 250 \text{ }^\circ\text{C}$  і  $\rho = 0,682 \text{ кг/м}^3$ ,  $\nu = 39,03 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Надалі використовуємо метод підбору, для цього приймаємо три значення діаметра димової труби  $d_1 = 3 \text{ м}$ ,  $d_2 = 4 \text{ м}$ ,  $d_3 = 5 \text{ м}$ .

Для цих значень середня швидкість гарячих газів в трубі, враховуючи  $\rho_1 = 0,69 \text{ кг/м}^3$  на всій протяжності труби

$$C_1 = \frac{4 \cdot G}{\rho_1 \cdot \pi \cdot d_1^2} = \frac{4 \cdot 100}{0,69 \cdot 3,14 \cdot 3^2} = 20,5 \text{ м/с},$$

аналогічно  $C_2 = 11,54 \text{ м/с}$ ,  $C_3 = 7,38 \text{ м/с}$ .

Відповідно до числа Рейнольдса

$$\text{Re}_1 = \frac{C_1 d_1}{\nu_1} = \frac{20,5 \cdot 3}{39,03 \cdot 10^{-6}} = 15,7 \cdot 10^5, \quad \text{Re}_2 = 11,8 \cdot 10^5, \quad \text{Re}_3 = 9,45 \cdot 10^5.$$

На границі змішаного і шорсткого тертя:

$$\text{Re}_{\text{гп}}^1 = \left( 120 \cdot \frac{d_1}{k_e} \right)^{1,125} = \left( 120 \cdot \frac{3}{2 \cdot 10^{-3}} \right)^{1,125} = 8,17 \cdot 10^5;$$

$$\text{Re}_{\text{гп}}^2 = \left( 120 \cdot \frac{d_1}{k_e} \right)^{1,125} = \left( 120 \cdot \frac{4}{2 \cdot 10^{-3}} \right)^{1,125} = 11,3 \cdot 10^5;$$

$$\text{Re}_{\text{гп}}^3 = \left( 120 \cdot \frac{d_1}{k_e} \right)^{1,125} = \left( 120 \cdot \frac{5}{2 \cdot 10^{-3}} \right)^{1,125} = 14,5 \cdot 10^5.$$

У двох перших випадках  $\text{Re} > \text{Re}_{\text{гп}}$  і для визначення гідравлічного коефіцієнта тертя використовуємо формулу Мурина:

$$\lambda_1 = \frac{1}{\left( 1,14 + 2 \lg \frac{d_1}{k_e} \right)^2} = \frac{1}{\left( 1,14 + 2 \lg \frac{3}{2 \cdot 10^{-3}} \right)^2} = 0,0178,$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{\left( 1,14 + 2 \lg \frac{d_2}{k_e} \right)^2} = \frac{1}{\left( 1,14 + 2 \lg \frac{4}{2 \cdot 10^{-3}} \right)^2} = 0,0167.$$

Оскільки  $10^5 < \text{Re}_3 < \text{Re}_{\text{гп}}^3$  при  $d_3 = 5 \text{ м}$ , то використовуємо формулу Альтшуля

$$\lambda_3 = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d_3} + \frac{68}{Re_3} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{2 \cdot 10^{-3}}{5} + \frac{68}{9,45 \cdot 10^5} \right)^{0,25} = 0,0162.$$

Враховуючи, що при початковому тиску:

$$P_1 = 0,997 \cdot P_a = 0,997 \cdot 1,026 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

швидкість газів  $C_1 = 0$ , залишимо рівняння Бернуллі для початкового і кінцевого перерізів газового потоку:

$$\rho_1 \cdot g \cdot Z_1 + P_1 = \rho_1 \cdot g \cdot Z_2 + P_2 + \alpha \cdot \frac{\rho \cdot C_2^2}{2} + \lambda \cdot \frac{H}{d} \cdot \frac{\rho \cdot C_2^2}{2}.$$

І оскільки  $Z_1 - Z_2 = H$ , то

$$P_1 - P_2 = \rho_1 \cdot g \cdot H + \alpha \cdot \frac{\rho \cdot C_2^2}{2} + \lambda \cdot \frac{H}{d} \cdot \frac{\rho \cdot C_2^2}{2}.$$

Враховуючи, що

$$C_2 = 4 \cdot G / (\rho_1 \cdot \pi \cdot d^2),$$

маємо

$$\Delta P = \rho_1 \cdot g \cdot H + \frac{8 \cdot G^2}{\rho_1^2 \cdot \pi^2} \cdot \left( \frac{1}{d^4} + \lambda \cdot H \cdot \frac{1}{d^5} \right).$$

Останнє рівняння розв'язуємо графоаналітичним методом, маючи на увазі, що задане  $\Delta P_3 = P_1 - P_2 = 0,997 \cdot 1,026 \cdot 10^5 - 1,011 \cdot 10^5 = 1192,2$ .

Результати розрахунків кривої  $\Delta P = f(d)$  при  $H = 120$  м і  $G = 120$  кг/с зводимо в таблицю

Номер розрахунку	d, м	$\lambda$	$\frac{1}{d^4} + \lambda \cdot H \cdot \frac{1}{d^5}$	$\Delta P$ , Па
1	2,8	0,0177	0,0287	1330
2	3	0,178	0,021	1169
3	4	0,0167	0,00586	911
4	5	0,0162	0,0222	849

Далі будемо залежність  $\Delta P = f(d)$  і знаходимо  $d = 2,92$  м (рис. 12.1).

**12.1.2** В сталевому трубопроводі з діаметром  $d = 0,1$  м і довжиною  $l = 100$  м подається стисле повітря з абсолютним тиском  $P_1 = 900$  кПа. Температура повітря  $t = 20$  °С. Швидкість на початку трубопроводу

$C_1 = 30$  м/с. Визначити масову витрату повітря  $G$  і тиск в кінці труби  $P_2$ . Кінематична в'язкість повітря  $\nu = 15,7 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с. Абсолютна шорсткість стінок трубопроводу  $k_e = 0,3$  мм.

### Розв'язування

Густина повітря на початку труби

$$\rho_1 = P_1 / (R \cdot T_1) = 900000 / (287 \cdot 293) = 10,7 \text{ кг/м}^3.$$

Масова втрата стислого повітря

$$G = \rho_1 \cdot \omega \cdot C_1 = 10,7 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \cdot 30 = 2,52 \text{ кг/с.}$$

Число Рейнольдса

$$Re = C \cdot d / \nu = 30 \cdot 0,1 / (15,7 \cdot 10^{-6}) = 1,91 \cdot 10^5.$$

Відносна шорсткість

$$k_e / d = 0,3 / 100 = 0,003.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( 0,003 + \frac{68}{1,91 \cdot 10^5} \right)^{0,25} = 0,031.$$

Тиск в кінці трубопроводу знаходимо за формулою

$$\frac{P_1^2 - P_2^2}{2} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{G^2}{2 \cdot \omega^2} \cdot \frac{P_1}{\rho_1};$$

$$\frac{(9 \cdot 10^5)^2 - P_2^2}{2} = 0,031 \cdot \frac{100}{0,1} \cdot \frac{2,52^2}{2 \cdot (3,14 \cdot 0,1^2 / 4)^2} \cdot \frac{900000}{10,7};$$

$$P_2 = 735724,8 \text{ Па.}$$

## 12.2 Завдання на СРС

**12.2.1** По трубопроводі з внутрішнім діаметром 150 мм протікає пара з тиском  $P_{абс} = 100$  кгс/см<sup>2</sup> і температурою  $t = 500$  °С. Швидкість пари  $C = 40$  м/с. Визначити годинну витрату пари і критерій Рейнольдса.

*Відповідь:*  $m_t = 21,09$  кг/с = 75,92 т/год;  $Re = 6,17 \cdot 10^6$ .



**12.2.2** Визначити втрату напору в прямому трубопроводі завдовжки  $l = 1000$  м, по якому прокачується нафтопродукт з густиною  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup> в кількості  $Q = 31,4$  л/с. Внутрішній діаметр трубопроводу  $d = 200$  мм, коефіцієнт гідравлічного опору  $\lambda = 0,04$ .

*Відповідь:*  $h_d = 90$  кПа.

**12.2.3** У повітряний потік, що рухається в трубі з числом Маха  $M$  і температурою гальмування  $T_0$ , введений легкий предмет, що з часом набуває швидкості потоку. Яка буде його температура після настання теплової рівноваги?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T_0$ , К	400	400	450	500	420	550	380	510	400	450
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M$	0,9	0,8	0,9	0,65	1,2	1,4	1,0	0,85	1,3	0,7

**12.2.4** Потік повітря в аеродинамічній трубі має статичний тиск  $P = 0,1$  МПа. При швидкості  $C$  м/с його температура дорівнює  $T$ . Знайти критичні параметри ( $a^*$ ,  $T^*$ ,  $P^*$ ,  $\rho^*$ ).

