

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Гідравліка

Конспект лекцій. Частина 1

(Електронна версія для дистанційного навчання)

Вінниця, ВНТУ – 2022

УДК 532 (075.8)

Рецензенти:

І. П. Гамеляк, доктор технічних наук, професор

І. М. Берник, доктор технічних наук, професор

М. М. Попович, кандидат технічних наук, доцент

І.В. Коц, О.Б. Аніпко

Гідравліка. Конспект лекцій. Частина 1.– Вінниця: ВНТУ, 2022. – 97 с.:
іл. (Електронна версія для дистанційного навчання)

Конспект лекцій висвітлює основні питання курсу дисципліни «Прикладна механіка рідин та газів». У конспекті розглянуті фізичні властивості рідин та газів, основні закони гідростатики, кінематики та динаміки рідин і режими руху рідин; втрати напору на тертя і в місцевих опорах, особливості витікання рідин через отвори та насадки, розрахунку трубопроводів і неусталеного руху, гідравлічні процеси в насосах, гідромашинах та силових гідроциліндрах.

Конспект розрахований на студентів різних інженерних спеціальностей закладів вищої освіти. Може бути корисним для самостійної підготовки студентів денної та заочної форми навчання.

УДК 532 (075.8)

© І. Коц, О. Аніпко, 2022

Вінниця, ВНТУ – 2022

ЗМІСТ

ВСТУП

1 Рідини і їх фізико-механічні властивості

1.1 Рідина

1.2 Основні властивості краплинних рідин

1.2.1 Густина

1.2.2 Питома вага однорідної рідини

1.2.3 Стисливість

1.2.4 Пружність рідини

1.2.5 Температурне розширення

1.2.6 В'язкість

1.2.7 Ідеальна рідина

1.2.8 Сили, що діють в рідині

2 Гідростатика

2.1 Гідростатичний тиск і його властивості

2.2 Диференціальні рівняння рівноваги рідини

2.3 Основне рівняння гідростатики

2.4 Закон Паскаля

2.5 Сила тиску рідини на плоску стінку. Центр тиску

2.6 Сила тиску рідини на криволінійні поверхні

3 Основи кінематики і динаміки рідини

3.1 Основні поняття і визначення

3.2 Рівняння нерозривності для усталеного руху рідини

3.3 Рівняння Бернуллі при усталеному русі ідеальної рідини

3.4 Рівняння Бернуллі для елементарної струминки і потоку в'язкої рідини

3.5 Гідравлічні опори і втрати енергії (напору) при русі рідини

3.6 Режими руху рідини. Критерій Рейнольдса

3.7 Визначення втрат енергії при ламінарному режимі течії рідини в трубі круглого поперечного перерізу

3.8 Турбулентний режим і визначення втрат енергії потоку в трубах круглого поперечного перерізу

3.8.1 Деякі відомості про структуру турбулентного потоку

3.8.2 Поняття про гідравлічно гладенькі і шорсткі труби

3.8.3 Визначення коефіцієнта гідравлічного тертя при турбулентному режимі

3.8.4 Місцеві гідравлічні опори

4 Витікання рідини через отвори і насадки при сталому напорі

4.1 Витікання через малі отвори в газове середовище

4.2 Витікання рідини через малі затоплені отвори

4.3 Витікання рідини через насадки

5 Гідравлічний удар в трубах

6 Гідравлічний розрахунок напірних трубопроводів

6.1 Класифікація трубопроводів

6.2 Розрахунок простих трубопроводів

6.2.1 Розрахункові рівняння

6.2.2 Характеристика трубопроводу. Потрібний напір

6.3 З'єднання трубопроводів

6.3.1 Послідовне з'єднання

6.3.2 Паралельне з'єднання

6.3.3 Розгалужений трубопровід

7 Гідромашини

7.1 Відцентрові, лопатеві

7.1.1 Принцип дії лопатевого насоса

7.1.2 Основні технічні і експлуатаційні показники відцентрових насосів

7.1.3 Насосна установка і її характеристика

7.1.4 Робота насоса на мережу

7.1.5 Послідовна і паралельна робота насосів на мережу

7.2 Об'ємні гідромашини

7.2.1 Загальні зауваження

7.2.2 Основні параметри, що оцінюють роботу об'ємних гідромашин

7.2.3 Поршневі насоси, силові і моментні гідроциліндри

ВСТУП

Гідравліка – прикладна наука, яка вивчає закони рівноваги і механічного руху рідини і розробляє на основі теорії і експерименту способи використання цих законів для розв’язання різних задач інженерної практики.

Слово “гідравліка” походить від сполучення двох грецьких слів – *hydro* (вода) і *aulos* (труба) – і означає течію води по трубах.

Зміст сучасної гідравліки незрівнянно ширший. Питання, що вивчаються в гідравліці, охоплюють рух води не тільки в трубах, але і у відкритих руслах (каналах, річках), в різних гідротехнічних спорудах і системах, а також рух інших рідин (нафта, оливи, розчини) в трубопроводах і гідромашинах. На підставі цього сучасну гідравліку розглядають як одну з галузей механіки – механіку рідини та газу.

Математичний апарат гідравліки спирається на такі науки, як математика, фізика, теоретична механіка. В свою чергу, вона є базовою дисципліною при вивченні курсів: гідроприводи, насосні, вентиляційні установки, гідромашини, водопостачання, каналізація та інші.

Гідравліку поділяють на дві частини: гідростатику і гідродинаміку, причому остання містить у собі і кінематику рідині. Гідростатика вивчає закони рівноваги рідин і їх силову дію на тверді стінки, що обмежують об’єми рідин; гідродинаміка – закони руху рідин і їх взаємодію з твердими стінками або тілами, які знаходяться в потоці рідини.

1 РІДИНИ І ЇХ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ

1.1 Рідина

Рідиною називають неперервне (суцільне) фізичне середовище, яке володіє властивістю текучості і майже повною відсутністю опору на розрив.

Текучість рідини обумовлена неспроможністю її сприймати дотичні напруження в стані спокою, через що вона не має власної форми, а приймає форму тієї посудини, в якій знаходиться.

Розрізняють рідини краплинні і газоподібні. Перші – майже нестисливі (вода, оливи, спирт), другі – легкостисливі (повітря і інші гази). Характерною відмінністю цих рідин є також наявність у крапельних і відсутність у газоподібних вільної поверхні – поверхні поділу між рідиною і газоподібним середовищем.

Гідравліка, як правило, розглядає тільки краплинні рідини, але в тих випадках, коли можна нехтувати стисливістю газів, цілком допустимо використовувати і до газів закони і залежності гідравліки.

1.2 Основні властивості краплинних рідин

1.2.1 Густина. Для однорідної рідини густина

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (1.1)$$

1.2.2 Питома вага однорідної рідини

$$\gamma = \frac{G}{V} \quad \frac{\text{Н}}{\text{м}^3}. \quad (1.2)$$

Зв'язок між густиною і питомою вагою дається формулою

$$\gamma = \rho g . \quad (1.3)$$

В наведених формулах m -маса рідини; V -об'єм рідини; G -вага рідини в об'ємі V ; $g=9,81\text{м/с}^2$ -прискорення вільного падіння.

1.2.3 Стисливість

Стисливість - це властивість рідини змінювати свій об'єм під дією тиску. Стисливість рідини характеризують коефіцієнтом об'ємного стиснення.

$$\beta_p = \frac{V_1 - V_0}{V_0 \Delta P} = - \frac{\Delta V}{V_0 \Delta P} \frac{\text{м}^2}{\text{Н}}, \quad (1.4)$$

де V_0 -початковий об'єм рідини; V_1 -об'єм рідини після збільшення тиску на ΔP ; $\Delta V=V_1-V_0$ зміна об'єму рідини.

1.2.4 Пружність рідини

Характеристикою пружних властивостей рідини є модуль об'ємної пружності E_p - величина, обернена коефіцієнту об'ємного стиснення:

$$E_p = \frac{1}{\beta_p} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}. \quad (1.5)$$

Так, наприклад, для води $\beta_p=48,510^{-11}\text{м/Н}^2$ і, відповідно, модуль пружності $E=2,1 \cdot 10^9\text{Па}$ Модуль пружності мінеральних масел, які використовують в системах гідроприводу, при температурі $t=20^0\text{С}$ дорівнює $(1,35...1,75) \cdot 10^3\text{МПа}$.

1.2.5 Температурне розширення

Властивість рідини змінювати свій об'єм в залежності від зміни температури оцінюють коефіцієнтом об'ємного розширення β_t

$$\beta_t = \frac{V_1 - V_0}{V_0 \Delta T} \text{ град}^{-1}, \quad (1.6)$$

де V_0 -початковий об'єм рідини; V_1 -об'єм рідини після збільшення температури на ΔT градусів.

Для води при різних тисках і температурах $\beta_t=0,00014\dots0,00066$; для нафтопродуктів $\beta_t=0,0006\dots0,0008$.

1.2.6 В'язкість

В'язкість (внутрішнє тертя) – це здатність рідини чинити опір відносному зсуву своїх частинок під дією зовнішніх сил. Ця властивість протилежна текучості: більш в'язкі рідини (гліцерин, оливи) менш текучі і навпаки (ефір, спирт). При шаруватій течії рідини між окремими її шарами, що рухаються з різними швидкостями (рис 1.1), виникають дотичні напруження, які за гіпотезою Ньютона пропорційні швидкості відносного зсуву du шарів:

$$\tau = \mu \frac{du}{dn} \frac{H}{m^2} \quad (1.7)$$

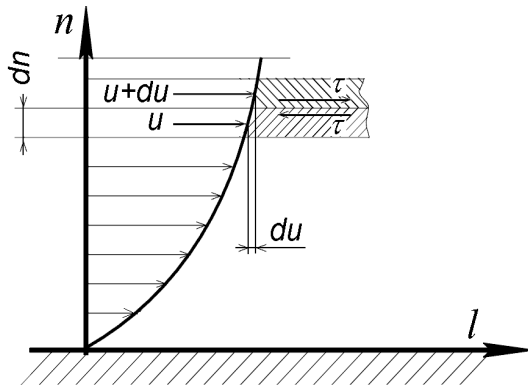


Рис.1.1

В формулі (1.7), яку отримав у 1883р. проф. Н.П.Петров, μ -коєф. пропорційності, що має назву динамічного коефіцієнта в'язкості (або просто динамічна в'язкість); du – приріст швидкості, який відповідає приросту координати dn ; $\frac{du}{dn}$ – градієнт швидкості по нормалі n до напрямку руху.

В системі СІ одиницею динамічної в'язкості є Па·с, а в системі СГС – 1Пуаз, причому 1Пуаз=0,1Па·с.

На практиці більш часто користуються кінематичною в'язкістю, якою називають відношення динамічної в'язкості рідини до її густини:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \quad (1.8)$$

Одиницею вимірювання кінематичної в'язкості є Стокс (1Ст) і сантистокс (1сСт):

$$1\text{Ст} = 1\text{см}^2/\text{с} = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$$

$$1\text{сСт} = 10^{-2}\text{Ст} = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с};$$

В'язкість краплинних рідин суттєво залежить від температури і зменшується при зростанні останньої. Так, наприклад, для води при $t=0^\circ\text{C}$

$\nu=1.7810^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, а при $t=100^{\circ}\text{C}$ $\nu=0,2810^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$. Вплив тиску на в'язкість рідини стає помітним при величинах, більших 10Мпа .

На відміну від краплинних рідин кінематична в'язкість газів зростає при збільшенні температури.

1.2.7 Ідеальна рідина

З метою спрощення розв'язання багатьох задач механіки рідини користуються поняттям “ідеальної” рідини. Ідеальною рідиною називають таку умовну рідину, яка характеризується абсолютною нестисливістю і повною відсутністю в'язкості, тобто сил тертя при її русі.

Очевидно, що при вивченні властивостей рідин, які знаходяться у стані спокою, нема потреби розрізняти реальну і ідеальну рідини.

1.2.8 Сили, що діють в рідині

Внаслідок текучості в рідині діють не зосереджені, а тільки розподіленні по її поверхні чи об'єму сили. Всі вони поділяються на зовнішні і внутрішні.

Рівновагу рідини розглядають при дії на неї зовнішніх сил, причому останні можуть бути поверхневими, тобто такими, що діють безпосередньо на граничну поверхню даного об'єму рідини (атмосферний тиск, сили тертя), і масовими, які діють на всі частинки маси цього об'єму. Якщо рідина однорідна ($\rho=\text{const}$), то масові сили називають і об'ємними (сили тяжіння, сили інерції).

Очевидно, що поверхневі сили прямо пропорційні площі граничної поверхні рідини, а масові(об'ємні) –масі (об'єму) рідини.

В гідравліці масові сили часто характеризують одиничними масовими силами , які являють собою відношення масової сили до маси даного об'єму рідини, тобто прискорення.

Проекції результуючої одиничних масових сил (результуючого прискорення) на осі декартової системи координат Охуз прийнято позначати через X, Y, Z.

2. Гідростатика

2.1 Гідростатичний тиск і його властивості

Такі властивості, як текучість і неспроможність чинити опір розтягуючим зусиллям, дозволяють сформулювати умови рівноваги певного об'єму рідини: рідина може зберегти свій стан рівноваги тільки в тому випадку, якщо зовнішні сили, що діють на граничну поверхню даного об'єму, напрямлені по внутрішнім нормалям до цієї поверхні.

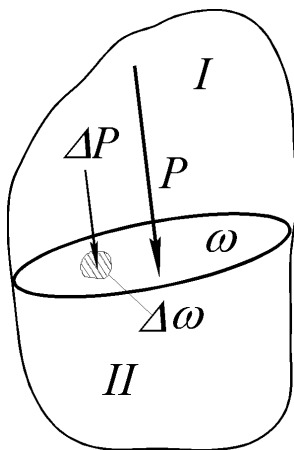


Рис.2.

Розглянемо довільний об'єм рідини, що знаходиться в рівновазі під дією зовнішніх сил (рис 2.1). Розсічемо цей об'єм на дві частини деякою січною площиною ω і відкинемо верхню частину I.

Тоді на частину II з боку відкинutoї частини буде діяти певна сила P , яка повинна бути перпендикулярною до січної площини. Цю стискуючу силу називають силою гідростатичного тиску. Якщо на січній площині виділити елементарну площинку $\Delta\omega$, то на неї буде діяти частина ΔP сили P .

Границя відношення $\Delta P/\Delta\omega$ називається гідростатичним тиском p в даній точці рідини:

$$p = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta\omega} \quad (2.1)$$

або

$$p = \frac{dp}{d\omega}. \quad (2.2)$$

Середній гідростатичний тиск, який діє на площі ω , визначають за формулою:

$$p_{cp} = \frac{P}{\omega}. \quad (2.3)$$

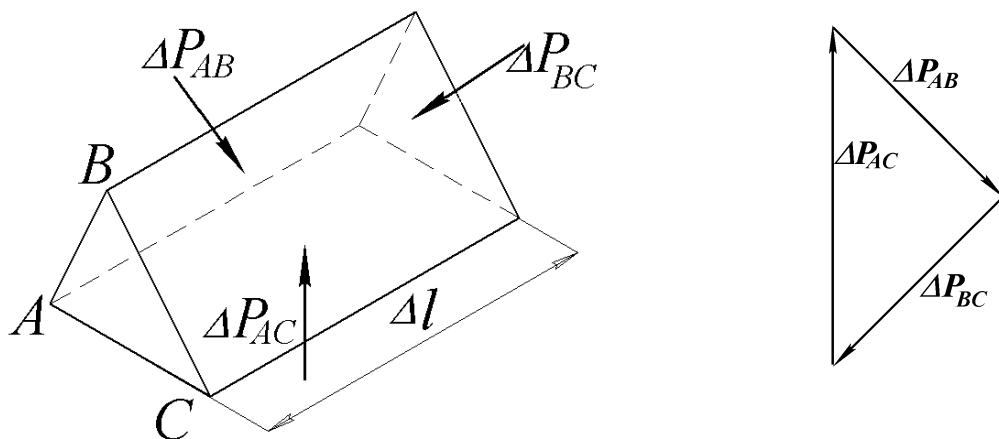
Одиницею тиску в системі СІ є паскаль (1Па=Н/м²).

Гідростатичний тиск характеризується трьома властивостями.

1. Гідростатичний тиск завжди напрямлений по внутрішній нормалі до поверхні, на яку він діє, і створює тільки стискуючі напруження.

Ця властивість безпосередньо виходить із визначення тиску, як напруження від нормальної стискуючої сили.

2. В будь-якій точці рідини гідростатичний тиск однаковий по всім напрямкам.



Щоб довести це виділимо в об'ємі рідини призму з основою у вигляді трикутника ABC (рис 2.2а) і замінимо дію зовнішнього об'єму рідини на її бокові грані відповідними силами. Оскільки призма знаходиться у стані рівноваги, то трикутник цих сил повинен бути замкнутим (рис 2.2б).

Силовий трикутник подібний трикутнику ABC і тому $\frac{\Delta P_{AB}}{AB} = \frac{\Delta P_{BC}}{BC} = \frac{\Delta P_{AC}}{CA}$. Якщо поділити всі члени даного рівняння на довжину призми Δl , то в знаменниках будуть стояти площі відповідних граней призми. При спрямуванні розмірів призми до нуля у відповідності з рівнянням 2.1 отримаємо:

$$P_{AB} = P_{BC} = P_{AC} = P, \quad (2.4)$$

що і потрібно було довести.

3. Гідростатичний тиск в точці залежить тільки від її положення у просторі, тобто $p = f(x, y, z)$.

Цей висновок виходить з викладеного вище.

2.2 Диференціальні рівняння рівноваги рідини

Виділимо в нерухомій рідині нескінченно малий об'єм у вигляді паралелепіпеда з ребрами dx , dy , dz (рис 2.3). Подумки відкинемо рідину, що оточує паралелепіпед, і замінимо її дію відповідними силами. Припустимо, що на ліву грань діє тиск p . Тоді на праву грань $A_1B_1C_1D_1$, яка знаходиться на відстані $x+dx$, буде діяти тиск $p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$.

Відповідно, сила тиску на ліву грань ABCD буде дорівнювати

$$p dy dz,$$

а на праву

$$-(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz$$

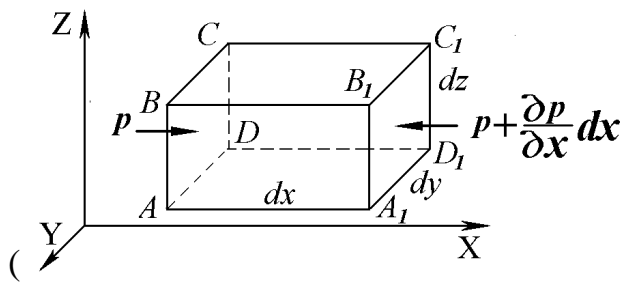


Рис.2.3

Знак (-) показує, що сила діє у від'ємному напрямі осі x)

Крім сили тиску на паралелепіпед може діяти рівнодіюча масових сил (тяжіння, відцентрова, інерції), проєкція якої на вісь x буде:

$$\rho dV X = \rho dx dy dz X,$$

де X-проєкція прискорення (одичної масової сили) на вісь x;
dV-об'єм паралелепіпеда.

Рівняння рівноваги сил, що діють на паралелепіпед в напрямі осі x, має вигляд:

$$p dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz + \rho dx dy dz X = 0.$$

чи, після спрощень,

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + X = 0.$$

Аналогічно можна отримати рівняння рівноваги сил відносно осей y і z

Таким чином, кінцево маємо систему:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + X &= 0; \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + Y &= 0; \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + Z &= 0; \end{aligned} \tag{2.5}$$

Рівняння (2.5) є основними диференціальними рівняннями рівноваги рідини (рівняння Ейлера).

Щоб привести рівняння Ейлера до вигляду, зручного для інтегрування, помножимо кожне з рівнянь (2.5) відповідно на dx , dy , dz і складемо їх почленно:

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Ліва частина цього рівняння є повним диференціалом тиску dp , тому:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz). \tag{2.6}$$

Рівняння (2.6) називається основним диференціальним рівнянням гідростатики.

