

**BULLETIN 3-4' 2008
ENGINEERING
ACADEMY
OF UKRAINE**



3-4' 2008

ВІСНИК

**ІНЖЕНЕРНОЇ
АКАДЕМІЇ
УКРАЇНИ**

СЛОЖНОКОНТУРНЫМИ ИНСТРУМЕНТАМИ МАЛОГО СЕЧЕНИЯ

Охорона навколишнього середовища і ресурсозбереження

- Борисов Б.М., Богунова А.В., Горбунов Р.В.** 231
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ
ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРОЦЕССОВ ОЧИСТКИ ВОДЫ
- Голік Ю.С., Ілляш О.Е., Москвич В.О.** 235
ІНДИКАТИВНА ОЦІНКА РІВНЯ БЕЗПЕКИ ТА ЯКОСТІ ЖИТТЯ
НАСЕЛЕННЯ ПОЛТАВСЬКОЇ ОБЛАСТІ
- Митянкина Т.В., Швыдкий В.В.** 241
ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ ДОМАШНЕЙ ТЕЛЕМЕТРИИ

Стандартизація, метрологія і сертифікація

- Бондаренко С.Г., Космач О.П.** 246
ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ РОЗМІРНИХ РОЗРАХУНКІВ
- Качанов С.** 249
ПІДХІД ДО ФОРМУВАННЯ ЯКОСТІ ЗМІСТУ НОРМАТИВНОЇ ДОКУМЕНТАЦІЇ
ДІЯЛЬНОСТІ
- Качанов С.** 253
ФОРМУВАННЯ ЄДИНОЇ ТЕРМІНОЛОГІЧНОЇ СИСТЕМИ ДІЯЛЬНОСТІ З
ДЕРЖАВНОГО НАГЛЯДУ І КОНТРОЛЮ
- Поджаренко В.О., Кучерук В.Ю., Кулаков П.І., Севастьянов В.М., Войтович О.П.** 259
ВИЗНАЧЕННЯ НЕОБХІДНОЇ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ КОНТРОЛЬОВАНИХ
ПАРАМЕТРІВ
- Прокопов А.В., Красноха Л.Н., Егоров Ю.А.** 264
МЕТОД ОЦЕНКИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ
В МЕТРОЛОГИЧЕСКУЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

Хімічні технології й інженерна біотехнологія

- Арлинский О.Ю., Дейнека И. Г., Мычко А.А.** 268
РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОЙ ТОЛЩИНЫ ТЕРМОЗАЩИТНОГО ПАКЕТА ДЛЯ
ИЗГОТОВЛЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОЙ ОДЕЖДЫ
- Дейнека І.Г., Мичко А.А.** 272
МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕНЬ ХІМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ СПЕЦІАЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ
- Калько А.Д.** 275
СХЕМА КОДИФІКАЦІЇ МІНЕРАЛЬНИХ ЗАПАСІВ І РЕСУРСІВ
- Мисак Й.С., Озарків І.М., Джигирей В.С., Кушпіт О.М.; Озарків О.І.** 280
РОЗРАХУНОК ТЕМПЕРАТУРНО-ВОЛОГІСНИХ ПОЛІВ В РАДІАЦІЙНІЙ СУШАРЦІ
НА ОСНОВІ РІВНЯННЯ ТЕПЛООВОГО БАЛАНСУ ТА КІНЕТИКИ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ
- Ярошевский С.Л., Хлапонин Н.С., Кузнецов А.М., Падалка В.П., Кузин А.В.** 285
К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМАЛЬНОМ РАЗМЕРЕ КУСКОВ СКИПОВОГО КОКСА

