

**ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС
«ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ»
ПРИ НТУУ «КПІ»
НАН УКРАЇНИ ТА МІНІСТЕРСТВА ОСВІТИ УКРАЇНИ**

**«КОНТРОЛЬ І УПРАВЛІННЯ
В СКЛАДНИХ СИСТЕМАХ»
(КУСС-99)**

Книга за матеріалами п'ятої
міжнародної науково-технічної конференції
м. Вінниця, 3—5 лютого 1999 року

Том 2

«УНІВЕРСУМ-Вінниця»

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОТОЕЛЕКТРИЧНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА ПЛОЩА-НАПРУГА НА ОСНОВІ ПАРИ ФОТОДІОД-ОПЕРАЦІЙНИЙ ПІДСИЛЮВАЧ

Павло Кулаков (Україна, Вінниця)

Фотоелектричні перетворювачі площа-напруга (ППН) використовуються у багатьох пристроях, таких як перетворювачі інтенсивності світлового потоку, первинні тахометричні перетворювачі та інші. Однак в літературі майже відсутні їх математичні моделі, що дозволяють аналізувати частотні та шумові властивості. У роботі пропонується лінеаризована математична модель ППН на основі пари фотодіод-операційний підсилювач

Розглянемо ППН на основі пари фотодіод - операційний підсилювач (Рис.). У цій схемі фотодіод VD діє як генератор струму, а операційний підсилювач DA перетворює цей струм у напругу. Залежність струму, що протікає через фотодіод, від потоку опромінення, описується виразом [1]

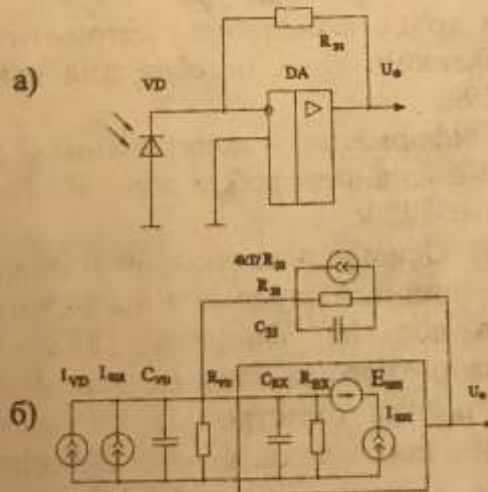


Рис. ППН на основі пари фотодіод - операційний підсилювач (а) та його еквівалентна схема (б)

$$I_{VD} = \frac{\Phi S_{10}}{\sqrt{1 + (\Omega \tau_{VD})^2}} - I_s \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right) \quad (1)$$

де I_{VD} - струм фотодіоду, $S_{\text{ю}}$ - інтегральна струмова чутливість фотодіоду при немодульованому опроміненні, Φ - потік опромінення, I_s - темновий струм фотодіоду, U - падіння напруги на фотодіоді, T - абсолютна температура, k - постійна Больцмана, e - заряд електрону, Ω - циклічна частота потоку опромінення; τ_{VD} - постійна часу фотодіоду, яка залежить від значень внутрішнього опору фотодіоду R_{VD} , паразитної ємності фотодіоду C_{VD} , часом розсасування неосновних носіїв заряду.

При використанні джерела світла з конденсорною лінзою, можна отримати плоско-паралельний потік опромінення, однаковий на всій площині, що освітлюється. У цьому випадку потік опромінення та площа фоточутливого шару фотодіоду, що опромінюється, зв'язані співвідношенням:

$$\Phi = JS = \frac{1}{r^2} S, \quad (2)$$

де J - інтенсивність променевого потоку, r - відстань від джерела світла до поверхні, що освітлюється; S - площа, що опромінюється; I - сила світла.

