

РОЗРАХУНОК ВІРОГІДНОСТІ КОНТРОЛЮ КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ ТА МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ

В. О. Поджаренко, П. І. Кулаков, І. В. Коломійчук

Анотація

У статті наведено методику розрахунку вірогідності контролю кутової швидкості та моменту інерції конічної роторної системи з газоманітним підвісом за допомогою фотоелектричного вимірювального перетворювача кута повороту, аналоговий вихідний сигнал якого прямо пропорційний значенню кутового положення ротора. Момент інерції роторної системи визначається шляхом вимірювання амплітуди крутильних коливань ротора, яка в свою чергу визначається на основі результатів цифрової обробки вихідного сигналу вимірювального перетворювача кута повороту у динамічному режимі.

Аннотация

В статье приведена методика расчета достоверности контроля угловой скорости и момента инерции конической роторной системы с газоманитным подвесом с помощью фотоэлектрического измерительного преобразователя угла поворота, аналоговый выходной сигнал которого прямо пропорционален значению углового положения ротора. Момент инерции роторной системы определяется путем измерения амплитуды крутильных колебаний ротора, которая в свою очередь определяется на основе результатов цифровой обработки выходного сигнала измерительного преобразователя угла поворота в динамическом режиме.

У роботах [1-4] розглянуто фотоелектричний тахометричний перетворювач (ТП) на основі пари фотодіод-операційний підсилювач, та його математичну модель [5, 6]. Такий перетворювач формує вихідний сигнал напруги, значення якого прямо пропорційне поточному куту повороту ротора в межах одного оберта. Відповідно, шляхом диференціювання вихідного сигналу визначається миттєве значення кутової швидкості, а за допомогою спеціально розробленого алгоритму, який базується на цифровій обробці сигналу в режимі реального часу [1], визначається амплітуда крутильних коливань ротора. Амплітуда крутильних коливань ротора є базовим параметром для непрямого вимірювання зведеного моменту інерції [7]. Форма прорізи модулятора та діафрагми ТП забезпечує максимально низькочастотний вихідний сигнал пилкоподібної форми, що зумовлює високу верхню межу вимірюваної кутової швидкості [6, 8, 9].

Похибка вимірювання кута повороту при використанні розробленого ТП з низькочастотним вихідним сигналом має дві складових. Складова, що зумовлена квантуванням вихідного сигналу за допомогою АЦП, має рівномірний закон розподілу [10, 11]

$$p(\delta_D) = \frac{2^n}{2\pi - \beta}, \quad \delta_D \in \left[-\frac{2\pi - \beta}{2^{n+1}}, \frac{2\pi - \beta}{2^{n+1}} \right], \quad (1)$$

де δ_D - абсолютна похибка вимірювання кута повороту, що зумовлена квантуванням сигналу ТП; n - кількість розрядів АЦП. Закон розподілу складової,

що зумовлена випадковими завадами у вихідному сигналі ТП, прийнято за нормальний, з нульовим математичним очікуванням

$$p(\delta_U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_U} \exp\left(-\frac{\delta_U^2}{2\sigma_U^2}\right), \quad (2)$$

де δ_U - абсолютна похибка вимірювання кута повороту, що зумовлена випадковими завадами у вихідному сигналі ТП; σ_U - середньоквадратичне значення цієї похибки.

Закон розподілу загальної похибки вимірювання кута повороту визначається як композиція законів розподілу її складових [11], його графіки при різних розрядності АЦП наведено на рис. 1.

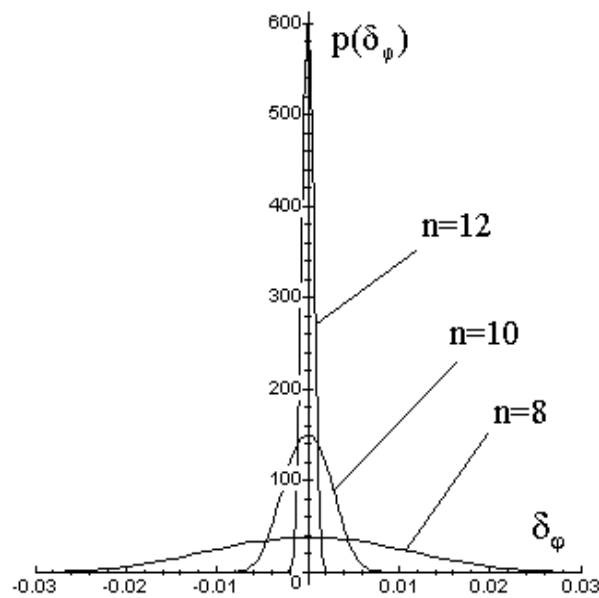


Рис. 1. Закони розподілу похибки вимірювання кута повороту.