Економіка, право та керування в інженерній діяльності

- Бабушкін А.І., Светлова Г.Р.** 291
ФОРМУВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНОГО ІНСТИТУТУ НЕДЕРЖАВНОГО
ПЕНСІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАСЕЛЕННЯ УКРАЇНИ
- Золотарёв А.Н.** 296
ИННОВАЦИИ - ОСНОВА ИНТЕНСИВНОЙ ФОРМЫ РАЗВИТИЯ
ПРОИЗВОДСТВА
- Минаев А.А., Рыженков А.Н., Ярошевский С.Л., Афанасьева З.К.** 300
ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПЫЛЕУГОЛЬНОГО ТОПЛИВА В ДОМЕННЫХ
ЦЕХАХ УКРАИНЫ И РОССИИ
- Минеева Ю.В.** 307
МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ ПО АНАЛОГИИ С РОСТОМ ДЕРЕВА
- АНОТАЦІЇ 311
ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ 320
ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ 323

В.О. Поджаренко
В.Ю. Кучерук
П.І. Кулаков
В.М. Севастьянов
О.П. Войтович

ВИЗНАЧЕННЯ НЕОБХІДНОЇ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ КОНТРОЛЬОВАНИХ ПАРАМЕТРІВ

Вінницький національний технічний університет, mypost@go.ru

Однією з основних характеристик вимірювальних каналів при їх проектуванні є необхідна точність вимірювання контрольованих параметрів. Точність вимірювання цих параметрів визначає ризики виробника та замовника, загальну достовірність контролю.

Аналіз джерел

У більшості випадків визначення необхідної точності вимірювань у різноманітних системах контролю проходять за однією методикою. Відмінність є лише у способах знаходження тієї чи іншої величини. Для визначення необхідної точності вимірювання контрольованих параметрів використовуємо теорію точності вимірювань [1, 2]. Потрібно мати повну інформацію про об'єкт: контрольовані параметри; їх закони розподілу ймовірностей; допуски на параметри і ймовірності браку за контрольованими параметрами.

Постановка задачі

В теорії контролю поставлена пряма задача знаходження ризиків виробника та замовника при відомих характеристиках контрольованих параметрів та максимально допустимої абсолютної похибки засобу вимірювання.

Проте в нормативній документації задається саме ризики виробника та замовника як критерій достовірності систем контролю. Тому постає питання розв'язку зворотної задачі, а саме знаходження максимально допустимої абсолютної похибки засобів вимірювання, які використовуються в системах контролю, при якій досягається необхідне значення ризиків виробника та замовника.

Мета

Отже метою даної статті є знаходження залежності максимально допустимої похибки засобів вимірювання від наперед заданих ризиків виробника та замовника.

Основна частина

Приймемо, що об'єкт контролю має, у загальному випадку, n незалежних контрольованих параметрів, тоді ймовірність браку

$$P = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i). \quad (1)$$

В результаті контролю при наявності похибок вимірювань системою контролю є повна група несумісних подій: А – придатний об'єкт визнаний придатним; Б – непридатний об'єкт визнаний непридатним; В – придатний об'єкт визнаний непридатним; Г – непридатний об'єкт визнаний придатним.

Ймовірність $P(B) = \alpha$ визначає величину ризику виробника (похибка 1-го роду), а ймовірність $P(G) = \beta$ – величина ризику замовника (похибка 2-го роду). Згідно визначення, величина достовірності контролю

$$D = 1 - \alpha - \beta. \quad (2)$$

Щоб визначити необхідну точність вимірювання контрольованого параметру, необхідно визначити допустиму величину ризику виробника α або замовника β через величини α_i та β_i за цим параметром [3,4].

В роботі [3] пропонується методика визначення ризику виробника α , ризику замовника β та достовірності D , при контролі одного параметра та симетричному двосторонньому допуску.

При цьому вважається відомим: границі допуску на параметр A, B ; Δ – границя допустимої похибки засобу вимірювання; густина розподілу ймовірностей контрольованого параметра $f(x)$; густина розподілу ймовірностей похибок вимірювання $\varphi(\Delta)$.

Нехай при контролі дійсного значення x отримано значення $x_{\text{вим}} = x \pm \Delta$. При цьому можливі такі події рис. 1.