Зі співвідношення (2.6) можна отримати рівняння для поверхні рівного тиску (поверхні рівня). Для такої поверхні $p = \text{const}$ і при $\rho = \text{const}$ будемо мати:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0. \tag{2.7}$$

Частинним випадком поверхні рівня є вільна поверхня рідини.

Поверхні рівня мають такі властивості:

- 1) дві різні поверхні рівня не можуть перерізати одна одну;
- 2) зовнішні об'ємні сили напрямлені по нормалі до поверхні рівня.

2.3 Основне рівняння гідростатики

Розглянемо найбільш поширений випадок рівноваги рідини, коли вона знаходиться тільки під дією сили тяжіння. Тоді проєкції одиничних масових сил на координатні осі будуть такими: $X=0$, $Y=0$, $Z=-g$ (координатну вісь Oz вважаємо напрямленою вгору), і рівняння поверхні рівного тиску (2.7) набуває вигляду:

$$-gdz = 0.$$

Звідкіля

$$Z = C = \text{const.} \quad (2.8)$$

Таким чином, при рівновазі рідини в полі сил тяжіння поверхні рівня являють собою сім'ю горизонтальних площин. Однією з поверхонь рівного тиску буде і вільна поверхня рідини.

Визначимо тиск в довільній точці A об'єму рідини, що міститься в закритій посудині (рис.2.4) і знаходиться у стані спокою.

При $X=0$, $Y=0$, $Z=-g$ основне диференціальне рівняння гідростатики (2.6) запишеться так:

$$dp = -\rho g dz.$$

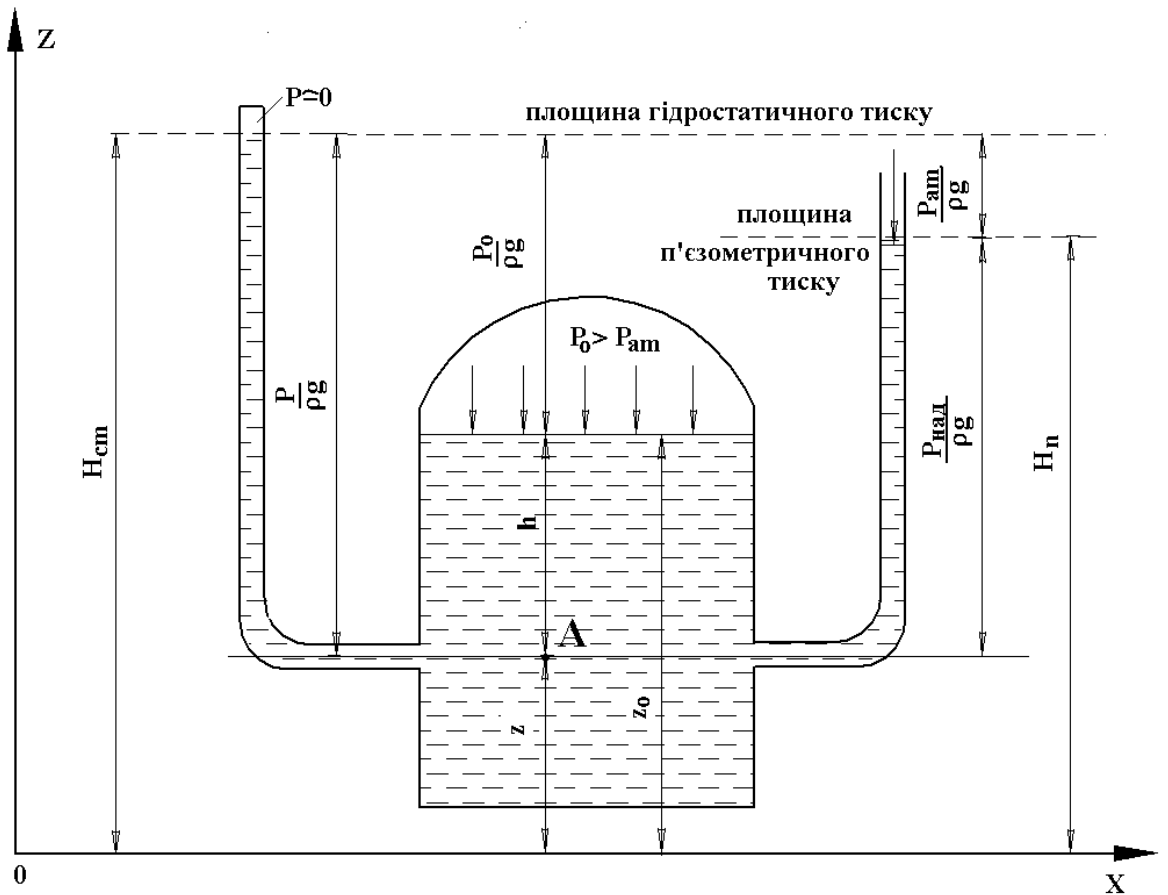


Рис.2.4

Після інтегрування в припущенні $\rho = \text{const}$ отримаємо:

$$p = -\rho g z + C, \quad (2.9)$$

де C -стала інтегрування.

Сталу інтегрування визначимо з граничних умов на вільній поверхні рідині в посудині, де $z = z_0$, $p = p_0$. Маємо:

$$C = p_0 + \rho g z_0$$

і тоді

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z) = p_0 + \rho g h, \quad (2.10)$$

де $h = z - z_0$ – заглиблення точки A під вільну поверхню.

Це і є основне рівняння гідростатики, яке виражає залежність тиску в даній точці рідини в стані спокою від виду рідини і відстані точці від вільної поверхні.

В рівнянні (2.10) p - абсолютний тиск в даній точці рідини, p_0 - зовнішній абсолютний тиск на вільній поверхні рідини; $\rho gh = p - p_0$ - тиск стовпа рідини в даній точці. Всі складові рівняння мають розмірність тиску (Па, кПа, МПа).

Основному рівнянню гідростатики можна надати іншого вигляду, якщо поділити всі його члени на ρg :

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g} = H_{cm} = const \quad (2.11)$$

В цьому рівнянні складові мають лінійну розмірність (М).

Зв'язок між тиском, виражений в одиницях тиску (ПА), і тиском в лінійних одиницях (метрах стовпа рідини) дає загальна формула

$$h = \frac{p}{\rho g} \quad (2.12)$$

У відкритих резервуарах, водоймищах тощо зовнішнім тиском на вільну поверхню рідини є атмосферний тиск ($p_{атм}$, $p_{бар}$). В таких випадках рівняння (2.10) записують у формі

$$\left. \begin{array}{l} p = p_{атм} + \rho gh, \\ \text{або} \\ p = p_{бар} + \rho gh \end{array} \right\} \quad (2.13)$$

В техніці часто зустрічаються випадки, коли абсолютний тиск в даній точці рідини $p < p_{атм} = p_{бар}$. Тоді величину ρgh називають надлишковим тиском:

$$p_{\text{над}} = \rho gh$$

Якщо $p > p_{\text{атм}}$, то надлишковий тиск називають манометричним тиском:

$$p_m = p - p_{\text{атм}} \quad (2.14)$$

якщо $p < p_{\text{атм}}$ то надлишковий тиск буде від'ємним і величину - називають вакууметричним тиском або вакуумом:

$$p_{\text{вак}} = p_{\text{атм}} - p \quad (2.15)$$

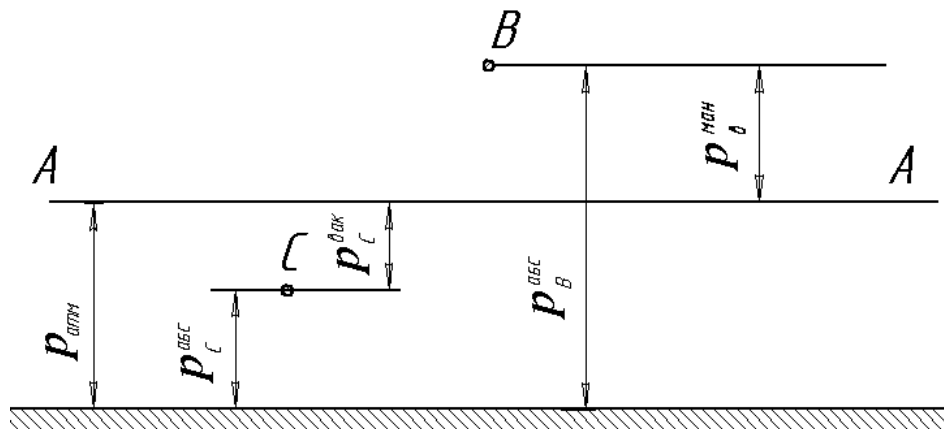


Рис.2.5

Зв'язок між абсолютним, манометричним і вакууметричним тиском графічно проілюстрований на рис.2.5.

Гідростатичний закон розподілу тиску, виражений формулою (2.11), справедливий для будь-якого положення координатної площини xOy . Цю площину називають площиною порівняння. Величина $z + \frac{p}{\rho g}$, где z –

геометрична висота розташування точки над площиною порівняння, p – абсолютний тиск, називається гідростатичним напором і позначається через H_{cm} ; величину $z + \frac{p}{\rho g}$, в якій p – надлишковий тиск, називають п'єзометричним напором і позначають через H_n . Як виходить з формули (2.11) напори H_{cm} і H_n є сталими для всіх точок даної маси рідини, що знаходиться в стані спокою.

2.4 Закон Паскаля

З основного рівняння гідростатики $p = p_0 + \rho gh$ можна бачити, що при зміні зовнішнього тиску p_0 на величину Δp_0 , тиск у всіх точках даного об'єму рідини змінюється на теж саме значення Δp_0 . Таким чином, рідина має властивість передавати тиск. В цьому і полягає закон Паскаля: тиск, який виникає на граничній поверхні рідини, що знаходиться в стані спокою, передається всім частинкам цієї рідини по всім напрямкам без зміни його величини.

На законі Паскаля ґрунтується принцип дії різноманітних гідравлічних пристроїв, за допомогою яких тиск передається на відстань (гідравлічний прес, гідравлічний домкрат, гідромультіплікатор та інші).

2.5 Сила тиску рідини на плоску стінку. Центр тиску

Визначимо силу тиску рідини на площину ω плоскої стінки, яка розташована під довільним кутом α до горизонту. Розв'язання задачі зручно проводити в системі координат xOy , вісь Oy якої напрямлена вздовж стінки, а вісь Ox співпадає з лінією перетину стінки і вільної поверхні рідини. Для зручності вісь Ox повернута на кут 90° , (рис.2.6).

Очевидно що між будь – якою координатою y і глибиною занурення h існує зв'язок: $h = y \cdot \sin \alpha$

Сила тиску dP на довільну елементарну площину $d\omega$

$$dP = p \cdot d\omega = (p_o + \rho gh)d\omega = (p_o + \rho gy \cdot \sin \alpha)d\omega$$

де p_o – тиск на вільній поверхні рідини густиною ρ .

Повна сила тиску на площину ω стінки:

$$P = \int_{\omega} dP = \int_{\omega} (p_o + \rho dy \cdot \sin \alpha)d\omega = p_o \cdot \omega + \rho g \sin \alpha \int_{\omega} y d\omega$$

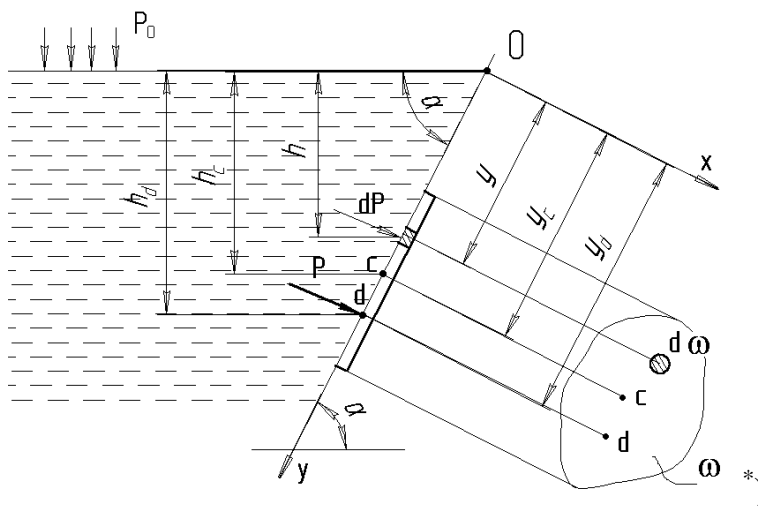


Рис. 2.6

Для зручності вісь Ox повернута на кут 90°

Інтеграл $\int y d\omega$ є статичним моментом площини ω відносно осі Ox , величина якого дорівнює добутку ω на відстань її центра ваги до осі Ox тобто

$$\int_w y d\omega = W \cdot y_c$$

Тоді

$$P = p_o \cdot \omega + \rho g y_c \cdot \sin \alpha \cdot \omega = (p_o + \rho g h) \cdot \omega \quad (2.16)$$

де h_c – глибина занурення центра ваги стінки площиною ω . Сила тиску самої рідини без урахування зовнішнього тиску p .

$$P_{над} = \rho g h_c \cdot \omega \quad (2.17)$$

У випадку, коли плоска стінка горизонтальна і розміщена на глибині h , то $h_c = h$ і

$$P_{над} = \rho g h \omega \quad (2.18)$$

Якщо плоска стінка вертикальна $\alpha = 90^\circ$ і $h_c = y_c$.

Досить часто в інженерних розрахунках важливо не тільки визначити величину сили тиску рідини, але й знайти точку прикладення її рівнодіючої – так званий центр тиску.

Для цього користуються теоремою Варіньйона: момент рівнодіючої сили дорівнює алгебраїчній сумі моментів складових її. Відповідно до рис.2,6 можна записати

$$P \cdot y_d = \int_\omega dp \cdot y$$

де y_d – координата центра тиску, $P = P_{над}$ – сила тиску рідини.

Тоді

$$y_\alpha = \frac{\int dPy}{P} = \frac{\rho g \sin \alpha \cdot \int y^2 d\omega}{\rho g \sin \alpha \int y d\omega} = \frac{I_x}{y_c \cdot \omega} f \quad (2.19)$$

Тут $I_x = \int_{\omega} y^2 d\omega$ – момент інерції змоченої площини ω відносно осі Ox ;

$y_c \omega$ – статичний момент цієї площини.

На підставі теореми про моменти інерції відносно паралельних осей (теорема Гюйгенса)

$$I_x = I_c + y_c^2 \omega$$

де I_c – момент інерції плоскої фігури відносно осі, що проходить через її центр ваги паралельно осі Ox , тому залежності (2.19) можна надати вигляду

$$y_d = y_c + \frac{I_c}{y_c \omega}. \quad (2.20)$$

2.6 Сила тиску рідини на криволінійні поверхні

Визначення сили сумарного тиску рідини на поверхні довільної форми в загальному випадку зводиться до визначення трьох складових цієї сили і трьох моментів /в системі координат Oxy /

В техніці переважно мають справу з циліндричними або сферичними поверхнями, які мають вертикальну площину симетрії.

Розглянемо посудину з боковою стінкою циліндричної форми, котра заповнена рідиною, на вільну поверхню якої діє тиск p_0 і визначимо силу тиску на ділянку АВ цієї стінки в двох випадках:

1) рідина знаходиться над стінкою (рис.2.7а);

2) рідина знаходиться під стінкою. (рис.2.7б).

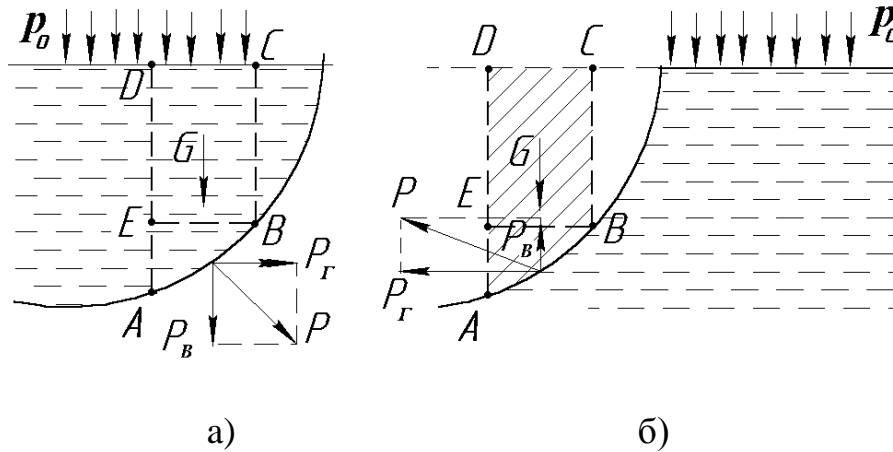


Рис.2.7 (а, б)

В першому випадку виділимо об'єм ABCD рідини, обмежений ділянкою АВ стінки, вертикальними поверхнями AD і BC, що проведені через границі цієї ділянки, і вільною поверхнею рідини. Сумарну силу тиску P на ділянку АВ розкладемо на дві складові: вертикальну P_B і горизонтальну P_G . З умови рівноваги об'єму ABCD у вертикальному напрямі знаходимо що

$$P_B = p_0 \cdot \omega_2 + G, \quad (2.21)$$

Де G - вага виділеного об'єму рідини; ω_2 – площа проєкції поверхні АВ на горизонталь.

В свою чергу сила ваги $G = \rho g V_{ABCD}$. Об'єм рідини, що міститься в геометричній фігурі ABCD часто називають “тілом тиску” і позначають через $V_{тт}$. З урахуванням цього рівняння (2.21) запишеться у формі

$$P_B = p_0 \cdot \omega_2 + \rho g V_{тт}. \quad (2.22)$$

При визначенні горизонтальної складової сили тиску на поверхню АВ потрібно урахувати, що сили тиску на поверхні ВС і DE взаємно зрівноважуються. Тоді

$$P_z = (p_0 + \rho g h_c) \omega_{AE} = (p_0 + \rho g h_c) \omega_e. \quad (2.23)$$

В останньому рівнянні h_c – заглиблення центра ваги (мас) вертикальної проєкції поверхні АВ – ω_b

Очевидно, що повна сила тиску на циліндричну поверхню

$$P = \sqrt{P_b^2 + P_z^2}. \quad (2.23)$$

Коли рідина розташована під стінкою рис.2.7б складові P_b і P_z також визначаються формулами 2.21 або 2.22 і 2.23 , але мають протилежний напрям. При цьому під силою ваги G розуміють вагу рідини в об'ємі ABCD, хоча останній не заповнений рідиною; тіло тиску V_{TT} є фіктивним.

Слід відмітити, що в тих випадках, коли циліндрична поверхня є коловою, лінія дії рівнодіючої сил тиску напрямлена по радіусу.

3 ОСНОВИ КІНЕМАТИКИ І ДИНАМІКИ РІДИНИ

3.1 Основні поняття і визначення

Кінематика і динаміка рідини (гідродинаміка) суттєво відрізняється від кінематики і динаміки твердого тіла. Якщо окремі частини абсолютно твердого тіла жорстко з'єднані між собою, то в рухомій рідині такі зв'язки відсутні: рідке середовище складається з безлічі частинок, які рухаються одна відносно другої. Тому в основу вивчення законів гідродинаміки покладена так звана струминкова модель, що базується на наступних поняттях.

Траєкторія – лінія, вздовж якої рухається деяка частинка рідини.

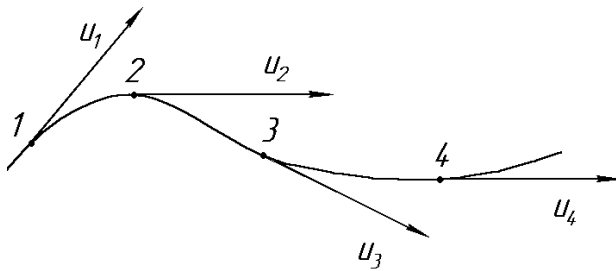


Рис.3.1

Лінія течії – це крива, що проходить через такі частинки, швидкості яких в даний час напрямлені по дотичним до цієї лінії (рис 3.1).

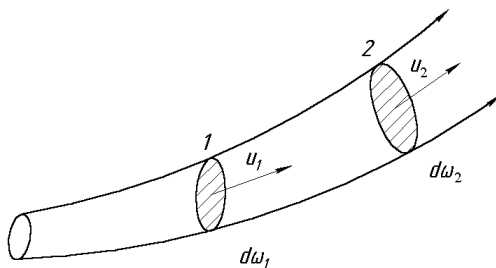


Рис.3.2

Трубною течією називають трубчасту поверхню, яка утворена лініями течії, що проходять через всі точки нескінченно малого замкнутого контуру. (рис.3.2).