Похибка вимірювання миттєвої кутової швидкості має три складових. Методична похибка цифрового диференціювання, її розподіл наближується до дискретного двомодального, який визначається виразом

$$p(\delta_{\omega M}) = \frac{1}{2} \delta\left(\delta_{\omega M} - \frac{T_B}{2} |\varepsilon_{MAX}|\right) + \frac{1}{2} \delta\left(\delta_{\omega M} + \frac{T_B}{2} |\varepsilon_{MAX}|\right), \quad (3)$$

де $\delta_{\omega M}$ - складова абсолютної методичної похибки вимірювання кутової швидкості; T_B - час диференціювання; ε_{MAX} - максимальне значення другої похідної вихідного сигналу ТП.

Складова, що зумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП, має трикутний закон розподілу [10]

$$p(\delta_{\omega D}) = \frac{2^n T_B}{2\pi - \beta} \left(1 - \frac{2^n T_B}{2\pi - \beta} |\delta_{\omega D}|\right), \quad \delta_{\omega D} \in \left[-\frac{2\pi - \beta}{2^n T_B}; \frac{2\pi - \beta}{2^n T_B}\right], \quad (4)$$

де $\delta_{\omega D}$ - складова абсолютної похибки вимірювання кутової швидкості, що зумовлена квантуванням сигналу ТП.

Розподіл складової, що зумовлена випадковими завадами у вихідному сигналі ТП, прийнято за нормальний

$$p(\delta_{\omega U}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\omega U}} \exp\left(-\frac{\delta_{\omega U}^2}{2\sigma_{\omega U}^2}\right), \quad (5)$$

де $\delta_{\omega U}$ - складова абсолютної похибки вимірювання кутової швидкості, що зумовлена випадковими завадами у вихідному сигналі ТП; $\sigma_{\omega U}$ - середньоквадратичне значення цієї складової.

Закон розподілу загальної похибки вимірювання кутової швидкості визначається як композиція законів розподілу її складових [12-14], його графіки при різних співвідношеннях між складовими наведено на рис. 2.

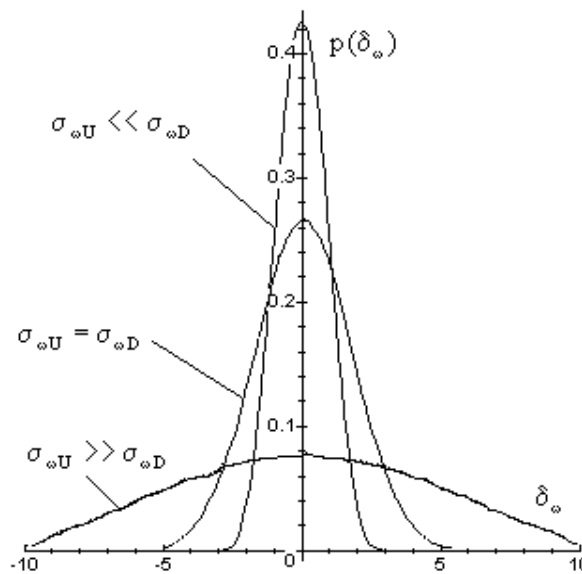


Рис. 2. Закони розподілу абсолютної похибки вимірювання кутової швидкості.

Середньоквадратичне значення загальної похибки вимірювання кутової швидкості визначається співвідношенням

$$\sigma_{\omega} = \sqrt{\left(\frac{T_B |\varepsilon_{MAX}|}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\pi - \beta}{\sqrt{62^n} T_B}\right)^2 + 2\left(\frac{\sigma_U}{T_B}\right)^2}. \quad (6)$$

Вираз (6) має мінімум по аргументу T_B , при якому середньоквадратичне значення похибки вимірювання кутової швидкості мінімальне [15]. Оптимальний крок квантування визначається виразом

$$T_{B \text{ OPT}} = \frac{\sqrt[4]{8\sigma_U^2 + \frac{2}{3}\left(\frac{2\pi - \beta}{2^n}\right)^2}}{\sqrt{|\varepsilon_{MAX}|}}. \quad (7)$$