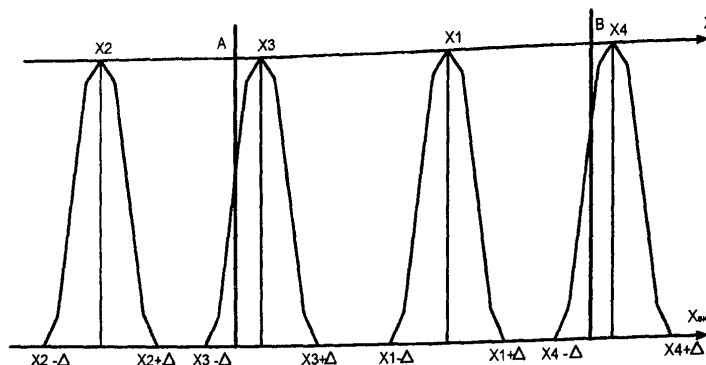


Рис.1. До визначення ризиків виробника та замовника

Подія Н1 – дійсне значення та його виміряне значення в межах допуску $A \leq x_1 \leq B$ та $A \leq x_{1\text{вим}} \leq B$, тобто придатний об'єкт визнано придатним.

Подія Н2 – дійсне значення та його виміряне значення поза межами допуску $x_2 < A$ або $x_2 > B$ та $x_{2\text{вим}} < A$ або $x_{2\text{вим}} > B$, тобто непридатний об'єкт визнано непридатним.

Подія Н3 – дійсне значення в межах допуску, проте його виміряне значення поза межами допуску $A \leq x_3 \leq B$ та $x_{3\text{вим}} < A$ або $x_{3\text{вим}} > B$, тобто придатний об'єкт визнано непридатним. Ймовірність $P(N3) = \alpha$ визначає величину ризику виробника.

Подія Н4 – дійсне значення поза межами допуску, проте його виміряне значення в межах допуску $x_4 < A$ або $x_4 > B$ та $A \leq x_{4\text{вим}} \leq B$, тобто непридатний об'єкт визнано придатним. Ймовірність $P(N4) = \beta$ – величина ризику замовника.

Для оцінення значень ризиків виробника та замовника розглянемо розподіл контрольованого параметра в межах впливу на результат контролю похибки вимірювання, тобто на проміжках $A \pm \Delta$ та $B \pm \Delta$. Очевидно, що при отриманні значень $x_{\text{вим}} < A - \Delta$ та $x_{\text{вим}} > B + \Delta$ вироби завжди будуть визнані непридатними, а у випадку $A + \Delta < x_{\text{вим}} < B - \Delta$ – завжди буде визнаний придатним.

Тоді ризики виробника та замовника:

$$\alpha = \int_A^B f(x) \left[\int_{A-\Delta}^A \varphi(\Delta) d\Delta + \int_B^{B+\Delta} \varphi(\Delta) d\Delta \right] dx; \quad (3)$$

$$\beta = \int_B^{B+\Delta} f(x) \left[\int_{B-\Delta}^B \varphi(\Delta) d\Delta \right] dx + \int_{A-\Delta}^A f(x) \left[\int_A^{A+\Delta} \varphi(\Delta) d\Delta \right] dx. \quad (4)$$

Загальна кількість законів, яким підпорядковуються розподіли $f(x)$ та $\varphi(\Delta)$, порівняно велика. Для їх опису допускається використання нормального зрізаного, трапецеvidного, Релея зрізаного, антимодального I і II законів розподілу [2, 4]. У [1, 3] використовується лише нормальний закон розподілу.

Якщо припустити, що всі сім законів мають місце для контрольованих параметрів та похибок вимірювань, то число пар комбінацій складе $7^2=49$. Тому обчислення виразів (3), (4) для такої кількості комбінацій досить об'ємні.

Крім того за допомогою класичної методики не можна розрахувати ризики виробника та замовника, якщо закони розподілу величини та похибки вимірювання цієї величини відмінні від

нормального.