Частина рідини, що рухається всередині трубки течії, називається елементарною струминкою.

Властивості елементарної струминки при усталеному русі рідини.

1. Так як лінії течії при усталеному русі не змінюють своєї форми з часом, то, і струминка буде незмінною в часі.
2. Оскільки бокова поверхня струминки утворена лініями течії, то проникання рідини через цю поверхню неможливо.
3. Внаслідок малості площини поперечного перерізу елементарної струминки швидкість u і тиск p для всіх точок даного перерізу можна вважати однаковими.

Потоком рідини називають сукупність елементарних струминок.

Русло потоку – поверхня, яка обмежує потік по всій його довжині.

Потоки, що мають вільну поверхню, називають безнапірними потоки, які обмежені з усіх боків твердими стінками, називають напірними.

Живим перерізом (або перерізом) потоку називається в загальному випадку поверхня в межах потоку, перпендикулярна до всіх елементарних струминок.

Довжина лінії, по якій рідина в живому перерізі стикається з твердими стінками русла, називається змоченим периметром і позначається χ .

Відношення площі живого перерізу ω до довжини змоченого периметра називають гідравлічним радіусом R_r (рис.3.3):

$$R_r = \frac{\omega}{\chi} \quad (3.1)$$

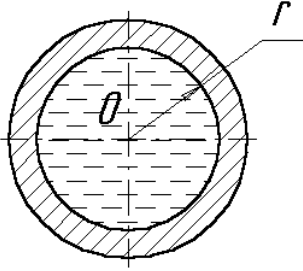
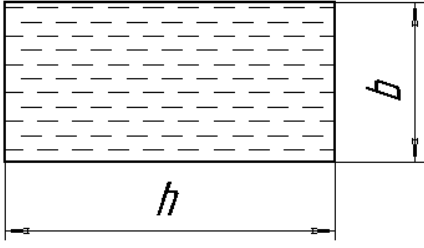
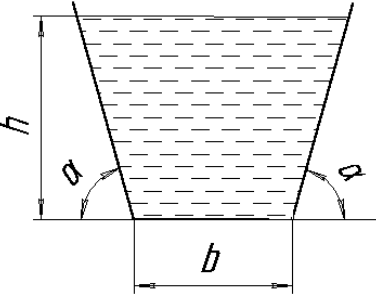
Витратою називають кількість рідини, що протікає через даний живий переріз за одиницю часу. Цю кількість вимірюють в одиницях об'єму –

$Q \frac{m^3}{c}$; чи в одиницях маси – масова витрата $M \frac{kg}{c}$. Зв'язок між ними дає співвідношення

$$M = \rho Q \quad (3.2)$$

Для елементарної струминки з рівномірним розподілом швидкостей u по живому перерізу об'ємна витрата

$$dQ = u \cdot d\omega \quad (3.3)$$

	$\omega = \pi r^2$ $\chi = 2\pi r;$ $R_r = \frac{r}{2}.$
	$\omega = hb;$ $\chi = 2(h+b);$ $R_r = \frac{hb}{2(h+b)}.$
	$\omega = (b + hctg\alpha)h;$ $\chi = b + 2\frac{h}{\cos\alpha};$ $R_r = \frac{(b + hctg\alpha)h}{\left(b + 2\frac{h}{\cos\alpha}\right)}.$

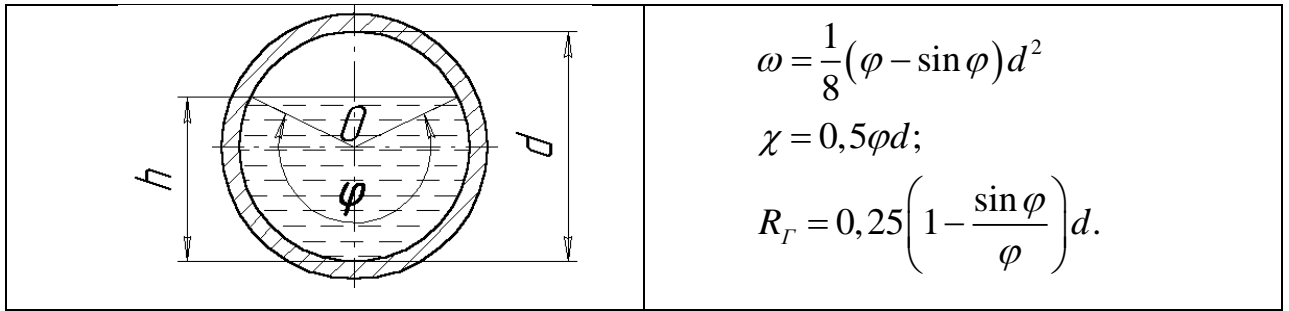


Рис.3.3

Об'ємна витрата потоку дорівнює сумі об'ємних витрат елементарних струминок, з яких складається потік,

$$Q = \int_{\omega} u d\omega \quad (3.4)$$

В інженерних розрахунках користуються поняттям середньої швидкості по живому перерізу v :

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{\int u d\omega}{\omega} \quad (3.5)$$

Під середньою швидкістю розуміється уявна, однакова для всіх точок живого перерізу потоку швидкість, при якій через цей переріз проходить та ж витрата, що і при дійсних швидкостях в різних точках даного перерізу.

Тоді для потоку

$$Q = v \cdot \omega \quad (3.6)$$

3.2 Рівняння нерозривності для усталеного руху рідини

Умова руху рідини без утворення розривів (порожнин) характеризується рівнянням нерозривності (суцільності), яке виражає закон збереження маси.

Для елементарної струминки на основі її властивостей кількість рідини, що проходить в одиницю часу по всій довжині струминки, однакова. Тобто, для двох довільних перерізів 1 і 2 струминки (рис 3.2).

$$dQ_1 = dQ_2,$$

або

$$u_1 d\omega_1 = u_2 d\omega_2 = const \quad (3.7)$$

Рівняння (3.7) називають рівнянням нерозривності для елементарної струминки.

Для потоку рідини при відсутності відводів чи припливів рівняння нерозривності є умовою сталості витрати:

$$Q_1 = Q_2 = Q,$$

чи

$$v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2 = v \omega = const. \quad (3.8)$$

Останнє рівняння можна записати у вигляді

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad (3.9)$$

звідкіля виходить, що середні швидкості руху рідини в перерізах обернено пропорційні площам цих перерізів.

3.3 Рівняння Бернуллі при усталеному русі ідеальної рідини

Розглянемо усталений рух ідеальної рідини, яка знаходиться під впливом тільки масової сили – сили ваги, - і отримаємо для цього випадку рівняння, що зв'язує між собою тиск в рідині і швидкість її руху.

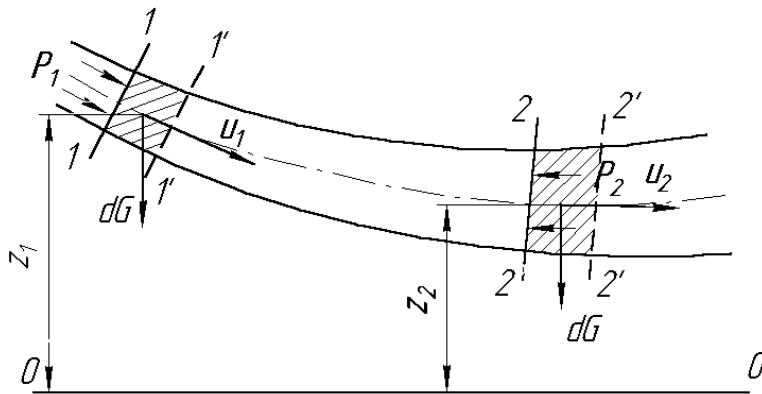


Рис.3.4

Візьмемо одну з елементарних струминок потоку ідеальної рідини і виділимо на ній ділянку довільної довжини, обмежену перерізами 1–1 і 2–2 (рис.3.4). Позначимо через $d\omega_1$, p_1 , u_1 , z_1 і $d\omega_2$, p_2 , u_2 , z_2 відповідно площі живих перерізів, гідродинамічні тиски, швидкості рідини і висоти центрів ваги даних перерізів над площиною порівняння 0–0.

За нескінченно малий проміжок часу dt відрізок 1–2 переміститься в положення 1'–2'.

Застосуємо до виділеного відрізка теорему механіки про зміну кінетичної енергії, згідно з якою приріст кінетичної енергії відрізка за певний проміжок часу дорівнює сумі робіт всіх сил, що діють на відрізок за цей же проміжок часу. Оскільки рідина ідеальна, то роботу будуть виконувати сили тиску і сили тяжіння.

Робота сил тиску буде дорівнювати:

$$p_1 d\omega_1 u_1 dt - p_2 d\omega_2 u_2 dt = (p_1 - p_2) dQ \cdot dt .$$

Робота сил ваги:

$$dG \cdot z_1 - dG \cdot z_2 = \rho g d\omega_1 u_1 z_1 dt - \rho g d\omega_2 u_2 z_2 dt = \rho g dQ (z_1 - z_2) dt$$

Приріст кінетичної енергії відсіку 1–2 за час dt дорівнює різниці кінетичних енергій ділянок струминки 1–1' і 2–2' (ділянка 1-2' не змінює свого положення):

$$\frac{dm \cdot u_2^2}{2} - \frac{dm \cdot u_1^2}{2} = \frac{dG}{2g} (u_2^2 - u_1^2) = \frac{\rho}{2} (u_2^2 - u_1^2) dQ \cdot dt,$$

(при перетвореннях враховано, що $dm = \frac{dG}{g}$; $dG = \rho g dQ \cdot dt$)/

Тоді теорема про зміну кінетичної енергії відсіку струминки буде мати вигляд:

$$\frac{\rho}{2} (u_2^2 - u_1^2) dQ \cdot dt = (p_1 - p_2) dQ \cdot dt + \rho g (z_1 - z_2) dQ \cdot dt. \quad (3.10)$$

Поділимо попереднє рівняння на $dQdt$ і після перегрупування складових його отримаємо

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho u_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho u_2^2}{2}. \quad (3.11)$$

Якщо поділити рівняння (3.13) на комплекс $\rho g dQ \cdot dt$, то після перегрупування складових будемо мати

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}. \quad (3.12)$$

Останні два рівняння і є рівнянням Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідини в двох різних формах. Так, всі складові в рівнянні (3.11) мають розмірність тиску, а складові рівняння (3.12) – лінійну розмірність.

З'ясуємо геометричну і фізичну суть рівняння Бернуллі/

Геометрична інтерпретація рівняння:

z – геометрична висота, або геометричний напір;

$\frac{p}{\rho g}$ – п'єзометрична висота, або п'єзометричний напір;

$\frac{u^2}{2g}$ – швидкісна висота, або швидкісний напір.

Тричлен $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = H_0$ називають повним, або гідродинамічним

напором. Оскільки рівняння Бернуллі записане для довільних перерізів струминки, то $H_0 = \text{const}$ в будь-якому перерізі цієї струминки (рис.3.5).

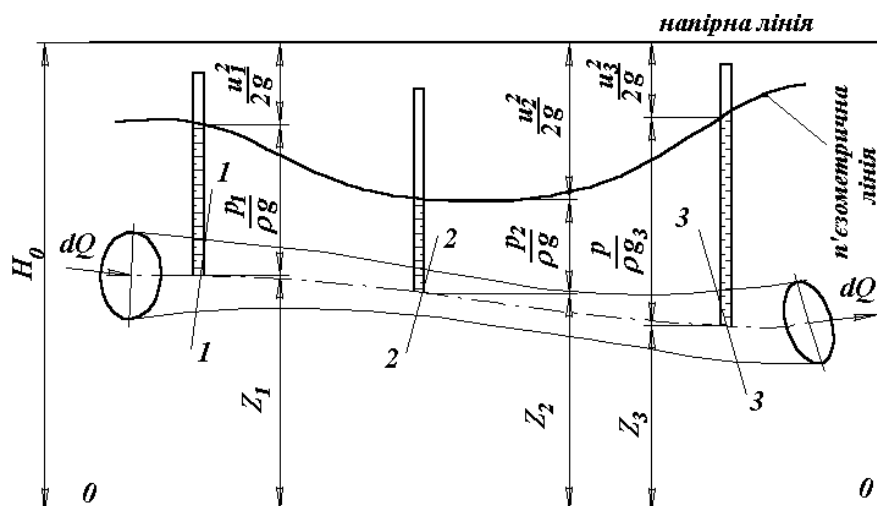


Рис.3.5

З енергетичної точки зору рівняння Бернуллі є законом збереження питомої енергії ідеальної рідини. Дійсно, якщо рівняння (3.11) записати у вигляді

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const},$$

то gz – питома енергія положення, Дж/кг;

$\frac{p}{\rho}$ – питома енергія тиску, Дж/кг;

$gz + \frac{p}{\rho}$ – питома потенціальна енергія рідини, Дж/кг;

$\frac{u^2}{2}$ – кінетична енергія віднесена до одиниці маси, Дж/кг.

Можна теоретично довести, що для потоку ідеальної рідини з повільно-змінним рухом сума $z+p/\rho g$ для всіх точок живого перерізу є постійною. Крім того, в даному живому перерізі потоку ідеальної рідини швидкості всіх елементарних струминок однакові. Тому рівняння Бернуллі для потоку ідеальної рідини має такий же вигляд як і для елементарної струминки, тобто дається формулами (3.11) і (3.12).

3.4 Рівняння Бернуллі для елементарної струминки і потоку в'язкої рідини

На відміну від ідеальної рідини при русі в'язкої(реальної) рідини частина енергії, яку вона має, витрачається на подолання сил опору (внутр. тертя, вихроутвор. та ін.). Отже питома енергія в будь-якому наступному в напрямі течії поперечному перерізі буде меншою порівняно з питомою енергією в попередньому перерізі. Тому рівняння Бернуллі для елементарної струминки реальної рідини буде мати вигляд

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{w_{1-2}}. \quad (3.13)$$

де $h_{w_{1-2}}$ – втрати енергії (напору) струминки між обраними перерізами.

Рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини отримують інтегруванням рівняння (3.13) з заміною дійсних швидкостей окремих струминок, що утворюють потік, на середню швидкість v рідини в даному перерізі (рис.3.6):

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \Sigma h_{w_{1-2}}. \quad (3.14)$$

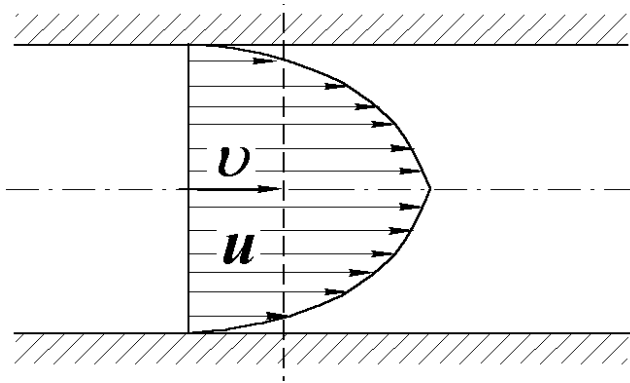


Рис. 3.6

Коефіцієнт α , що входить до рівняння Бернуллі, називають коефіцієнтом кінематичної енергії або коефіцієнтом Коріоліса. Він враховує нерівномірність розподілу швидкостей в перерізі потоку і фактично є відношенням дійсної кінетичної енергії потоку в даному живому перерізі до кінетичної енергії, обчисленої за середньою швидкістю потоку. Величина коефіцієнта α в залежності від характеру течії рідини змінюється в межах від 1,04...1,12 до 2. Складова рівняння $\Sigma h_{w_{1-2}}$ – це сумарні втрати питомої енергії (напору) потоку між обраними перерізами.

Запишемо рівняння Бернуллі (3.14) в такій формі:

$$H_1 = H_2 + \Sigma h_{w_{1-2}}, \quad (3.14')$$

де $H_1 = z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}$ і $H_2 = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \Sigma h_{w_{1-2}}$ – повні

гідродинамічні напори потоку в перерізах 1–1 та 2–2 відповідно.

Відношення втрат напору до довжини ділянки потоку, обмеженої перерізами 1–1 і 2–2, називають гідравлічним уклоном, або градієнтом втрат напору:

$$I = \frac{H_1 - H_2}{l} = \frac{\Sigma h_{w_{1-2}}}{l}, \quad (3.15)$$

тут l – довжина ділянки, м.

3.5 Гідравлічні опори і втрати енергії (напору) при русі рідини

Втрати питомої енергії при русі в'язкої рідини, або, як часто їх називають, гідравлічні втрати, обумовлені різними гідравлічними опорами, механізми яких настільки складні, що не дають змоги отримати теоретичні залежності для розрахунків втрат напору. Експериментально доведено, що гідравлічні втрати в значній мірі залежать від швидкості руху рідини, тому в гідравліці їх виражають в частках швидкісного напору за формулою:

$$h_w = \xi \frac{v^2}{2g}, \quad (3.16)$$

в якій ξ – безрозмірний коефіцієнт пропорційності (коефіцієнт гідравлічних опорів); він показує частку швидкісного напору, яку складає втрачений напір.

Розрізняють два види гідравлічних опорів: місцеві і лінійні опори. Місцеві опори проявляються на коротких ділянках потоку при зміні напрямку течії рідини, зміні форми чи величини поперечного перерізу потоку. Напір, що втрачається на додання місцевих опорів, визначають за формулою Вейсбаха:

$$h_M = \xi_M \frac{v^2}{2g}, \quad (3.17)$$

де ξ_M – коефіцієнт місцевого опору, який залежить від виду опору і наводиться в довідниках.

Лінійні опори обумовлені силами внутрішнього тертя і виникають по всій довжині потоку рідини, тому вони пропорційні довжині потоку. Втрати напору по довжині (лінійні втрати) визначають за формулою:

$$h_l = \lambda \frac{l}{4R_r} \cdot \frac{v^2}{2g}, \quad (3.18)$$

де λ – коефіцієнт гідравлічного тертя (коефіцієнт Дарсі); l – довжина ділянки потоку, на якій підраховують втрати енергії; R_r – гідравлічний радіус живого перерізу потоку.

Для круглих циліндричних труб діаметр труби $d = 4R_r$, отже лінійні втрати:

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}. \quad (3.19)$$

Сумарні втрати енергії (напору) між двома живими перерізами потоку, що входять до рівняння Бернуллі будуть дорівнювати:

$$\sum h_w = \sum_1^n h_{l_i} + \sum_1^m h_{M_j}, \quad (3.20)$$

де $\sum_1^n h_{l_i}$ - сума втрат напору по довжині на всіх ділянках русла в межах обраних перерізів; $\sum_1^m h_{M_j}$ – сума всіх місцевих втрат.

3.6 Режими руху рідини. Критерій Рейнольдса

Експериментальні дослідження показали, що втрати енергії при русі в'язкої рідини суттєво залежать від режиму руху рідини. На наявність різних за структурою потоків режимів течії звернули увагу ще в першій половині XIX сторіччя (Хаген, Дарсі та ін.). В 1880 р. Д.І.Менделєєв вказав на наявність двох різних видів руху рідини, які відрізняються один від одного характером залежності сил тертя від швидкості руху. А в 1883 р. англійський фізик Осборн Рейнольдс обґрунтував теоретично і наочно показав існування двох принципово різних режимів течії рідини : ламінарного (від латинського lamina –шар) і турбулентного (від лат. turbulentus - безладний).

Ламінарний режим характеризується шаруватою течією рідини без перемішування окремих її шарів і без пульсацій швидкості і тиску. Ламінарний режим може установлюватися в капілярних трубках при малих швидкостях руху води, а також при русі рідин з великою в'язкістю (нафта, оливи, гліцерин тощо).

При турбулентному режимі течія рідини супроводжується інтенсивним перемішуванням окремих її частинок і пульсаціями швидкостей і тиску. Цей режим характерний при русі води в системах водопостачання і інших рідин при відносно великих швидкостях руху.

