

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КЕРУВАННЯ БАТАРЕЯМИ СТАТИЧНИХ КОНДЕНСАТОРІВ З ОГЛЯДУ ЇЇ РЕАЛІЗАЦІЇ В МІКРОПРОЦЕСОРНІЙ СИСТЕМІ

¹Вінницький національний технічний університет

²Луцький національний технічний університет

Сформульовані основні вимоги до математичного забезпечення мікропроцесорної системи керування батареями статичних конденсаторів (БСК) в системі електропостачання споживача.

Розроблена математична модель, яка дозволяє приймати рішення про увімкнення окремих секцій керованої БСК, призначеної для компенсації реактивних навантажень та реалізує вимоги енергопостачальної компанії в режимах максимальних і мінімальних навантажень в години, що не контролюються енергосистемою. Модель дозволяє прийняти рішення, яке забезпечить необхідний рівень напруги у вузлі під'єднання БСК (якщо є така технічна можливість).

Математична модель лінійна та відноситься до класу цілочислових. Останнє твердження є необхідним, позаяк потужність БСК набирається з окремих секцій. Цільова функція математичної моделі описує реактивну потужність по вводу живлення. Зазначені її можливості, стосовно впливу на електричний режим, забезпечуються єдиним обмеженням моделі, що суттєво спрощує саму модель.

Синтез математичної моделі виконано так, що визначаючи керувальні рішення, можна уникнути необхідності пошуку опорного розв'язку під час її аналізу симплекс-методом лінійного програмування або ж розв'язувати задачу з використанням методу динамічного програмування. В обох випадках спрощується алгоритм пошуку оптимального розв'язку.

В роботі наведено результати дослідження, що стосуються обґрунтування вибору методу аналізу розробленої математичної моделі. Дослідження проводилось шляхом порівняння обчислювальної ефективності для умов тої самої задачі. Задача розв'язувалась за методом динамічного програмування та за симплекс-методом лінійного програмування. Отримані розв'язки повністю збігаються.

Необхідні керувальні рішення реалізуються мінімальною кількістю комутацій. Така властивість математичної моделі доведена на конкретному прикладі і зменшує негативний вплив на контактну систему комутаційних апаратів.

Ключові слова: компенсація реактивної потужності, математична модель, метод динамічного програмування.

Постановка проблеми

Для зменшення втрат активної потужності на передачу реактивної використовуються керовані БСК, які мають багатофункціональні властивості. Найпоширенішим конструктивним їх виконанням є БСК дискретного керування. Комутація ємнісного навантаження супроводжується перенапругами в електричних апаратах, наслідком чого є прискорене зношення контактної системи. Для визначення керувальних рішень використовують мікропроцесорні пристрої, що мають обмежені обчислювальні можливості. Враховуючи все це закони керування повинні забезпечити:

- можливість знаходження цілочислових керуючих рішень;
- рішення, що приймаються, повинні враховувати всі найсуттєвіші для відповідного моменту часу впливи, що будуть здійснюватись БСК;
- кількість математичних моделей, реалізованих в пристроях прийняття рішень, повинна бути якомога меншою;
- алгоритм знаходження керувальних рішень повинен бути максимально спрощеним;
- серед множини альтернативних оптимальних розв'язків повинен розраховуватись і для реалізації вибиратись такий, що забезпечує мінімальну кількість комутацій.

У відомих роботах [1]—[5] та ін. не вирішується комплекс зазначених наукових задач.

Метою роботи є розробка цілочислової моделі та алгоритму її аналізу, що забезпечують весь зазначений комплекс вимог.

Викладення основного матеріалу

Найпоширенішим випадком є потреба прийняття зваженого керувального рішення з міркувань використання БСК для компенсації реактивної потужності та регулювання напруги. В таких випадках може бути використана математична модель, в якій цільова функція описує реактивну потужність в лінії живлення, перше обмеження забезпечує вимогу цілочислових розв'язків, а друге — контролює значення реактивної потужності або рівень напруги

$$\begin{cases} Q_g(\mathbf{X}) = Q' - \Delta Q \mathbf{X} \rightarrow \min, \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n}, \\ C - \mathbf{D} \mathbf{X} \geq F, \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\}, \end{cases} \quad (1)$$

