

УДК 681.7:535.8

С.С. ТУЖАНСЬКИЙ^а, С.М. САВЕНКОВ^б, О.С. КЛИМОВ^б

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ АНІЗОТРОПІЇ ЗРАЗКІВ БІОТКАНИН НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ГОЛОВНОГО МІНОРУ 3×3 МАТРИЦІ МЮЛЛЕРА

^а*Вінницький національний технічний університет
95, Хмельницьке шосе, Вінниця, 21021, Україна;
E-mail: slavat@vstu.vinnica.ua*

^б*Київський національний університет імені Тараса
Шевченка 58, вул. Володимирська, Київ, 01033, Україна*

Анотація. Запропоновано методику визначення параметрів анізотропії зразків біотканин на основі аналізу головного мінору 3×3 матриці Мюллера. Елементи мінору 3×3 вимірюються за допомогою оптимізованої схеми відеополяриметра, в приймальному та зондуючому каналах якого розміщено рухомі поляризатори. Оцінено співвідношення граничних похибок визначення елементів 3×3 матриці Мюллера для розглянутої оригінальної та оптимізованої схем.

Abstract. The method of determining of anisotropy parameters of biotissues on the basis of main minor 3×3 of Mueller matrix is offered. The elements of minor are measured by optimized schema of imaging polarimeter which uses polarizers in receiving and probing channels. Correlation of maximum errors of determination of 3×3 Mueller matrices elements is estimated for original and optimized schemes.

Ключові слова: матриця Мюллера, відеополяриметрія, біотканина.

ВСТУП

Вимірювання поляризаційних характеристик біологічних тканин (БТ) допомагають у визначенні їх корисних фізіологічних та морфологічних параметрів і останнім часом набувають все більшої актуальності. Параметри анізотропії зразка та величина деполаризації ним поляризованого світла залежать від форми, щільності, розмірів і показника заломлення розсіювачів, що утворюють зразок [1-3]. Згадані характеристики, у свою чергу, є діагностично важливою інформацією для вивчення низки патологічних змін БТ.

Основними видами анізотропії БТ є лінійна (або циркулярна) фазова затримка (retardance) та лінійне амплітудне послаблення (diattenuation). Так, визначення у обернено розсіяному світлі величини циркулярної фазової затримки глюкози, яка зумовлена хіральною молекулярною структурою, може бути корисним при неінвазивному контролі її рівня у людському організмі [4-5]. Завдяки орієнтаційній структурі волокон лінійну фазову затримку виявляє структурний білок колаген, з істотними функціональними змінами якого пов'язані різні патології біотканин (актинічний кератоз, нейрофіброма, псоріаз, еритема, меланома, базально-клітинна та плоскоклітинна карцинома та інші ракові новоутворення) [1, 6-8]. Однак існуючі методи аналізу поляризаційних характеристик БТ та системи відеополяриметрії потребують удосконалення з метою підвищення точності, швидкодії вимірювань та достовірності діагностування патологій.

МЕТОД АНАЛІЗУ ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ БІОТКАНИН

Поляризаційні властивості будь-якого середовища можуть бути повністю описані 4×4 матрицею Мюллера, яка пов'язує параметри Стокса вхідного та вихідного випромінювання за умови лінійної взаємодії світла з об'єктом [9]. Визначення елементів цієї матриці вимагає щонайменше шістнадцяти вимірювань із використанням світла з різними станами поляризації. Аналіз поляризаційних характеристик об'єкта, які представлені у матриці Мюллера в неявному вигляді, проводиться в рамках відповідних моделей формування анізотропії [1-8].

Для переважної більшості медико-біологічних об'єктів вимірювання всіх елементів 4x4 матриці Мюллера є надлишковим. Аналіз їх поляризаційних властивостей можна здійснити на основі шести параметрів: величин лінійної амплітудної та фазової анізотропії, їх орієнтації, величин кругової фазової анізотропії та деполаризації [2]. Координатні розподіли вказаних параметрів, які ґрунтуються на вимірюванні елементів матриці Мюллера у кожній локальній ділянці растру зображення, дозволяють виявляти патологічні та дистрофічні зміни у структурі зразка БТ [2]. Проведення надлишкових вимірювань у відеорежимі додатково вимагає обробки та зберігання неінформативних даних, що істотно впливає на оперативність дослідження.

Поляризаційна поведінка біотканин (шкіра, м'язові, кісткові тканини та ін.), у яких деполаризація світла виникає внаслідок багаторазового розсіювання та є незалежною від орієнтації вхідного вектора поляризації, повністю може бути описана за допомогою головного мінору 3x3 матриці Мюллера об'єкта [11]

$$\mathbf{M}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Визначення елементів головного мінору (1) є достатнім для аналізу властивостей багатьох медико-біологічних об'єктів з різними анізотропними властивостями у широкому спектральному діапазоні [11], хоча він є лише однією зі структур для опису характеристик зазначеного класу біологічних об'єктів [12]. Зручність використання $\mathbf{M}_{3 \times 3}$ полягає у тому, що всі елементи мінору можуть бути визначені при використанні лише лінійних поляризаторів зі змінними азимутами у приймальному та зондуєчому каналах відеополяриметра. Відсутність додаткових фазових пластинок із обертаючими механізмами спрощує схему відеополяриметра та зменшує інструментальну похибку вимірювань.