Рейнольдс встановив, що критерієм режиму руху рідини є безрозмірна величина, яка являє собою відношення добутку швидкості потоку на

характерний лінійний розмір до коефіцієнта кінематичної в'язкості рідини. Цю величину пізніше було названо числом (критерієм) Рейнольдса і позначено через Re . Для потоків рідини в трубах круглого поперечного перерізу число Рейнольдса підраховують за формулою:

$$Re = \frac{vd}{\nu}, \quad (3.21)$$

де d – геометричний діаметр труби.

Значення числа Рейнольдса, яке відповідає переходу від ламінарного режиму течії в турбулентний і навпаки, називають критичним. Для труб круглого перерізу:

$$Re_{кр} = \frac{v_{кр}d}{\nu} = 2320, \quad (3.22)$$

тут $v_{кр}$ – середня критична швидкість руху рідини.

Таким чином, якщо

$$Re = \frac{vd}{\nu} < Re_{кр} = 2320,$$

то режим руху ламінарний; при $Re > Re_{кр}$ – турбулентний.

Для каналів з довільною формою поперечного перерізу критерій Рейнольдса визначають за формулою:

$$Re = \frac{4\nu R_{\Gamma}}{\nu} \quad (3.23)$$

в якій R_{Γ} – гідравлічний радіус каналу.

3.7 Визначення втрат енергії при ламінарному режимі течії рідини в трубі круглого поперечного перерізу

Математично можна довести, що епюра швидкостей в поперечному перерізі труби при ламінарній течії рідини є квадратичною параболою, рівняння якої згідно з рис.3.7 має вигляд:

$$u = \frac{\Delta p}{4\mu l} (r^2 - y^2). \quad (3.24)$$

В цьому рівнянні: $\Delta p = p_1 - p_2$ – втрати тиску між двома даними перерізами труби; l – відстань між двома перерізами; r – радіус труби; y – відстань від осі потоку (труби), змінюється від 0 до r ; μ – динамічний коефіцієнт в'язкості.

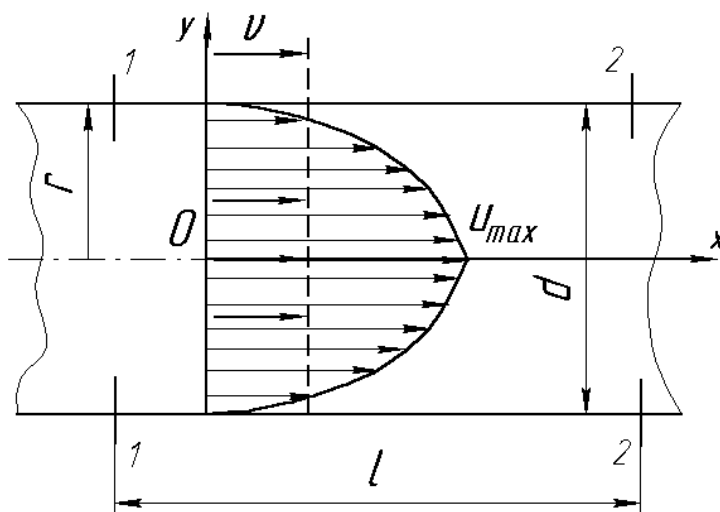


Рис.3.7

Очевидно, що максимальна швидкість потоку буде при $y=0$, тобто на осі труби; величина її визначається формулою:

$$u_{\max} = \frac{\Delta p}{4\mu l} \cdot r^2 = \frac{\Delta p}{16\mu l} \cdot d^2. \quad (3.25)$$

де d – діаметр труби.

Середня швидкість рідини виявляється вдвічі меншою за максимальну:

$$v = \frac{1}{2} u_{\max} = \frac{\Delta p}{32 \mu l} d^2. \quad (3.26)$$

Втрати напору (енергії) на тертя знаходяться за формулою Пуайзеля, яка виходить зі співвідношення (3.26):

$$\Delta p = \frac{32 \mu l v}{d^2} = 128 \frac{\nu l \rho}{\pi d^4} \cdot Q. \quad (3.27)$$

В останньому рівнянні $Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v$ – об'ємна витрата рідини;

ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості; ρ – густина рідини.

Якщо гідравлічні втрати виразити не в одиницях тиску, а в лінійній розмірності, то отримаємо такі залежності:

$$h_t = 32 \frac{\nu l \cdot V}{g d^2}, \quad (3.28)$$

або

$$h_t = 128 \frac{\nu l \cdot Q}{\pi g d^4}. \quad (3.29)$$

Закон Пуазейля можна привести до вигляду формули Дарсі-Вейсбаха (3.18). Для цього помножимо і поділимо праву частину рівняння (3.27) на середню швидкість v . Після деяких перетворень кінцево отримаємо:

$$h_t = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Прирівняємо втрати напору по довжині, визначенні за формулами (3.19) і (3.29):

$$\lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{32\nu l v}{gd^2}.$$

Звідсіля гідравлічний коефіцієнт тертя при ламінарному режимі

$$\lambda = 64 \frac{\nu}{v \cdot d} = \frac{64}{\text{Re}}. \quad (3.30)$$

В загальному випадку ламінарної течії:

$$\lambda = \frac{A}{\text{Re}}, \quad A = 64 \dots 150. \quad (3.31)$$

Місцеві опори в трубопроводах при ламінарному режимі течії рідини значно менші порівняно з опором сил гідравлічного тертя; до того ж закономірності їх зміни мало досліджені. Тому місцеві опори враховують як частку лінійних втрат через еквівалентну довжину трубопроводу.

3.8 Турбулентний режим і визначення втрат енергії потоку в трубах круглого поперечного перерізу

3.8.1 Деякі відомості про структуру турбулентного потоку

Механізм турбулентного потоку значно складніший порівняно з ламінарною течією рідини. При турбулентному режимі частинки рідини безладно перемішуються між собою, а швидкості в будь-якій точці потоку безперервно змінюються за величиною та напрямом.

Для спрощення гідравлічних розрахунків турбулентного потоку вводять поняття осередненої місцевої швидкості, яка, незважаючи на значні

коливання миттєвих швидкостей, залишається практично незмінною і паралельною осі потоку. Така заміна робить можливим використання рівняння Бернуллі і для турбулентного потоку рідини.

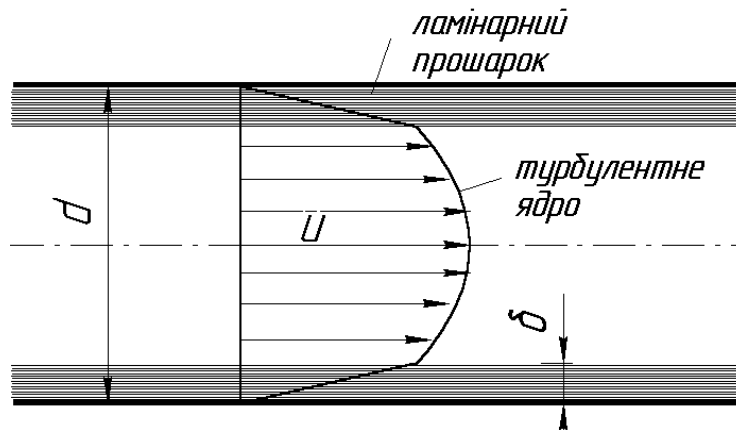


Рис.3.8

Експериментальні дослідження показують (Прандтль, Нікурадзе), що турбулентний потік в трубах поділяється на дві, різко відмінні частини. Безпосередньо у стінки труби утворюється дуже тонкий шар рідини δ з ламінарним режимом руху: так званий ламінарний підшарок. Інша, основна частина потоку – турбулентне ядро, в якому відбуваються інтенсивні пульсації швидкості і перемішування частинок (рис.3.8).

3.8.2 Поняття про гідравлічно гладенькі і шорсткі труби

Поверхні стінок труб, каналів не бувають абсолютно гладенькими, а мають ту чи іншу шорсткість. Висоту виступів шорсткості позначають літерою Δ і називають абсолютною шорсткістю; відношення Δ до радіуса або діаметра труби, тобто Δ/r , Δ/d , називають відносною шорсткістю.

З метою спрощення розрахунків користуються поняттям еквівалентної шорсткості Δ_e , при якій втрати енергії (напору) рідини виходять такими самими, як і при фактичній нерівномірній шорсткості.

В залежності від співвідношення товщини ламінарного підшарка δ і абсолютної шорсткості Δ розрізняють труби гідравлічно гладенькі ($\delta > \Delta$) і

гідравлічно шорсткі ($\delta < \Delta$). При $\delta \approx \Delta$ говорять про перехід від гідравлічно гладеньких до гідравлічно шорстких стінок.

3.8.3 Визначення коефіцієнта гідравлічного тертя при турбулентному режимі

Для того, щоб можна було розрахувати за формулою Дарсі-Вейсбаха (3.19) втрати напору (енергії) по довжині потоку, необхідно знати коефіцієнт гідравлічного тертя λ , який при турбулентному режимі руху в загальному випадку залежить від числа Рейнольдса, відносної шорсткості і характеру самої шорсткості.

На основі аналізу результатів великої кількості експериментальних досліджень (І. Нікурадзе, Кольбрук, Ф. Шевельов та інші) було виявлено, що в залежності від величини числа Рейнольдса всю зону турбулентного режиму руху можна поділити на три області.

1. Область гідравлічно гладеньких труб, де $Re_{кр} < Re_{гп} < 20 \frac{d}{\Delta e}$. В цій зоні $\lambda = f(Re)$ і визначається за формулою Блазіуса:

$$\lambda_{гп} = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}. \quad (3.32)$$

2. Перехідна область, або область доквадратичного опору, границі якої визначаються нерівністю $20 \frac{d}{\Delta e} < Re_{пер} < 500 \frac{d}{\Delta e}$. В цій зоні $\lambda = f\left(Re, \frac{\Delta}{d}\right)$.

Коефіцієнт гідравлічного тертя підраховують за формулою А. Д. Альтшуля:

$$\lambda_{пер} = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta e}{d} \right)^{0,25}. \quad (3.33)$$

3. Область квадратичного опору (автомодельна область), в якій $Re_{кв} > 500 \frac{d}{\Delta e}$, а $\lambda = f\left(\frac{\Delta e}{d}\right)$. Для визначення λ найчастіше користуються формулою Б.Л.Шифрінсона:

$$\lambda_{кв} = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta e}{d}\right)^{0,25} \quad (3.34)$$

При рівномірному русі рідини в області квадратичного опору може бути рекомендована також формула:

$$\lambda_{кв} = \frac{8g}{C^2}, \quad (3.35)$$

в якій C – коефіцієнт Шезі.

Коефіцієнт Шезі, в свою чергу, можна підрахувати за формулою Агроскіна:

$$C = \frac{1}{n} + 17,72 \lg R_{г}, \quad (3.36)$$

де n – коефіцієнт шорсткості русла (довідкова величина); $R_{г}$ – гідравлічний радіус русла.

3.8.4 Місцеві гідравлічні опори

Місцеві втрати енергії (напору) в трубах і каналах виникають там, де є перешкоди на шляху потоку (вентилі, засувки, клапани, трійники, коліна і т.д.). Конструктивна різноманітність місцевих опорів не дає можливості отримати загальну залежність для визначення втрат напору для них. Тому місцеві втрати прийнято визначати в частках швидкісного напору $v^2/2g$,

причому швидкість v , як правило, береться за місцевим опором. Ю.Вейсбахом (1840р.) була запропонована формула /3.1/, згідно з якою місцеві втрати напору:

$$h_m = \xi_m \frac{v^2}{2g}.$$

Коефіцієнт місцевого опору ξ_m залежить від виду опору, визначається експериментально і наводиться в довідниках для квадратичної області турбулентного режиму течії рідини.

Тільки в кількох випадках ξ_m може бути розрахований теоретично.

Розглянемо два випадки:

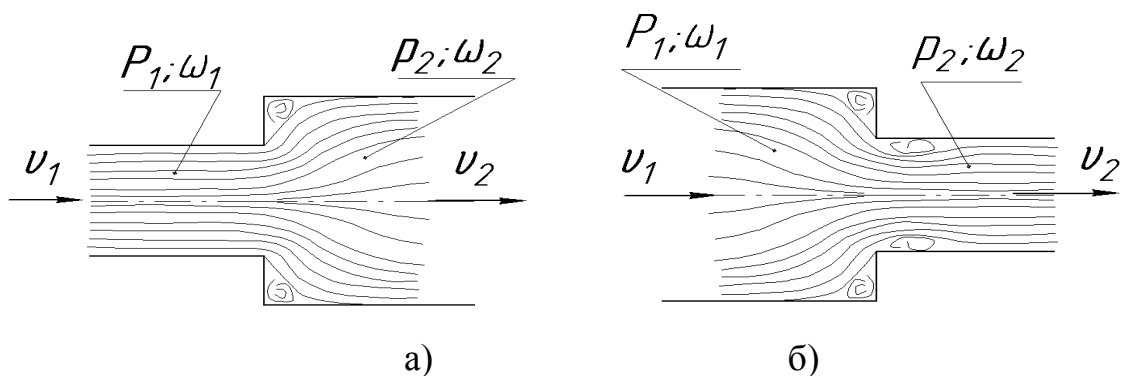


Рис.3.9

1. Раптове розширення русла (рис.3.9а).

На основі теореми імпульсів і рівняння Бернуллі можна дістати, що втрати напору при раптовому розширенні русла:

$$h_{p.p} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \cdot \frac{v_1^2}{2g}, \quad (3.37)$$

де коефіцієнт втрат при раптовому розширенні

$$\xi_{p.p} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2, \quad (3.38)$$

Якщо $\omega_2 \gg \omega_1$ (вхід труби в резервуар великих розмірів), то

$$\xi_{ex} = 1.$$

Раптове звуження русла (рис.3.9 б).

Втрати напору підраховують за формулою:

$$h_{p.z} = \xi_{p.z} \frac{v_2^2}{2g}, \quad (3.39)$$

В якій коефіцієнт місцевого опору:

$$\xi_{p.z} = 0,5 \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right).$$

Якщо $\omega_1 \gg \omega_2$,(вихід труби з резервуара), то

$$\xi_{ex} = 0,5.$$

4 ВИТІКАННЯ РІДИНИ ЧЕРЕЗ ОТВОРИ І НАСАДКИ ПРИ СТАЛОМУ НАПОРІ

4.1 Витікання через малі отвори в газове середовище

В інженерній практиці досить часто доводиться розв'язувати питання витікання рідини через отвори різних форм та розмірів. Такий випадок руху рідини характерний тим, що в процесі витікання запас потенціальної енергії, який має рідина в резервуарі, перетворюється з більшими чи меншими втратами в кінетичну енергію струмини.

Отвір вважається малим, якщо його вертикальний розмір (діаметр d , або висота a для прямокутного отвору) порівняно малий з напором H ($d < 0,1H$; $a < 0,1H$).

Під терміном “тонка” стінка розуміють таку товщину стінки δ , при якій вона не впливає на характер витікання ($\delta \leq (1,0 \dots 1,5)d$).

Струмина, що точиться з отвору (рис.4.1), внаслідок дії відцентрових сил стискується по всьому периметру. Це спричиняє утворення стисненого перерізу струмини $C - C$ з найменшою площиною, де рух рідини можна вважати паралельноструминним.

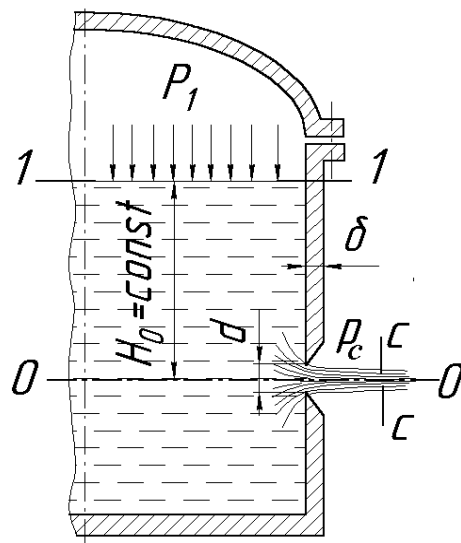


Рис. 4.1

Відношення площі ω_c стисненого перерізу до геометричної площі отвору ω називають коефіцієнтом стиснення:

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega}. \quad (4.1)$$

Дослідами встановлено, що для малих отворів з гострими кромками (ребрами) $\varepsilon=0,60\dots0,64$.

Для одержання розрахункових залежностей по визначенню швидкості витікання і витрати рідини через отвір запишемо рівняння Бернуллі для перерізів 1 – 1 і С – С відносно площини порівняння 0 – 0:

$$H_0 + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_c}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + \xi_m \frac{v^2}{2g}.$$

Введемо поняття розрахункового напору, тобто того сумарного напору, під дією якого відбувається витікання рідини; позначимо його H_p .

Тоді:

$$H_p = H_0 + \frac{p_1 - p_c}{\rho g}, \quad (4.2)$$

і швидкість витікання:

$$V = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_m}} \cdot \sqrt{2gH_p} = \varphi \sqrt{2gH_p}, \quad (4.3)$$

де

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_m}} \quad (4.4)$$

називають коефіцієнтом швидкості.

Витрати рідини через отвір $Q = \omega_c \cdot v$, але $\omega_c = \varepsilon \cdot \omega$.

Тому:

$$Q = \varepsilon \cdot \varphi \cdot \omega \sqrt{2gH_p} = \mu \omega \sqrt{2gH_p}. \quad (4.5)$$

Тут

$$\mu = \varepsilon \varphi - \text{коефіцієнт витрати отвору}. \quad (4.6)$$

4.2 Витікання рідини через малі затоплені отвори

При витіканні рідини в рідке середовище, наприклад в сполучених посудинах (витікання під рівень або через затоплений отвір), як це показано на рис. 4.2, швидкість v і витрату рідини Q визначають за формулами /4.3/ і /4.5/, але в цьому випадку розрахунковий напір H_p буде таким:

$$H_p = H_1 - H_2 + \frac{P_1 - P_2}{\rho g} = H_0 - \frac{P_1 - P_2}{\rho g}. \quad (4.7)$$

Значення коефіцієнтів витікання (ε , φ , μ) для затоплених отворів приймають такими ж самими, як і у випадку витікання в газове середовище.

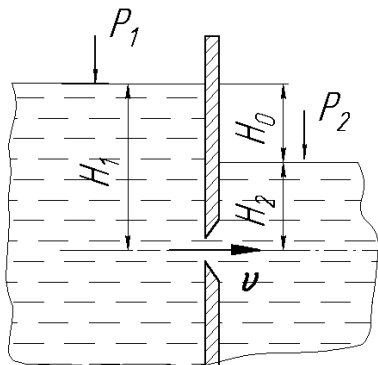


Рис. 4.2

4.3 Витікання рідини через насадки

Насадком називається коротка труба довжиною $l=(2\dots 5)d$, втратами напору якої по довжині нехтують.

Основні типи насадків: циліндричні (зовнішні і внутрішні); конічні (збіжні і розбіжні); коноїдні та ін. Для всіх насадків формули швидкості і витрати при витіканні в атмосферу, як і для випадку витікання через малий отвір, мають вигляд:

$$v = \varphi \sqrt{2gH_p}; \quad Q = \mu \omega \cdot \sqrt{2gH_p}.$$

Значення коефіцієнтів витікання для різних насадків, розрахованих по їх вихідному перерізі при безвідривному режимі течії даються в довідниках з гідравліки.

5 ГІДРАВЛІЧНИЙ УДАР В ТРУБАХ

Гідравлічним ударом називають різку зміну тиску в напірному трубопроводі при раптовій зміні швидкості руху рідини. Останнє може бути спричинено швидким закриттям чи відкриттям засувки, крана, клапана, швидкою зупинкою чи пуском гідродвигуна або насоса. В усіх цих випадках при зменшенні або збільшенні швидкості руху рідини тиск перед запірним пристроєм відповідно різко зростає (позитивний гідравлічний удар) чи падає (від'ємний гідравлічний удар). Причому підвищення тиску може бути настільки великим, що здатне призвести до розриву трубопроводу.

Власне і вивчення природи гідравлічного удару почалося в зв'язку з частими аваріями на нових лініях московського водопроводу, збудованих на кінці XIX ст. Причини аварій досліджував видатний російський вчений М.Є.Жуковський (1898), який і розробив теорію гідравлічного удару (1899).