Остання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$T$ , К	550	500	400	440	520	410	550	380	420	500
Передостання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$C$ , м/с	150	200	250	180	230	270	170	220	180	150

**12.2.5** У потоці повітря, що рухається зі швидкістю  $C$  м/с, за допомогою термометра вимірювалася температура, яка дорівнює  $T$ . Знайти число Маха і коефіцієнт швидкості  $\lambda$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T$ , К	400	410	380	400	420	300	350	400	440	370
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$C$ , м/с	250	240	300	450	400	550	280	380	580	420

**12.2.6** Трубка Піто вмонтована в крило літака, що рухається зі швидкістю  $C$  м/с, атмосферний тиск  $P = 0,7 \cdot 10^5$  Па, а швидкість звуку  $a$ . Знайти тиск загальмованого потоку  $P_0$  на носіку трубки Піто.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a$ , м/с	329	350	410	400	420	440	422	388	340	408
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$C$ , м/с	1000	1200	1100	950	1150	900	1250	1120	1080	980

**12.2.7** Потік повітря при тиску  $P = 10,2 \cdot 10^5$  Па і температурі  $t$  °С тече зі швидкістю  $C$  м/с. Знайти параметри гальмування ( $T_0$ ,  $P_0$ ,  $\rho_0$ ) і швидкість звуку в потоці.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °С	-3	-10	-8	-15	-7	-15	-4	-3	-6	-5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$C$ , м/с	100	150	200	300	220	350	120	100	280	170

**12.2.8** Знайти швидкість звуку, число Маха і зведену швидкість для струмини газу, що випливає з балона зі швидкістю, що дорівнює половині максимальної. Температура в балоні  $t$  °С, показник –  $k$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °С	27	40	38	25	30	28	20	20	32	35
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Газ	повітря	CO <sub>2</sub>	метан	пропан	повітря	CO <sub>2</sub>	азот	повітря	CO <sub>2</sub>	пропан
$k$	1,4	1,3	1,31	1,13	1,4	1,3	1,4	1,4	1,3	1,13

**12.2.9** Визначити необхідний внутрішній діаметр димової труби  $H$  для видалення гарячих газів при масовій втраті  $G$ . Температура зовнішнього повітря  $t$ , барометричний тиск біля поверхні землі  $P_a$  Па. Температура гарячих газів  $t_1$ , початковий їх тиск  $P_1$ , густина газів  $\rho_r = 1,295$  кг/м<sup>3</sup> при  $t = 0$  °С і  $P = 100$  кПа. Шорсткість внутрішньої поверхні труби  $k_e = 2$  мм.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H$ , м	127	110	115	125	130	135	140	145	150	132
$G$ , кг/с	83	80	85	90	95	103	110	87	92	97
$t$ , °С	15	20	0	5	10	15	20	0	5	10
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_a \cdot 10^{-5}$ , Па	1,026	1,025	1,022	1,021	1,019	1,027	1,020	1,018	1,017	1,024
$t_1$ , °С	250	160	170	180	190	200	210	220	280	240
$P_1 \cdot 10^{-5}$ , кПа	1,023	1,022	1,02	1,017	1,016	1,024	1,017	1,015	1,014	1,021

**12.2.10** Визначити, яку висоту повинна мати димова труба для видалення гарячих газів при масовій витраті  $G$  з початковою температурою  $t_1$ , початковим тиском  $P_1$  і густиною  $\rho_0$  при  $t_0$ , з діаметром труби  $d$ , барометричним тиском поверхні землі  $P_a$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G$ , кг/с	95	55	50	60	65	70	75	80	85	90
$t$ , °С	195	150	160	165	170	175	180	190	200	185
$d$ , м	3,5	1,9	1,8	2	2,1	2	2,2	2,4	2,8	3,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_a \cdot 10^{-5}$ , Па	1,012	0,987	0,990	0,995	0,997	0,999	1,01	1,02	1,05	1,07
$P_1 \cdot 10^{-5}$ , кПа	1,04	0,981	0,982	0,990	0,992	0,994	0,996	0,997	0,998	1,02

**12.2.11** Газ рухається в каналі. Температура гальмування  $T_0$ . Визначити швидкість звуку в газі при  $T_0$ , максимальну швидкість газу, ентальпію гальмування. Визначити швидкість звуку при  $T$ , швидкість газу.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Газ	повітря	He	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	CO	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	He	CO <sub>2</sub>	повітря
$T_0$ , К	590	500	510	520	530	540	550	560	570	580
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T$ , К	460	293	303	320	340	360	380	400	420	440

**12.2.12** Газ в деякому перерізі має тиск  $P$ , температуру  $t$ , масову витрату  $G$ . Площа перерізу  $\omega$ . Яким повинен бути канал (площа перерізу збільшується чи зменшується), щоб швидкість зростала?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P$ , кПа	280	120	140	160	180	190	200	220	240	260
$t$ , °С	200	20	40	60	80	100	120	140	160	180
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G$ , кг/с	22	2	4	6	8	10	12	14	16	20
$\omega$ , м <sup>2</sup>	0,11	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10
Газ	CO <sub>2</sub>	повітря	He	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	CO	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	повітря	He

## 13 МЕЖОВИЙ ШАР НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ

### 13.1 Приклади розв'язання задач

**13.1.1** На плоску пластину (нову, чисту, матеріал – сталь) натікає повітря зі швидкістю  $v = 30$  м/с і температурою  $t = 10$  °С. Визначити стан межового шару (ламінарного або турбулентного), а також його товщину на відстані  $x = 1$  м і  $x = 0,1$  м від попереднього краю пластини.

*Розв'язування*

Визначаємо (додаток А) густину і кінематичну в'язкість повітря при  $t = 10$  °С:  $\rho = 1,247$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu = 14,16 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

Критерій Рейнольдса межового шару на відстані  $x = 1$  м

$$Re_x = \frac{v \cdot x}{\nu} = \frac{30 \cdot 1}{14,16 \cdot 10^{-6}} = 2118644.$$

Отже, межовий шар турбулентний.

Товщина межового шару на відстані  $x = 1$  м:

$$\delta = 0,153 \cdot \left( k_e + \frac{83 \cdot \nu}{v} \right)^{1/5} \cdot x^{4/5} =$$

$$= 0,153 \cdot (0,03 \cdot 10^{-3} + \frac{83 \cdot 14,16 \cdot 10^{-6}}{30})^{1/5} \cdot 1^{4/5} = 0,225 \text{ м.}$$

Якщо  $x = 0,1 \text{ м}$  –  $Re_x = \frac{30 \cdot 0,1}{14,16 \cdot 10^{-6}} = 211864$  – межовий шар ламінарний.

Товщина межового шару:

$$\delta = 3,46 \cdot \sqrt{\frac{v \cdot x}{\nu}} = 3,46 \cdot \sqrt{\frac{14,16 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1}{30}} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

**13.1.2** Плоска пластина з розмірами  $L = 1,1 \text{ м}$  і  $l = 3,9 \text{ м}$  ( $L$  – довжина пластини,  $l$  – ширина пластини; розмір паралельний кресленню) і абсолютно еквівалентною шорсткуватістю  $k_e = 0,05 \text{ мм}$  обдувається в ребро  $l = 3,9 \text{ м}$  потоком повітря зі швидкістю  $u_\infty = 70 \text{ м/с}$ . Температура повітря  $t = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Визначити силу тертя між повітрям і пластиною з двох боків пластини.

#### *Розв'язування*

Густина і кінематична в'язкість при  $t = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ :  $\rho = 1,247 \text{ кг/м}^3$ ,  $\nu = 14,16 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Число Рейнольдса на кінці пластини:

$$Re_L = \frac{u_\infty \cdot L}{\nu} = \frac{70 \cdot 1,1}{14,16 \cdot 10^{-6}} = 5,44 \cdot 10^6.$$

Отже, на кінці пластини межовий шар турбулентний.

Число Рейнольдса в критичному перерізі:

$$Re_{кр} = \frac{u_\infty \cdot x_{кр}}{\nu},$$

звідси 
$$x_{кр} = \frac{Re_{кр} \cdot \nu}{u_\infty} = \frac{485000 \cdot 14,16 \cdot 10^{-6}}{70} = 0,098 \text{ м,}$$

тобто, на відстані  $0,098 \text{ м}$  від початку пластини маємо ламінарний межовий шар, при  $x_{кр} < x \leq L$  маємо турбулентний межовий шар.

Силу тертя між повітрям і пластиною при двосторонньому турбулентному обтіканні визначимо за формулою:

$$F_{тр} = 2 \cdot C_F \cdot \omega \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2},$$

де  $C_F$  – коефіцієнт тертя;

$\omega$  – площа тертя з одного боку,  $\omega = L \cdot l$ , м<sup>2</sup>;

$\frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2}$  – динамічний напір, Па.