де Q' — природне споживання реактивної потужності по підприємству або по вузлу навантаження; ΔQ — матриця потужностей секцій БСК вимірністю $(1 \times m)$, m — загальна кількість секцій; \mathbf{X} — вектор змінних розмірністю $(m \times 1)$, кожна компонента якого описує стан певної секції, \mathbf{n} — одиничний вектор розмірністю $(m \times 1)$; C — коефіцієнт, який дорівнює Q' для випадків, коли необхідно контролювати значення реактивної потужності (далі група випадків 1), а для випадків, коли необхідно контролювати значення напруги (далі група випадків 2) $C = (-U')$, U' — допустиме значення напруги у вузлі; \mathbf{D} — матриця розмірністю $(1 \times m)$, $\mathbf{D} = \Delta Q$ для групи випадків 1, $\mathbf{D} = (-\Delta U)$, ΔU — матриця добавок напруги при вмиканні відповідної секції БСК для групи випадків 2; F — вільний член, $F = Q_{\min \text{ доп}}$ для групи випадків 1, $F = U_{\max \text{ доп}}$ або $(-U_{\min \text{ доп}})$ для групи випадків 2, $U_{\max \text{ доп}}$, $U_{\min \text{ доп}}$ — відповідно максимально- та мімальнодопустиме значення напруги.

Математичну модель (1) за видом змінних можна віднести до класу цілочислових, а за їх порядком — до лінійних. Розв'язок для такої моделі можна отримати за симплекс-алгоритмом лінійного програмування. Математична модель (1) створена таким чином, що за опорний план завжди можна прийняти рішення про відключення всіх секцій БСК, що виключає потребу його пошуку і як наслідок — програмування для мікропроцесорної системи прийняття рішення відповідної частини класичного симплекс-алгоритму.

Пошук оптимального плану розв'язання рівнянь дискретної математичної моделі (1), якщо знайдено опорний розв'язок, можна здійснювати також за використання методу динамічного програмування. Підставою для цього є те, що:

- процес розв'язання задачі можна розглядати як такий, що складається з окремих етапів, де етап — це знаходження рішення з підключення чергової секції БСК;
- показник ефективності k -го етапу Q_{ek} визначається виключно параметром стану $(k - 1)$ етапу $Q_{e(k-1)}$ та реалізацією рішення про підключення відповідної секції БСК, яке приймається на k -му етапі, що є ознакою адитивності об'єкта керування.

Технічне обмеження — нерівність математичної моделі (1) забезпечується шляхом формування на кожному етапі k множини допустимих до реалізації потужностей секцій БСК (для групи випадків 1) або добавок напруг (для групи випадків 2) — D_k . Елементи Q_i матриці ΔQ включаються у множину D_k за умови, коли відповідний елемент матриці \mathbf{D} , $d_i \leq C - \sum_{j=1}^{k-1} d_j - F$, де d_j — елемент матриці \mathbf{D} , що визначений до реалізації на j -му етапі. Можливість включення елементів d_j у множину D_k не розглядається. Рішення, що приймається на етапі k , має визначатися з множини D_k .

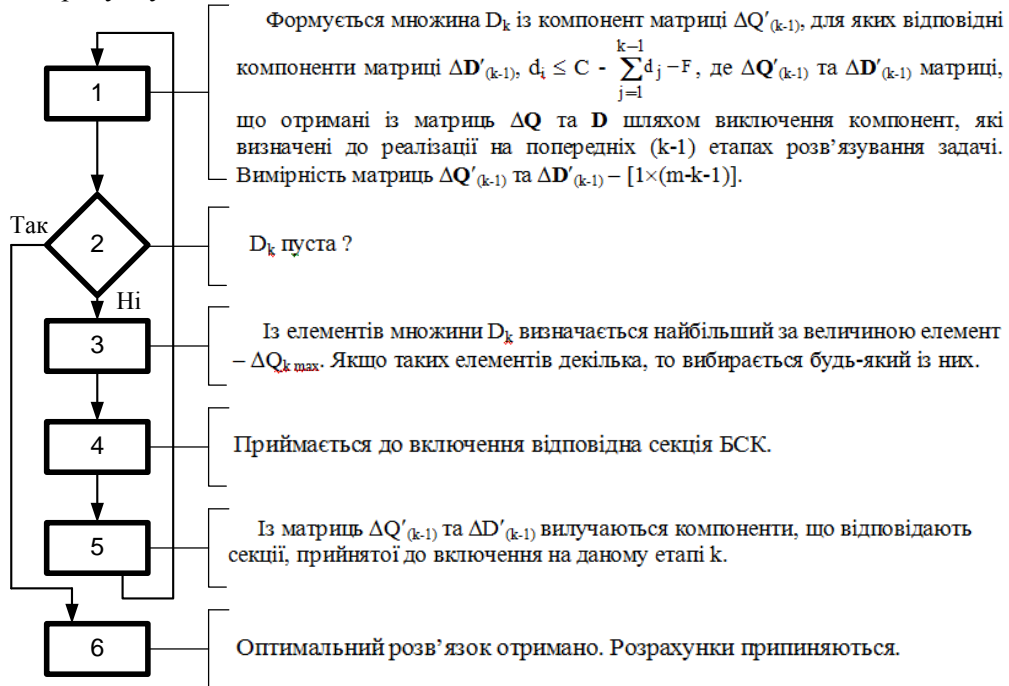
Рекурентні співвідношення Р. Беллмана для цієї задачі запишуться так:

$$\left. \begin{aligned} Q_{e1} &= \min_{1 \leq r \leq R_1} \{-\Delta Q_{r1} + Q'\} \\ &\dots \dots \dots \\ Q_{ek} &= \min_{1 \leq r \leq R_k} \{-\Delta Q_{rk} + Q_{e(k-1)}\}, \quad k = 2, 3, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

де Q_{rk} — оцінка стану системи на k -му етапі — реактивна потужність на вводі, якщо реалізувати всі рішення, що прийняті на попередніх етапах, включно з останнім; $\Delta Q_{rk} \in D_k, 1 \leq r \leq R_k$.

Обчислювальний процес припиняється на етапі $(n + 1)$, коли множина $D_{(n+1)}$ виявиться пустою.

Проводячи аналіз сутності обчислень за методом динамічного програмування, можна встановити, що до включення на кожному етапі з D_k вибирається секція БСК, що має найбільшу потужність. Тому для практичної реалізації виконаних досліджень в керувальній системі можна запропонувати таку обчислювальну процедуру, яка повністю еквівалентна (за результатами, як в цілому, так і на окремих етапах) тим, що виконуються за симплекс-методом лінійного програмування. Процедура ця найменш трудомістка. Для k -го етапу обчислень вона виконується за алгоритмом, показаним на рисунку.



Алгоритм визначення керувального рішення за методом динамічного програмування

Порівняльний аналіз ефективності обчислювальних процедур

Порівняння ефективності обчислювального процесу за методами лінійного і динамічного програмування для розрахунку оптимального вектора керування БСК виконаємо на числовому прикладі.

Приклад. Знайти вектор керування для БСК, яка має такі секції керування:

$$\begin{aligned} \Delta Q_1 &= 40 \text{ квар}; \Delta Q_2 = 30 \text{ квар}; \Delta Q_3 = 20 \text{ квар}; \Delta Q_4 = 15 \text{ квар}; \\ \Delta Q_5 &= 15 \text{ квар}; \Delta Q_6 = 10 \text{ квар}; \Delta Q_7 = 10 \text{ квар}; \Delta Q_8 = 5 \text{ квар}; \\ \Delta Q_9 &= 5 \text{ квар}; \Delta Q_{10} = 2,5 \text{ квар}; \Delta Q_{11} = 2 \text{ квар}. \end{aligned}$$

Природне споживання реактивної потужності по вводу живлення — 100 квар. Величина реактивної потужності, яка встановлена енергопостачальною компанією $Q_{\min \text{ доп}} = 0$ квар.

Розв'язання. Математична модель (1) для цього прикладу формалізується в такому вигляді:

$$\begin{cases} 100 - (40 \ 30 \ 20 \ 15 \ 15 \ 10 \ 10 \ 5 \ 5 \ 2,5 \ 2)\mathbf{X} \rightarrow \min, \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n}, \\ 100 - (40 \ 30 \ 20 \ 15 \ 15 \ 10 \ 10 \ 5 \ 5 \ 2,5 \ 2)\mathbf{X} \geq 0, \\ x_i, \bar{x}_i \in \{1, 0\}, \end{cases} \quad (3)$$

де $\mathbf{X}^t = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11})$; $\bar{\mathbf{X}}^t = (\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \bar{x}_3 \ \bar{x}_4 \ \bar{x}_5 \ \bar{x}_6 \ \bar{x}_7 \ \bar{x}_8 \ \bar{x}_9 \ \bar{x}_{10} \ \bar{x}_{11})$; $\mathbf{n}^t = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$; t — індекс транспонування.

Розв'язання задачі виконаємо симплекс-методом лінійного програмування за алгоритмом перетворення стандартної таблиці та методом динамічного програмування. При цьому відстежимо збіг як остаточного, так і проміжних розв'язків. Висновки відносно ефективності обчислювально-

го процесу зробимо за кількістю елементарних арифметичних операцій, що довелося виконати по ітераціях і окремих етапах. Результати обчислень у процесі розв'язання задачі зведені в таблицю.