Для аналізу головного мінору матриці Мюллера БТ використовуємо мультиплікативну модель Марьєнко і Савенкова [13], згідно якої об'єкт представляється послідовністю „елементарних” шарів з певним типом анізотропії (лінійною фазовою, круговою фазовою, лінійною амплітудною та круговою амплітудною). Такі послідовності утворюються одним з добутоків матриць Мюллера (Джонса) відповідних шарів [13, 14]:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{CP} \cdot \mathbf{M}_{LP} \cdot \mathbf{M}_{LA} \cdot \mathbf{M}_{CA}. \quad (2)$$

Кругова амплітудна анізотропія для переважної більшості біологічних тканин не є типовою, тому для дослідження їх поляризаційних властивостей використовуємо наступне представлення 3x3 матриці Мюллера:

$$\mathbf{M}_{3 \times 3} = \mathbf{M}_{CP} \cdot \mathbf{M}_{LP} \cdot \mathbf{M}_{LA}. \quad (3)$$

При цьому головний мінор матриці Мюллера об'єкта з лінійною амплітудною анізотропією [15]

$$\mathbf{M}_{LA} = \begin{bmatrix} 1+P & (1-P)c_\theta & (1-P)s_\theta \\ (1-P)c_\theta & c_\theta^2(1+P)+2s_\theta^2\sqrt{P} & s_\theta c_\theta(1-\sqrt{P})^2 \\ (1-P)s_\theta & s_\theta c_\theta(1-\sqrt{P})^2 & s_\theta^2(1+P)+2c_\theta^2\sqrt{P} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

де $P = \frac{k_\perp}{k_\parallel}$ – величина відносної лінійної амплітудної анізотропії (відношення коефіцієнтів передачі для лінійних компонент електричного вектора, орієнтованих вздовж напрямку головного максимального k_\parallel та мінімального k_\perp пропускання); $c_\theta = \cos(2\theta)$, $s_\theta = \sin(2\theta)$, θ – азимут орієнтації вісі максимального пропускання.

Головний мінор матриці Мюллера об'єкта з лінійною фазовою анізотропією [15] (лінійне двопронезаломлення):

$$\mathbf{M}_{LP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\alpha^2 + s_\alpha^2 c_\delta & s_\alpha c_\alpha (1 - c_\delta) \\ 0 & s_\alpha c_\alpha (1 - c_\delta) & s_\alpha^2 + c_\alpha^2 c_\delta \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де $c_\delta = \cos \delta$, $s_\delta = \sin \delta$, δ – параметр лінійної фазової анізотропії (фазовий зсув, що вноситься між власними лінійно поляризованими коливаннями); $c_\alpha = \cos(2\alpha)$, $s_\alpha = \sin(2\alpha)$; α – орієнтація швидкої вісі.

Головний мінор матриці Мюллера об'єкта з круговою фазовою анізотропією, що характеризує оптичну активність середовища [15]

$$\mathbf{M}_{CP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\phi \end{bmatrix}, \quad (6)$$

де $c_\phi = \cos(2\phi)$, $s_\phi = \sin(2\phi)$, ϕ – величина кругової фазової анізотропії ($\phi \in [0; \pi]$).

Матриця (3) зразка БТ є функцією п'яти параметрів анізотропії $\mathbf{M}^{m,n} = F(P, \theta, \delta, \alpha, \phi)$, де величини P і θ характеризують амплітудну анізотропію, а δ , α та ϕ – фазову анізотропію [15].

Загальний вигляд повної матриці Мюллера однорідного анізотропного об'єкта та вирази для розрахунку параметрів анізотропії отримано у [16].

У випадку дослідження БТ багаторазове розсіювання випромінювання об'ємом тканини може призводити до деполаризації випромінювання. При цьому тонкі зрізи біотканин (для шкіри товщиною <30мкм) з високою достовірністю можна вважати об'єктами, що не деполаризують випромінювання.

Розглянемо вирази для розрахунку параметрів анізотропії тонких зразків БТ при відсутній деполаризації.

Запишемо добуток матриць (6) та (5) у вигляді:

$$\mathbf{M}_{CP} \cdot \mathbf{M}_{LP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (c_\theta^2 + s_\theta^2 c_\delta) c_\phi + c_\theta s_\theta (1 - c_\delta) s_\phi & (s_\theta^2 + c_\theta^2 c_\delta) s_\phi + c_\theta s_\theta (1 - c_\delta) c_\phi \\ 0 & -(c_\theta^2 + s_\theta^2 c_\delta) s_\phi + c_\theta s_\theta (1 - c_\delta) c_\phi & (s_\theta^2 + c_\theta^2 c_\delta) c_\phi - c_\theta s_\theta (1 - c_\delta) s_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & A & B \\ 0 & C & D \end{bmatrix}. \quad (7)$$

де A, B, C, D – елементи матриці узагальненої фазової анізотропії (7).