Для турбулентного обтікання пластини:

$$C_F = 0,03 \cdot \left( \frac{k_e}{L} + \frac{83 \cdot \nu}{u_\infty \cdot L} \right)^{1/5},$$

$$F_{тр} = 2 \cdot l \cdot 0,03 \cdot \left( \frac{k_e}{L} + \frac{83 \cdot \nu}{u_\infty \cdot L} \right)^{1/5} \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2} \cdot L =$$

$$= 2 \cdot 3,9 \cdot 0,03 \cdot \left( \frac{0,05 \cdot 10^{-3}}{1,100} + \frac{83 \cdot 14,16 \cdot 10^{-6}}{70 \cdot 1,1} \right)^{1/5} \cdot \frac{1,247 \cdot 70^2}{2} \cdot 1,1 = 112,8 \text{ Н}.$$

## 13.2 Завдання на СРС

**13.2.1** На плоску пластину натікає повітря зі швидкістю  $u_\infty$  і температурою  $t$ . Визначити стан межового шару (ламінарний або турбулентний), а також його товщину на відстані  $x_1$  та  $x_2$  від переднього краю пластини.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$u_\infty$ , м/с	30	32	34	36	38	40	45	50	55	60
$t$ , °С	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x_1$ , м	1	2	3	1,4	2,5	1,6	1,7	1,8	0,3	0,4
$x_2$ , м	0,1	0,2	0,3	0,14	0,25	0,16	0,17	0,18	0,03	0,04

**13.2.2** Плоска пластинка з розмірами  $L$  і  $l$  (розмір перпендикулярний до креслення) і абсолютною еквівалентною шорсткістю  $k_e$  обдувається в ребро потоком повітря зі швидкістю  $u_\infty$ . Температура повітря  $t$ . Визначити силу тертя між повітрям і пластинкою з двох її боків.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L$ , м	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$l$ , м	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	2,9
$k_e$ , мм	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$u_\infty$ , м/с	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61
$t$ , °С	10	12	14	16	20	25	30	35	40	45

**13.2.3** Димові гази натікають на плоску пластинку зі швидкістю  $u_\infty$  і температурою  $t$ . На якій відстані  $x$  від переднього краю пластини товщина

межового шару  $\delta$ ? Який межовий шар (ламінарний чи турбулентний) в цьому перерізі?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 варіант: $\delta$ , мм	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	1,2	1,6	2,3
2 варіант: $\delta$ , мм	21,0	24,0	30,0	36,0	42,0	48,0	57,0	80,0	75,0	68,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
$u_\infty$ , м/с	8,0	9,0	10,0	11,0	8,5	9,5	10,5	11,5	12,0	14,0

**13.2.4** Потік газу з температурою  $t$  зі сталюю по перерізу швидкістю  $u_\infty$  набігає на плоску пластину розміром  $L_1 \times L_2$  в ребро довжиною  $L_1$ . Виникає результувальна сила  $F_2$ ,  $H$ , тертя між повітрям і пластиною. Як зміниться сила тертя  $F$ , якщо потік буде набігати на ребро  $L_2$  тієї ж пластини? Тиск газу  $P = 0,1$  МПа. Еквівалентна шорсткість пластини  $k_e = 0,05$  мм.

Передостання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$L_1$ , м	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25
$L_2$ , м	3,8	2,60	2,40	2,10	1,60	3,60	1,80	1,40	1,10	0,90
Остання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Газ	N <sub>2</sub>	Ar аргон	водяна пара	пові- тря	CH <sub>4</sub>	CO	CO <sub>2</sub>	про- пан	CO <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>
$t$ , °C	0	0	$t_{\text{н}}$	30	0	0	0	0	0	0

**13.2.5** На дві однакові пластини, які розташовані паралельно на відстані  $H$ , набігає потік повітря (температура  $t$ ) з однаковою швидкістю  $u_\infty$ . На якій відстані від ребер, на які натікає повітря, межові шари на нижній і верхній пластині зникаються? Тиск повітря  $P = 0,1$  МПа. Еквівалентна шорсткість  $k_e$ .

Передостання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$H$ , м	0,05	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24
$k_e$ , мм	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,15	0,16	0,20	0,25	0,30
Остання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$u_\infty$ , м/с	10	11	12	13	14	15	16	9	8	7
$t$ , °C	5	10	15	20	25	30	7	12	23	27

## 14 ЗАТОПЛЕНІ ТУРБУЛЕНТНІ СТРУМИНИ

### 14.1 Приклади розв'язання задач

**14.1.1** Визначити швидкість на осі струмини в перерізі, який знаходиться на відстані  $x = 0,45$  м від зрізу сопла. Струмина газу витікає із сопла  $d_0 = 30$  мм зі швидкістю  $u_0 = 28$  м/с.

### Розв'язування

Спочатку визначимо довжину початкової ділянки (табл. 12.1 [1])

$$l_0 = 0,67/a \cdot (d_0/2) = 0,67/0,066 \cdot (0,03/2) = 0,152 \text{ м.}$$

Заданий переріз  $x$  знаходиться на основній ділянці, оскільки  $l_0 < x$ .

Швидкість на осі струмини:

$$\begin{aligned} \overline{u_{\max}} &= u_0 \cdot \{0,96/[0,29 + (a \cdot l/r_0)]\} = \\ &= 28 \cdot \{0,96/[0,29 + (0,066 \cdot 0,45/0,015)]\} = 11,8 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

**14.1.2** Визначити товщину межового шару струмини, яка витікає із сопла  $d_0 = 50$  мм в перерізі, що знаходиться на відстані  $x = 80$  мм від зрізу сопла.

### Розв'язування

Перехідний переріз струмини знаходиться на відстані від зрізу сопла:

$$l_0 = (d_0/2) \cdot 0,67/a = (50/2) \cdot 0,67/0,066 = 253,8 \text{ мм} = 0,254 \text{ м.}$$

Радіус струмини на відстані  $x$  від зрізу сопла:

$$\begin{aligned} r_x &= (d_0/2) \cdot 3,4 \cdot [0,29 + (a \cdot l/r_0)] = (50/2) \cdot 3,4 \cdot [0,29 + (0,066 \cdot 80/(50/2))] = \\ &= 42,6 \text{ мм} = 0,043 \text{ м.} \end{aligned}$$

Радіус ядра сталих швидкостей в перерізі  $x$  знайдемо із співвідношення

$$\frac{r_0}{l_0} = \frac{r_x}{l_0 - x},$$

звідки 
$$r_x = \frac{l_0 - x}{l_0} \cdot r_0 = \frac{0,254 - 0,08}{0,254} \cdot \frac{0,05}{2} = 0,017 \text{ м.}$$

Товщина межового шару:

$$r_{\text{мш}} = r_x - r_x = 0,043 - 0,017 = 0,026 \text{ м.}$$

## 14.2 Завдання на СРС

**14.2.1** Визначити відстань від сопла до перехідного перерізу, якщо масова витрата круглої струмини  $Q_T = 0,0635$  кг/с, густина газу  $\rho_r = 1,3$  кг/м<sup>3</sup>, а швидкість витікання дорівнює: а) 25 м/с; б) 30 м/с; в) 35 м/с; г) 40 м/с; д) 45 м/с; е) 50 м/с.

*Відповідь:* а)  $x_{\text{п}} = 0,239$  м.

**14.2.2** Побудувати поле швидкостей струмини на відстані  $x = 0,8$  м від зрізу сопла, якщо масова витрата  $Q_T = 0,23$  кг/с, густина газу  $\rho_T = 1,19$  кг/м<sup>3</sup>, діаметр сопла  $d_0 = 70$  мм.

**14.2.3** Визначити, на якій відстані від зрізу відбувається подвоєння витрати струмини, якщо діаметр сопла  $d_0$  дорівнює: а) 75 мм; б) 60 мм; в) 70 мм; г) 80 мм; д) 90 мм; е) 100 мм.

*Відповідь:* а) 0,333 м.

**14.2.4** Знайти співвідношення швидкостей струмини  $u_{\max}/u_0$  в перерізі, де відбувається подвоєння витрати сопла, якщо діаметр сопла  $d_0$  дорівнює: а) 75 мм; б) 60 мм; в) 70 мм; г) 80 мм; д) 90 мм; е) 100 мм.

*Відповідь:* а)  $u_{\max}/u_0 = 1$ .

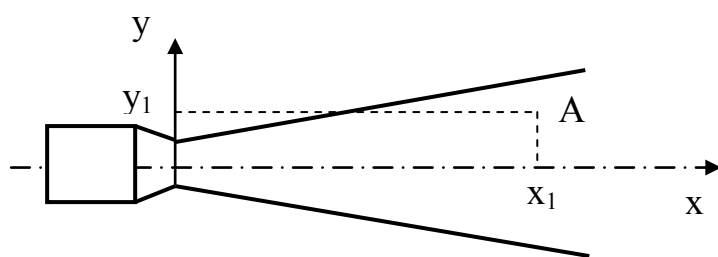


Рисунок 14.1

**14.2.5** В точці А камери печі (рис. 14.1) з координатами, м: а)  $x = 0,3$ ,  $y = 0,04$ ; б)  $x = 0,4$ ,  $y = 0,04$ ; в)  $x = 0,45$ ,  $y = 0,04$ ; г)  $x = 0,5$ ,  $y = 0,04$ . За допомогою трубки Піто заміряна швидкість газу  $u = 25,1$  м/с. Визначити швидкість виті-

кання газу із сопла, діаметр якого  $d_0 = 40$  мм.

*Відповідь:* а)  $u_0 = 69,5$  м/с.

**14.2.6** Знайти співвідношення середніх за витратою і площею швидкостей в перерізі струмини, яка проходить через точку А, і визначити ці швидкості (рис. 14.1). Координати точки А: а)  $x = 0,3$ ,  $y = 0,04$ ; б)  $x = 0,4$ ,  $y = 0,04$ ; в)  $x = 0,45$ ,  $y = 0,04$ ; г)  $x = 0,5$ ,  $y = 0,04$ . В точці А швидкість газу  $u = 25,1$  м/с, діаметр сопла, із якого витікає газ, дорівнює  $d_0 = 40$  мм.