Оптимальна розрізнявальна здатність за кутом повороту перетворювача в частоту інформативного параметру вихідного сигналу ТП

$$\varphi_{0 \text{ OPT}} = \frac{(2\pi - \beta)\omega^4 \sqrt{\omega^2 + 6\Delta\varphi_0^2 f_0^2}}{\pi^4 \sqrt[4]{6} \sqrt{2\varepsilon_{MAX} f_0}}. \quad (8)$$

Похибка вимірювання моменту інерції залежить від багатьох факторів, серед яких важко виділити домінуючий, тому закон її розподілу прийнято за нормальний. Сумісний закон розподілу центрованого значення кутової швидкості, при нормальному законі його розподілу, та похибки вимірювання, при умові їх незалежності, визначається виразом

$$p(\bar{\omega}, \delta_{\omega}) = p(\bar{\omega}) \cdot p(\delta_{\omega}) = p(\bar{\omega}) \cdot (p(\delta_{\omega M}) * p(\delta_{\omega D}) * p(\delta_{\omega U})) = \frac{2^{n-1} T_B}{(2\pi - \beta) 2\pi \sigma_{\omega} \sigma_{\omega U}} \cdot \exp\left[-\frac{\bar{\omega}^2}{2\sigma_{\omega}^2}\right] \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\frac{2\pi-\beta}{2^n T_B}}^{\frac{2\pi-\beta}{2^n T_B}} \left(1 - \frac{2^n T_B |\delta_{\omega D}|}{2\pi - \beta}\right) \cdot \left(\delta \left((\delta_{\omega M} - \delta_{\omega D}) - \frac{T_B |\varepsilon_{MAX}|}{2} \right) + \delta \left((\delta_{\omega M} + \delta_{\omega D}) + \frac{T_B |\varepsilon_{MAX}|}{2} \right) \right) d\delta_{\omega D} \right) \times \exp\left(-\frac{(\delta_{\omega U} - \delta_{\omega M})^2}{2\sigma_{\omega U}^2}\right) d\delta_{\omega M}, \quad (9)$$

де $\bar{\omega}$ - центроване значення кутової швидкості; δ_{ω} - абсолютна похибка вимірювання кутової швидкості. Сумісний закон розподілу центрованого значення моменту інерції та похибки його вимірювання, при умові нормального законів розподілу

$$p(\Delta J, \delta_J) = p(\delta_J) \cdot p(\Delta J) = \frac{1}{2\pi \sigma_J \sigma_{\Delta J}} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right), \quad (10)$$

де ΔJ - абсолютне відхилення центрованого значення моменту інерції; $\sigma_{\Delta J}$ - середньоквадратичне значення абсолютного відхилення моменту інерції; δ_J - абсолютна похибка вимірювання моменту інерції; σ_J - середньоквадратичне значення цієї похибки.

У роботі розраховано залежності показників достовірності контролю кутової швидкості від параметру $\mu = \sigma_{\omega U} / \sigma_{\omega D}$, який визначає співвідношення між середньоквадратичним значенням складової, що зумовлена завадами у вихідному сигналі ТП, та складової, що зумовлена квантуванням, та показників достовірності контролю моменту інерції в залежності від відносного середньоквадратичного значення похибки його вимірювання ε_J . Їх графіки наведено відповідно на рис. 3 та рис. 4.

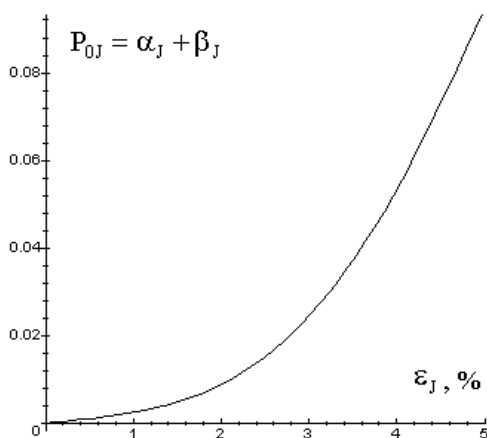


Рис.8. Залежність ймовірності прийняття помилкового рішення при контролі моменту інерції від ε_J .