Вихідна напруга ППН, з урахуванням напруги зміщення нулю, різниці вхідних струмів, напруги шуму, описується виразом [2]

$$U_{\Phi} = \frac{I_{VD} R_{\text{зз}}}{1 + \frac{R_{\text{зз}}}{KR_{\text{вх}}} + \frac{1}{K}} + \Delta I \cdot R_{\text{зз}} + U_{\text{зм}} + U_{\text{ш}}. \quad (3)$$

де K - коефіцієнт передачі операційного підсилювача; $R_{\text{вх}}$ - вхідний опір операційного підсилювача; $U_{\text{зм}}$ - напруга зміщення нулю операційного підсилювача; ΔI - різниця вхідних струмів операційного підсилювача; $U_{\text{ш}}$ - напруга шуму на виході фотоприймача.

Модуль вихідної напруги шуму визначається виразом [2]

$$U_{\text{ш}} = \sqrt{E_{\text{ш}}^2 + (I_{\text{шп}}^2 + I_{\text{шд}}^2 + I_{\text{зз}}^2) R_{\text{зз}}}, \quad (4)$$

де $E_{\text{ш}}$ - спектральна щільність напруги шуму операційного підсилювача; $I_{\text{шп}}$ - спектральна щільність шумового струму операційного підсилювача; $I_{\text{шд}}$ - спектральна щільність шумового струму фотодіоду; $I_{\text{зз}}$ - спектральна щільність шумового струму опору зворотного зв'язку.

Для сучасних операційних підсилювачів спектральні щільності шумового струму та шумової напруги відповідно складають $(1-2) \cdot 10^{-14}$ А/ $\sqrt{\text{Гц}}$ та $(1-7) \cdot 10^{-8}$ В/ $\sqrt{\text{Гц}}$.

Щільність шумового струму фотодіоду, що працює у фотовольтаїчному режимі [2]

$$I_{шд} = \sqrt{\frac{4kT\Delta f}{R_d}}, \quad (5)$$

де Δf - ефективна смуга пропускання електронного тракту.
Щільність шумового струму опору зворотного зв'язку [2]

$$I_{зз} = \sqrt{\frac{4kT\Delta f}{R_{зз}}}. \quad (6)$$

В загальному випадку, вхідний опір та опір зворотного зв'язку має реактивний характер. Тому у комплексній формі, вираз (3) записується як

$$\begin{aligned} \dot{U}_\phi &= \frac{i_{VD} \dot{Z}_{зз}}{1 + \frac{\dot{Z}_{зз}}{K \dot{Z}_{вх}} + \frac{1}{K}} + \Delta I \cdot R_{зз} + U_{зм} + \dot{U}_{ш} = \\ &= \frac{i_{VD} \dot{Z}_{зз} \dot{Z}_{вх} K}{\dot{Z}_{вх} K + \dot{Z}_{зз} + \dot{Z}_{зз}} + \Delta I \cdot R_{зз} + U_{зм} + \dot{U}_{ш}, \end{aligned} \quad (7)$$

де $\dot{U}_{ш}$ - комплексна шумова напруга; \dot{U}_ϕ - комплексна амплітуда вихідної напруги фотоприймача; K - комплексний коефіцієнт передачі операційного підсилювача; $\dot{Z}_{зз}$, $\dot{Z}_{вх}$ - відповідно комплексний опір в колі зворотного зв'язку та комплексний вхідний опір операційного підсилювача.

Опори $\dot{Z}_{зз}$, $\dot{Z}_{вх}$ визначаються виразами

$$\dot{Z}_{зз} = \frac{R_{зз}}{1 + j\Omega R_{зз} C_{зз}}, \quad (8)$$

де $C_{зз}$ - паразитна ємність кола зворотного зв'язку

$$\dot{Z}_{вх} = \frac{R_{вх}}{1 + j\Omega R_{вх} C_{вх}}, \quad (9)$$

де $C_{вх}$, $R_{вх}$ - вхідна ємність та вхідний опір операційного підсилювача.

