

# ІДЕНТИФІКАЦІЯ РОТОРНИХ ПАРАМЕТРІВ АСИНХРОННИХ МАШИН ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДУ ІНВАРІАНТНОГО ПОГЛИБЛЕННЯ

**В.О.Поджаренко, В.Ю.Кучерук, І.М.Демідов**  
Вінницький державний технічний університет, кафедра МПА  
E-mail: [kucheruk@svitonline.com](mailto:kucheruk@svitonline.com)

## Abstract

*Podzharenko V.O., Kucheruk V.Y., Demidov I.V. Identification of the rotors parameters of asynchronous machines with the help of the invariant deepening method. In the given work the basic results of use of an invariant deepening method are resulted at parameters identification of a rotors circuit of short-circuited asynchronous engines.*

Трифазні асинхронні машини (АМ) загального призначення є найбільш масовою продукцією електромашинобудування. Асинхронні електроприводи складають близько 95% загальної кількості електроприводів, а АМ споживають більше половини електроенергії, що виробляється у нашій країні. Тому ефективна оцінка показників якості цих двигунів в процесі виробництва і після їх виготовлення (приймально-здавальні випробування), своєчасна діагностика причин розладу технологічного процесу є актуальним завданням.

При випробуваннях АМ неможливо провести пряме вимірювання параметрів роторного кола (активний опір обмоток ротору  $R_r$ , індуктивність обмоток ротору  $L_r$ , взаємна індуктивність між обмотками статора і ротора  $L_m$ ). Тому для визначення цих параметрів користуються методами ідентифікації. До цих методів відносяться методи затухання постійного струму в статорному колі і гармонічних коливань, які виконуються на нерухомій машині, а також методи, які використовують режими пуску та самогальмування АМ. Існуючі методи мають ряд недоліків, зв'язаних із труднощами врахування впливу прискорення, вирішення проблеми мультимодальності цільової функції ідентифікації, складністю реалізації та іншими факторами.

В даній роботі наводяться основні результати використання методу інваріантного поглиблення при ідентифікації параметрів роторного кола короткозамкнених АМ.

Припустимо, що проведені спостереження одної чи кількох компонент вектору стану  $\mathbf{I}$  протягом часу  $T$ , які вмщують похибки. Для цих спостережень і динамічних рівнянь процесу

$$\frac{d\mathbf{I}}{dT} = \mathbf{g}(\mathbf{I}). \quad (1)$$

Слідуючи Н.Дістефано [1], визначимо оптимальну оцінку стану в час  $t$ , поліпшення цієї оцінки в міру збільшення кількості спостережень.

Якщо  $t < T$ , то задача називається інтерполяцією або згладжуванням. При  $t = T$  вона називається задачею фільтрування, а коли  $t > T$  – задачею передбачення.

В задачах ідентифікації, де основна мета полягає у визначенні набору констант  $a_i$ , зручно оперувати з цими константами як з додатковими координатами стану, які задовольняють очевидним диференціальним рівнянням

$$\frac{da_i}{dt} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (2)$$

Тоді константи  $a_i$  можна включити в розширений вектор стану. Ясно, що фільтр розширеного вектору стану дає не тільки оптимальну оцінку вектору стану, а й оптимальну оцінку вектору  $\mathbf{a}$  – основну мету ідентифікації. Слідуючи Беллману [2], вирішується задача

фільтрування, використовуючи ідеї інваріантного поглиблення. Визначимо вектор спостережень  $\Gamma \mathbf{w}$ :

$$\mathbf{w} = [w_1; w_2; w_3; w_4]^T = [i_A; i_B; i_C; \omega_r]^T = \Gamma \mathbf{I} + \boldsymbol{\eta}, \quad (3)$$

де  $\Gamma$  - прямокутна матриця повного рангу;  $\boldsymbol{\eta}$  - вектор похибок спостережень.

На основі цих спостережень в інтервалі  $[0; T]$  визначається оптимальна оцінка вектору стану  $\mathbf{I}$  при  $t=T$  така, щоб мінімізувати функцію квадратичної похибки  $f(\mathbf{I}(T), T)$ , задану у вигляді:

$$f(\mathbf{I}(T), T) = \int_0^T (\mathbf{w} - \Gamma \mathbf{I}, \mathbf{w} - \Gamma \mathbf{I}) dt + (\mathbf{I}(0) - \mathbf{b}, -\Lambda(\mathbf{I}(0) - \mathbf{b})), \quad (4)$$

де  $\mathbf{b}$  - найкраща апіорна оцінка  $\mathbf{I}(0)$ ;  $\Lambda$  - невироджена матриця, яка встановлює міру впевненості у даній оцінці.