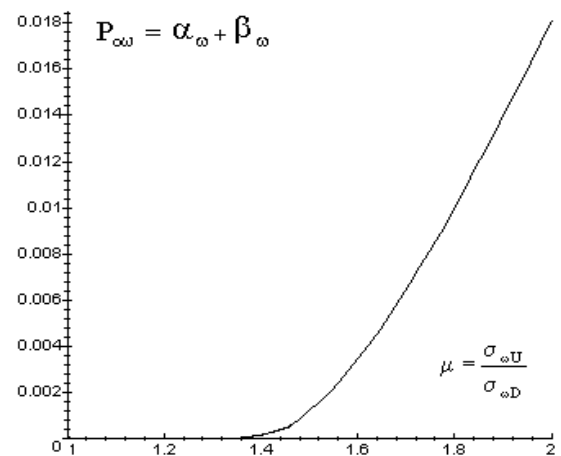


Рис. 7. Залежність ймовірності прийняття помилкового рішення при контролі кутової швидкості від μ .

Перелік використаних джерел

1. Поджаренко, В. О. Пристрої вимірювання та контролю характеристик електричних машин з газоманітним підвісом / В. О. Поджаренко, В. Ю. Кучерук, П. І. Кулаков, О. П. Войтович, А. В. Поджаренко. – Вінниця : ВНТУ, 2004. – 154 с.
2. Поджаренко, В. А. Датчик углової скорости и углового ускорения : Proceeding of the second international scientific and technical conference / В. А. Поджаренко, П. И. Кулаков // Unconventional electromechanical and electrotechnical systems. Volume 2. – Schecin, Poland, 1996, p. 489 – 494.
3. Поджаренко, В. О. Пристрій для вимірювання і контролю кутової швидкості та кута повороту / В.О. Поджаренко, П. І. Кулаков, А.В. Поджаренко, С. А. Шаргородський, Є.В. Почверук // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 1998. - № 2. - с. 45 - 50.
4. Podzharenko, V. A. Photoelectric angle converter : Selected papers from the international conference on optoelectronic information technologies / V. A. Podzharenko, P. I. Kulakov // International conference on optoelectronic information technologies, vol. 4425. – Vinnitsa, Ukraine : VSTU, 2001. – P. 452 – 456
5. Кулаков, П. І. Математична модель фотоелектричного перетворювача площа-напруга на основі пари фотодіод-операційний підсилювач : Матеріали п'ятої міжнародно ї НТК / П. І. Кулаков // Контроль і управління у складних системах». –Вінниця. – 1999. –Том 2., С. 228 - 233.
6. Поджаренко, В. О. До питання вибору форми модулятора тахометричного перетворювача / В. О. Поджаренко, В. М. Міхалевич, П. І. Кулаков // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 1998. - № 1. - с. 12-18.
7. Сокол, В. М. Коливання конічного гістерезисного ротора в газоманітній опорі / В.М. Сокол, П. І. Кулаков, А.В. Поджаренко // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 1998. - № 3. - с. 37 - 40.
8. Кучерук, В. Ю. Метрологічні характеристики сенсорів кутової швидкості / В. Ю. Кучерук, П. І. Кулаков, О. П. Войтович // Вісник інженерної академії України. – 2006. - № 2 - 3. - с. 60 - 63.
9. Кучерук, В. Ю. Вибір оптимальних характеристик сенсору кутової швидкості / В. Ю. Кучерук, П. І. Кулаков, О. П. Войтович // Вісник інженерної академії України. – 2007. - № 1. - с. 72 - 76.
10. Орнатский П.П Теоретические основы информационно-измерительной техники. – К.: Издательское объединение “Вища школа”, 1976. – с. 432.
11. Лебедев В.Л. Случайные процессы в электрических и механических системах. – М.: Физматгиз, 1962.
12. Поджаренко, В. О. Цифровий тахометричний перетворювач із змінною розрізнявальною здатністю / В. О. Поджаренко, П. І. Кулаков, А. В. Поджаренко // Вимірювальна техніка та метрологія. – 1998. - № 53. - с. 84-90.
13. Марущак, В. Ю. Мінімізація похибки дискретного диференціювання при вимірюванні швидкості переміщення / В. Ю. Марущак, П. І. Кулаков, Р. В. Біляга, О. А. Біленький, А. В. Поджаренко // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2000. - № 3. - с. 85 - 88.
14. Поджаренко, В. О. Сучасний стан та перспективи розвитку цифрових тахометрів : Матеріали четвертої міжнародної науково-технічної конференції / В. О. Поджаренко, П. І. Кулаков // Контроль і управління в технічних системах – 97. - Вінниця: «Універсум- Вінниця», 1997. – с. 209 - 214.
15. Чмых М.К. Весовой метод повышения точности и помехоустойчивости цифровых измерителей частоты // Автометрия. – 1979. – №4. – С.135-137.