З урахуванням добутку матриць (4)-(6) нормована на елемент m_{00} матриця Мюллера тонкого зрізу БТ (3) $\mathbf{M}_{3 \times 3}$ набуде вигляду:

$$\mathbf{M}_{3 \times 3} = \frac{1}{(1+P)} \begin{bmatrix} 1 & c_\theta(1-P) & s_\theta(1-P) \\ (1-P)(Ac_\theta + Bs_\theta) & A(c_\theta^2(1+P) + 2s_\theta^2\sqrt{P}) + B(1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta & A(1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta + B(s_\theta^2(1+P) + 2c_\theta^2\sqrt{P}) \\ (1-P)(Cc_\theta + Es_\theta) & C(c_\theta^2(1+P) + 2s_\theta^2\sqrt{P}) + D(1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta & C(1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta + D(s_\theta^2(1+P) + 2c_\theta^2\sqrt{P}) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

Із (8) визначимо орієнтацію лінійної амплітудної анізотропії:

$$\theta = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{m_{02}}{m_{01}} \right). \quad (9)$$

Величина лінійної амплітудної анізотропії може бути визначена наступним чином:

$$m_{01}^2 + m_{02}^2 = \frac{(1-P)^2}{(1+P)^2}, \Rightarrow P = \frac{1 - \sqrt{m_{01}^2 + m_{02}^2}}{1 + \sqrt{m_{01}^2 + m_{02}^2}}. \quad (10)$$

Для знаходження елементів узагальненої фазової анізотропії на основі (8) запишемо матричну систему рівнянь:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = (1+P) \begin{bmatrix} c_\theta^2(1+P) + 2s_\theta^2\sqrt{P} & (1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta \\ (1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta & s_\theta^2(1+P) + 2c_\theta^2\sqrt{P} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = (1+P) \begin{bmatrix} c_\theta^2(1+P) + 2s_\theta^2\sqrt{P} & (1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta \\ (1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta & s_\theta^2(1+P) + 2c_\theta^2\sqrt{P} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} m_{21} \\ m_{22} \end{bmatrix}.$$
(11)

З (7) можна отримати іншу систему:

$$\begin{cases} A + D = c_\phi(1 + c_\delta); \\ B - C = s_\phi(1 + c_\delta); \\ A - D = \cos(4\alpha - 2\phi)(1 - c_\delta); \\ B + C = \sin(4\alpha - 2\phi)(1 - c_\delta). \end{cases}$$
(12)

Таким чином, знаходимо вирази для розрахунку параметрів фазової анізотропії:

$$\phi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{B - C}{A + D} \right)$$
(13)

$$\alpha = \frac{1}{4} \left(\operatorname{arctg} \left(\frac{B + C}{A - D} \right) + 2\phi \right)$$
(14)

$$\delta = \arccos \left(1 - \sqrt{(B + C)^2 + (A - D)^2} \right)$$
(15)

У випадку реальної товщини зразків БТ потрібно враховувати деполяризацію об'єктом випромінювання. Для розрахунку параметрів анізотропії у припущенні, що ступінь деполяризації не залежить від початкового стану поляризації світла, скористаємось мультиплікативною моделлю мінору матриці Мюллера [11,17]:

$$\mathbf{M}'_{3 \times 3} = \mathbf{M}_\Delta \cdot \mathbf{M}_{3 \times 3},$$
(16)

де $\mathbf{M}_{3 \times 3}$ – „недеполяризуюча” матриця Мюллера (3) об'єкта, яка формується в рамках представленої вище моделі, \mathbf{M}_Δ – головний мінору матриці деполяризатора, що має вигляд:

$$\mathbf{M}_\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{bmatrix},$$
(17)

де Δ – ступінь поляризації (деполяризації) світла після взаємодії з ізотропним деполяризатором. Отже, на основі (8), (16) та (17) отримаємо:

$$\mathbf{M}'_{3 \times 3} = \frac{1}{(1+P)} \begin{bmatrix} 1 & c_\theta(1-P) & s_\theta(1-P) \\ (1-P)(Ac_\theta + Bs_\theta)\Delta \left[A(c_\theta^2(1+P) + 2s_\theta^2\sqrt{P}) + B(1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta \right] \Delta \left[A(1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta + B(s_\theta^2(1+P) + 2c_\theta^2\sqrt{P}) \right] \Delta \\ (1-P)(Cc_\theta + Es_\theta)\Delta \left[C(c_\theta^2(1+P) + 2s_\theta^2\sqrt{P}) + D(1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta \right] \Delta \left[C(1-\sqrt{P})c_\theta s_\theta + D(s_\theta^2(1+P) + 2c_\theta^2\sqrt{P}) \right] \Delta \end{bmatrix}.$$
(18)

З (18) видно, що вирази для параметрів анізотропії (9) та (10) не зазнають змін, оскільки відповідні їм елементи матриці Мюллера не залежать від Δ . Вирази (13) та (14) залишаються без змін, якщо у (12) зробити відповідні заміни $A \rightarrow A\Delta$; $B \rightarrow B\Delta$; $C \rightarrow C\Delta$; $D \rightarrow D\Delta$.