Згідно [1], мінімізація (4) досягається при вирішенні диференціальних рівнянь оптимального нелінійного фільтру

$$\frac{d\mathbf{e}}{dT} = \mathbf{g}(\mathbf{e}) + \mathbf{Q}(T)\Gamma^T(\mathbf{w} - \Gamma\mathbf{e}); \quad \mathbf{e}(0) = \mathbf{b}, \quad (5)$$

а матриця коригуючих коефіцієнтів  $\mathbf{Q}(T)$  задовольняє рівнянню

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dT} = \mathbf{g}_c(\mathbf{e})\mathbf{Q} + \mathbf{Q}\mathbf{g}_c^T(\mathbf{e}) - \mathbf{Q}\Gamma^T\Gamma\mathbf{Q}; \quad \mathbf{Q}(0) = \Lambda^{-1}. \quad (6)$$

Тут для спрощення запису зображено  $\mathbf{c} = \mathbf{I}(T)$ ;  $\mathbf{e} = \arg \min f(\mathbf{c}, T)$ ;  $\mathbf{g}_c(\mathbf{e})$  - якобіан  $\mathbf{g}(\mathbf{e})$  по  $\mathbf{c}$ ; "Т зверху" - знак транспонування.

Задача ідентифікації за Н.Дістефано зводиться до вирішення системи із двох диференціальних рівнянь (5) і (6).

В [3] виведено рівняння для похибки фільтра Н.Дістефано. Позначимо через  $\tilde{\mathbf{I}} = \mathbf{I} - \mathbf{e}$  похибку оцінки фільтра. Тоді похибка оцінки фільтра  $\tilde{\mathbf{I}}$  має такий вид

$$\tilde{\mathbf{I}} = \int_0^T \mathbf{X}(T)\mathbf{X}^{-1}(S)\mathbf{Q}(S)\Gamma^T \boldsymbol{\eta}(S) dS, \quad (7)$$

де  $\mathbf{X}(T)$  - розв'язок рівняння

$$\frac{d\mathbf{X}(T)}{dT} = -[\mathbf{Q}(T)\Gamma^T\Gamma - \mathbf{g}_c(\mathbf{e})]\mathbf{X}(T). \quad (8)$$

Таким чином, задача ідентифікації з одночасним знаходженням похибки ідентифікації за Н.Дістефано полягає у вирішенні системи рівнянь (5) – (7).

Ідентифікацію за допомогою методу інваріантного поглиблення будемо проводити для активного опору  $R_r$  та індуктивності  $L_r$  ротора; взаємна індуктивність між статором і ротором  $L_m$  добре ідентифікується за допомогою методів теорії чутливості [4].

Представимо перші чотири рівняння математичної моделі АД [5] у формі Коші

$$\mathbf{A} \frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{B}\mathbf{i} + \mathbf{u}_m, \quad (9)$$

де

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_r L_m & -R_r & -\omega_r L_r \\ \omega_r L_m & 0 & \omega_r L_r & -R_r \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{i} = [i_{s\alpha}; i_{s\beta}; i_{r\alpha}; i_{r\beta}]^T; \quad \mathbf{u}_m = [u_{s\alpha}; u_{s\beta}; u_{r\alpha}; u_{r\beta}]^T.$$

Зворотна матриця  $\mathbf{A}^{-1}$  матиме вигляд:

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} & 0 & \frac{-L_m}{L_s L_r - L_m^2} & 0 \\ 0 & \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} & 0 & \frac{-L_m}{L_s L_r - L_m^2} \\ \frac{-L_m}{L_s L_r - L_m^2} & 0 & \frac{L_s}{L_s L_r - L_m^2} & 0 \\ 0 & \frac{-L_m}{L_s L_r - L_m^2} & 0 & \frac{L_s}{L_s L_r - L_m^2} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Помножимо рівняння (9) на  $\mathbf{A}^{-1}$ :

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{i} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{u}_m, \quad (11)$$

де

$$\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} = \frac{1}{L_s L_r - L_m^2} \times \begin{bmatrix} -L_r R_s & L_m^2 \omega_r & L_m R_r & L_m L_r \omega_r \\ -L_m^2 \omega_r & -L_r R_s & -L_m L_r \omega_r & L_m R_r \\ L_m R_s & -L_s L_m \omega_r & -L_s R_r & -L_s L_r \omega_r \\ L_s L_m \omega_r & L_m R_s & L_s L_r \omega_r & -L_s R_r \end{bmatrix}.$$

Для короткозамкненого АД  $u_{r\alpha} = u_{r\beta} = 0$ . Тоді  $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{u}_m$  запишеться:

$$\mathbf{A}^{-1} \mathbf{u}_m = \left[ \frac{L_r u_{s\alpha}}{L_s L_r - L_m^2}; \frac{L_r u_{s\beta}}{L_s L_r - L_m^2}; \frac{-L_m u_{s\alpha}}{L_s L_r - L_m^2}; \frac{-L_m u_{s\beta}}{L_s L_r - L_m^2} \right]. \quad (12)$$