За М.Є.Жуковським при миттєвому закритті засувки (крана) в трубопроводі швидкість руху води перед нею зменшується до нуля і кінетична енергія потоку переходить в потенціальну енергію тиску, яка в свою чергу викликає деформацію стінки трубки і самої рідини. Це підвищення тиску, так звана ударна хвиля, розповсюджується від засувки по всій довжині трубопроводу зі швидкістю c , яку називають швидкістю розповсюдження ударної хвилі (рис.5.1).

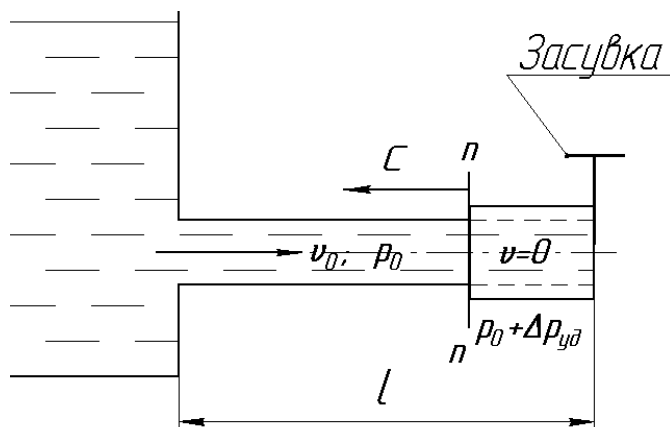


Рис.5.1

В припущенні, що кінетична енергія рідини повністю переходить в роботу деформації труби і рідини, а засувка закривається миттєво, М.Є.Жуковський отримав формулу для визначення величини підвищення тиску при гідравлічному ударі, яка має вигляд:

$$\Delta p_{y\partial} = \rho c v_0, \quad (5.1)$$

де швидкість ударної хвилі:

$$c = \frac{\sqrt{\frac{E_p}{\delta}}}{\sqrt{1 + \frac{E_p \cdot d}{E_{cm} \cdot \delta}}}. \quad (5.2)$$

В цих формулах ρ – густина рідини; v_0 – швидкість при усталеному русі рідини в трубопроводі; E_p , E_{cm} – модулі пружності рідини і матеріалу труби відповідно; d – внутрішній діаметр труби; δ – товщина стінки трубопровода.

Величина $\sqrt{\frac{E_p}{\rho}}$ – це швидкість розповсюдження пружних деформацій, тобто швидкість звуку в середовищі густиною ρ і модулем пружності E_p . Для води $c=1425$ м/с, для масел – 1200...1400 м/с.

Формулу М.Є.Жуковського /5.1/ використовують для розрахунків підвищення тиску при так званому прямому гідравлічному ударі, тривалість фази якого (тобто часу, протягом якого ударна хвиля, що виникла біля засувки, досягне резервуара, відобразиться від нього і знову підійде до засувки)

$$t_\phi = \frac{2l}{c}, \quad (\text{тут } l \text{ – довжина трубопроводу.}) \quad (5.3)$$

більше часу закриття засувки t_3 .

При $t_\phi < t_3$ виникає непрямий гідравлічний удар. В цьому випадку підвищення тиску визначають за формулою:

$$\Delta p_{y\partial} = \rho c v_0 \frac{t_\phi}{t_3} = \frac{2l \rho v_0}{t_3}. \quad (5.4)$$

Гідравлічний удар може бути неповним, якщо початкова швидкість v_0 руху рідини змінюється до деякого значення v , що має місце, наприклад, при частковому перекритті запірною пристрою. Тоді:

$$\Delta p_{y\partial} = \rho c (v_0 - v). \quad (5.5)$$

Доцільно відзначити, що при прямому гідравлічному ударі між швидкістю руху рідини і підвищенням тиску існує таке наближене співвідношення:

$$\Delta p_{y\partial} \approx 10 v_0 \text{ бар}, \quad (5.6)$$

де v_0 – в м/с

6 ГІДРАВЛІЧНИЙ РОЗРАХУНОК НАПІРНИХ ТРУБОПРОВОДІВ

6.1 Класифікація трубопроводів

Всі трубопроводи поділяють на прості і складні. До простих відносять трубопроводи сталого чи змінного поперечного перерізу без бакових відгалужень, до складних – трубопроводи з відгалуженнями, складеними з послідовно і паралельно з'єднаних простих трубопроводів.

При гідравлічних розрахунках розрізняють трубопроводи короткі і довгі. Короткими визнаються трубопроводи, при розрахунку яких необхідно враховувати як місцеві втрати, так і втрати напору по довжині. До коротких трубопроводів звичайно відносять масло - і паливопроводи ДВЗ, системи рідинного охолодження, внутрішньобудинкову теплофікаційну мережу і т. д.

Довгими називаються трубопроводи, при розрахунку яких нехтують місцевими втратами напору, або враховують їх як частину (5...10%) поздовжніх втрат напору. До них відносять магістральні трубопроводи, водопровідну мережу тощо.

6.2 Розрахунок простих трубопроводів

6.2.1 Розрахункові рівняння

Для простого трубопроводу сталого перерізу довжиною l , (рис.6.1) що має ряд місцевих опорів (наприклад, вентиль 1, фільтр 2, зворотній клапан 3 і т.д.), основним розрахунковим рівнянням є рівняння Бернуллі для початкового I і кінцевого II-го перерізів трубопроводу. При $\alpha_1=\alpha_2$ і $v_1=v_2$ воно має вигляд:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \sum h_{m_{1-2}} . \quad (6.1)$$

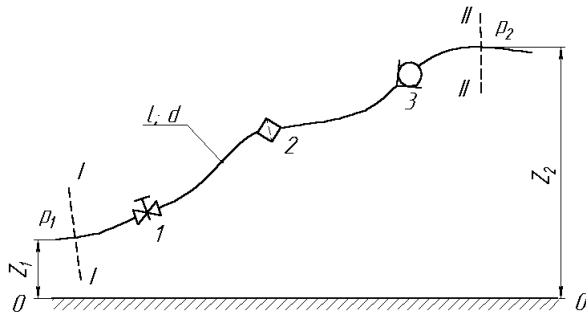


Рис. 6.1

Сумарну втрату напору в загальному випадку виражають формулою:

$$\sum h_w = A Q^m \quad (6.2)$$

де A – опір трубопроводу, m – показник, величина якого для ламінарного режиму течії дорівнює 1, для турбулентного режиму – 2.

При ламінарній течії, якщо нехтувати місцевими втратами, з формули Пуайзеля /3.26/ знаходимо:

$$A = 128 \frac{\nu l}{\pi g d^4} \quad (6.3)$$

При турбулентній течії в автономній області, де $m = 2$, на підставі формули Дарсі-Вейсбаха маємо:

$$A = \frac{8}{g \pi^2 d^4} \left(\lambda \frac{l}{d} + \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \dots \right). \quad (6.4)$$

Для довгих трубопроводів в області квадратичного спору

$$A = \frac{8 \lambda l}{\pi^2 g \cdot d^5}. \quad (6.5)$$

Якщо простий трубопровід складається з „п” послідовно з’єднаних ділянок різних діаметрів то рівняння Бернуллі для початкового і кінцевого перерізів набуває форми

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = Z_n + \frac{p_n}{\rho g} + \frac{\alpha_n v_n^2}{2g} + \sum_1^n h_w, \quad (6.6)$$

де сумарні витрати $\sum_1^n h_w = \sum h_{w_1} + \sum h_{w_2} + \dots + \sum h_{w_n}$.

Оскільки трубопровід простий, то $Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n = Q$ і тоді

$$\sum h_w = (A_1 + A_2 + \dots + A_n) Q^m = A \cdot Q^m.$$

6.2.2 Характеристика трубопроводу. Потрібний напір

Характеристикою трубопроводу називають графічну залежність сумарних втрат напору в трубопроводі від витрати рідини, тобто залежність $\sum h_w = f(Q)$.

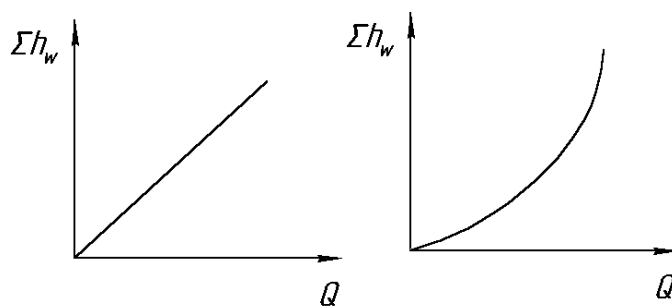


Рис.6.2

При ламінарному режимі течії $\sum h_w = A \cdot Q$ і є характеристика трубопроводу лінійна (рис.6.2, а); при турбулентному режимі $\sum h_w = A \cdot Q^2$ і її будують як параболу другого ступеня (рис.6.2, б).

Замість характеристики трубопроводу в певних випадках доцільно будувати криву потрібного напору. Потрібним напором $H_{\text{потр}}$ для простого трубопроводу називається п'єзометричний напір $P_1/\rho g$ в початковому перерізі, який забезпечує задану витрату рідини в трубопроводі. Якщо цей напір відомий, то його називають заданим напором.

З рівняння /6.1/ для трубопроводу сталого перерізу визначаємо

$$H_{\text{номр}} = \frac{P_1}{\rho g} = H_{\text{см}} + \sum h_{w1-2} = H_{\text{см}} + A \cdot Q^m. \quad (6.7)$$

В цій формулі статистичний напір $H_{\text{см}} = Z_2 - Z_1 + \frac{P_2}{\rho g}$.

Для трубопроводу змінного перерізу з (6.6) при $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = 1$ будемо мати

$$H_{\text{номр}} = Z_n - Z_1 + \frac{P_n}{\rho g} + \frac{v_n^2 - v_1^2}{2g} + \sum h_{w1-n}, \quad (6.8)$$

або

$$H_{\text{номр}} = H_{\text{см}} + B \cdot Q^2 + A \cdot Q^m, \quad (6.9)$$

де

$$H_{\text{см}} = Z_n - Z_1 + \frac{P_n}{\rho g}; \quad B = \frac{8}{g\pi^2} \left(\frac{1}{d_n^4} - \frac{1}{d_1^4} \right)$$

При турбулентному режимі коли $m=2$, другий і третій члени правої частини рівняння (6.9) об'єднують, а при ламінарному режимі другим членом як правило нехтують.

Крива потрібного напору $H_{потр} = f(Q)$ – це характеристика трубопроводу, зміщена вздовж осі ординат на величину $H_{см}$ (рис.6.3а – при ламінарній течії, рис. 6.3б – при турбулентній).

З наведених вище формул виходить, що потрібний напір – це той напір, який необхідно створити на початку трубопроводу для додання геометричної висоти $\Delta Z = Z_n - Z_1$, тиску в кінцевому перерізі і всіх гідравлічних опорів в трубопроводі.

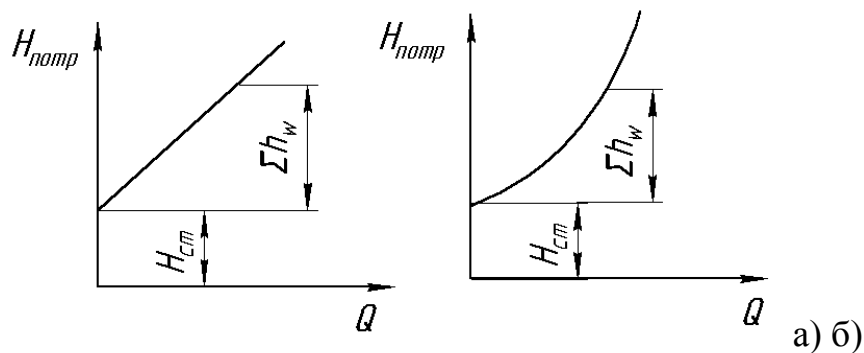


Рис.6.3

6.3 З'єднання трубопроводів

6.3.1 Послідовне з'єднання

Декілька послідовно з'єднаних трубопроводів, що мають різні довжини і діаметри можна розглядати як простий трубопровід змінного перерізу (рис.6.4) . На основі рівняння нерозривності витрата рідини на кожній з ділянок буде однаковою, а загальні витрати напору визначаються сумою втрат напору на окремих ділянках, тобто

$$\left. \begin{aligned} Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots Q \\ \sum h_w = \sum h_{w_1} + \sum h_{w_2} + \sum h_{w_3} + \dots = (A_1 + A_2 + A_3 + \dots) Q^m \end{aligned} \right\} \quad (6.10)$$

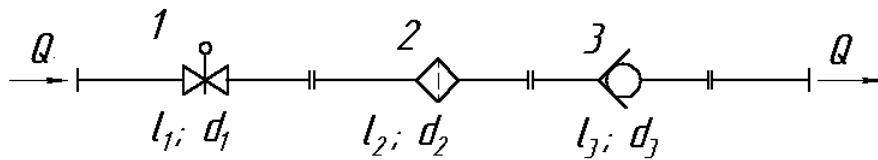


Рис.6.4

Якщо побудовані характеристики кожного з послідовно з'єднаних трубопроводів, то сумарну характеристику всього з'єднання можна стримати шляхом додаванням ординат /втрат напору/ окремих характеристик при однакових абсцисах /витратах/.

6.3.2 Паралельне з'єднання

Таке з'єднання трьох простих трубопроводів між вузловими точками М і N показано на рис. 6.5. Очевидно, що витрата в основній магістралі (тобто до точки М і після точки N)

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \quad (6.11)$$

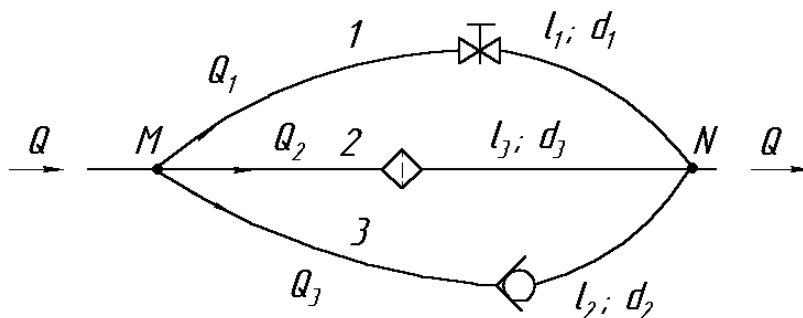


Рис.6.5

Втрати напору в будь-якому з простих трубопроводів будуть дорівнювати різниці повних напорів вузлових точок М і N

$$\sum h_{w_1} = \sum h_{w_2} = \sum h_{w_3} = H_M - H_N. \quad (6.12)$$

З урахуванням формули (6.2) для турбулентного режиму течії будемо мати

$$A_1 \cdot Q_1^2 = A_2 \cdot Q_2^2 = A_3 \cdot Q_3^2 \quad (6.13)$$

і загальні втрати напору для даного трубопроводу

$$h_{w_{M-N}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{A_1}} + \frac{1}{\sqrt{A_2}} + \frac{1}{\sqrt{A_3}} \right)} \cdot Q^2. \quad (6.14)$$

6.3.3 Розгалужений трубопровід

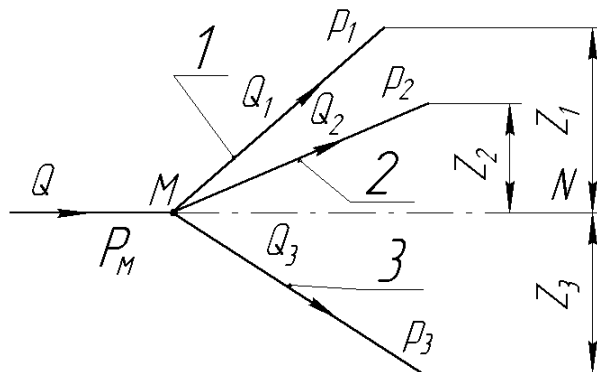


Рис. 6.6

Розглянемо методику розрахунку розгалуженого трубопроводу, який складається з трьох віток: 1, 2, 3 (рис.6.6).

При умові, що рідина від точки розгалуження М подається до трьох віток отримаємо:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \quad (6.15)$$

Рівняння Бернуллі, складені для переріза в точці М і кінцевих перерізів відгалужень без урахування швидкісних напорів, мають вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{P_M}{\rho g} &= Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \sum h_{w_1} = H_{cm_1} + A_1 Q_1^m; \\ \frac{P_M}{\rho g} &= Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \sum h_{w_2} = H_{cm_2} + A_2 Q_2^m; \\ \frac{P_M}{\rho g} &= Z_3 + \frac{P_3}{\rho g} + \sum h_{w_3} = H_{cm_3} + A_3 Q_3^m. \end{aligned} \tag{6.16}$$

Таким чином, для розв'язання задачі маємо чотири рівняння.

Основною задачею розрахунку розгалуженого трубопроводу є така:

відомі витрата в точці М, всі розміри віток, геометричні висоти Z , тиски в кінцевих перерізах і всі місцеві опори; потрібно визначити Q_1 , Q_2 , Q_3 , а також потрібний напір в точці розгалуження $M - H_M = \frac{P_M}{\rho g}$. Можливі і інші варіанти постановки задачі, які розв'язуються на основі наведеної системи рівнянь.

7 ГІДРОМАШИНИ

Машиною в загальноприйнятому значенні цього слова називають пристрій, що виконує механічні рухи з метою перетворення енергії, матеріалів чи інформації. Машини, робочим тілом яких є крапельні рідини, називають гідравлічними. В свою чергу, гідромашини розділяють на насоси і гідродвигуни.

Насосом називають гідромашину, яка перетворює механічну енергію приводного двигуна в кінетичну і потенціальну енергію потоку робочої рідини.

Гідродвигун – це гідромашина, в якій енергія потоку робочої сили перетворюється в механічну роботу.

За принципом дії всі гідромашини поділять на динамічні та об'ємні.

В динамічних гідромашинах силова взаємодія між ротором /робочим колесом/ і потоком рідини здійснюється в проточній камері, яка постійно сполучена зі входом потоку в гідромашину і виходом з неї. В результаті цієї взаємодії змінюється в основному кінетична енергія рідини.

В об'ємних гідромашинах взаємообмін енергією між потоком рідини і робочими органами машини відбувається при навіперемінному заповненні робочої камери рідиною і витисненні її з робочої камери. При цій взаємодії відбувається в основному зміна потенціальної енергії рідини.

В даному курсі з динамічних гідромашин розглядаються відцентрові лопатеві насоси, які найбільше поширені в мережах водопостачання, а також основні типи об'ємних насосів і гідродвигунів.

7.1 Відцентрові, лопатеві

7.1.1 Принцип дії лопатевого насоса

Схема відцентрового лопатевого насоса показана на рис. 9.1 . Головною частиною насоса є робоче колесо 2, яке складається з фасонних

дисків „а” і „б”, з’єднаних між собою профільованими лопатками „в”. Диски і лопатки утворюють проточну камеру насоса. Рідина з усмоктувального патрубка 1 надходить в центральну частину робочого колеса 2. Під дією відцентрових сил, що виникають в результаті силової дії лопаток колеса на рідину, вона переміщується в міжлопатевих каналах від центра до периферії і потрапляє в спіральний відвід 3, з якого подається в напірний патрубок 4 і далі в напірний трубопровід. Спіральний відвід призначений не тільки для уловлювання рідини, що виходить з робочого колеса, але і для часткового перетворення її кінетичної енергії в потенціальну енергію тиску.

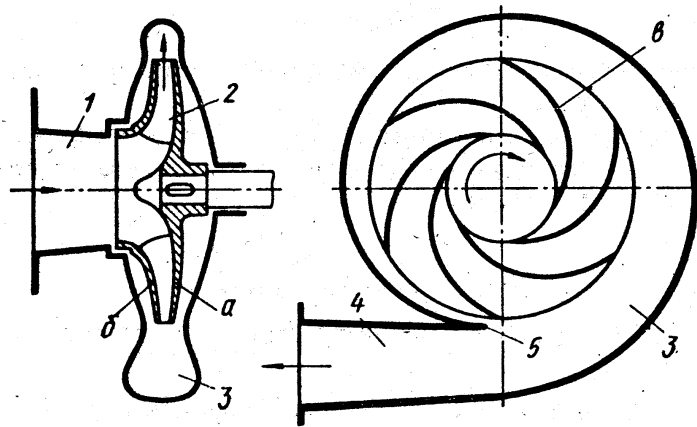


Рис. 7.1. Схема відцентрового насосу консольного типу: 1 – підвід рідини; 2 – робоче колесо (а – ведучий диск, б – ведений диск, в – лопатки колеса); 3 – спіральний відвід; 4 – напірний патрубок; 5 – кромка спірального відводу

7.1.2 Основні технічні і експлуатаційні показники відцентрових насосів

Робота насоса характеризується його подачею, напором, споживаною потужністю і частотою обертання робочого колеса.