Комплексний коефіцієнт передачі операційного підсилювача без зворотного зв'язку визначається як

$$\dot{K} = \frac{K_0}{1 + j \frac{\Omega}{\Omega_{ГР}}}, \quad (10)$$

де K_0 - коефіцієнт передачі операційного підсилювача на нульовій частоті; $\Omega_{ГР}$ - його гранична циклічна частота.

Еквівалентний опір навантаження фотодіоду визначається виразом

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{\text{вн}} &= \dot{Z}_{\text{зп}} / (i + K + \dot{Z}_{\text{зп}} / \dot{Z}_{\text{вх}}) = \\ &= \frac{R_{\text{зп}}}{(i + j\Omega C_{\text{зп}} R_{\text{зп}}) \cdot \left[1 + \frac{K_0}{1 + j \frac{\Omega}{\Omega_{\text{ГР}}}} + \frac{R_{\text{зп}}}{R_{\text{вх}}} \cdot \frac{1 + j\Omega C_{\text{вх}} R_{\text{вх}}}{1 + j\Omega C_{\text{зп}} R_{\text{зп}}} \right]} \end{aligned} \quad (11)$$

Підставимо (2) в (1) та знайдемо падіння напруги на фотодіоді

$$\dot{U} = \dot{I}_{\text{VD}} \dot{Z}_{\text{вн}} = \frac{1}{\Gamma^2} \cdot \frac{S_{10}}{1 + j\Omega\tau_{\text{VD}}} \dot{Z}_{\text{вн}} \dot{S}(\Omega) - \dot{Z}_{\text{вн}} I_s \left(\exp\left(\frac{e\dot{U}}{kT}\right) - 1 \right) \quad (12)$$

де $\dot{S}(\Omega)$ - комплексна спектральна щільність функції зміни площі fotocутливого шару фотодіоду, що освітлюється.

Так як фотодіод працює у фотовольтаїчному режимі, падіння напруги на ньому мале та складає одиниці мВ.

Відоме співвідношення $e^x \approx 1 + x$, $x \rightarrow 0$ дає змогу спростити вираз (12)

$$\dot{U} = \dot{I}_{\text{VD}} \dot{Z}_{\text{вн}} = \frac{1}{\Gamma^2} S_{10} \dot{Z}_{\text{вн}} \dot{S}(\Omega) - \frac{\dot{Z}_{\text{вн}} I_s e\dot{U}}{kT} \quad (13)$$

Провівши нескладні перетворення, отримуємо вираз, який визначає падіння напруги на фотодіоді

$$\dot{U} = \frac{1}{\Gamma^2} \frac{S_{10}}{1 + j\Omega\tau_{\text{VD}}} \frac{\dot{Z}_{\text{вн}} \dot{S}(\Omega)}{I_s \frac{e}{kT} \dot{Z}_{\text{вн}} - 1} \quad (14)$$

Підставивши (4), (1), (2), (8), (9), (10), (14) до (7), після перетворень, отримуємо вираз, що зв'язує спектральну щільність вихідної напруги фотоприймача з комплексною амплітудою площі fotocутливого шару фотодіоду, що освітлюється

$$\begin{aligned} U_s(\Omega) &= \\ &= \frac{K_0 R_{\text{вх}} R_{\text{зп}} \frac{1}{\Gamma^2} S_{10} \dot{S}(\Omega)}{(1 + j\Omega\tau_{\text{VD}}) \left(R_{\text{зп}} + R_{\text{вх}} (K_0 + 1) - \frac{\Omega^2}{\Omega_{\text{ГР}}^2} R_{\text{вх}} R_{\text{зп}} (C_{\text{вх}} - C_{\text{зп}}) + j\Omega \left(\frac{R_{\text{зп}} + R_{\text{вх}}}{\Omega_{\text{ГР}}} + R_{\text{вх}} R_{\text{зп}} (C_{\text{вх}} + C_{\text{зп}} (K_0 + 1)) \right) \right)} \\ &\quad - \frac{I_s \left(\exp\left(\frac{e \frac{1}{\Gamma^2} S_{10} \dot{Z}_{\text{вн}} \dot{S}(\Omega)}{kT (1 + j\Omega\tau_{\text{VD}}) \left(I_s \frac{e}{kT} \dot{Z}_{\text{вн}} - 1 \right)} \right) - 1 \right)}{R_{\text{зп}} + R_{\text{вх}} (K_0 + 1) - \frac{\Omega^2}{\Omega_{\text{ГР}}^2} R_{\text{вх}} R_{\text{зп}} (C_{\text{вх}} - C_{\text{зп}}) + j\Omega \left(\frac{R_{\text{зп}} + R_{\text{вх}}}{\Omega_{\text{ГР}}} + R_{\text{вх}} R_{\text{зп}} (C_{\text{вх}} + C_{\text{зп}} (K_0 + 1)) \right)} + \\ &\quad + \Delta I \cdot R_{\text{зп}} + U_{\text{зд}} + \dot{U}_{\text{ш}} \end{aligned} \quad (15)$$