*Відповідь:* а)  $v_p = 23,4$  м/с;  $v_A = 9,8$  м/с.

**14.2.7** При якій швидкості витікання струмини із сопла з діаметром  $d_0 = 100$  мм середня швидкість струмини на відстані від зрізу сопла  $x$ , що дорівнює: а) 0,6 м; б) 0,65 м; в) 0,7 м; г) 0,75 м; д) 0,8 м; е) 0,85 м, буде  $v = 30$  м/с?

*Відповідь:* а)  $u_0 = 75$  м/с.

**14.2.8** В якому співвідношенні мають знаходитись абсциси перерізів основної ділянки струмини, в яких середня швидкість по витраті дорівнює середній швидкості по площі? Діаметр сопла  $d_0 = 100$  мм.

*Відповідь:*  $x_p / x_k = 2,38$ .

**14.2.9** Струмина газу витікає із сопла діаметром  $d_0 = 50$  мм зі швидкістю  $u_T = 90$  м/с і вдувається в потік повітря, яке рухається зі швидкістю  $u_n =$



= 20 м/с під кутом  $\alpha = 90^\circ$ . Побудувати траєкторію осі струмини, якщо густина газу  $\rho_r = 1,45 \text{ кг/м}^3$ , а густина повітря  $\rho_n = 1,29 \text{ кг/м}^3$ .

**14.2.10** Плоска вільна струмина газу витікає із сопла півшириною  $b_0$  зі швидкістю  $u_0$ . Визначити швидкість на осі струмини в двох перерізах, які знаходяться на відстані  $x_1$  і  $x_2$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b_0$ , м	0,035	0,05	0,10	0,15	0,08	0,02	0,04	0,06	0,08	0,03
$u_0$ , м/с	44	34	35	36	37	38	39	40	41	42
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x_1$ , м	0,23	0,30	0,32	0,34	0,28	0,26	0,24	0,22	0,18	0,16
$x_2$ , м	1,42	0,7	0,75	0,80	0,67	0,7	1,1	1,15	1,20	1,22

**14.2.11** Вільна плоска струмина газу витікає із сопла півшириною  $b_0$ . Визначити товщину межового шару струмини на відстані  $x$  від зрізу сопла.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b_0$ , м	0,036	0,02	0,022	0,024	0,026	0,028	0,03	0,035	0,032	0,034
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x$ , м	0,08	0,15	0,17	0,11	0,21	0,16	0,18	0,13	0,07	0,1

## ЛІТЕРАТУРА

1. Ткаченко С. Й. Гідрогазодинаміка (прикладі і задачі) : навчальний посібник / С. Й. Ткаченко, Н. Д. Степанова. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 180 с.
2. Альтшуль А. Д. Примеры расчетов по гидравлике : учебное пособие / Альтшуль А. Д., Калицун В. И., Майрановский Ф. Г. – М. : Стройиздат, 1977. – 255 с.
3. Башта Т. М. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы : учебник / Башта Т. М., Руднев С. С., Некрасов Б. Б. – [2-е изд., перераб.]. – М. : Машиностроение, 1982. – 423 с.
4. Дейч М. Е. Гидрогазодинамика / М. Е. Дейч, А. Е. Зарянкин. – М. : Энергоиздат, 1984. – 384 с.
5. Вильнер Я. М. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам / Вильнер Я. М., Ковалев Я. Т., Некрасов Б. Б. – [2-е изд., перераб. и дополн.]. – Минск : Высшая школа, 1985. – 382 с.
6. Чугаев Р. Р. Гидравлика / Чугаев Р. Р. – Л. : Энергия, 1970. – 552 с.
7. Грабовский А. М. Гидромеханика и газовая динамика. Сборник задач / Грабовский А. М., Иванов К. Ф., Дунчевский Г. М. – К. : Вища школа, 1987. – 64 с.
8. Альтшуль А. Д. Гидравлика и аэродинамика / А. Д. Альтшуль, П. Г. Киселев. – М. : Стройиздат, 1975. – 323 с.
9. Альтшуль А. Д. Гидравлические сопротивления / Альтшуль А. Д. – М. : Недра, 1970. – 216 с.
10. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / Идельчик И. Е. – М. : Машиностроение, 1975. – 464 с.
11. Киселев П. Г. Гидравлика: основы механики жидкости / Киселев П. Г. – М. : Энергия, 1980. – 380 с.
12. Кулінченко В. Р. Гідравліка, гідравлічні машини і гідропривід : підручник / Кулінченко В. Р. – Київ : Фірма "ІНКОС", Центр навчальної літератури, 2006. – 616 с.
13. Угинчус А. А. Гидравлика и гидравлические машины / Угинчус А. А. – [4-е изд., перераб.]. – Харьков : Издательство Харьковского университета, 1970. – 395 с.
14. Альтман Е. І. Гідрогазодинаміка : посібник для практичних занять та самостійної роботи студентів / Альтман Е. І., Большаков І. Л., Кожелупенко Ю. Д. – Одеса : Видавничий цех ОДАХ, 2008. – 150 с.
15. Ткаченко С. Й. Гідрогазодинаміка. Лабораторний практикум / Ткаченко С. Й., Чепурний М. М., Степанов Д. В. – Вінниця : ВНТУ, 2003. – 65 с.
16. Справочник по гидравлическим расчетам / [под. ред. П. Г. Киселева.]. – М. : Энергия, 1974. – 312 с.
17. Справочник по гидравлике / [под ред. В. А. Большакова.]. – Киев : Выш. шк., 1984. – 279 с.

18. Колчунов В. І. Теоретична та прикладна гідромеханіка : навч. посіб. / Колчунов В. І. – К. : НАУ, 2004. – 336 с.

19. Завойко Б. М. Технічна механіка рідин і газів: основні теоретичні положення та задачі : навч. посіб. для студентів інженерно-технічних спеціальностей / Б. М. Завойко, Н. П. Лелій. – Львів : “Новий світ – 2000”, 2004. – 119 с.

## Додаток А

Таблиця А.1 – Коефіцієнти об'ємного стиснення води залежно від тиску і температури

t, °C	$\beta_w \cdot 10^{10}, \text{Па}^{-1}$ , при тиску, МПа				
	0,5	1	2	3,9	7,8
0	5,4	5,37	5,31	5,23	5,15
5	5,29	5,23	5,18	5,08	4,93
10	5,23	5,18	5,08	4,98	4,81
15	5,18	5,1	5,03	4,88	4,7
20	5,15	5,05	4,95	4,81	4,6

Таблиця А.2 – Значення модуля пружності прісної води

t, °C	$E, 10^4 \text{Па}^{-1}$ , при тиску, МПа				
	0,5	1	2	3,9	7,8
0	185400	186400	188400	191300	197200
5	189300	191300	193300	197200	203100
10	191300	193300	197200	201100	208000
15	193300	194200	199100	205000	212900
20	194200	198200	202100	208000	217800

Таблиця А.3 – Коефіцієнти температурного розширення води

t, °C	$\beta_t \cdot 10^{10}, \text{K}^{-1}$ , при тиску, МПа				
	0,1	10	20	50	90
1–10	14	43	72	149	229
10–20	150	165	183	236	289
40–50	422	422	426	429	437
60–70	556	548	539	523	514
90–100	719	704	–	661	621

Таблиця А.4 – Густина крапельних рідин при 20 °C

Рідина	Густина $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Рідина	Густина $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
Анілін	945	Масло касторове	970
Бензол	876...880	Масло льняне	930
Бензин авіаційний	739...780	Масло мінеральне	877...892
Бітум рідкий	1050	Нафта	850...950
Вода прісна	998,2	Ртуть	13547
Вода морська	1002...1030	Спирт етиловий	790
Гліцерин безводний	1250	Хлористий натрій	1200
Гас	792...840	Ефір етиловий	715...719
Масло турбінне	940...952	Паливо дизельне	878,7

Таблиця А.5 – Кінематична в'язкість деяких рідин

Найменування	t, °C	$\nu \cdot 10^4$ , м <sup>2</sup> /с	Найменування	t, °C	$\nu \cdot 10^4$ , м <sup>2</sup> /с
Бензин (Б-70)	20	0,0064	Масло касторове	20	10,02
Гас (Г-1)	20	0,025	Масло льняне	20	0,55
Гліцерин	20	4,1	Масло мінеральне	20	3,13...14,5
Масло М-20	0	76	Нафта		0,081..0,093
	20	11,2	Ртуть		0,0011
	40	2,7	Спирт етиловий безводний		0,0151
Масло трансформаторне	0	1,35	Хлористий натрій		0,0153
	20	0,36	Паливо дизельне	20	0,08
	40	0,15		40	0,046