Подачею насоса називається витрата рідини через напірний (вихідний) патрубок. Так само як і витрата, подача може бути об’ємною (Q , м³/с) і масовою (M , кг/с).

Напір насоса H_n – різниця питомих енергій потоку при виході з насоса і на вході до нього, виражена в метрах стовпа рідини, яку подає насос:

$$H_n = H_{вих} - H_{вх} = Z_{вих} - Z_{вх} + \frac{p_{вих} - p_{вх}}{\rho g} + \frac{v_{вих}^2 - v_{вх}^2}{2g}. \quad (7.1)$$

В деяких випадках замість напору використовують тиск насоса:

$$p_n = p_{вих} - p_{вх} + \frac{(v_{вих}^2 - v_{вх}^2)\rho}{2} + \rho g(Z_{вих} - Z_{вх}). \quad (7.2)$$

Потужністю насоса (потужність, що споживає насос) називається енергія, яка підводиться до нього від приводного двигуна за одиницю часу:

$$N = M_{кр} \omega, \quad (7.3)$$

де $M_{кр}$ – крутний момент на валу насоса; ω – кутова швидкість обертання вала насоса.

Корисна потужність насоса N_k – це енергія, яку надає насос рідині, що проходить через нього за одиницю часу:

$$N_k = \rho g H_n Q = p_n Q. \quad (7.4)$$

Відношення корисної потужності насоса до потужності, яку він споживає, називають коефіцієнтом корисної дії (ККД) насоса:

$$\eta_n = \frac{N_k}{N}. \quad (7.5)$$

В свою чергу, ККД насоса є добутком трьох окремих ККД:

$$\eta_n = \eta_0 \cdot \eta_z \cdot \eta_m, \quad (7.6)$$

де η_0 – об’ємний ККД, який враховує об’ємні втрати потужності в насосі (втрати внаслідок витікання рідин через щілини) і дорівнює відношенню дійсної подачі насоса до його ідеальної подачі:

$$\eta_0 = \frac{Q_n}{Q + \Delta Q_{\text{ввт}}} = \frac{Q_n}{Q_{\text{ід}}}; \quad (7.7)$$

η_z – гідравлічний ККД, який враховує гідравлічні втрати потужності в насосі (втрати на долаття гідравлічних опорів в насосі) і рівний відношенню напору насоса H_n до суми напору насоса і втрат напору в насосі (теоретичний напір):

$$\eta_z = \frac{H_n}{H_n + \sum h_{w_n}} = \frac{H_n}{H_T}; \quad (7.8)$$

η_m – механічний ККД – враховує механічні втрати потужності в насосі (в підшипниках, ущільненнях в механізмі насоса та ін.):

$$\eta_m = \frac{N_n - N_{\text{мех}}}{N_n}; \quad (9.9)$$

$N_{\text{мех}}$ – механічні втрати потужності в насосі.

Кавітаційний запас

Відцентрові насоси забезпечують широку область подач і тисків (напорів), але за умовами роботи на стороні усмоктування для них існують обмеження, причиною яких є можливість виникнення в певних зонах усмоктуючого тракту насоса особливого явища – кавітації. Суть кавітації

полягає в утворенні розривів суцільності потоку (каверн) в тих місцях, де тиск знижується до величини тиску насиченої пари ($p_{\text{нп}}$) при даній температурі рідини. Таке зниження тиску призводить до миттєвого скипання рідини і утворення великої кількості бульбочок, заповнених паром та розчиненими в рідині газами. Ці бульбочки переносяться потоком рідини до зон підвищеного тиску, де також майже миттєво руйнуються внаслідок конденсації пари і розчинення газів. Останнє супроводжується мікроскопічними гідродарами великої потужності, які поступово руйнують робоче колесо насоса.

Для порівняння кавітаційних якостей насосів користуються так званим кавітаційним запасом, тобто перевищенням повної питомої енергії потоку рідини на вході в насос над енергією, що відповідає тиску насиченої пари рідини:

$$\Delta h_{\text{кав}} = \frac{p_{\text{вх}}}{\rho g} + \frac{v_{\text{вх}}^2}{2g} - \frac{p_{\text{н.п.}}}{\rho g}, \quad (7.10)$$

де $p_{\text{вх}}$ – абсолютний тиск рідини на вході в насос; $v_{\text{вх}}$ – швидкість потоку рідини на вході в насос; $p_{\text{нп}}$ – тиск насиченої пари.

Кавітаційний запас, при якому починається кавітація, називається критичним. Стосовно до лопатевих насосів критичний кавітаційний запас підраховується за формулою С.С. Руднева:

$$\Delta h_{\text{кав}}^{\text{кр}} = 10 \left(\frac{n\sqrt{Q}}{C} \right)^{4/3}, \quad (7.11)$$

в якій n – частота обертання робочого колеса, об/хв.; Q – подача насоса, м³/с; C – кавітаційний коефіцієнт швидкості, який залежить від конструктивних особливостей насоса (для поширених конструкцій відцентрових насосів $C=800\dots1000$).

Допустимий кавітаційний запас – це кавітаційний запас, який гарантує роботу насоса без змін основних технічних показників, що зв’язані з виникненням в насосі кавітації:

$$\Delta h_{\text{кав}}^{\text{дон}} = (1,1 \dots 1,3) \Delta h_{\text{кав}}^{\text{кр}} \quad (7.12)$$

Відцентрові лопатеві насоси мають обмеження стосовно висоти їх розташування над рівнем вільної поверхні рідини у витратному (приймальному) резервуарі, з якого насос усмоктує рідину. Ці обмеження обумовлені тиском на поверхні рідини в приймальному резервуарі, швидкістю потоку і величиною втрат енергії у всмоктуючому водопроводі, температурою і фізичними властивостями рідини, тобто факторами, від яких залежить виникнення кавітації на вході в насос.

Допустиму висоту всмоктування, при якій забезпечується робота насоса без зміни основних технічних показників, зв’язаних з виникненням явища кавітації, визначають за формулою:

$$H_{\text{вс}}^{\text{дон}} = \frac{P_0 - P_{\text{нт}}}{\rho g} - \Sigma h_{\text{w.вс}} - \Delta h_{\text{кав}}^{\text{дон}}, \quad (7.13)$$

де p_0 - абсолютний тиск на поверхні витратного резервуара; $p_{\text{нт}}$ – величина тиску насиченої пари рідини; $\Sigma h_{\text{w.вс}}$ – сумарні втрати напору у всмоктуючому трубопроводі.

Характеристиками відцентрового насоса називають графічно зображені залежності напору, потужності, ККД, а інколи і допустимої висоти усмоктування, від подачі насоса при сталій частоті обертання робочого колеса. (рис.7.2).

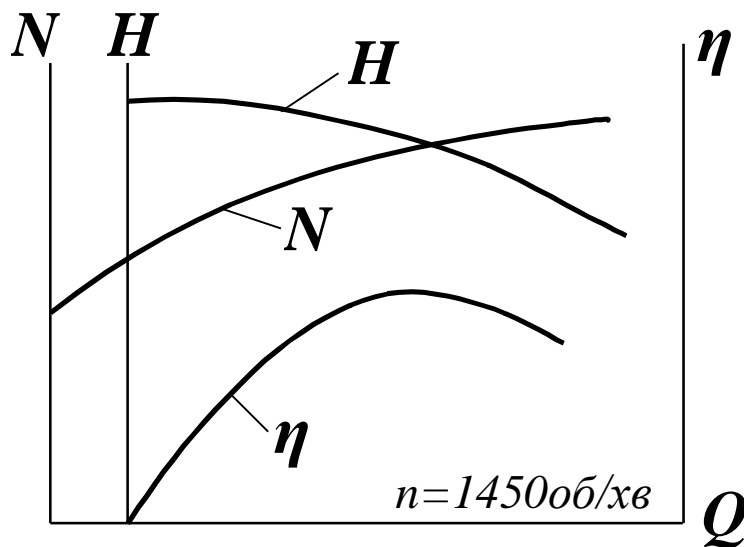


Рис. 7.2

7.1.3 Насосна установка і її характеристика

Насос /група насосів/ з трубопроводами і відповідним комплектуючим обладнанням називається насосною установкою.

На рис 7.3 зображена напівконструктивна схема насосної установки. До насоса 7, який приводиться в дію електроприводом 6, вода надходить з приймального резервуара 1 по всмоктуючому трубопроводу 12. Насос нагнітає рідину в напірний резервуар 2 по напірному трубопроводу. На напірному трубопроводі є регулююча засувка 8, за допомогою якої можна змінювати подачу насоса. Інколи на напірній магістралі встановлюють зворотній клапан 10, який автоматично перекриває напірну магістраль при зупинці насоса. Якщо тиск в приймальному резервуарі відрізняється від атмосферного, або насос розташований нижче рівня рідини в приймальному резервуарі, то на всмоктуючому трубопроводі встановлюють монтажну засувку 11, яку перекривають при зупинці чи ремонті насоса. На вході у всмоктуючу магістраль передбачають запобіжну приймальну сітку 13 для запобігання засмічування насоса і зворотній клапан 14, що дає змогу залити насос і усмоктуючий трубопровід перед пуском. Робота насоса контролюється витратоміром 4, манометром 5, і мановакуумметром 9.

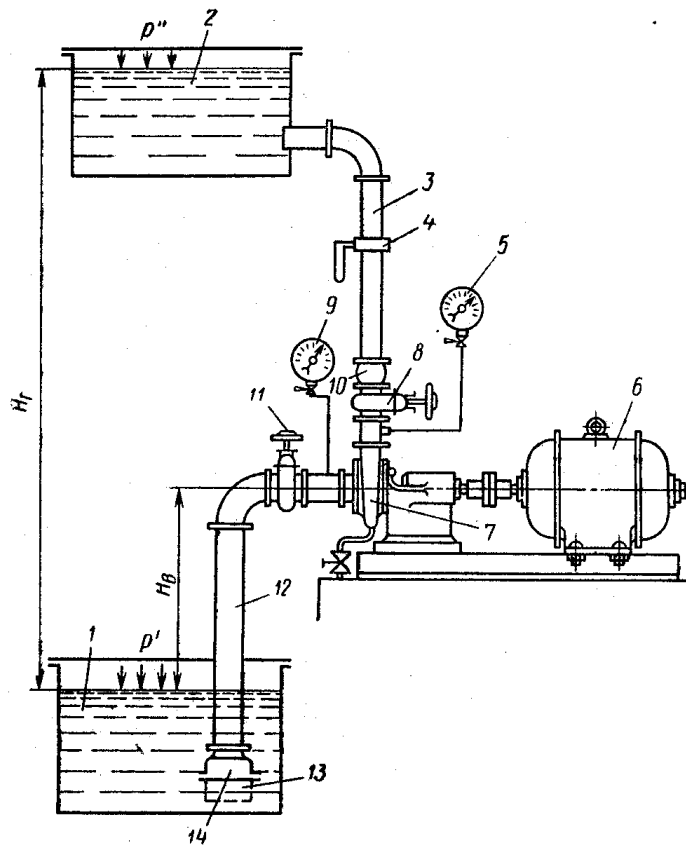


Рис. 7.3. Схема насосної установки: 1 – приймальний резервуар; 2 – напірний резервуар; 3 – напірний трубопровід; 4 – витратомір; 5 – манометр; 6 – електродвигун; 7 – насос; 8 – регулююча засувка; 9 – мановакуумметр; 10, 14 – зворотний клапан; 11 – монтажна засувка; 12 – всмоктувальний трубопровід; 13 – запобіжна приймальна сітка;

Різницю висот рівнів вільних поверхонь рідини в приймальному і напірному резервуарах називають геометричним напором H_{Γ} насосної установки.

Для того щоб подати рідину по трубопроводах установки з примального (витратного) резервуара до напірного, необхідно витратити енергію на підйом рідини на геометричну висоту H_{Γ} , на подолання різниці тисків $p''-p'$ в резервуарах і на подолання сумарних гідравлічних витрат Σh_w усмоктуючого і напірного трубопроводів.

Таким чином, потрібний напір установки

$$H_{номр} = H_{\Gamma} + \frac{p'' - p'}{\rho g} + \Sigma h_w = H_{ст} + h_w, \quad (7.14)$$

$$\text{де } H_{ст} = H_{\Gamma} + \frac{p'' - p'}{\rho g} \text{ – статичний напір установки.} \quad (7.15)$$

Характеристикою насосної установки називають графічну залежність потрібного напору від витрати рідини в трубопроводі з насосною подачею.

Статичний напір $H_{ст}$ належить від витрати рідини в трубопроводі, а витрати в загальному випадку виражають формулою 6.2: $\Sigma h_w = A \cdot Q^m$.

Тому криву потрібного напору (характеристику насосної установки) будують за рівнянням

$$H_{номр} = H_{ст} + A \cdot Q^m. \quad (7.16)$$

При турбулентному режимі течії гідравлічні втрати пропорційні квадрату витрати і

$$H_{номр} = H_{ст} + A \cdot Q^2. \quad (7.17)$$

Для насосної установки, зображеної на (рис. 9.3), її характеристика показана на (рис. 9.4).

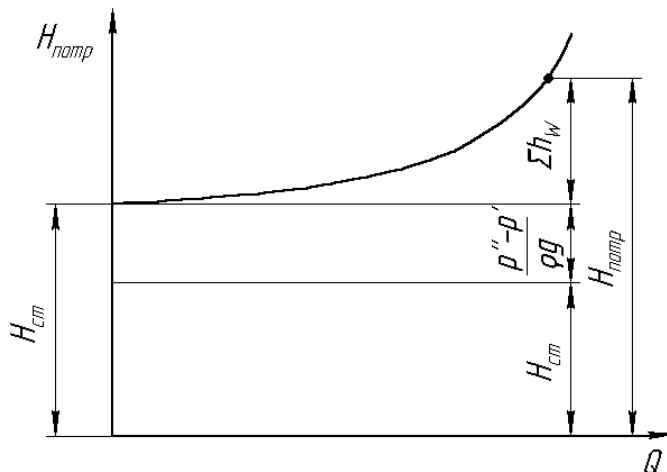


Рис. 7.4. Характеристика насосної установки

7.1.4 Робота насоса на мережу

Розрахунок трубопроводів(мережі) з насосною подачею виконують на основі найважливішого правила:

при усталеному русі рідини в трубопроводах напір H_H , що створює насос, завжди дорівнює потрібному напору, тобто

$$H_H = H_{\text{потр}}. \quad (7.18)$$

Графоаналітичний метод розрахунку трубопроводів полягає в побудові на одному графіку в однакових масштабах кривих потрібного напору $H_{\text{потр}}=f_1(Q)$ і характеристики насоса $H_H=f_2(Q)$ і визначенні точки їх перетину.

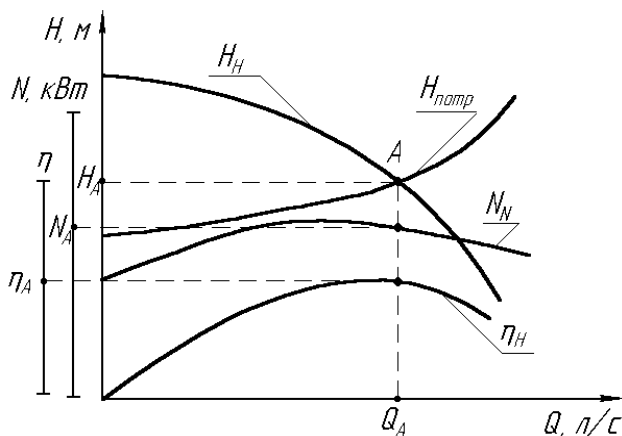


Рис. 7.5

Точку перетину кривої потрібного напору і характеристики насоса (точка А на рис. 7.5) називають робочою точкою, так як вона визначає єдиний можливий режим роботи насоса на дану мережу (трубопровід) – його напір

$H_A=H_{\text{потр}}$; подачу Q_A , потужність N_A і ККД η_A насоса на цьому режимі.

Для того, щоб отримати іншу робочу точку, необхідно змінити або ступінь відкриття регулюючого пристрою (крана, дроселя, вентиля), тобто змінити криву потрібного напору (рис. 7.6), або частоту обертання вала насоса (рис. 7.7)

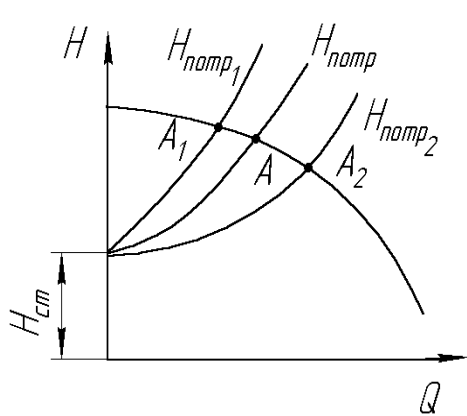


Рис. 7.6

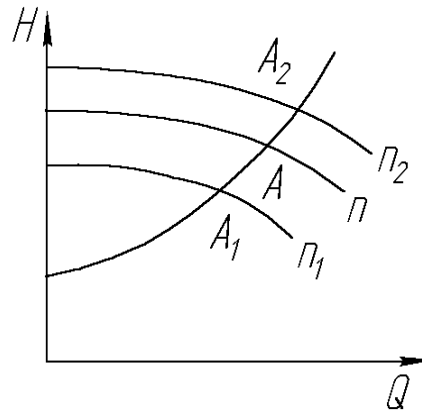


Рис. 7.7

7.1.5 Послідовна і паралельна робота насосів на мережу

Спільне підключення насосів до однієї мережі використовують в тих випадках, коли потрібно суттєво збільшити продуктивність насосної установки або підвищити її напір. Можливі варіанти паралельного і послідовного з'єднання насосів. В першому варіанті збільшується подача рідини при майже незмінному напорі, в другому – напір потоку при незмінній подачі.

Паралельна робота насосів можлива при однакових напорах насосів в кожний даний момент. На рис. 7.8 зображені: схема паралельного з'єднання двох різних насосів, їх характеристики $H_H=f(Q)$ (криві I і II), а також характеристика насосної установки $H_{потр}=f(Q)$.

Для отримання робочої точки потрібно побудувати сумарну характеристику цих насосів $H_{\Sigma}=f(Q)$ (криву I+II), для чого складають абсциси (подачі Q) точок кривих I і II при однакових ординатах (напорах H_H). Точка A перетину кривих $H_{потр}=f(Q)$ і I+II буде робочою точкою.

Абсциса точки A визначає сумарну подачу $Q = Q_I + Q_{II}$ обох насосів, ордината її – напір, який розвивають насоси: $H_I = H_{II}$. Горизонтальна пряма, проведена через точку A, перетинає характеристики обох насосів в точках B і C, які є робочими точками насосів I і II.

Паралельне включення насосів виправдовує себе економічно лише тоді, коли характеристика насосної установки $H_{\text{потр.}}=f(Q)$ є положистою кривою.