Порівняльні результати обчислювальної ефективності методів аналізу математичної моделі

Метод лінійного програмування						Метод динамічного програмування							
Ітерація	Вектор керування X'	Кількість операцій				Кількість порівнянь	Етап	Вектор керування X'	Кількість операцій				Кількість порівнянь
		(+)	(-)	(×)	(:)				(+)	(-)	(×)	(:)	
1	(1000000000)	132	0	154	1	21	1	(1000000000)	12	0	0	0	21
2	(1100000000)	132	0	154	1	20	2	(1100000000)	12	0	0	0	19
3	(1110000000)	132	0	154	1	19	3	(1110000000)	11	0	0	0	17
4	(1110010000)	132	0	154	1	18	4	(1110010000)	10	0	0	0	15
Всього		528	0	616	4	78	Всього		45	0	0	0	72

Отримані остаточні результати інтерпретуються таким чином: секцію потужністю 40 квар — увімкнути; 30 квар — увімкнути; 20 квар — увімкнути; 15 квар — вимкнути; 15 квар — вимкнути; 10 квар — увімкнути; 10 квар — вимкнути; 5 квар — вимкнути; 5 квар — вимкнути; 2,5 квар — вимкнути; 2 квар — вимкнути.

Реактивна потужність вводу — 0 квар, що відповідає встановленим вимогам.

З таблиці видно, що розв'язання задачі за алгоритмом динамічного програмування має значний обчислювальний ефект. За значно більших розмірностей задачі, що характерно для реальних систем електропостачання, а особливо для великих виробництв, ефект буде набагато вагомим.

Розглянутий приклад має альтернативні розв'язки, до прикладу, вектор керування $X' = (0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0)$ також задовольняє всім умовам задачі. Однак для його реалізації необхідно виконати 7 комутацій, а розв'язок, знайдений за математичною моделлю (1), вимагає 4 комутації. Крім цього, оскільки симплекс-метод (або метод динамічного програмування) припускає до реалізації найефективніші рішення, то насамперед проглядається можливість включення найпотужніших секцій БСК. Це свідчить про те, що в базисі графіка реактивної потужності будуть знаходитись найпотужніші секції БСК. Вони більшу частину часу будуть залишатися увімкненими, а отже, кількість їх комутацій буде мінімальною.

Все це дозволяє зробити висновок про те, що математична модель (1) побудована таким чином, що її аналіз класичними математичними методами забезпечує керувальні рішення, реалізація яких буде здійснюватись мінімальною кількістю комутацій і, насамперед, комутацій найпотужніших секцій БСК. Усе це позитивно позначиться на роботі комутаційного обладнання.

Висновки

1. Запропонована математична модель системи керування батареями статичних конденсаторів, яка може бути використана у випадках необхідності прийняття керувальних рішень щодо компенсації реактивної потужності з урахуванням вимог енергопостачальної організації та забезпечення допустимих значень напруги.

2. Обчислювальний процес доцільно здійснювати за методом динамічного програмування, який має порівняно вищу обчислювальну ефективність.

3. Розроблена математична модель забезпечує знаходження керувальних рішень, що реалізуються мінімальною кількістю комутацій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] Л. Б. Терешкевич, і М. І. Цибульський, «Математична модель та метод розрахунку параметрів керування реактивною потужністю конденсаторних батарей в системі електропостачання», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 5, с. 62-68, 2010.

[2] Л. Н. Добровольська, І. В. Віт, і І. П. Сосенко, «Про стан автоматизації компенсувальних установок і перспективи їх оснащення пристроями нового покоління», *Промелектро*, № 4, с. 26-30, 2008.

[3] Б. С. Рогальський, «Методи розрахунку електроспоживання і компенсуючих установок та системи управління ними (на промислових підприємствах, включаючи нерудні кар'єри)» дис. докт. техн. наук: спец. 05.09.03 «Електротехнічні комплекси і системи», Вінницький національний технічний університет. Вінниця, 1999, 301 с.

[4] Л. Б. Терешкевич, і Хінді Айман Тахер, «Математична модель оптимального управління конденсаторними пристроями в системі електропостачання», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 3 (36), с. 59-62, 2001.

[5] L. S. Czarniecki, and P. M. Haley, "Comments on "Physical Interpretation of the Reactive Power in Terms of CPC Power Theory Revisited," *Electric Power Quality and Utilization Journal*, vol. XVI, no 2, pp. 7-9, 2013.