Якщо знову скористатись співвідношенням $e^x \approx 1+x$, $x \rightarrow 0$ стосовно другого члену виразу (15), він прийме вигляд

$$\dot{U}_o(\Omega) = \frac{\left(K_v R_{vx} R_{zx} \frac{I_s S_{ph}}{r^2} - I_s \frac{e^{-\frac{1}{2}} S_{ph} Z_{th}}{r^2} \right) \dot{S}(\Omega)}{(1 + j\Omega\tau_{vd}) \left(R_{zx} + R_{vx}(K_v + 1) - \frac{\Omega^2}{\Omega_{tr}} R_{vx} R_{zx} (C_{vx} - C_{zx}) + j\Omega \left(\frac{R_{zx} + R_{vx}}{\Omega_{tr}} + R_{vx} R_{zx} (C_{vx} + C_{zx}(K_v + 1)) \right) \right) + \Delta I \cdot R_{zx} + U_{zm} + \dot{U}_ш} \quad (16)$$

Вираз (16) є математичною моделлю ППН на основі пари фотодіод-операційний підсилювач. Він зв'язує спектральну щільність вихідної напруги фотоприймача з спектральною щільністю площі фоточутливого шару фотодіоду, що освітлюється, з урахуванням частотних властивостей елементів фотоприймача, шумової складової вихідної напруги, темного струму фотодіоду, падіння напруги на ньому, різниці вхідних струмів операційного підсилювача.

Вираз (16) можна спростити. Різниця вхідних струмів ΔI для сучасних операційних підсилювачів складає одиниці нА, а напруга зміщення U_{zm} - одиниці мВ. При умовах $U_o \gg U_{zm}$ та $I_{vd} \gg \Delta I$, значеннями U_{zm} та ΔI можна знехтувати. При використанні елементної бази з низьким рівнем шумів, шумовою складовою виразу (16) можна знехтувати. Внаслідок малого значення падіння напруги на фотодіоді при його роботі у фотовольтаїчному режимі та малого значення темного струму, друга складова чисельника виразу (16) близька до нуля.

З урахуванням цих умов вираз (16) приймає вигляд

$$\dot{U}_o(\Omega) = \frac{\frac{I_s S_{ph}}{r^2} K_v R_{vx} R_{zx} \dot{S}(\Omega)}{K_v R_{vx} + R_{zx} + R_{vx} - \frac{\Omega^2}{\Omega_{tr}} R_{vx} R_{zx} (C_{vx} - C_{zx}) + j\Omega \left(\frac{R_{zx} + R_{vx}}{\Omega_{tr}} + R_{vx} R_{zx} (C_{vx} + C_{zx}(K_v + 1)) \right)} \quad (17)$$

Доцільно ввести поняття коефіцієнту перетворення, який дорівнює відношенню спектральної щільності вихідної напруги до спектральної щільності площі, що освітлюється, без урахування шумової напруги, напруги зміщення та різниці вхідних струмів операційного підсилювача, темного струму фотодіоду.