Таблиця А.6 – Густина і модуль пружності твердих тіл

Матеріал	Густина, $\rho \cdot 10^{-3}$ , кг/м <sup>3</sup>	Модуль пружності, Е · 10 <sup>-10</sup> , Па	Матеріал	Густина, $\rho \cdot 10^{-3}$ , кг/м <sup>3</sup>	Модуль пружності, Е · 10 <sup>-10</sup> , Па
Алюміній	2,7	7,05	Латунь	8,5	10
Бетон	–	2,12	Лід	0,92	0,28
Вісмут	9,8	3,19	Магній	1,74	4,26
Вольфрам	19,15	41,1	Мідь	8,9	12,98
Дерево:			Мрамор	2,7	3,5
дуб	0,7	1,3	Нікель	8,8	20,4
сосна	0,5	0,9	Платина	21,4	16,8
червоне	0,8	0,86	Свинець	11,3	1,62
Дюралюміній	2,8	7,1	Срібло	10,5	8,27
Залізо (сталь)	7,8	21,2	Скло	3	6
Золото	19,3	7,8	Цинк	7,1	9
Кварц	2,65	7,3	Чавун	7	11,5

Таблиця А.7 – Густина і кінематична в'язкість деяких рідин при P = 0,1 МПа

Рідина	Температура, t, °C	Густина, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Кінематична в'язкість, $\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с
1	2	3	4
Нафтопродукти			
Бензин авіаційний	20	710–780	0,4–0,5
Автомобільний	20	690–760	0,55–0,75
Дизельне паливо	20	830–860	2–6
Гас	20	790–860	2,5
Мазут	80	880–940	43–420
Масило авіаційне			
МС-14	100	860	14
МС-20	100	870	20,5
МК-22	100	880	22

Продовження таблиці А.7

1	2	3	4
АС-6	100	860	6
АС-8	100	870	8
АС-10	100	870	10
ДС-8	100	860	8
ДС-11	100	880	11
Мастило моторне			
МТ-14п	100	870	13,5–14,5
МТ-16п	100	870	16–17,5
МН-7,5	100	870	7,5
МС-6	50	850	6
М-20М	100	850	20
Мастило індустріальне			
И-5А	50	890	4–5
И-8А	50	900	6–8
И-12А	50	880	10–14
И-25А	50	890	24–27
И-30А	50	890	28–33
И-40А	50	895	35–45
И-70А	50	910	65–75
И-100А	50	920	90–118
Масло АМГ-10	50	850	13
Мастила			
Веретенне АУ	100	890–900	3,6
Турбулентне ТП-30	50	900	28–32
Турбулентне ТП-22	50	900	20–24
Турбулентне ТП-46	50	900	44–48
Трансформаторне	50	880–890	9
Нафта	18	760–900	25–140
Холодоагенти			
R12	20	1327	0,199
R22	20	1211	0,198
R717	20	610	0,237
R502	20	1259	0,142
R152	20	1121	0,292
Вітчизняні мастила для холодильних машин (див. примітку)			
ХА	20/50	880	42–58
ХА23		875	11,5–15,5
ХА30		879	22–24
ХА34		880	33–35
ХА35		910	34
ХА50		920	50
ХС25		845	27
ХС40		845	42
ХС50		850	55
ХФ12		874	18
ХФ22		883	24,5–28,4
ХФ22з		994	16

Продовження таблиці А.7

1	2	3	4
ХСН-40	20/50	885	41
ПФГОС-4		1055	42
ФМ-5,6АП		970	12–16
Холодоносії			
Хлористий кальцій			
29,9%	20	1286	2,75
26%	20	1240	1,53
Натрій хлористий			
23%	20	1175	1,84
26%	20	1100	1,53
Вода дистильована	4	1000	1,57
	20	998	1,01
	60	983	0,48
	80	972	0,37
Етиленгліколь			
100%	20	1113	19,17
60%	60	1051	15,98
40%	60	1029	4,6
Органічні речовини			
Бензол	20	870–880	0,07
Анілін	20	945	4,3
Масло касторове	20	970	1000
Масло льняне	20	930	55
Гліцерин (безводний)	20	1260	870
Ртуть	15	13560	0,11
Скипидар	16	870	1,83
Спирт етиловий безводний	20	790	1,51
Примітка. Густина масла наведена при $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , в'язкість при $t = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$			

Таблиця А.8 – Густина і кінематична в'язкість деяких газів при  $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$  і тиску  $P = 0,1\text{ МПа}$ 

Рідина	Густина, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Кінематична в'язкість, $\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с
Азот	1,25	13
Аргон	1,78	12
Водяна пара	0,80	11
Повітря	1,29	13
Метан	0,72	14
Оксид вуглецю	1,25	13–14
Діоксид вуглецю	1,98	7
Пропан	2,02	3,7

Таблиця А.9 – Середні значення ізотермічного модуля пружності і коефіцієнта об'ємного стиску і розширення деяких рідин

Рідина	Модуль пружності, Е, МПа	Коефіцієнти	
		Об'ємного стиску, $\beta_w, 10^{-9} 1/\text{Па}$	Термічного розширення, $\beta_t, 10^{-4} 1/\text{К}$
Бензин авіаційний	1350	0,741	11,5
Вода	2060	0485	0,5
Гліцерин	4464	0,224	5,0
Гас	1275	0,784	10,0
Масла			
АМГ-10	1305	0,766	8,0
И-20	1362	0,734	6,5
И-50	1473	0,679	7,0
ТП	1717	0,582	-
Силіконова рідина	1030	0,971	-
Спирт етиловий безводний	1275	0,784	11,0
Ртуть	32373	-	1,8
Анілін	-	0,039	8,5
Ацетон	901	1,11	14,3
Бензол, ефір	1282	0,78	12,2
Толуол	-	-	10,7

Таблиця А.10 – Тиск насичених парів деяких рідин  $P_{\text{абс}}, \text{кПа}$

Рідина	Температура, °С									
	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
<i>l</i>	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Бензин Б-70	16,3	33,2	55,8	103,3	-	-	-	-	-	-
Вода	2,4	7,5	20,2	48,2	103,3	195	334	-	-	-
Гас Т-1	3,9	5,8	7,5	12,1	20,3	35	57	90,5	138,5	-
Масла										
АМГ-10	-	-	0,4	0,8	1,8	3,1	5,8	11,8	23,8	-
И-20	-	-	0,14	0,3	0,4	0,6	0,9	2,0	3,8	6,8
И-50	-	-	-	-	0,14	0,3	0,7	1,6	3,0	5,8
Нафта (легка)	7,8	13,7	37,2	85,3	-	-	-	-	-	-
Ртуть	0,0002	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Спирт етиловий	8,0	20,0	49,3	-	-	-	-	-	-	-
Рідина	Температура, °С									
	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	
R12	100	151	219	309	423	566	743	957	1214	
R22	164	245	355	498	681	910	1191	1532	1941	
R502	198	290	412	569	765	1008	1304	1659	2082	
R717	119,4	190	290	429	615	857	1167	1555	2033	
R13	839	1139	1511	1966	2516	3178	-	-	-	
R113	2,83	5,20	9,05	15,0	23,87	36,58	54,20	78,02	109,4	
R142	40,26	64,24	98,4	145,2	207,9	289,6	393,8	524,5	685,7	
R11	9,2	15,7	25,6	40,21	60,56	88,65	126,1	174,8	235,7	
R21	16,76	28,35	45,74	70,86	105,9	153,2	215,6	295,9	-	



Таблиця А.11 – Залежність густини рідини від температури, кг/м<sup>3</sup>

t, °C	-40	-30	-20	-10	0	10	20	40	60	80
Вода	-	-	-	-	1000	1000	998	992	983	972
R11	1600	1578	1556	1534	1511	1487	1438	-	-	-
R12	1518	1489	1459	1428	1396	1362	1327	1252	1165	1058
R21	1492	1471	1448	1426	1402	1378	1328	-	-	-
R22	1406	1380	1349	1317	1285	1249	1211	1132	1031	894
R113	1688	1665	1643	1621	1598	1575	1528	1479	1428	-
R142	-	1240	1218	1194	1170	1145	1121	1069	985	917
R502	1466	1443	1410	1376	1340	1300	1259	1138	1006	-
R717	690	677	665	682	638	624	610	579	545	505
Етиленгліколь і розчини етиленгліколю у воді										
t, °C	-40	-20	0	20	40	60	80	100	120	140
100%	-	-	1127	1113	1099	1085	1070	1055	1055	1022
60%	1108	1098	1088	1077	1064	1051	1036	1020	1000	986
40%	-	1067	1061	1052	1041	1029	1016	1000	984	966