Система рівнянь (12) в даному випадку набуває вигляду:

$$\begin{cases} A + E = c_\delta(1 + c_\delta)\Delta; \\ B - D = s_\delta(1 + c_\delta)\Delta; \\ A - E = \cos(4\alpha - 2\phi)(1 - c_\delta)\Delta; \\ B + D = \sin(4\alpha - 2\phi)(1 - c_\delta)\Delta. \end{cases} \quad (19)$$

Таким чином, зазнає зміни лише вираз для величини лінійної фазової анізотропії (15). Виключаємо параметр Δ з системи рівнянь (19):

$$\frac{(1 + c_\delta)^2}{(1 - c_\delta)^2} = \frac{(A + E)^2 + (B - D)^2}{(A - E)^2 + (B + D)^2}. \quad (20)$$

Звідки, після ряду перетворень, отримуємо

$$\delta = \arccos \left(\frac{A^2 + B^2 + C^2 + D^2 - \sqrt{(A^2 + B^2)^2 + (C^2 + D^2)^2 + 2(DB + AC)^2 - (BC - AD)^2}}{2(AD - BC)} \right). \quad (21)$$

Деполаризуючі властивості об'єкта (з урахуванням відомих параметрів анізотропії) визначаємо із (19):

$$\Delta = \frac{\sqrt{(A + D)^2 + (B - C)^2}}{1 + c_\delta} = \frac{\sqrt{(A - D)^2 + (B + C)^2}}{1 - c_\delta}. \quad (22)$$

Ступінь поляризації Δ об'єкта в даному випадку також можна визначити за допомогою одного з шести елементів $m_{10}, m_{11}, m_{12}, m_{20}, m_{21}$ та m_{22} 3×3 матриці Мюллера (18).

ОПТИМІЗАЦІЯ СХЕМИ ВІДЕОПОЛЯРИМЕТРА ДЛЯ ВИМІРЮВАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ ГОЛОВНОГО МІНОРУ 3×3 МАТРИЦІ МЮЛЛЕРА

У [11] наведено оригінальну схему для досліджень поляризаційних характеристик зразків БТ, яка використовує головний міnor матриці Мюллера. Проте, як буде показано нижче, дана схема не дозволяє забезпечити мінімізацію похибки визначення елементів даного мінору.

Метою подальшого дослідження є оптимізація методу вимірювань 3×3 матриць Мюллера та схеми лазерного відеополяриметра [11] при дослідженні названих вище класів медико-біологічних об'єктів. Це, ймовірно, дасть змогу підвищити точність визначення її елементів та підвищити достовірність діагностування патології БТ.

Основне матричне рівняння, яке пов'язує стани поляризації випромінювання, представленого відповідними векторами Стокса до та після взаємодії з БТ, має вигляд [12]

$$\mathbf{S}^{\text{вих}} = \mathbf{M}'_{3 \times 3} \cdot \mathbf{S}^{\text{вх}}, \quad (23)$$

де $\mathbf{M}'_{3 \times 3}$ – головний міnor 3×3 матриці Мюллера зразка БТ вигляду (8) або (18), $\mathbf{S}^{\text{вих}}$, $\mathbf{S}^{\text{вх}}$ – відповідно вихідний та вхідний трьохелементні вектори Стокса випромінювання (четвертий елемент є нульовим для лінійно поляризованого випромінювання).

Оптичну схему відеополяриметра для вимірювання матриці $\mathbf{M}'_{3 \times 3}$ представлено на рис.1.

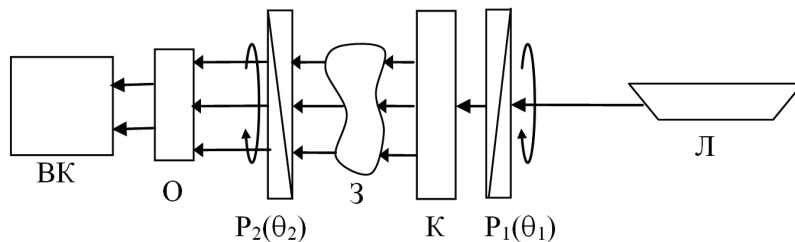


Рис.1. Оптична схема відеополяриметра для вимірювання мінору 3×3 матриці Мюллера: Л – лазер; К – коліматор; P_1, P_2 – рухомі поляризатори; З – зразок; О – об'єктив; ВК – відеокамера

Позначимо інтенсивність випромінювання на виході лазера із круговою поляризацією I_0 , тоді з урахуванням (23) для даної схеми інтенсивність на вході комірки матриці відеокамери I_m :

$$I_m = F(I_0, \theta_1, \theta_2, \mathbf{M}_{3 \times 3}) = \left(\mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{M}_{3 \times 3} \cdot \mathbf{M}_1 \cdot I_0 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)_0 =$$

$$\left[(m_{00} + \cos(2\theta_2)m_{10} + \sin(2\theta_2)m_{20} + (m_{01} + \cos(2\theta_2)m_{11} + \sin(2\theta_2)m_{21})\cos(2\theta_1) + \right. \quad (24)$$

$$\left. + (m_{02} + \cos(2\theta_2)m_{12} + \sin(2\theta_2)m_{22})\sin(2\theta_1) \right] \cdot I_0,$$

де \mathbf{M}_1 (\mathbf{M}_2) – мінор матриці Мюллера лінійного поляризатора (аналізатора) з орієнтацією θ_1 (θ_2):