$$K_s(\Omega) = \frac{\dot{U}_o(\Omega)}{\dot{S}(\Omega)} = \frac{\frac{I_s S_{ph}}{r^2} K_v R_{vx} R_{zx}}{\left(K_v R_{vx} + R_{zx} + R_{vx} - \frac{\Omega^2}{\Omega_{tr}} R_{vx} R_{zx} (C_{vx} - C_{zx}) + j\Omega \left(\frac{R_{zx} + R_{vx}}{\Omega_{tr}} + R_{vx} R_{zx} (C_{vx} + C_{zx}(K_v + 1)) \right) \right)} \quad (18)$$

Через коефіцієнт перетворення площі в напругу вираз (16) запишеться як

$$U_o(\Omega) = K_o(\Omega) \dot{S}(\Omega) \left(1 - L_s \frac{e^{\dot{z}_{\text{ш1}}}}{K_o R_{\text{вх}} R_{\text{з3}} k T \left(L_s \frac{e}{k T} \dot{z}_{\text{ш1}} - 1 \right)} \right) + \Delta I \cdot R_{\text{з3}} + U_{\text{зм}} + \dot{U}_{\text{ш}} \quad (19)$$

Модуль виразу (18), який є амплітудно-частотною характеристикою перетворювача площа-напруга, без урахування $U_{\text{зм}}$, $\dot{U}_{\text{ш}}$ та ΔI , визначається як

$$K_o(\Omega) = \frac{\frac{1}{r^2} S_{\text{ш0}} K_o R_{\text{вх}} R_{\text{з3}}}{\sqrt{1 + (\Omega \tau_{\text{VD}})^2}} \cdot (20)$$

$$\sqrt{\left(K_o R_{\text{вх}} + R_{\text{з3}} + R_{\text{вх}} - \frac{\Omega^2}{\Omega_{\text{ГР}}} R_{\text{вх}} R_{\text{з3}} (C_{\text{вх}} - C_{\text{з3}}) \right)^2 + \left(\Omega \left(\frac{R_{\text{з3}} + R_{\text{вх}}}{\Omega_{\text{ГР}}} + R_{\text{вх}} R_{\text{з3}} (C_{\text{вх}} + C_{\text{з3}} (K_o + 1)) \right) \right)^2}$$

Аргумент виразу (18) є фазочастотною характеристикою перетворювача площа-напруга, без урахування $U_{\text{зм}}$, $\dot{U}_{\text{ш}}$ та ΔI .

$$\varphi_o = -\text{arctg}(\Omega \tau_{\text{VD}}) - \text{arctg} \frac{\Omega \left(\frac{R_{\text{з3}} + R_{\text{вх}}}{\Omega_{\text{ГР}}} + R_{\text{вх}} R_{\text{з3}} (C_{\text{вх}} + C_{\text{з3}} (K_o + 1)) \right)}{K_o R_{\text{вх}} + R_{\text{з3}} + R_{\text{вх}} - \frac{\Omega^2}{\Omega_{\text{ГР}}} R_{\text{вх}} R_{\text{з3}} (C_{\text{вх}} - C_{\text{з3}})} \quad (21)$$

Вирази (18) та (19) описують математичну модель ППН, що дозволяє проводити його моделювання з урахуванням частотних та шумових властивості елементної бази, на основі якої побудовано перетворювач. Наведена модель є лінійною, тобто вона не враховує нелінійність фотодіоду. Це справедливо при умові, що фотодіод при роботі не наближується до стану насичення, де його нелінійні властивості особливо проявляються.

ЛІТЕРАТУРА

1. Микроэлектронные фотоприемные устройства / М.Д.Аксененко, М.Л.Бараночников, О.В.Смолин. - М.: Энергоатомиздат, 1984.-208 с., ил.
2. Источники и приемники излучения: Учебное пособие для студентов оптических специальностей вузов / Г.Г.Ишанин, Е.Д.Панков, А.Л.Андреев, Г.В.Польщиков. -СПб.: Политехника, 1991. 240 с.: ил.