Розширимо вектор стану  $\mathbf{u}$  п'ятьма рівняннями математичної моделі АД [5] та параметрами  $R_r$  і  $L_r$ :

$$\mathbf{u} = [u_1; u_2; u_3; u_4; u_5; u_6; u_7]^T = [i_{s\alpha}; i_{s\beta}; i_{r\alpha}; i_{r\beta}; \omega_r; R_r; L_r]^T,$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{g}(\mathbf{u}, u_{s\alpha}, u_{s\beta}), \quad \mathbf{u} \in \mathfrak{R}^7, \quad \mathbf{g}: \mathfrak{R}^7 \times \mathfrak{R}^7 \rightarrow \mathfrak{R}^7,$$

де  $\mathbf{g}$  - наступна вектор-функція:

$$g_1 = \frac{-L_s R_s u_1 + L_m^2 u_5 u_2 + L_m u_6 u_3 + L_m u_7 u_5 u_4 + u_7 u_{s\alpha}}{L_s u_7 - L_m^2};$$

$$g_2 = \frac{-L_m^2 u_5 u_1 - u_7 R_s u_2 - L_m u_7 u_5 u_3 + L_m u_6 u_4 + u_7 u_{s\beta}}{L_s u_7 - L_m^2};$$

$$g_3 = \frac{L_m R_s u_1 - L_s L_m u_5 u_2 - L_s u_6 u_3 - L_s u_7 u_5 u_4 - L_m u_{s\alpha}}{L_s u_7 - L_m^2};$$

$$g_4 = \frac{L_s L_m u_5 u_1 + L_m R_s u_2 + L_s u_7 u_5 u_3 - L_s u_6 u_4 - L_m u_{s\beta}}{L_s u_7 - L_m^2};$$

$$g_5 = \frac{p}{J} \left( \frac{mp}{2} L_m (u_2 u_3 - u_1 u_4) - M_0 \right); \quad g_6 = g_7 = 0.$$

Визначимо вектор спостережень  $\mathbf{w}$ :

$$\mathbf{w} = [w_1; w_2; w_3; w_4]^T = [i_A; i_B; i_C; \omega_r]^T = \mathbf{\Gamma} \mathbf{u} + \boldsymbol{\eta}, \quad (13)$$

де  $i_A, i_B, i_C$  - струми в обмотках статора АД.

Запишемо для рівняння (13) матрицю повного рангу  $\mathbf{\Gamma}$ . Для цього використаємо рівняння переходу із системи координат  $\alpha, \beta, 0$  в реальну систему координат [6]:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Таким чином, задача ідентифікації за допомогою методу інваріантного поглиблення Н.Дістефано зводиться до вирішення системи із трьох диференціальних рівнянь (5), (6), (7). Але ці рівняння мають складний матричний вигляд, що робить практично неможливим їх спрощення.

Рішення системи (5), (6), (7) може здійснюватися методом Рунге-Кутта четвертого порядку з постійним кроком  $h$ .

Для чисельного дослідження алгоритму ідентифікації вибрано АД 4A71A4 із параметрами  $p=2$ ,  $m=3$ ,  $R_s=16.39$  Ом,  $R_r=15.08$  Ом,  $L_s=0.663$  Гн,  $L_r=0.7015$  Гн,  $L_m=0.624$  Гн,  $J=0.011$  кгм<sup>2</sup>. Шум  $\eta$  моделюється випадковою величиною з нормальним законом розподілу. Приклад роботи методу ідентифікації наведено на рисунках 1 – 3.