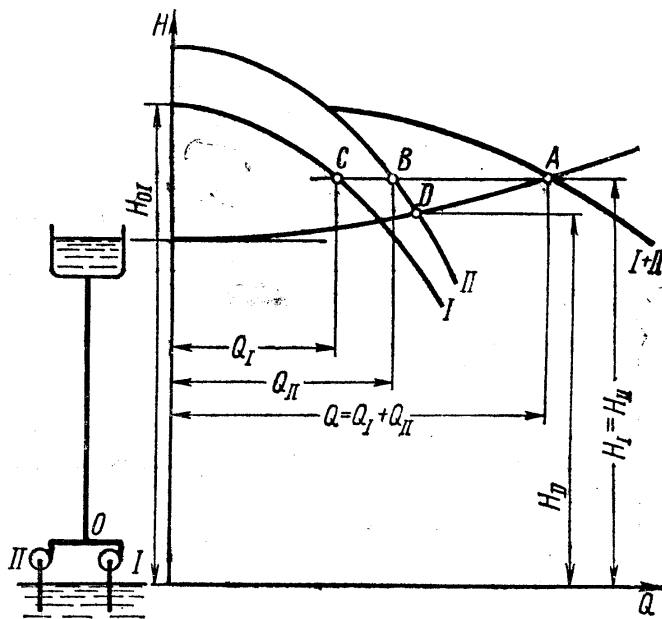


Рис. 7.8. Визначення режиму роботи паралельно з'єднаних насосів

Послідовна робота застосовується в тих випадках, коли один насос не може забезпечити потрібного напору. При цьому подача насосів однакова, а загальний напір дорівнює сумі напорів обох насосів при одній і тій же подачі.

На рис 7.9 зображена схема послідовного включення двох різних насосів, характеристики яких показані кривими I і II. Сумарну характеристику (крива I + II) насосів одержують складанням ординат кривих напорів I і II обох насосів. Перетин сумарної характеристики насосів з характеристикою насосної установки дає робочу точку A. Положення її визначає сумарний напір H_I+H_{II} обох насосів при подачі Q. Якщо через точку A провести вертикальну пряму, то при перетині цієї кривої з кривими напорів I і II отримаємо напори насосів H_I і H_{II} .

Необхідно мати на увазі, що послідовне з'єднання кількох насосів менш економічне порівняно з використанням одного високонапірного насоса. Це пов'язане з тим, що загальний К.К.Д групи послідовно з'єднаних насосів дорівнює добутку К.К.Д кожного з насосів.

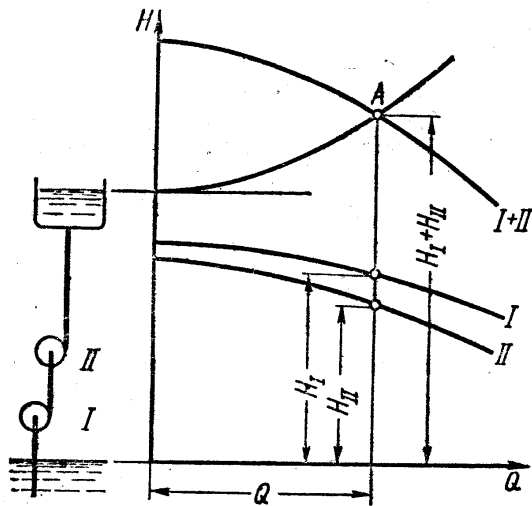


Рис. 7.9. Визначення режиму роботи послідовно з'єднаних насосів

7.2 Об'ємні гідромашини

7.2.1 Загальні зауваження

На відміну від динамічних гідромашин робоча камера об'ємної гідромашини являє собою обмежений простір усередині гідромашини, який періодично змінює свій об'єм за рахунок руху робочих органів (поршня, плунжера, пластини, зуба шестерні, тощо) і наперемінно сполучається з місцями входу потоку рідини в гідромашину і виходу з неї.

До особливостей об'ємних гідромашин можна віднести також практичну незалежність витрати рідини від напору (тиску), який реалізується в гідромашині.

На рис 7.10 для прикладу показана напірна характеристика об'ємного насоса при $n = \text{const}$. Деяке зменшення дійсної подачі Q_d порівняно з теоретичною при підвищенні тиску пояснюється збільшенням об'ємних втрат.

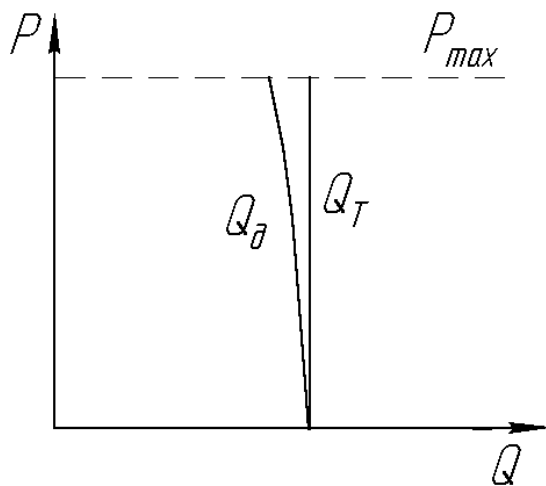


Рис. 7.10.

За кількістю робочих камер гідромашини поділяють на однокамерні і багатокамерні, а за конструктивним виконання робочих органів (витискувачів) – на поршневі, шестеренні, пластинчасті, гвинтові тощо.

Якщо робочі камери переміщуються у просторі в результаті обертального руху робочих органів, то такі гідромашини називаються роторними (радіальні і аксіальні роторнопоршневі насоси і гідродвигуни, пластинчасті насоси і гідродвигуни).

Об'ємні насоси за характером руху вхідної ланки поділяють на обертові (вхідна ланка здійснює обертовий рух) і прямодіючі (зі зворотньо-поступальним рухом вхідної ланки).

Об'ємні гідро двигуни за характером руху вихідної ланки поділяють на силові гідроциліндри (вихідна ланка – шток – здійснює зворотно-поступальний рух відносно корпусу машини), моментні гідроциліндри (вихідна ланка – вал – здійснює зворотно-поворотний рух відносно корпусу машини) і гідромотори (вхідна ланка – вал – здійснює необмежений обертальний рух).

7.2.2 Основні параметри, що оцінюють роботу об'ємних гідромашин

Одним із основних параметрів об'ємних гідромашин, який визначає їх розмір, є робочий об'єм.

Робочим об'ємом називають об'єм нестисливої рідини, що подається насосом або приймається гідродвигуном при відсутності витікання за один оберт чи один хід ведучої ланки насоса або веденої ланки гідродвигуна. Фактично робочий об'єм – це теоретична подача насоса чи теоретична витрата рідини гідродвигуном, за один оберт витискувачів.

Робочий об'єм гідромашини і частота її робочих циклів визначають теоретичну подачу насоса $Q_{н.т.}$ або теоретичну витрату рідини через гідродвигун $Q_{д.т.}$:

$$Q_{н.т.} = Q_{д.т.} = Q_t = q \cdot n, \quad (9.19)$$

де n – частота обертання (частота робочих циклів) гідромашини;

$$q = q_0 \cdot z - \text{робочий об'єм гідромашини (м}^3/\text{об; м}^3/\text{хід}); \quad (9.20)$$

q_0 – об'єм однієї робочої камери, м^3 , см^3 ;

z – кількість робочих камер в гідромашині.

Перетворення енергії в гідромашинах завжди супроводжується втратами, які оцінюються повним К.К.Д гідромашини:

$$\eta = \frac{N_{вих}}{N_{вх}},$$

тобто відношенням потужності на виході гідромашини до потужності, що подається на вхід до неї.

Так як і для відцентрових насосів, повний К.К.Д об'ємних гідромашин є добутком трьох частинних К.К.Д: об'ємного (η_0), гідравлічного (η_r) і механічного (η_m):

$$\eta = \eta_0 \cdot \eta_r \cdot \eta_m.$$

У насосів звичайно бувають відомими вихідні гідравлічні параметри (тиск, подача), а у гідродвигунів – вхідні, що і обумовлює специфіку їх розрахункових залежностей.

Вихідну потужність насоса і вхідну потужність гідродвигуна визначають за формулами:

$$N_{н.вих} = p_n \cdot Q_n, \quad (7.21)$$

$$N_{д.вих} = p_d \cdot Q_d, \quad (7.22)$$

в яких p_n – тиск, що розвиває насос, Н/м²; Q_n – подача, тобто об'єм рідини, який видає насос, м³/с; p_d – тиск, що реалізує гідродвигун, Н/м²; Q_d – витрата рідини гідродвигуном, м³/с.

Теоретична потужність

$$\text{насоса: } N_{н.т} = (p_n + \Delta p_n)(Q_n + \Delta Q_n) = P_{н.т} \cdot Q_{н.т}, \quad (7.23)$$

$$\text{двигуна: } N_{д.т} = (p_d + \Delta p_d)(Q_d + \Delta Q_d) = P_{д.т} \cdot Q_{д.т}, \quad (7.24)$$

В цих формулах: $p_{н.т}$ – теоретичний тиск, тобто тиск, який би створював насос при відсутності в ньому втрат тиску Δp_n ; $Q_{н.т}$ – теоретична подача, тобто подача насоса, яку б він мав при відсутності витікань ΔQ_n ; $p_{д.т}$ – теоретичний тиск гідродвигуна, тобто тиск, який би він реалізовував при відсутності в ньому втрат тиску Δp_d ; $Q_{д.т}$ – теоретична витрата рідини гідродвигуном, тобто витрата при відсутності в ньому витікань ΔQ_d .

Вхідна потужність насоса:

$$N_{н.вх} = \frac{P_n \cdot Q_n}{\eta_n}; \quad (7.25)$$

вихідна потужність гідродвигуна:

$$N_{д.вих} = p_d \cdot Q_d \cdot \eta_d, \quad (7.26)$$

де η_n, η_d – повні ККД насоса і двигуна відповідно.

Частинні ККД об'ємних гідромашин визначають за такими формулами, насос:

$$\eta_{н.о} = \frac{Q_n}{Q_{н.т.}}; \quad \eta_{н.т} = \frac{P_n}{P_{н.т.}}; \quad \eta_{н.м} = \frac{N_{н.т.}}{N_{н.вх.}}; \quad (7.27)$$

гідродвигун:

$$\eta_{д.о} = \frac{Q_{д.т.}}{Q_d}; \quad \eta_{д.т} = \frac{P_{д.т.}}{P_d}; \quad \eta_{д.м} = \frac{N_{д.вих.}}{N_{д.т.}}; \quad (7.28)$$

Вхідна потужність насоса і вихідна потужність гідро двигуна можуть бути розраховані за величиною крутного моменту на валу (роторні насоси і двигуни) або зусилля на штоку поршня (прямодіючі насоси і гідроциліндри)

$$\left. \begin{aligned} N_{н.вх} &= M_n \cdot \omega_n; \\ N_{д.вих} &= M_d \cdot \omega_d; \end{aligned} \right\} \quad (7.29)$$

$$\left. \begin{aligned} N_{н.вх} &= P_n \cdot \nu_n; \\ N_{д.вих} &= P_d \cdot \nu_d; \end{aligned} \right\}$$

де M_n, M_d – крутні моменти на вході насоса і на виході гідродвигуна;

ω_n, ω_d – кутові швидкості вхідного валу насоса і вихідного валу двигуна;

P_n, P_d – зусилля на штоку насоса і штоку двигуна відповідно;

v_n, v_d – лінійні швидкості штоків насоса і двигуна.

7.2.3 Поршневі насоси, силові і моментні гідроциліндри

Поршневі гідромашини класифікують за такими ознаками : кратність дії, конструкція витискувача, кількість робочих циліндрів.

За кратністю дії машини поділяють на машини однократної (простої) і багатократної дії; за конструкцією витискувача – на поршневі, плунжерні, диференціальні, мембранні та інші; по кількості робочих циліндрів – на одно – і багатоциліндрові.

7.2.3.1 Поршневі насоси

Основними елементами поршневих насосів є робочий циліндр, поршень (плунжер) і розподільний пристрій, за допомогою якого циліндр навперемінно сполучається то з лінією усмоктування, то з лінією нагнітання.

На рис. 7.11 зображена принципова схема плунжерного насоса простої дії, на рис. 7.12 – схема поршневого насоса подвійної дії, а на рис. 7.13 – схема диференціального насоса.

У насоса простої дії при переміщенні поршня (плунжера) 2 вправо збільшується вільний об'єм циліндра 1 в результаті чого тиск в ньому падає і відкривається усмоктуючий клапан 3. Рідина з усмоктуючої лінії надходить до циліндра. При русі поршня (плунжера) вліво об'єм циліндра зменшується, тиск рідини підвищується, усмоктуючий клапан закривається, а напірний клапан 4 відкривається і рідина витискується в нагнітальну лінію. Таким чином, насос простої дії за один оберт кривошипного вала один раз усмоктує і один раз подає рідину в мережу. Робочий об'єм насоса простої дії визначається об'ємом циліндра між крайніми положеннями поршня (плунжера) в циліндрі:

$$q_H = \frac{\pi D^2}{4} h \quad (7.30)$$

Тут D – діаметр поршня, $h=2r$ – хід поршня; r – радіус кривошипа.

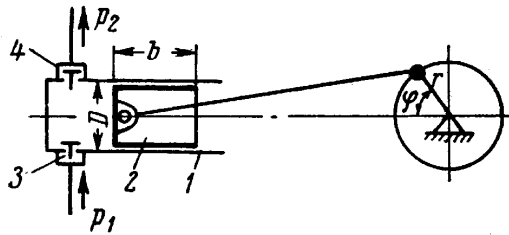


Рис. 7.11. Плу́нжерний насос однократної дії: 1 – циліндр; 2 – плунжер; 3 – усмоктувальний клапан; 4 – напірний клапан

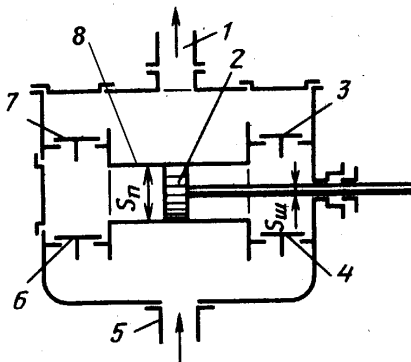


Рис. 7.12. Схема насоса подвійної дії: 1 і 5 – напірний і усмоктуючий патрубки; 2 – поршень; 3 і 7 – напірні клапани; 4 і 6 – усмоктуючі клапани; 8 – циліндр

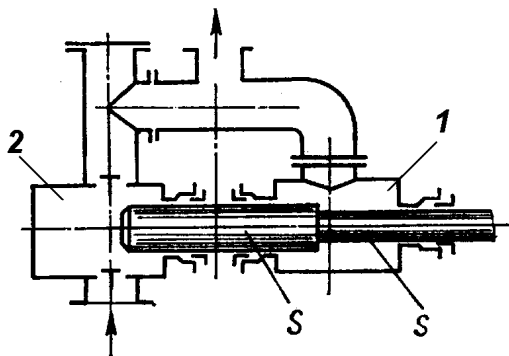


Рис. 7.13. Схема диференційного насосу: 1 – плунжерна камера; 2 – основна камера

Середня теоретична подача насоса визначається формулою

$$Q_{н.т.} = q_n \cdot n = \frac{\pi D^2}{4} \cdot h \cdot n, \quad (7.31)$$

в якій n – частота обертання кривошипа, або число подвійних ходів штока поршня в одиницю часу.

В насосах подвійної дії при ході поршня вправо відкриваються всмоктуючий 6 і нагнітальний 3 клапани, при цьому інші два клапани 4 і 7 закриті. Через клапан 6 рідина всмоктується, а через клапан 3 подається в нагнітальний трубопровід в об'ємі $Q_1 = \frac{\pi}{4}(2D^2 - d^2) \cdot h$. При ході поршня вліво через клапан 4 відбувається всмоктування рідини, а через клапан 7 – нагнітання. За цей хід в нагнітальну лінію поступає рідина в об'ємі

$$Q_1 = \frac{\pi}{4} D^2 \cdot h.$$

Середня теоретична подача насоса подвійної дії складає

$$Q_{н.т.} = \frac{\pi}{4}(2D^2 - d^2) \cdot h \cdot n \quad (7.32)$$

В цій формулі D – діаметр поршня, d – діаметр штока; h – хід поршня; n – число подвійних ходів штока в одиницю часу.

Права частина 1 диференціального насоса – це циліндр плунжерного насоса одинарної дії, а ліва – особлива камера 2, яка з'єднана з напірним трубопроводом. Середня теоретична подача диференціального насосу визначається за формулою (7.32).

Характерними для поршневих насосів величинами є відношення ходу поршня до його діаметра $\frac{h}{D}$ і середня швидкість поршня $v_{n.ср.} = \frac{h \cdot n}{30}$.

Приймають $\frac{h}{D} = 0,8 \dots 2,0$; $v_{n.ср.} = 0,5 \dots 0,9 \frac{м}{с}$.

При розрахунках дійсних параметрів роботи поршневих насосів значення частинних ККД вибирають в таких межах $\eta_{н.о.} = 0,7 \dots 0,95$; $\eta_{н.т.} = 0,8 \dots 0,94$; $\eta_{н.м} = 0,9 \dots 0,95$.

Основним недоліком поршневих насосів є нерівномірність подачі. Так, наприклад, для одноциліндрового насоса однократної дії коефіцієнт нерівномірності складає 314%. Для зменшення пульсацій подачі використовують багатоциліндрові насоси з непарним числом робочих циліндрів.

7.2.3.2 Силкові гідроциліндри

Силкові гідроциліндри належать до об'ємних гідродвигунів і призначені для надання поступального і зворотно-поступального руху вихідній ланці (штоку). Внаслідок своєї конструкційної простоти і експлуатаційних переваг вони є найпоширенішими гідродвигунами в сучасних машинах з об'ємним гідроприводом. Конструктивно гідроциліндри поділяють на поршневі, плунжерні і телескопічні, а за принципом дії – на одно- і двосторонньої дії (рис. 7.14).

Гідроциліндр односторонньої дії має шток з поршнем, або плунжер, які переміщуються силою тиску, рідини тільки в одну сторону. Зворотний хід штока чи плунжера здійснюється під силою зовнішньої або пружини (рис 7.14 а,б,д,е). Гідроциліндр двосторонньої дії має поршень з одно- або двостороннім штоком (рис. 7.14 в,г). Робоча рідина підводиться навперемінно в обидві робочі порожнини, і рух штока в прямому і зворотному напрямках здійснюються тиском рідини.

Порожнину гідроциліндра, в якій переміщується шток, називають штоковою, а порожнину, де шток відсутній – поршневою.

В залежності від того, яка порожнина гідроциліндра з'єднана в даний момент з напірною гідролінією, а яка з лінією зливу рідини, їх відповідно поділяють на робочу і зливну.

Без урахування втрат, зусилля, яке розвиває шток гідроциліндра визначають за співвідношенням

$$F_{ш} = p_p \cdot S_e, \quad (7.33)$$

в якому p_p – тиск рідини в порожнині; S_e – ефективна площа поршня.

Теоретична швидкість переміщення поршня визначається за формулою

$$v_{н.т.} = \frac{Q}{S_e} \quad (7.34)$$

де Q – витрата робочої рідини, що знаходить гідроциліндр.

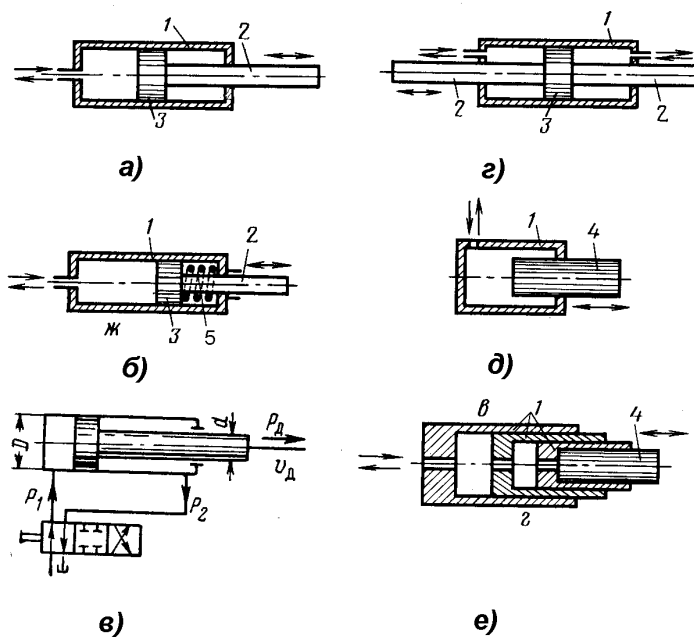


Рис. 7.14. Схеми гідроциліндрів: а, б – гідроциліндри односторонньої дії з одностороннім штоком; в – гідроциліндр двосторонньої дії з двостороннім штоком; г – гідроциліндр двосторонньої дії з двостороннім штоком; д – плунжерний; е – телескопічний гідроциліндр односторонньої дії

Ефективною площею поршня називають площу торця поршня, на яку діє тиск рідини. Так, з боку безштокової /поршневої / порожнини

$$S_e = S_n = \frac{\pi D^2}{4}, \quad (D - \text{діаметр поршня}),$$

з боку штокової

$$S_e = \frac{\pi}{4} (D^2 - d_{шт}^2), \quad (d_{шт} - \text{діаметр штока}),$$

Якщо врахувати об'ємні втрати , то дійсна швидкість переміщення поршня

$$v_n = \frac{Q \cdot \eta_o}{S_e}. \quad (7.35)$$

Тоді витрата рідини робочою порожниною гідроциліндра

$$Q = \frac{v_n \cdot S_{e.p}}{\eta_o}, \quad (7.36)$$

а витрата рідини, що витікає зі зливної порожнини

$$Q_{зл} = v_n \cdot S_{e.зл} \quad (7.37)$$

Для точного визначення величини зусилля на штоці гідроциліндра з урахуванням тертя, опору зливної лінії та інших протидіючих сил потрібно виходити з рівняння рівномірного прямолінійного руху поршня. В такому випадку дійсне зусилля, що розвиває шток гідроциліндра, визначається рівнянням

$$F_{ум} = p_p \cdot S_e \cdot \eta_m - \Sigma F_{np}, \quad (7.38)$$

де η_m – механічний ККД гідроциліндра, ΣF_{np} – сумарна сила протидії з боку зливної порожнини.