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 1 & \cos(2\theta_1) & \sin(2\theta_1) \\ \cos(2\theta_1) & \cos^2(2\theta_1) & \cos(2\theta_1)\sin(2\theta_1) \\ \sin(2\theta_1) & \cos(2\theta_1)\sin(2\theta_1) & \sin^2(2\theta_1) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \cos(2\theta_2) & \sin(2\theta_2) \\ \cos(2\theta_2) & \cos^2(2\theta_2) & \cos(2\theta_2)\sin(2\theta_2) \\ \sin(2\theta_2) & \cos(2\theta_2)\sin(2\theta_2) & \sin^2(2\theta_2) \end{bmatrix}.$$

Для визначення елементів головного мінору $\mathbf{M}_{3 \times 3}$ потрібно щонайменше для дев'яти комбінацій різних положень поляризаторів (θ_1^i, θ_2^i) у приймальному та зондуєчому каналі поляриметра послідовно виміряти дев'ять відповідних інтенсивностей на вході матричного фотоприймача (I_m^i ; $i = 1 \div 9$). В результаті отримаємо систему лінійних рівнянь для невідомих елементів мінору:

$$\begin{bmatrix} I_m^1 \\ I_m^2 \\ I_m^3 \\ I_m^4 \\ I_m^5 \\ I_m^6 \\ I_m^7 \\ I_m^8 \\ I_m^9 \end{bmatrix} = I_0 \begin{bmatrix} 1 & c_{11} & s_{11} & c_{21} & c_{11}c_{21} & s_{11}c_{21} & s_{21} & c_{11}s_{21} & s_{11}s_{21} \\ 1 & c_{12} & s_{12} & c_{22} & c_{12}c_{22} & s_{12}c_{22} & s_{22} & c_{12}s_{22} & s_{12}s_{22} \\ 1 & c_{13} & s_{13} & c_{23} & c_{13}c_{23} & s_{13}c_{23} & s_{23} & c_{13}s_{23} & s_{13}s_{23} \\ 1 & c_{14} & s_{14} & c_{24} & c_{14}c_{24} & s_{14}c_{24} & s_{24} & c_{14}s_{24} & s_{14}s_{24} \\ 1 & c_{15} & s_{15} & c_{25} & c_{15}c_{25} & s_{15}c_{25} & s_{25} & c_{15}s_{25} & s_{15}s_{25} \\ 1 & c_{16} & s_{16} & c_{26} & c_{16}c_{26} & s_{16}c_{26} & s_{26} & c_{16}s_{26} & s_{16}s_{26} \\ 1 & c_{17} & s_{17} & c_{27} & c_{17}c_{27} & s_{17}c_{27} & s_{27} & c_{17}s_{27} & s_{17}s_{27} \\ 1 & c_{18} & s_{18} & c_{28} & c_{18}c_{28} & s_{18}c_{28} & s_{28} & c_{18}s_{28} & s_{18}s_{28} \\ 1 & c_{19} & s_{19} & c_{29} & c_{19}c_{29} & s_{19}c_{29} & s_{29} & c_{19}s_{29} & s_{19}s_{29} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{00} \\ m_{01} \\ m_{02} \\ m_{10} \\ m_{11} \\ m_{12} \\ m_{20} \\ m_{21} \\ m_{22} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

де $c_{1i} = \cos(2\theta_{1i}), s_{1i} = \sin(2\theta_{1i}); c_{2i} = \cos(2\theta_{2i}), s_{2i} = \sin(2\theta_{2i}); i = 1 \div 9$.

У скороченій векторній формі систему рівнянь (25) можна записати у вигляді:

$$\mathbf{I}_m = \mathbf{A} \cdot \mathbf{M}^9; \quad (26)$$

де \mathbf{I}_m – вектор інтенсивностей на вході матриці фотодетектора; \mathbf{M}^9 – вектор-стовпець з елементів головного мінору $\mathbf{M}_{3 \times 3}$; \mathbf{A} – характеристична матриця поляриметричного пристрою.

Таким чином, елементи вектора-стовпця 3×3 матриці Мюллера можуть бути визначені з рівняння:

$$\mathbf{M}^9 = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{I}_m. \quad (27)$$

При цьому відповідні кути поляризаторів θ_{1i}, θ_{2i} (рис.1) мають задовольняти умові $\det \mathbf{A} \neq 0$.

У роботах [11,12] використовуються наступні комбінації кутів поляризаторів у приймальному та зондуєчому каналі поляриметра: $0^\circ, 45^\circ$ та 90° .

$$\begin{aligned} \theta_{11} = \theta_{12} = \theta_{13} = 0^\circ, \quad \theta_{21} = 0^\circ, \theta_{22} = 45^\circ, \theta_{23} = 90^\circ, \\ \theta_{14} = \theta_{15} = \theta_{16} = 45^\circ, \quad \theta_{24} = 0^\circ, \theta_{25} = 45^\circ, \theta_{26} = 90^\circ, \\ \theta_{17} = \theta_{18} = \theta_{19} = 90^\circ, \quad \theta_{27} = 0^\circ, \theta_{28} = 45^\circ, \theta_{29} = 90^\circ. \end{aligned} \quad (28)$$

При цьому оригінальна характеристична матриця поляриметра набуває вигляду:

$$\mathbf{A}_{\text{ориг}} = I_0 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Система лінійних рівнянь (25) з урахуванням (28 та 29) формально є узгодженою, проте при наявності похибки вимірювань (внаслідок недосконалого позиціонування поляризаторів або коливань інтенсивності лазерного випромінювання) використання характеристичної матриці $\mathbf{A}_{\text{ориг}}$ вигляду (29) може призвести до надмірних збурень при вирішенні системи (25) [18].