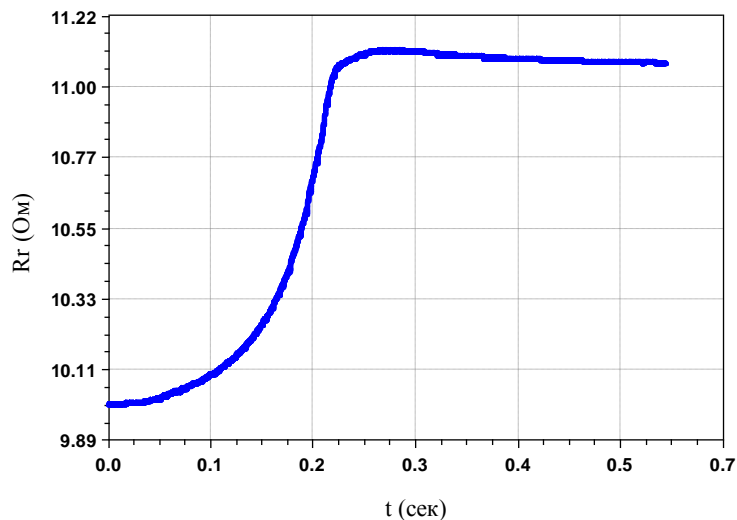


Рисунок 1 - Ідентифікація активного опору  $R_r$

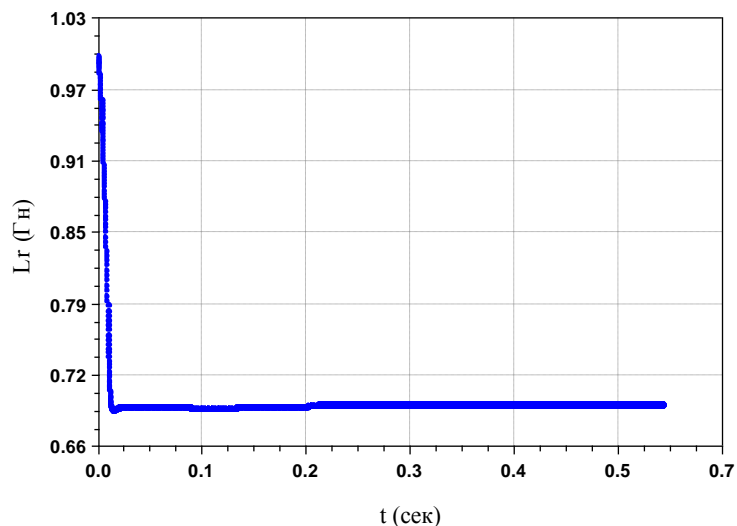


Рисунок 2 - Ідентифікація індуктивності  $L_r$

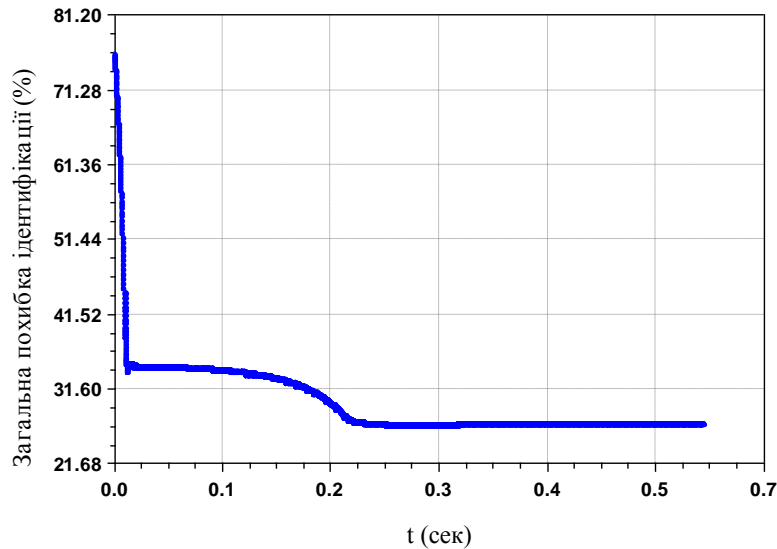


Рисунок 3 - Загальна похибка ідентифікації

Аналіз результатів моделювання дає змогу дійти висновку, що даний алгоритм ідентифікації забезпечує збіжність і достатню точність для досить широкого діапазону початкових значень параметрів ротора. Але для його успішної роботи необхідний досить малий крок дискретизації по часу. Збіжність алгоритму залежить від вибору початкових значень. Це спричинюється тим, що математична модель ЕМ класифікується як жорстка система диференціальних рівнянь.

#### *Література*

1. Дистефано Н. Об идентификации нелинейной вязкоупругой пружины в условиях динамики. Применение фильтров.//Труды межд. НТК, посвященной памяти Работнова.- М., 1979, с.163-169.
2. Bellman R., Kagiwada H., Kalaba R., Shridar R. Invariant Imbedding and Nonlinear Filtering Theory, Jour. Astro. Sci., 13, pp. 110-115 (1966).
3. Андреев М.В., Кучерук В.Ю., Поджаренко В.О. Про точність нелінійного фільтра Н.Дистефано.//В кн. «Контроль і управління в технічних системах». Мат. 4-ї міжнародної НТК КУТС-97, том 2, Вінниця, 1997, с.28-31.
4. Кучерук В.Ю. Ідентифікація внутрішніх параметрів роторного кола асинхронних машин за допомогою теорії чутливості.//Вісник Вінницького політехнічного інституту.- 2000.-№4.-с.5-10.
5. Кучерук В.Ю. Огляд методів математичного моделювання електричних машин. //Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах.-1999.-№2.-с.17-23.
6. Домбровский В.В., Зайчик В.М. Асинхронные машины: Теория, расчет, элементы проектирования.-Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990.-368с.