Тому скористаємось так званою функцією Йордана [4]. Для того, щоб функцію Йордана можливо було використовувати для аналітичного опису функції густини розподілу ймовірності, необхідно її дещо перетворити, оскільки при будь-якому значенні СКВ випадкової величини визначений інтеграл функції густини ймовірності в безкінечних межах повинен дорівнювати одиниці. Можна довести, що необхідним умовам відповідає така функція, що залежить від параметрів ε та c [5]

$$\varphi_{\varepsilon,c}(y) = \frac{k \cdot \cos(cy)}{\sqrt{1 + \varepsilon \cdot \sin^2(cy)}}, \quad (5)$$

$$\text{де } k = \begin{cases} c\sqrt{|\varepsilon|}/2\arcsin(\sqrt{|\varepsilon|}) & \text{при } -1 \leq \varepsilon < 0; \\ c/2 & \text{при } \varepsilon = 0; \\ c\sqrt{|\varepsilon|}/2\ln(\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{1+\varepsilon}) & \text{при } \varepsilon > 0, \end{cases} \quad c = \sigma(\varepsilon)/\sigma; \quad \sigma(\varepsilon) = \sqrt{\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} x^2 \varphi_{\varepsilon}(x) dx};$$

$$\varphi_{\varepsilon}(Y) = \varphi_{\varepsilon,c}(Y) \quad \text{при } c=1;$$

σ – реальне СКВ похибки при будь-якому виді закону розподілу.

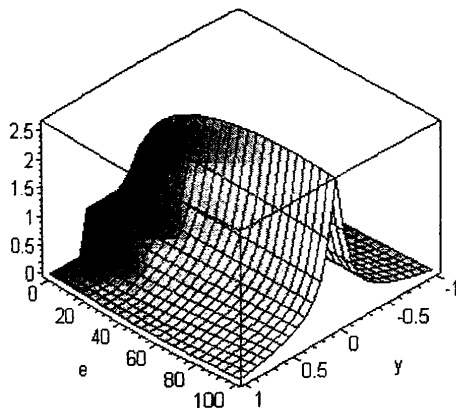


Рис. 2. Просторове зображення функції Йордана

Вид закону розподілу визначається значенням ε . Графік функції Йордана показано на рис. 2.

Як видно при зміні параметра ε форма функції змінюється від прямокутної до функції Лапласа.

Опишемо густину розподілу ймовірностей контрольованих параметрів $f(x)$ та густину розподілу ймовірностей випадкових похибок вимірювання контрольованих параметрів $\varphi(\Delta)$ за допомогою функції Йордана (5):

$$f(x) = \frac{k_1 \cdot \cos(c_1 x)}{\sqrt{1 + \varepsilon_1 \sin^2(c_1 x)}},$$

$$\varphi(\Delta) = \frac{k_2 \cdot \cos(c_2 \Delta)}{\sqrt{1 + \varepsilon_2 \sin^2(c_2 \Delta)}}, \quad (6)$$

де k_1, k_2, c_1, c_2 – коефіцієнти k і c для густин розподілу $f(x)$ і $\varphi(\Delta)$ відповідно.

З використанням пакету прикладних програм Maple отримано аналітичні залежності для ризиків α (3) і β (4) при підстановці в них функцій Йордана (6)

$$\alpha = \frac{k_1 k_2}{c_1 c_2 \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}} \left[\ln \left[\frac{\sqrt{\varepsilon_1} \sin((A - \Delta)c_2) + \sqrt{1 + \varepsilon_2 \sin^2((A - \Delta)c_2)}}{\sqrt{\varepsilon_2} \sin(Ac_2) + \sqrt{1 + \varepsilon_2 \sin^2(Ac_2)}} \right] - \ln \left[\frac{\sqrt{\varepsilon_2} \sin((B + \Delta)c_2) + \sqrt{1 + \varepsilon_2 \sin^2((B + \Delta)c_2)}}{\sqrt{\varepsilon_1} \sin(Bc_2) + \sqrt{1 + \varepsilon_1 \sin^2(Bc_2)}} \right] \right] \times \ln \left[\frac{\sqrt{\varepsilon_1} \sin(Ac_1) + \sqrt{1 + \varepsilon_1 \sin^2(Ac_1)}}{\sqrt{\varepsilon_1} \sin(Bc_1) + \sqrt{1 + \varepsilon_1 \sin^2(Bc_1)}} \right]; \quad (7)$$