Таблиця А.12 – Теплофізичні властивості води на лінії насичення

t, °C	P, бар	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$C_p$ , кДж/(кг·град)	$\lambda$ , Вт/(м·град)	$a$ , 10 <sup>7</sup> , м <sup>2</sup> /с	$\mu$ , 10 <sup>-6</sup> , Н · с/м <sup>2</sup>	$\nu$ , 10 <sup>-6</sup> , м <sup>2</sup> /с	$\beta$ , 10 <sup>-4</sup> , 1/град	$\sigma$ , 10 <sup>-4</sup> , кГ/м	Pr
0	1,01	999,9	4,212	0,551	1,31	1787,8	1,789	-0,63	77,1	13,67
10	1,01	999,7	4,191	0,574	1,37	1305,3	1,306	+0,7	75,6	9,52
20	1,01	998,2	4,183	0,599	1,43	1004,2	1,0006	1,82	74,1	7,02
40	1,01	992,2	4,174	0,634	1,53	653,2	0,659	3,87	71,0	4,31
60	1,01	983,2	4,178	0,659	1,60	468,8	0,478	5,11	67,5	2,98
80	1,01	971,8	4,195	0,674	1,66	355,0	0,365	6,32	63,8	2,21
100	1,01	958,4	4,220	0,683	1,69	383,4	0,295	7,52	60,0	1,75
120	1,99	943,1	4,25	0,686	1,71	237,3	0,252	8,64	55,9	1,47
140	3,62	926,1	4,287	0,685	1,72	201,0	0,217	9,72	51,7	1,26
160	6,18	907,4	4,346	0,683	1,73	173,6	0,191	10,7	47,5	1,10
180	10,03	886,9	4,417	0,674	1,72	153,0	0,173	11,9	43,1	1,00
200	15,55	863,0	4,505	0,663	1,70	136,3	0,158	13,3	38,4	0,93
220	23,20	840,3	4,614	0,646	1,66	124,6	0,148	14,8	33,8	0,89
240	33,48	813,6	4,756	0,628	1,62	114,7	0,141	16,8	29,1	0,87
260	46,59	784,0	4,949	0,605	1,56	105,9	0,135	19,7	24,2	0,87
280	64,20	750,7	5,229	0,574	1,46	98,1	0,131	23,7	19,5	0,90
300	85,92	712,5	5,736	0,540	1,32	91,2	0,128	29,2	14,7	0,97
320	112,90	667,1	6,573	0,506	1,15	85,3	0,128	38,2	10,0	1,11
340	146,08	610,1	8,164	0,457	0,92	77,5	0,127	53,4	5,78	1,39
360	186,81	528,0	13,98	0,396	0,54	66,7	0,126	109,0	2,06	2,35
370	210,54	450,5	40,42	0,337	0,18	56,9	0,126	264,0	0,48	6,79

Таблиця А.13 – Деякі фізичні властивості повітря

t, °C	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	t, °C	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с
10	1,247	14,16	200	0,746	34,85
20	1,205	15,06	250	0,674	40,61
30	1,165	16,00	300	0,615	48,33
40	1,128	16,96	350	0,566	55,46
50	1,093	17,95	400	0,524	63,09
60	1,060	18,97	500	0,456	79,38
70	1,029	20,02	600	0,404	96,89
80	1,000	21,09	700	0,362	115,4
90	0,972	22,10	800	0,329	134,8
100	0,946	23,13	900	0,301	155,1
120	0,898	25,45	1000	0,277	177,1
140	0,854	27,80	1100	0,257	199,3
160	0,815	30,09	1200	0,239	233,7
180	0,779	32,49			

Таблиця А.14 – Теплофізичні властивості водяної пари на лінії насичення

t, °C	P, бар	$\rho''$ , кг/м <sup>3</sup>	$i''$ , кДж/кг	r, кДж/кг	$C_p$ , кДж/(кг·К)	$\lambda$ , 10 <sup>-2</sup> Вт/(м·град)	$a$ , 10 <sup>-6</sup> , м <sup>2</sup> /с	$\mu$ , 10 <sup>-6</sup> , Н·с / м <sup>2</sup>	$\nu$ , 10 <sup>-6</sup> , м <sup>2</sup> /с	Pr
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
100	1,013	0,598	2675,9	2256,8	2,135	2,372	18,58	11,97	20,02	1,08
110	1,43	0,826	2691,4	2230,0	2,177	2,489	13,83	12,46	15,07	1,09
120	1,98	1,121	2706,5	2202,8	2,206	2,593	10,50	12,85	11,46	1,09
130	2,7	1,496	2720,7	2174,3	2,257	2,686	7,972	13,24	8,85	1,11
140	3,61	1,966	2734,1	2145,0	2,315	2,791	6,130	13,54	6,89	1,12
150	4,76	2,547	2746,7	2114,4	2,395	2,884	4,728	13,93	5,47	1,16
160	6,18	3,258	2758,0	2082,6	2,479	3,012	3,722	14,32	4,39	1,18
170	7,92	4,122	2768,9	2049,5	2,583	3,128	2,939	14,72	3,57	1,21
180	10,03	5,157	2778,5	2015,2	2,709	3,268	2,339	15,11	2,93	1,25
190	12,55	6,394	2786,4	1978,8	2,856	3,419	1,872	15,60	2,44	1,30
200	15,55	7,862	2793,1	1940,7	3,023	3,547	1,492	15,99	2,03	1,36
210	19,08	9,588	2798,2	1900,5	3,199	3,722	1,214	16,38	1,71	1,41
220	23,20	11,62	2801,5	1857,8	3,408	3,896	0,983	16,87	1,45	1,47
230	27,98	13,99	2803,2	1813,0	3,634	4,094	0,806	17,36	1,24	1,54
240	33,48	16,76	2803,2	1765,6	3,881	4,291	0,658	17,76	1,06	1,61
250	39,78	19,98	2801,1	1715,8	4,158	4,512	0,544	18,25	0,913	1,68
260	46,94	23,72	2796,5	1661,4	4,468	4,803	0,453	18,84	0,794	1,75
270	55,05	28,09	2789,8	1604,4	4,815	5,106	0,378	19,32	0,688	1,82
280	64,19	33,19	2779,7	1542,9	5,234	5,489	0,317	19,91	0,600	1,90
290	74,45	39,15	2766,4	1476,3	5,694	5,827	0,261	20,60	0,526	2,01
300	85,92	46,21	2749,2	1404,3	6,280	6,268	0,216	21,29	0,461	2,13
310	98,70	54,58	2727,4	1325,2	7,118	6,838	0,176	21,97	0,403	2,29

Продовження таблиці А.14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
320	112,90	64,72	2700,2	1238,1	8,206	7,513	0,141	22,86	0,353	2,50
330	128,65	77,10	2665,9	1139,7	9,881	8,257	0,108	23,94	0,310	2,86
340	146,08	92,76	2621,9	1027,1	12,35	9,304	0,0811	25,21	0,272	3,35
350	165,37	113,6	2564,5	893,1	16,24	10,70	0,0580	26,58	0,234	4,03
360	186,74	144,0	2481,2	719,7	23,03	10,79	0,0386	29,14	0,202	5,23
370	210,53	203,0	2330,9	438,4	56,52	17,10	0,0150	33,75	0,166	11,1

Таблиця А.15 – Теплофізичні властивості димових газів ( $B = 760$  мм рт. ст.  $\approx 0,01 \cdot 10^5$  Па;  $\bar{p}(\text{CO}_2) = 0,13$ ;  $\bar{p}(\text{H}_2\text{O}) = 0,11$ ;  $\bar{p}(\text{N}_2) = 0,76$ )

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$C_p, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$\lambda, 10^{-2} \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$	$a, 10^{-6} \text{м}^2/\text{с}$	$\mu, 10^{-6} \text{Па}\cdot\text{с}$	$\nu, 10^{-6} \text{м}^2/\text{с}$	Pr
0	1,295	1,042	2,28	16,9	15,8	12,20	0,72
100	0,950	1,068	3,13	30,8	20,4	21,54	0,69
200	0,748	1,097	4,01	48,9	24,5	32,80	0,67
300	0,617	1,122	4,84	69,9	28,2	45,81	0,65
400	0,525	1,151	5,70	94,3	31,7	60,38	0,64
500	0,457	1,185	6,56	121,1	34,8	76,30	0,63
600	0,405	1,214	7,42	150,9	37,9	93,61	0,62
700	0,363	1,239	8,27	183,8	40,7	112,1	0,61
800	0,330	1,264	9,15	219,7	43,4	131,8	0,60
900	0,310	1,290	10,0	258,0	45,9	152,5	0,59
1000	0,275	1,306	10,90	303,4	48,4	174,3	0,58
1100	0,257	1,323	11,75	345,5	50,7	197,1	0,57
1200	0,240	1,340	12,62	392,4	53,0	221,0	0,56

Таблиця А.16 – Теплофізичні властивості трансформаторного масла

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$C_p, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$\lambda, \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$	$\nu, 10^{-6} \text{м}^2/\text{с}$	$a, 10^{-8} \text{м}^2/\text{с}$	$\beta, 10^{-4} 1/\text{К}$	Pr
10	886,4	1,62	0,111	37,9	7,83	6,85	484
20	880,3	1,666	0,11	22,5	7,55	6,9	298
30	874,2	1,729	0,1092	14,7	7,27	6,95	202
40	868,2	1,787	0,1089	10,3	7,027	7	146
50	862,1	1,846	0,108	7,58	6,8	7,05	111
60	856	1,905	0,107	5,78	6,58	7,1	87,8
70	850	1,963	0,106	4,54	6,36	7,15	71,3
80	843,9	2,026	0,1056	3,66	6,16	7,2	59,3
90	837,8	2,095	0,1046	3,03	6,0	7,25	50,5
100	831,8	2,14	0,1038	2,56	5,83	7,3	43,9
110	825,7	2,2	0,103	2,2	5,66	7,35	38,8
120	819	2,25	0,1022	1,92	5,33	7,4	34,9