Рекомендована кафедрою електротехнічних систем електроспоживання та енергетичного менеджменту ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 26.10.2021

Терешкевич Леонід Борисович — канд. техн. наук, доцент, професор кафедри електротехнічних систем електроспоживання та енергетичного менеджменту, e-mail: lbter@meta.ua;

Вінницький національний технічний університет, Вінниця;

Бандура Ірина Олександрівна — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електропостачання, e-mail: bandura1975@i.ua.

Луцький національний технічний університет, Луцьк

L. B. Tereshkevych¹
I. O. Bandura²

Development of Mathematical Model of Battery Control of Static Capacitors with Regard to its Implementation in Microprocessor System

¹Vinnytsia National Technical University;

²Lutsk National Technical University

The basic requirements to the mathematical support of the microprocessor control system of static capacitor batteries in the consumer power supply system are formulated.

A mathematical model has been developed that allows deciding on the activation of individual sections of controlled static capacitor batteries, which is designed to compensate for reactive loads and which implements the requirements of the energy supply company in the modes of maximum and minimum loads and hours not controlled by the power system. The model allows you to make a decision that will provide the required voltage level in the connection node of the static capacitor batteries (if there is such a technical possibility).

The mathematical model is linear and belongs to the class of integers. The latter is necessary due to the fact that the power of the static capacitor batteries is collected from individual sections. The objective function of the mathematical model describes the reactive power of the power input. These capabilities, in terms of the impact on the electrical mode, are provided by a single limitation of the model, which significantly simplifies the model itself.

The synthesis of the mathematical model is performed in such a way that when calculating control solutions it is possible to avoid the need to find a reference solution in its simplex analysis by the method of linear programming or to solve the problem by the method of dynamic programming. In both cases, it is possible to simplify the algorithm for finding the optimal solution.

The paper presents the results of a study that substantiates the method of analysis of the developed mathematical model, and which was conducted by comparing the computational efficiency for the conditions of the same problem.

The problem was solved by the method of dynamic programming and simplex by the method of linear programming. The final results of the solution completely coincide.

The obtained controlled solutions are implemented with a minimum number of switchings. This property of the mathematical model is proved by a concrete example and will reduce the negative impact on the contact system of switching devices.

Keywords: reactive power compensation, mathematical model, dynamic programming method.

Tereshkevych Leonid B. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Professor of the Chair of Electrical Systems of Power Consumption and Energy Management, e-mail: lbter@meta.ua;

Bandura Iryna O. — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Chair of Power Supply, e-mail: bandura1975@i.ua.

Л. Б. Терешкевич¹
И. А. Бандура²

Разработка математической модели управления батареей статических конденсаторов, учитывая ее реализацию в микропроцессорной системе

¹Винницкий национальный технический университет;

²Луцкий национальный технический университет

Сформулированы основные требования к математическому обеспечению микропроцессорной системы управления батареями статических конденсаторов (БСК) в системе электроснабжения потребителя.

Разработана математическая модель, позволяющая принимать решение о включении отдельных секций управляемой БСК, предназначенной для компенсации реактивных нагрузок и реализующей требования энерго-снабжающей компании в режимах максимальных и минимальных нагрузок и времени, когда энергосистема не контролируется. Модель позволяет принять решение, которое при этом обеспечит необходимый уровень напряжения в узле подключения БСК (если есть такая техническая возможность).

Математическая модель линейна и относится к классу целочисленных. Последнее утверждение необходимо в связи с тем, что мощность БСК набирается из отдельных секций. Целевая функция математической модели описывает реактивную мощность по вводу питания. Указанные ее возможности относительно влияния на электрический режим обеспечиваются единственным ограничением модели, что существенно упрощает саму модель.

Синтез математической модели выполнен так, что при определении управляющих решений можно избежать необходимости поиска опорного решения в случае ее анализа симплекс методом линейного программирования или же решать задачу методом динамического программирования. В обоих случаях появляется возможность упростить алгоритм поиска оптимального решения.

В работе представлены полученные результаты исследования, касающиеся обоснования выбора метода анализа разработанной математической модели, и проводившегося путем сравнения вычислительной эффективности для условий одной и той же задачи.

Задача решалась методом динамического программирования и симплекс методом линейного программирования. Полученные при этом конечные результаты решения полностью совпадают.

Ключевые слова: компенсация реактивной мощности, математическая модель, метод динамического программирования.

Терешкевич Леонид Борисович — канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры электротехнических систем электропотребления и энергетического менеджмента, e-mail: lbter@meta.ua ;

Бандура Ирина Александровна — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры электроснабжения, e-mail: bandura1975@i.ua.