$$\beta = \frac{k_1 k_2}{c_1 c_2 \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}} \left[\ln \left[\frac{\sqrt{\varepsilon_2} \sin((B - \Delta)c_2) + \sqrt{1 + \varepsilon_1 \sin^2((B - \Delta)c_2)}}{\sqrt{\varepsilon_2} \sin(Bc_2) + \sqrt{1 + \varepsilon_2 \sin^2(Bc_2)}} \right] \right] \times$$

$$\times \ln \left[\frac{\sqrt{\varepsilon_1} \sin(Bc_1) + \sqrt{1 + \varepsilon_1 \sin^2(Bc_1)}}{\sqrt{\varepsilon_1} \sin((B + \Delta)c_1) + \sqrt{1 + \varepsilon_1 \sin^2((B + \Delta)c_1)}} \right] -$$

$$- \left[\frac{\sqrt{\varepsilon_2} \sin(Ac_2) + \sqrt{1 + \varepsilon_2 \sin^2(Ac_2)}}{\sqrt{\varepsilon_2} \sin((A + \Delta)c_2) + \sqrt{1 + \varepsilon_2 \sin^2((A + \Delta)c_2)}} \right] \times$$

$$\times \ln \left[\frac{\sqrt{\varepsilon_1} \sin(Ac_1) + \sqrt{1 + \varepsilon_1 \sin^2(Ac_1)}}{\sqrt{\varepsilon_1} \sin((A - \Delta)c_1) + \sqrt{1 + \varepsilon_1 \sin^2((A - \Delta)c_1)}} \right]. \quad (8)$$

Виходячи з вищевказаного, за допомогою пакету прикладних програм Maple, було отримано аналітичні та графічні залежності ризику виробника α та ризику замовника β від величини максимально допустимої похибки Δ засобу вимірювання в залежності від виду закону розподілу вимірювальної величини та закону розподілу її похибки, коефіцієнти функції Йордана ε_1 , ε_2 відповідні для цього виду розподілу.

Наведену методику було застосовано для визначення необхідної точності вимірювання кутової швидкості за допомогою вимірювального каналу кутової швидкості інформаційно-вимірювальної системи контролю кутової швидкості [6]. Проведено ряд вимірювань кутової швидкості при різних законах розподілу вимірювальної величини та похибки вимірювання кутової швидкості (гамма і рівномірний). На основі отриманих даних було розраховано математичне очікування та скв, а також ризики виробника та замовника.

Залежність значення достовірності D від максимально допустимої похибки Δ та виду закону розподілу, що у свою чергу виражається через коефіцієнти ε_1 , ε_2 (відповідно для закону розподілу контрольованого параметра та закону розподілу похибки) показана на рис. 3.