## Додаток Б

Таблиця Б.1 – Середні значення еквівалентної шорсткості

Труби	$k_e$ , мм
Тягнені труби із скла і кольорових металів, нові	0...0,002 (0,001)*
Сталеві суцільнотягнені нові	0,01...0...0,02 (0,014)
Те ж, після експлуатації	0,15...0...0,3 (0,2)
Сталеві зварені нові	0,03...0,1 (0,06)
Те ж, помірно заржавілі	0,3...0,7 (0,5)
Те ж, старі заржавілі	0,8...1,5 (1,0)
Чавунні нові	0,25...1...1,0
Чавунні і сталеві зварені старі	0,8...1...1,5
Азбоцементні нові	0,05...0...0,1
Те ж, старі	0,6
Бетонні і залізобетонні	0,3...0...0,8

\* – середнє значення

Таблиця Б.2 – Коефіцієнти місцевих опорів

Вид опору	$\zeta_{кв}$
Пробковий кран	0,4...1...1,5
Вентиль	2,5...6
Засувка, цілком відкрита	0,17
Вхід із резервуара в трубу	0,5
Вихід із труби в резервуар	1
Те ж, зі зворотним клапаном	10
Різкий поворот труби на кут 30°	0,155
Те ж, на кут 45°	0,318
60°	0,555
90°	1,19
Плавний поворот на кут $\varphi$ при радіусі повороту $R_n = 1,5 \cdot D$	$0,45 \cdot (\varphi/90^\circ)$
при радіусі повороту $R_n = 2,5 \cdot D$	$0,42 \cdot (\varphi/90^\circ)$

Таблиця Б.3 – Значення коефіцієнтів витікання для різних типів насадків

Тип насадка	$\varepsilon$	$\varphi$	$\mu$
Круглий отвір	0,64	0,97	0,62
Зовнішній циліндричний насадок	1,0	0,82	0,82
Внутрішній циліндричний насадок	1,0	0,707	0,707
Конічно розбіжний при $\theta = 5-7^\circ$	1,0	0,45-0,50	0,45-0,50
Конічно східний при $\theta = 13^\circ 24'$	0,98	0,96	0,94
Коноїдальний	1,0	0,98	0,98

## Додаток В

### Вхідний контроль для студентів перед вивченням дисципліни “Гідрогазодинаміка”

За основу взята дисципліна “Теоретична механіка”

1 Статика.

1.1 Поняття сили.

1.2 Момент сили відносно вибраного центра.

1.3 Умови рівноваги плоскої системи сил.

1.4 Умови рівноваги плоскої системи сил, що сходяться в одній точці.

1.5 Умови рівноваги просторової системи сил.

1.6 Умови рівноваги просторової системи сил, що сходяться в одній точці.

2 Кінематика.

2.1 Поняття матеріальної точки, системи матеріальних точок.

2.2 Як описати рух матеріальної точки?

2.3 Швидкість, вектор швидкості.

2.4 Прискорення, визначення прискорення.

3 Динаміка.

3.1 Закон Ньютона.

3.2 Сила інерції.

3.3 Кількість руху.

3.4 Імпульс сили.

3.5 Теорема про зміну кількості руху.

3.6 Момент кількості руху.

3.7 Теорема про зміну моменту кількості руху.

3.8 Принцип Даламбера.

## Додаток Г

### Питання для самоперевірки з дисципліни “Гідрогазодинаміка”

1 Фізичні моделі і властивості рідин та газів.

1.1 Дайте тлумачення поняттям “континуум”, “континуальна модель середовищ” у фізиці.

1.2 Охарактеризуйте напруження, що діють в континуальному середовищі.

1.3 Охарактеризуйте властивості рідин (крапельних і газоподібних).

1.4 Поясніть, чим ідеальна рідина відрізняється від реальної.

1.5 Поясніть, що таке густина, питома вага рідини. Розмірність.

1.6 Чим характеризується стисливість і температура розширення крапельних рідин?

1.7 Як проявляється в'язкість рідини? Поясніть поняття “дотичне напруження”, “кінематична в'язкість” і “динамічна в'язкість”.

1.8 Наведіть приклади результатів дії поверхневого натягу.

1.9 Наведіть приклади гідро- і термодинамічних моделей рідин і газів.

1.10 Наведіть характеристичне рівняння рідини і газу. Поясніть його застосування.

2 Кінематика рідини.

2.1 Дайте означення вихровому руху рідини.

2.2 Поясніть диференціальне рівняння вихрової лінії.

2.3 Що таке вихрова трубка, елементарна вихрова трубка?

2.4 Що таке вихровий шнур?

2.5 Поясніть поняття “інтенсивність вихрової трубки”.

2.6 Що таке циркуляція швидкості?

2.7 Сформулюйте і поясніть теорему Стокса.

2.8 Якими параметрами визначається вихровий рух?

2.9 Обґрунтуйте метод визначення кутової швидкості обертання, коли рух рідини заданий за методом Ейлера.

2.10 Обґрунтуйте умови, за яких поле швидкостей буде вихровим.

2.11 Сформулюйте і поясніть теорему Томсона.

3 Напружений стан рідини та фундаментальні закони механіки суцільного середовища.

3.1 Чому рівняння руху рідини в напруженнях називають основним? Між якими силами воно встановлює зв'язки?

3.2 В чому суть відомого перетворення Гауса-Остроградського?

3.3 Запишіть диференціальне рівняння руху рідини в напруженнях у векторній формі і проаналізуйте його. Яким чином це рівняння відображає другий закон Ньютона?

3.4 Спроектуйте векторне диференціальне рівняння руху рідини на осі

координат. Обґрунтуйте значимість системи рівнянь в декартових координатах.

3.5 Запишіть тензор напружень. Дайте пояснення.

3.6 Проаналізуйте рівняння імпульсів (теорему про зміну кількості руху) в запису відносно матеріальної точки (теоретична механіка).

3.7 Проаналізуйте рівняння імпульсів (теорему про зміну кількості руху) в запису відносно виділеного об'єму в рідині.

3.8 Проаналізуйте закон збереження моменту імпульсу в суцільному середовищі.

3.9 Проаналізуйте рівняння енергії відносно суцільного середовища.

4 Гідростатика.

4.1 Проаналізуйте сили, що діють в рідині.

4.2 Обґрунтуйте методи диференціального рівняння рідини Ейлера.

4.3 Проаналізуйте диференціальне рівняння рідини Ейлера.

4.4 Виведіть основне рівняння гідростатики.

4.5 Продемонструйте застосування методів визначення сили сумарного тиску рідини на плоскі поверхні.

4.6 Продемонструйте застосування методів визначення сили сумарного тиску рідини на криволінійну поверхню.

4.7 Поясніть епюру гідростатичного тиску.

4.8 Проаналізуйте поняття про п'єзометр, п'єзометричну висоту, вакуум і абсолютний тиск.

4.9 Проаналізуйте умови рівноваги рідини в посудині, що сполучається.

4.10 Обґрунтуйте рівняння властивості поверхні рівня.

4.11 Обґрунтуйте основні рівняння, які описують газ в стані спокою. Поверхні рівня.

5 Динаміка ідеальної рідини.

5.1 Проаналізуйте рівняння руху нев'язкої рідини у формі Ейлера.

5.2 Обґрунтуйте замкнену систему рівнянь Ейлера і нерозривності.

5.3 Формування умов рішення замкненої системи рівнянь Ейлера і нерозривності.

5.4 Докажіть переваги рівнянь руху у формі Громеко для дослідження перед рівнянням Ейлера.

5.5 Обґрунтуйте необхідність допущень для інтегрування руху рідини. Проведіть аналіз цих допущень.

5.6 Поясніть особливості інтеграла Лагранжа.

5.7 Поясніть відзнаку інтеграла Ейлера і Бернуллі.

5.8 Назвіть умови, для яких справедливий інтеграл Громеко.

5.9 Обґрунтуйте вигляд інтегралів Лагранжа, Ейлера, Бернуллі для випадку, коли в рідині діють сили ваги.

5.10 Поясніть фізичний зміст інтегралів рівнянь руху рідини.

- 5.11 Поясніть геометричний зміст інтегралів рівнянь руху рідини.
- 5.12 Поясніть динамічні теореми про вихри.
- 5.13 Поясніть сутність одновимірної течії рідини.
- 5.14 Застосування законів збереження щодо одновимірних рухів нестисливої рідини.
- 5.15 Рівняння рівномірного руху і його характеристики.

6 Елементи гідравліки в'язкої нестисливої рідини.