У роботі [14] доведено, що оптимальним (з точки зору мінімізації невизначеності елементів) є вимірювання параметрів Стокса, при якому поляризатор у приймальному каналі поляриметра займає послідовно три положення із азимутами, що відрізняються на 60° (наприклад 0° , 60° 120°). У роботі [18] доведено, що похибка визначення елементів матриці Мюллера у Стокс-поляриметри також буде мінімальною, якщо досліджуваний об'єкт послідовно зондувати лінійно поляризованим світлом із азимутами, які також відрізняються на 60° . Таким чином, справедливо очікувати, що максимально точне вимірювання елементів 3×3 матриці Мюллера можна отримати при формуванні характеристичної матриці поляриметра $\mathbf{A}_{\text{опт}}$ із наступними положеннями поляризаторів

$$\begin{aligned} \theta_{11} = \theta_{12} = \theta_{13} = 0^\circ, \quad \theta_{21} = 0^\circ, \theta_{22} = 60^\circ, \theta_{23} = 120^\circ, \\ \theta_{14} = \theta_{15} = \theta_{16} = 60^\circ, \quad \theta_{24} = 0^\circ, \theta_{25} = 60^\circ, \theta_{26} = 120^\circ \\ \theta_{17} = \theta_{18} = \theta_{19} = 120^\circ, \quad \theta_{27} = 0^\circ, \theta_{28} = 60^\circ, \theta_{29} = 120^\circ. \end{aligned} \quad (30)$$

В цьому випадку оптимізована характеристична матриця поляриметричного пристрою:

$$\mathbf{A}_{\text{опт}} = I_0 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -0.5 & -0.5 & 0 & 0.866 & 0.866 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -0.5 & -0.5 & 0 & -0.866 & -0.866 & 0 \\ 1 & -0.5 & 0.866 & 1 & -0.5 & 0.866 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0.5 & 0.866 & -0.5 & 0.25 & -0.433 & 0.866 & -0.433 & 0.75 \\ 1 & -0.5 & 0.866 & -0.5 & 0.25 & -0.433 & -0.866 & 0.433 & -0.75 \\ 1 & -0.5 & -0.866 & 1 & -0.5 & -0.866 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0.5 & -0.866 & -0.5 & 0.25 & 0.433 & 0.866 & -0.433 & -0.75 \\ 1 & -0.5 & -0.866 & -0.5 & 0.25 & 0.433 & -0.866 & 0.433 & 0.75 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Оптичне поле кадру розмірністю $k \square l$ досліджуваного зразка (БТ) можна представити матрицею Мюллера зображення:

$$\mathbf{M}_\Sigma(k, l) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{M}_{1l} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{M}_{2l} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{M}_{k1} & \mathbf{M}_{k2} & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{M}_{kl} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

де \mathbf{M}_{kl} – неповна 3×3 матриця Мюллера елемента (k, l) оптичного поля зображення, елементи якої визначаються у відповідності з рівнянням (25) для кожної комірки кадру.

ОЦІНЮВАННЯ ПОХИБОК ВИЗНАЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ГОЛОВНОГО МІНОРУ 3×3 МАТРИЦІ МЮЛЛЕРА

Повну інтегральну оцінку відносної похибки визначення елементів неповної 3×3 матриці Мюллера з урахуванням впливу збурень всіх елементів системи лінійних рівнянь (25) можна отримати

за допомогою співвідношення [19,20].

$$\delta \mathbf{M}_{3 \times 3} = \delta \mathbf{M}_9 = \frac{\|\Delta \mathbf{M}_9\|}{\|\mathbf{M}_9\|} \leq \frac{\nu_A (\delta \mathbf{A} + \delta \mathbf{I}_M)}{1 - \nu_A \delta \mathbf{A}}, \quad (33)$$

де ν_A – число обумовленості матриці \mathbf{A} , що визначає стійкість вирішення системи рівнянь

$$\nu_A = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}^{-1}\|, \quad (34)$$

інтегральні відносні похибки визначення елементів системи (25)

$$\delta \mathbf{A} = \frac{\|\Delta \mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|}; \quad \delta \mathbf{I}_M = \frac{\|\Delta \mathbf{I}_M\|}{\|\mathbf{I}_M\|}. \quad (35)$$

При цьому абсолютні похибки $\|\mathbf{I}_M\| = \sqrt{\sum_i I_M^2}$ та $\|\mathbf{A}\| = \sqrt{\sum_{i,j} A_{i,j}^2}$, $\|\Delta \mathbf{I}_M\| = \sqrt{\sum_i \Delta I_M^2}$, $\|\Delta \mathbf{A}\| = \sqrt{\sum_{i,j} \Delta A_{i,j}^2}$ – вектор та матриця абсолютних похибок вектора інтенсивностей та характеристичної матриці, відповідно.