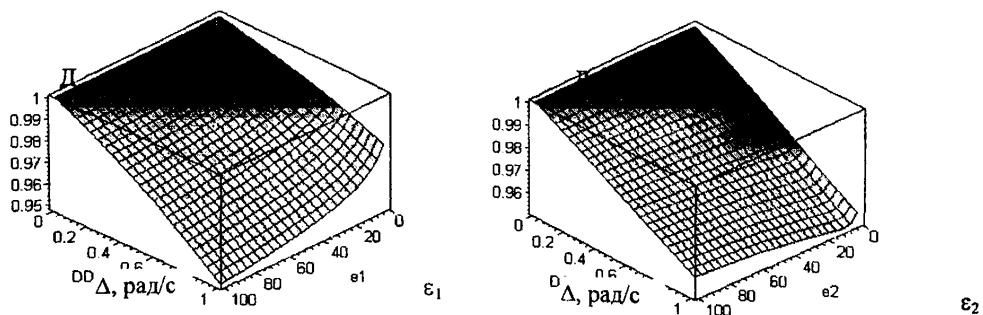
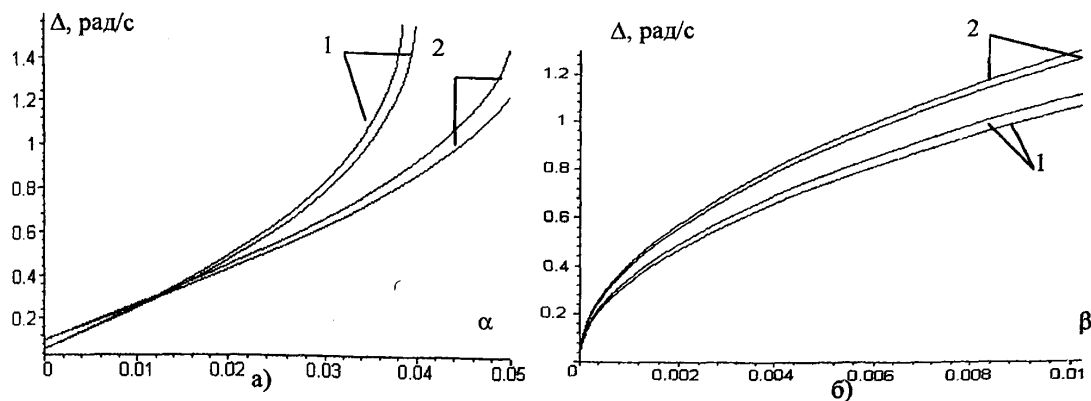


Рис. 3. Залежність достовірності D від похибки Δ та коефіцієнтів ε_1 , ε_2

Як видно з наведених на рис.3 залежностей, достовірність контролю залежить не тільки від допустимих похибок засобів вимірювання, але й від виду закону розподілу.

За допомогою пакету прикладних програм Maple було отримано залежності максимально допустимої похибки від ризиків виробника та замовника, які показані на рис.4.



1 – гамма розподіли ймовірностей похибок вимірювання та випадкових величин;
2 – рівномірні розподіли ймовірностей похибок вимірювання та випадкових величин.

Рис.4. Залежність максимально допустимої похибки Δ засобу вимірювання від
а) ризику виробника α ; б) ризику замовника β .

На основі отриманих на рис. 4. графіків можна вирішити зворотну задачу при побудові систем контролю, яка дозволяє обґрунтувати вибір точності засобів вимірювання, враховуючи необхідну достовірність роботи системи контролю.

Висновки

1. Сформульовано зворотну задачу встановлення точності засобів вимірювання при побудові систем контролю при відомих ризиках виробника та замовника.
2. Отримані графічні залежності достовірності контролю від максимальної абсолютної допустимої похибки та виду закону розподілу контрольованої величини.
3. Отримані графіки залежності допустимої абсолютної похибки засобу вимірювання контрольованого параметра залежно від ризиків виробника та замовника для різних законів розподілу.
4. В подальшому планується більш детально дослідити отримані характеристики для відносної та зведеної допустимих похибок засобу вимірювання.

Список літературних джерел

1. Дунаев Б.Б. Точность измерений при контроле качества. – К.: Техника, 1981.–150 с.
2. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1991.–304с.
3. Основные принципы определения точности измерений. Методические разработки. / Ин-т повышения квалификации руководящих работников и специалистов судостроительной промышленности, В.Д. Морозов и др., Ленинград, 1980. – С. 5-19.
4. Земельман И.А. О классификации погрешностей измерений //Измерительная техника. – 1985. – №6. – С. 3-5.
5. Поджаренко В.О., Кухарчук В.В., Кучерук В.Ю., Севастьянов В.М., Войтович О.П. Визначення вимог до точності вимірювань в системах технічної діагностики // Вимірювальна техніка та метрологія. –2001. – №58. – С. 138-142.
6. Поджаренко В.О., Кучерук В.Ю., Севастьянов В.М., Войтович О.П. Оцінка достовірності моделі системи для перевірки тахометрів // Вісник Державного університету „Львівська політехніка”. Серія: Автоматика, вимірювання та керування. –2005 – № 530. – С.110-115.