- 6.1 Обґрунтуйте енергетичний баланс одновимірних течій.
- 6.2 Поясніть геометричний зміст рівняння Бернуллі.
- 6.3 Поясніть енергетичний зміст рівняння Бернуллі.
- 6.4 Охарактеризуйте два режими руху в'язкої рідини.
- 6.5 Поясніть застосування залежностей для визначення втрат (дисипації) енергії, перепаду тиску, втрат напору по довжині потоку (каналу) в'язкої рідини.
- 6.6 Поясніть фізичну природу втрат енергії в місцевому опорі.
- 6.7 Поясніть залежності для визначення втрати енергії, перепаду тиску, втрати напору, викликані місцевим опором.
- 6.8 Коефіцієнт місцевого опору  $\xi_m$ . Розмірність. Від чого залежить  $\xi_m$ ? Наведіть приклади.
- 6.9 Коефіцієнт опору по довжині каналу  $\lambda$ . Розмірність. Від чого залежить  $\lambda$ ?
- 6.10 Чому одна і та ж труба в одному випадку може бути гідравлічно гладкою, а в іншому – гідравлічно шорсткуватою?
- 6.11 Як одержують формули, за якими розраховують коефіцієнти опору  $\lambda$  за умов ламінарної течії в круглій трубі?
- 6.12 Поясніть механізм витікання нестисливої рідини із малих отворів в тонкій стінці.
- 6.13 Обґрунтуйте залежності розрахунку витікання рідини із малих отворів в тонкій стінці.
- 6.14 Поясніть механізм витікання нестисливої рідини із зовнішньоциліндричною насадкою.
- 6.15 Обґрунтуйте залежності для розрахунку витікання рідини із зовнішньоциліндричною насадкою.
- 6.16 Витікання рідини. Як пов'язані між собою коефіцієнти стискання  $\epsilon$ , швидкості  $\varphi$ , витрати  $\mu$ , місцевого опору  $\xi$  малого отвору в тонкій стінці?
- 6.17 Проаналізуйте витратну здатність різних типів насадок.
- 6.18 Обґрунтуйте механізм гідравлічного удару. Яке явище в трубах називається гідравлічним ударом?
- 6.19 Чим відрізняється прямий гідравлічний удар від непрямого?
- 6.20 Як визначити зміну тиску за умов гідравлічного удару?
- 6.21 В чому різниця при розрахунках коротких і довгих трубопроводів? Наведіть приклади.
- 6.22 Охарактеризуйте прості і складні трубопроводи.



6.23 Поясніть методику розрахунку простих трубопроводів. Гідравлічна характеристика трубопроводу.

6.24 Поясніть методику розрахунку складних трубопроводів.

6.25 Чому дорівнює активна сила струменя рідини на плоску поверхню?

6.26 Чому дорівнює реактивна сила взаємодії між струменем і твердим тілом?

7 Потенціальні течії ідеальної нестисливої рідини.

7.1 Кінематика потенціальних течій. Основні поняття і означення.

7.2 Який рух рідини називається плоским?

7.3 Аналітична умова потенціальності плоскої течії.

7.4 Потенціал швидкості  $\phi$ . Як визначити складові швидкості частинок рідини через  $\phi$ ?

7.5 Функція струменя  $\psi$ . Які умови вона задовольняє?

7.6 Запишіть вираз для повного диференціала функції току (плоский потенціальний рух рідини).

7.7 Запишіть рівняння лінії току для плоского потенціального руху рідини.

7.8 Як змінюється функція току  $\psi$  вздовж лінії току?

7.9 Аналітичний вираз для сімейства кривих, які збігаються із лініями току.

7.10 Яка взаємозалежність між потенціалом швидкості і функцією току?

7.11 Динаміка потенціальних течій ідеальних нестисливих рідин. Обґрунтуйте рівняння Ейлера.

8 Динаміка в'язкої рідини.

8.1 Проаналізуйте диференціальні рівняння руху Нав'є-Стокса.

8.2 Охарактеризуйте основні елементи теорії подібності.

8.3 Використання теорії подібності для моделювання гідрогазодинамічних явищ.

8.4 Дайте аналіз ламінарної та турбулентної течії.

8.5 Проаналізуйте рівняння Рейнольдса.

8.6 Проаналізуйте тензор турбулентних напружень.

8.7 Охарактеризуйте напівемпіричні теорії турбулентного переносу.

8.8 Проаналізуйте закони розподілу швидкості та опору для труб.

9 Поняття межового шару та відрив течії.

9.1 Що таке зшиття рішень?

9.2 Що здійснює основний вплив на коефіцієнт опору?

9.3 В зв'язку з чим виникла теорія межового шару?

9.4 Запишіть залежність для визначення величини опору тертя при обтіканні тіла рідиною.

- 9.5 Що таке межовий шар?
- 9.6 Які сили діють в межах межового шару?
- 9.7 Як визначається товщина межового шару? Чим відрізняється межовий шар від незбуреного потоку?
- 9.8 Дайте характеристику ламінарному і турбулентному межовому шару.
- 9.9 Як визначити число  $Re$  при обтіканні рідиною плоскої пластинки?
- 9.10 За допомогою якого параметра можна визначити перехід ламінарного межового шару в турбулентний на плоскій пластині?
- 9.11 Інтегральне співвідношення Кармана для межового шару.
- 9.12 Від яких параметрів залежить товщина  $\delta$  та дотичне напруження  $\tau$  ламінарного межового шару на плоскій пластині?
- 9.13 Від яких параметрів залежить коефіцієнт опору тертя ламінарного межового шару на плоскій пластині?
- 9.14 Від яких параметрів залежить товщина  $\delta$  та дотичне напруження  $\tau$  турбулентного межового шару на плоскій пластині?
- 9.15 Від яких параметрів залежить коефіцієнт опору тертя турбулентного межового шару на плоскій пластині?
- 9.16 Дайте означення струминного процесу, струмини.
- 9.17 Дайте означення струмини вільної, затопленої, незатопленої. Наведіть приклади.
- 9.18 Охарактеризуйте процес витікання струмини із насадки.
- 9.19 Поясніть, що таке структура струмини.
- 9.20 Що таке “полюс” струмини, ізотахи?
- 9.21 Охарактеризуйте розподілення швидкостей в поперечному перерізі струмини.
- 9.22 Взаємодія струмин. Чого можна досягти стиканням струмин?
- 10 Рух газу з до- та надзвуковими швидкостями.
- 10.1 Охарактеризуйте одномірну течію газу.
- 10.2 Дайте означення адіабатної течії.
- 10.3 Поясніть рівняння безперервності в диференціальній формі (логарифмічний диференціал).
- 10.4 Поясніть рівняння Бернуллі для баротропної рідини (газу).
- 10.5 Поясніть параметри гальмування. Фізичний зміст, співвідношення між ними.
- 10.6 Запишіть рівняння енергії з використанням параметрів гальмування, поясніть його.
- 10.7 Максимальна швидкість газу. В яких умовах вона досягається? Чи можна досягти максимальної швидкості?
- 10.8 Критична швидкість, її фізичний зміст. Критичні параметри, критичний переріз.
- 10.9 Безрозмірні швидкості, їх фізичний зміст.
- 10.10 Дайте означення одномірної течії.

- 10.11 Які рівняння використовують для виведення рівняння Гюгоніо?
- 10.12 Запишіть рівняння Гюгоніо. Поясніть зміст його складових.
- 10.13 Які висновки витікають із рівняння Гюгоніо?
- 10.14 Як змінюється швидкість дозвукового потоку залежно від зміни площі перерізу каналу?
- 10.15 Як змінюється швидкість надзвукового потоку залежно від зміни площі перерізу каналу?
- 10.16 Поясніть стрибки ущільнення.

### **Контрольні питання**

- 1. Гідрогазодинаміка.
- 2. Фізичні властивості рідини. Навіщо їх знати? Основні властивості.
- 3. Гідростатика – означення.
- 4. Основне рівняння гідростатики, зміст, приклади його застосування.
- 5. Гідростатичний тиск на плоскі тіла: вертикальні, горизонтальні.
- 6. Кінематика – означення, задачі.
- 7. Рівняння безперервності, об'ємна і масова витрата, середня швидкість.
- 8. Гідродинаміка – означення, задачі.
- 9. Рівняння Бернуллі в різних видах. Фізичний і геометричний зміст. Його застосування для розв'язання задач.
- 10. Втрати енергії, тиску, напору по довжині труби. Рівняння Дарсі (Дарсі-Вейсбаха). Гідравлічно гладкі і шорсткуваті труби.
- 11. Втрата енергії, тиску, напору в місцевому опорі. Механізм. Формула Вейсбаха.
- 12. Ламінарний і турбулентний примежовий шар. Означення, значення для розв'язування основної задачі.
- 13. Витікання рідини із отворів і насадок. Механізм. Формули для розрахунку швидкості і об'ємної витрати.
- 14. Гідравлічний удар. Механізм. Формула для визначення підвищення тиску.
- 15. Активна і реактивна взаємодія струмини і твердого тіла. Вільна струмина, її структура.
- 16. Ньютонівські і неньютонівські рідини, їх різниця.
- 17. Двофазні течії, означення. Де вони мають місце?

*Навчальне видання*

**Методичні вказівки  
до самостійної роботи студентів з дисципліни  
“Гідрогазодинаміка”  
для студентів денної та заочної форм навчання  
спеціальності 144 – “Теплоенергетика”**

Укладачі: Станіслав Йосипович Ткаченко  
Наталія Дмитрівна Степанова

Рукопис оформлено Н. Степановою

Редактор Є. Плетньова

Оригінал-макет виготовлено О. Ткачуком

Підписано до друку 08.02.2018  
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 6,18.  
Наклад 40 (1-й запуск 1–20) пр. Зам. № 2018-037.

Видавець та виготовлювач  
інформаційний редакційно-видавничий центр.  
ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Хмельницьке шосе, 95,  
м. Вінниця, 21021.  
Тел. (0432) 65-18-06.  
**press.vntu.edu.ua;**  
*E-mail: kivc.vntu@gmail.com.*

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.