Числа обумовленості для оригінальної та оптимізованої характеристичних матриць (29) та (31) згідно (34):

$$\nu_{A_{ориг}} = 15 \text{ та } \nu_{A_{опт}} = 10. \quad (36)$$

Очевидно, що оптимізована характеристична матриця відеополяриметра є у 1,5 разів більш стійкою до збурень елементів системи рівнянь (35).

За допомогою (33) оцінимо загальне співвідношення похибок мінору 3x3 матриці Мюллера у випадку різної обумовленості системи (25) при однакових збуреннях $\delta \mathbf{A}$ та $\delta \mathbf{I}_M$

$$\frac{\delta M_{3 \times 3}^{opt}}{\delta M_{3 \times 3}^{ориг}} = \frac{\nu_{A_{опт}}}{\nu_{A_{ориг}}} \cdot \frac{1 - \nu_{A_{ориг}} \cdot \delta \mathbf{A}}{1 - \nu_{A_{опт}} \cdot \delta \mathbf{A}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1 - 15 \cdot \delta \mathbf{A}}{1 - 10 \cdot \delta \mathbf{A}}, \quad (37)$$

На рис. 2 представлено функцію коефіцієнта співвідношення максимальних похибок вимірювання елементів мінору 3x3 матриці Мюллера від похибки характеристичної матриці поляриметра для оптимізованої та оригінальної схем відеополяриметра.

З рис.2 видно, що межа похибки визначення 3x3 матриці Мюллера оригінальної схеми відеополяриметра є приблизно вдвічі більшою у порівнянні з оптимізованою при інтегральній похибці характеристичної матриці відеополяриметра $\delta \mathbf{A} = 3\%$ та у шість разів більша при $\delta \mathbf{A} = 6\%$.

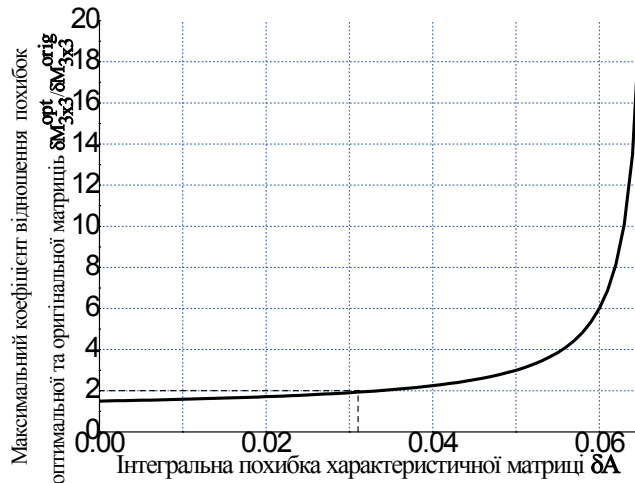


Рис.2. Функція коефіцієнта співвідношення максимальних похибок вимірювання елементів матриць 3x3 Мюллера для оптимізованої та оригінальної схем відеополяриметра

Зауважимо, що вираз (33) дає оцінку верхньої межі інтегральної похибки визначення $\mathbf{M}_{3 \times 3}$. Для

оцінки фактичного значення похибки $\Delta \mathbf{M}_{3 \times 3}$ при конкретизації імовірних джерел шуму в поляриметри та відомій амплітуді цього шуму можна скористатись наступним виразом:

$$\Delta \mathbf{M}_{3 \times 3} = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial (\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{I}_M(\theta_{1j}, \theta_{2j}, I_0))_j}{\partial \theta_{1j}} \Delta \theta \right)^2 + \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial (\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{I}_M(\theta_{1j}, \theta_{2j}, I_0))_j}{\partial \theta_{2j}} \Delta \theta \right)^2 + \left(\frac{\partial (\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{I}_M(\theta_{1j}, \theta_{2j}, I_0))_j}{\partial I_0} \Delta I_0 \right)^2} \quad (38)$$

У якості джерел шуму розглядається неточність при позиціонуванні поляризаторів поляриметра $\Delta \theta$, та флуктуація інтенсивності на виході відповідного джерела випромінювання ΔI_0 .

Проведемо оцінювання відносної інтегральної похибки елементів матриці Мюллера $\mathbf{M}_{3 \times 3}$ в умовах, близьких до реального експерименту. Враховуючи, що відеополяриметр (рис. 1) має типову недосконалість позиціонування поляризаторів в межах $\Delta \theta \approx 0.2^\circ$ [10] та шум інтенсивності лазерного випромінювання $\Delta I_0 = 0.02 \cdot I_0 = 2\%$, отримаємо

$$\frac{\delta \mathbf{M}_{3 \times 3}^{ориг}}{\delta \mathbf{M}_{3 \times 3}^{оптим}} = \frac{0.043}{0.036} \cong 1.194.$$

Таким чином, при вказаних чинниках недосконалості інтегральна похибка визначення елементів головного мінору 3×3 матриці Мюллера для оптимізованої схеми відеополяриметра є майже на 20% меншою, ніж для класичної схеми з оригінальною характеристичною матрицею.

ВИСНОВКИ

1. Запропоновано нові методи розрахунку параметрів анізотропії для тонких та деполаризуючих зразків біотканин, засновані на вимірюванні головного мінору матриці Мюллера.

2. Оптимізовано схему відеополяриметра та методику вимірювання головного мінору матриці Мюллера неоднорідних багаторазово розсіюючих середовищ, зокрема біотканин. При цьому за рахунок зменшення невизначеності елементів матриці Мюллера підвищується точність вимірювання поляризаційних характеристик об'єкта.

3. Зменшення обсягів обчислень у методі 3×3 матриці Мюллера у порівнянні з методом повної матриці Мюллера сприяє підвищенню швидкодії відеополяриметра, а мінімальний набір поляризаційних компонентів у схемі відеополяриметра дозволяє здійснювати більш точні вимірювання у широкому спектральному діапазоні (від 0,15мкм до 5 мкм).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Jacques S. L., Ramella-Roman J. S., Lee K. Imaging skin pathology with polarized light // Journal of Biomedical Optics. – 2002. – Vol. 7, No. 3. – P. 329-340.
2. Tuzhansky S. Y. Methods and means of polarization parameter control in biotissue imaging polarimetry // Polarization Science and Remote Sensing III, ed. By Joseph A. Shaw, J. Scot Tyo, Proc. of SPIE. – 2007. – Vol. 6682, 668212. – P. 1-10.
3. Sankaran V., Walsh J.T., Maitland D.J. Comparative study of polarized light propagation in biological tissues // Journal of Biomedical Optics. – 2002. – Vol. 7. – P. 300-306.
4. McNichols R.J., Cote G.L. Optical glucose sensing in biological fluids: an overview // Journal of Biomedical Optics. – 2000. – Vol. 5. – P. 5-16.
5. Hadley K.C. and Vitkin I.A. Optical rotation and linear and circular depolarization rates in diffusively scattered light from chiral, racemic and achiral turbid media // Journal of Biomedical Optics. – 2002. – Vol. 7. – P. 291-299.
6. Anderson R. R., Parrish. J. A. The optics of human skin // Journal of Investigative Dermatology. – 1981. – No. 77. – P. 13-19.
7. Wong M., Hendrix M.J., Von der Mark K., Little C., Stern R. Collagen in the egg shell membranes of the hen // Dev. Biol. – 1984. – Vol. 104, No. 1 – P. 28-36.
8. Пішак В.П., Ушенко О.Г. Лазерна поляриметрична діагностика в біології і медицині. – Чернівці.: Медакадемія, 2000. – 302 с.

9. Mueller H. . The foundations of optics // J. Opt. Soc. – 1948. – N. 38. – P. 661-663.
10. Baba J.S., Chang J.-R. , DeLaughter A.H. Development and calibration of an automated Muller matrix polarization imaging system // Journal of Biomedical Optics. – 2002. – Vol. 7, No. 3. – P. 341-349.
11. Swami M. K., Manhas S., Buddhiwant P., Ghosh N., Uppal A., Gupta P.K. Polar decomposition of 3×3 Mueller matrix: a tool for quantitative tissue polarimetry // Optics Express. – 2006. – Vol.14, No. 20. – P. 9324-9337.
12. Оберемок Е.А., Савенков С.Н. Определение поляризационных характеристик объектов методом трех зондирующих поляризаций // Журнал прикладной спектроскопии. – 2002. – Т.69. – № 1. – С.64-68.
13. Savenkov S. N. Marienko V. V. Classification and recognition method of objects based on their anisotropy properties // SPIE Proc. – 1995. – N. 2490. – P. 103-107.
14. Савенков С.М. Оберемок Є.А. Мюллер-поляриметрія детермінованих об'єктів // Вісник Київського ун-та, серія фіз.-мат. Науки. – 2000. №1. С.403-406.
15. Джеррард А., Берч Дж. М. Введение в матричную оптику.– М.: Мир, 1978. – 342 с.
16. Savenkov S.N. Optimization and structuring of the instrument matrix for polarimetric measurements // Optical Engineering. – 2002. Vol. 41, No.5. P. 965-972.
17. Lu S.Y., Chipman R.A. Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition // Journal of Optics Society of America. – 1996. Vol. 13. P. 1106-1113.
18. Савенков С.Н., Оберемок Е.А. Восстановление полной матрицы Мюллера произвольного объекта в методе трех зондирующих поляризаций // Журнал прикладной спектроскопии. – 2004. – Т.71. – № 1. – С.115-118.
19. Kostinski A.B., Givens C.R., Kwiatkowski J.M. Constraints on Mueller matrices of polarization optics // Appl. Optics. – 1993. – №9. – P. 1646-1651.
20. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. – М.: Наука, 1977. – 304 с.

Надійшла до редакції 21.09.2008

ТУЖАНСЬКИЙ СТАНИСЛАВ ЄВГЕНОВИЧ – асистент кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.

САВЕНКОВ СЕРГІЙ МИКОЛАЙОВИЧ – к.ф.-м.н., доцент кафедри квантової радіофізики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.

КЛИМОВ ОЛЕКСАНДР СЕРГІЙОВИЧ – аспірант кафедри квантової радіофізики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.