В частинному випадку, коли враховується тертя і опір рідини в зливній порожнині, будемо мати

$$F_{ум} = p_p \cdot S_e \cdot \eta_m - p_{зл} \cdot S_{e.зл}. \quad (7.39)$$

В цій формулі $p_{зл}$ – тиск рідини в зливній порожнині; $S_{e.зл}$ – ефективна площа поршня з боку зливної порожнини.

Слід відзначити, що ККД гідроциліндрів визначається в основному механічними втратами енергії на тертя, оскільки $\eta_e \approx 1$; $\eta_o \approx 0,98...0,99$.

7.2.3.3 Моментні гідроциліндри або поворотні гідродвигуни

Моментні гідроциліндри або поворотні гідродвигуни (рис.7.15) надають своїй вихідній ланці (валу) зворотно-поворотний рух необмежений кут.

В сучасній техніці поширені, в основному, пластинчасті поворотні гідродвигуни. Основними елементами пластинчастого поворотного гідродвигуна є корпус (циліндр) 3, в якому розміщена поворотна пластина 1, жорстко з'єднана з вихідним валом 2. Пластина ділить циліндр на дві порожнини, які по черзі з'єднуються з лінією високого тиску. Завдяки перепаду тисків в порожнинах циліндра пластина повертається разом з вихідним валом.

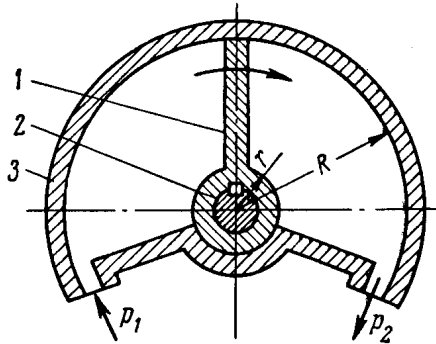


Рис. 7.15. Моментний гідроциліндр: 1 – поворотна пластина; 2 – вихідний вал; 3 – циліндр; p_1 – тиск в робочому положенні; p_2 – тиск у зливній порожнині

Витрату оливи пластинчастим гідродвигуном з пластиною прямокутної форми визначають за формулою:

$$Q = \frac{(R^2 - r^2) \cdot b \cdot \omega_d}{2 \cdot \eta_{d.o}}; \quad (7.40)$$

де R – зовнішній радіус пластини, м; r – радіус втулки пластини, м; b – ширина пластини, м; ω_d – кутова швидкість вихідного вала, рад/с.

Корисний крутний момент на вихідному валу

$$M_d = \frac{(p_p - p_{зв})(R^2 - r^2) \cdot b \cdot \eta_m}{2}. \quad (7.41)$$

Тут p_p – тиск оливи в робочій порожнині; $p_{зв}$ – тиск оливи у зливній порожнині.

Крутний момент, який можуть розвивати моментні гідроциліндри досягає 2000...3000 Н·м.

При розрахунках моментних гідроциліндрів можна приймати $\eta_{d.o} = 0,9 \dots 0,95$, $\eta_{d.z.} \approx 1,0$; $\eta_{d.m} \approx 0,8$.

7.2.3.4 Шестеренчасті насоси і гідромотори

Характерною особливістю шестеренчастих гідромашин є простота їх конструкції, незначні габарити і вага. Частіше вони використовуються як насоси і менш як гідромотори.

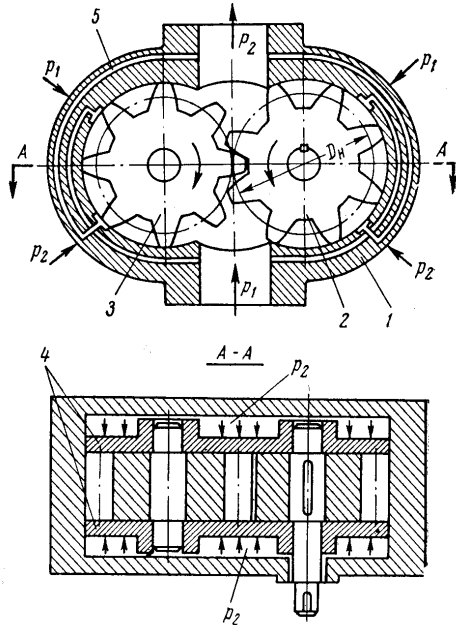


Рис. 7.16. Шестеренчаста гідромашина: 1 – корпус; 2 – ведуча шестерня; 3 – ведена шестерня; 4 – торцеві диски; 5 – розвантажувальні канали

Найбільш поширений насос (рис.7.16) із зовнішнім зачепленням складається із корпуса 1, де з невеликими торцевими і радіальними зазорами знаходяться зачеплені дві однакові шестерні, з яких 2 – ведуча і 3 – ведена. При обертанні шестерень, коли зуби виходять із западин, відбувається всмоктування рідини. Далі рідина, яка заповнила западини, переноситься по зовнішній дузі в напрямі обертання шестерень. Коли зуби входять в западини, об'єм камери зменшується і рідина витискується в нагнітальну лінію.

Процес подачі рідини шестеренчастим насосом складний порівняно з насосом інших конструкцій. Тому розрахункові формули для визначення подачі насоса або витрати рідини гідромотором дають похибку від 5 до 30 %.

Середнє значення подачі насоса (витрата рідини гідромотором) підраховують за формулою:

$$Q_{т.ср.} = 2\pi \cdot n \cdot b \cdot m^2 \cdot (z + 1), \quad (7.42)$$

в якій n – частота обертання шестерні, b – ширина шестерні, m – модуль зачеплення, z – число зубів ведучої шестерні.

Ця формула для поширених конструкцій з кількістю зубів 8...15 і з точністю 2...3% характеризує середню розрахункову подачу (витрату).

Розрахункове значення крутного моменту знаходять за формулою:

$$M_{т} = \Delta p b m^2 (z + 1), \quad (7.43)$$

де $\Delta p = p_{вх} - p_{вих}$ – перепад тиску, що спрацьовується в гідромоторі.

Розрахункова потужність насоса чи гідромотора :

$$N_{т} = 2\pi \cdot \Delta p \cdot n \cdot b \cdot m^2 \cdot (z + 1) = \Delta p \cdot Q_{т.ср.} \quad (7.44)$$

У шестеренчастій гідромашині головну частину потужності, що втрачається, складають втрати на тертя. В середньому приймають $\eta_{м} = 0,7...0,85$.

7.2.3.5 Пластинчасті насоси і гідромотори

Пластинчасті гідромашини – це роторні гідромашини з рухомими елементами у вигляді ротора, який здійснює обертальний рух, і пластин (шиберів), що обертаються разом з ротором і в той же час здійснюють зворотно-поступальний рух в пазах ротора.

Пластинчасті гідромашини бувають однократної і багатократної дії, одноступінчасті і багатоступінчасті.

Гідромашина (насос або гідромотор) однократної дії (рис.7.17) складається з ротора 1, вісь обертання якого, зміщена відносно осі статора 2 на величину ексцентриситету e . В пазах ротора встановлені пластини 3, які притискаються до внутрішньої поверхні статора або тиском рідини, або пружинами.

Для відокремлення усмоктуючої порожнини 5 від нагнітальної 6 в статорі передбачені ущільнювальні виступи I-II і III-IV. Ущільнення ротора з торців забезпечують диски 4.

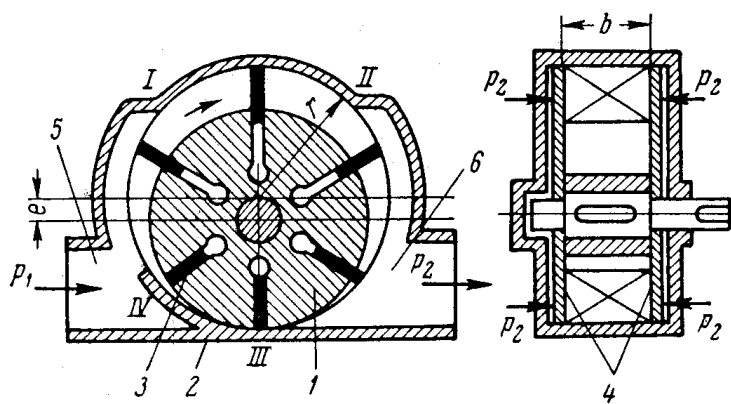


Рис. 7.17. Пластинчаста гідромашина: 1 – ротор; 2 – статор; 3 – пластина (шибер); 4 – диски ущільнювальні; 5 – вхідна порожнина; 6 – вихідна порожнина

Кожна камера за повний оберт бере участь в нагнітанні рідини один раз, і тому такий насос (гідромотор) називають насосом однократної (простої) дії.

Середня теоретична подача (витрата) гідромашини буде:

$$Q_T = 2ben(\pi D - z \cdot \delta) \quad (7.45)$$

де b – ширина ротора; e – ексцентриситет; n – частота обертання ротора ; D – діаметр розточки корпуса статора ($D=2r$); z – число пластин; δ – товщина пластини.

В практиці широко розповсюджені нерегульовані пластинчасті насоси двохкратної дії, перевагами яких є зрівноваженість радіальних сил тиску рідини на пластинчастий ротор, а також більший робочий об'єм і К.К.Д. Фактично насос двохкратної дії складається з двох насосів простої дії, які розміщені в одному корпусі.

Подача насоса двохкратної дії з радіальним розташуванням пластин визначається за формулою:

$$Q_T = 2bn(\pi(r_1^2 - r_2^2) - (r_1 - r_2)\delta z), \quad (7.46)$$

в якій, r_1 і r_2 – більший і менший радіуси статора.

Пластинчасті гідромашини використовують також як гідромотори, для чого в насосах потрібно передбачити механізм притиску пластин до статора в момент пуску мотора.

Середній крутний момент на валу гідромотора простої (однократної) дії знаходять з формули:

$$M_T = \frac{\Delta p Q_T}{2\pi n} = \frac{\Delta p}{\pi} b e (\pi D - z\delta), \quad (7.47)$$

де Δp - перепад тиску, який спрацьовується в гідромоторі, Q_T – теоретична витрата гідромотора, n – частота обертання; M_T – теоретичний крутний момент.

Відповідно, теоретичний (розрахунковий) крутний момент гідромотора двохкратної дії буде дорівнювати:

$$M_T = \frac{\Delta p q}{2\pi} = \frac{\Delta p b}{\pi} \left((r_1^2 - r_2^2) - (r_1 - r_2) z\delta \right). \quad (7.48)$$

7.2.3.6 Радіально – поршневі гідромашини

Роторна радіально – поршнева гідромашина являє собою гідромашину (насос або гідромотор), в якій осі поршнів чи плунжерів перпендикулярні до осі обертання ротора або складають з нею кути більші за 45°

На рис. 7.18 зображена принципова схема радіально-поршневої гідромашини. Основними конструктивними елементами таких гідромашин є циліндровий блок 2, поршні 1, розподільний пристрій 3, напрямні обойми 4, канали 5 і 6, а також пристрій, за допомогою якого обойма 4 переміщується відносно осі блока 2 на величину ексцентриситету e . Роль розподільного пристрою виконує порожниста вісь з ущільнювальною перемичкою, на якій розміщений циліндричний блок, що обертається. При обертанні блока циліндри своїми каналами по черзі з'єднуються з каналами всмоктуваннями 5 і нагнітання 6, розташованими в порожнистій осі. Якщо $e \neq 0$, то поршні обкочуються по обоймі і здійснюють в циліндрах зворотно – поступальний рух. При роботі гідромашини в режимі насоса руху поршнів від центра обертання до периферії відповідає процес всмоктування рідини, а рух поршнів до центра – процесу нагнітання; При роботі гідромашини в режимі мотора робочий хід супроводжується переміщенням поршнів від центра, а витиснення рідини - рухом поршнів до центра. Зміна величини і знаку ексцентриситету дозволяє змінювати величину подачі і напрям потоку рідини.

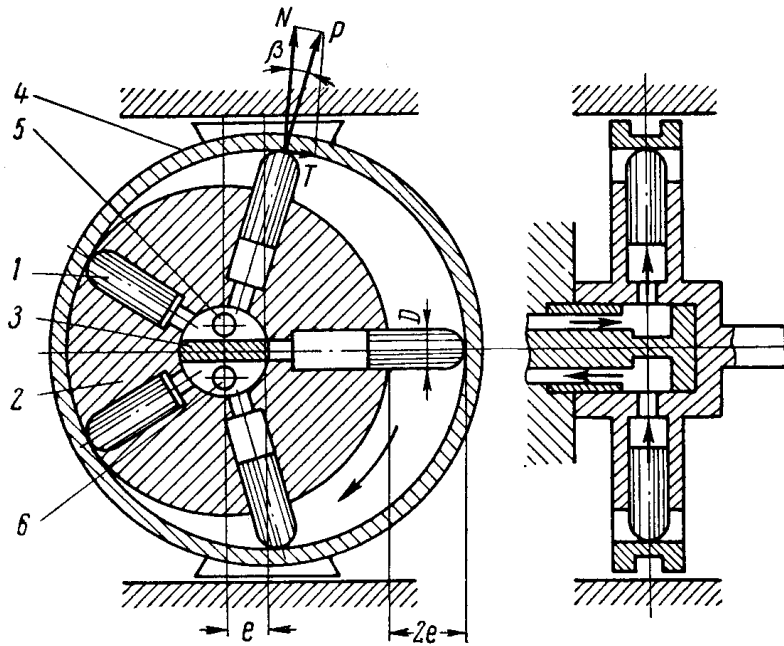


Рис. 7.18. Схема радіально-поршневої гідромашини: 1 – поршні; 2 – циліндровий блок; 3 – розподільчий пристрій; 4 – напрямна обойма; 5, 6 – канали підведення та відведення робочої рідини

Середня теоретична подача гідромашини:

$$Q_{\tau} = qn = \frac{\pi d^2}{4} h \cdot z \cdot n = \frac{\pi d^2}{2} e \cdot z \cdot n \quad (7.49)$$

Тут d – діаметр поршня; $h=2e$ – хід поршня, який дорівнює подвійній величині ексцентриситету; z – число поршнів; n – частота обертання.

Середню теоретичну величину крутного моменту на валу радіального поршневого гідромотора визначають за формулою:

$$M_{\tau} = \frac{d^2}{4} \Delta p \cdot e \cdot z, \quad (7.50)$$

де $\Delta p = p_1 - p_2$ - перепад тиску, який спрацьовує мотор.

7.2.3.7 Роторні аксіально-поршневі гідромашини

Аксіальні роторно-поршневі гідромашини бувають з нахиленою шайбою (рис.9.19 а) і з нахиленим блоком циліндрів (рис.9.19 б). Вони складаються з циліндрового блоку 1, поршнів 2, розподільного пристрою 3, приводного валу 4 і пристрою для зміни кута α нахилу шайби або блока. Максимальне значення кута $\alpha=20\dots30^\circ$.

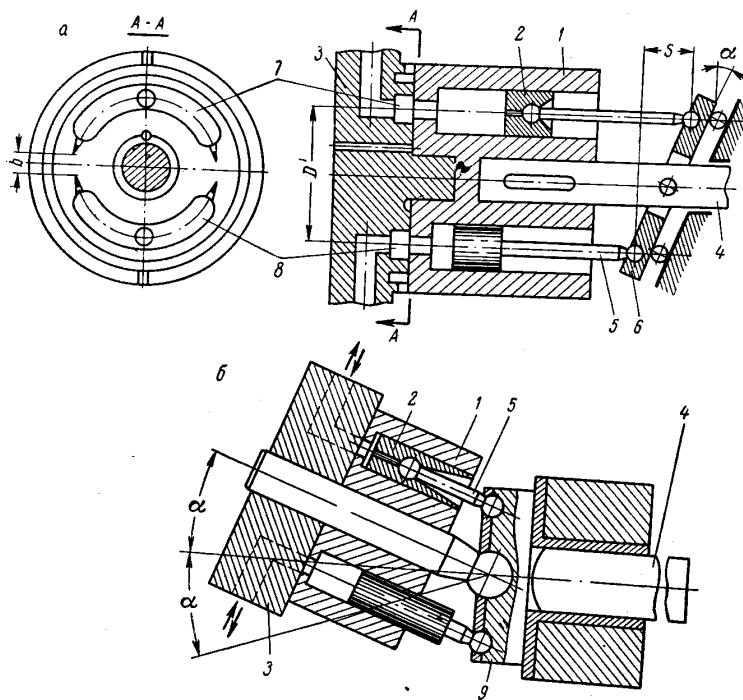


Рис.7.19. Схеми аксіальних роторно-поршневих гідромашин: а – аксіальна роторно-поршнева гідромашина з похилою шайбою; б – аксіальна роторно-поршнева гідромашина з похилим циліндром; 1 – роторно-циліндровий блок; 2 – поршні; 3 – розподільчий пристрій; 4 – приводний вал; 5 – шатуни; 6 – похила шайба; 7, 8 – вікна, що з’єднують поршні з лініями високого і низького тиску; 9 – ведучий диск

При обертанні блока 1 поршні 2, зв’язані шатунами 5 з нахиленою шайбою 6 або ведучим диском 9, здійснюють зворотно-поступальний рух в циліндрах. При віддаленні від розподільного вузла 3 поршні здійснюють всмоктування (насос) або робочий хід (двигун), а при наближенні – нагнітання (насос) або робочий хід (двигун), а при наближенні – нагнітання

(насос) чи холостий хід (двигун). Підвід рідини до циліндрів і відвід від них здійснюється через отвори в торці циліндрового блока, які по черзі з'єднуються з розподільними серповидними вікнами 7 і 8, що є в розподільнику 3.

Зміною кута α можна регулювати не тільки подачу, а і напрям потоку рідини в гідромашині.

Середня розрахункова подача (витрата) гідромашини

$$Q_{\tau} = \frac{\pi d^2}{4} D_{\phi} \cdot z \cdot n \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (7.51)$$

де d – діаметр циліндричної камери (поршня); D_{ϕ} – діаметр кола на блоці, де розташовані осі циліндрів; z – число циліндрів; n – частота обертання вала машини.

При подачі рідини під тиском в циліндри блока машина буде працювати в режимі гідромотора. Середній крутний момент на вихідному валу розраховують за формулою

$$M_{\tau_{\text{cp}}} = \Delta p \frac{d^2}{4} R_{\phi} \cdot z \cdot \sin \alpha = \Delta p \frac{d^2}{8} D_{\phi} \cdot z \cdot \sin \alpha, \quad (7.52)$$

в якій $\Delta p = p_1 - p_2$ - перепад тиску, що спрацьовується в гідромашині.

ЛІТЕРАТУРА

1. Агроскин И. И. и др. Гидравлика / И. И. Агроскин, — М. : Гостоптехиздат, 1964.
2. Альтшуль А. Д. Гидравлические сопротивления / А. Д. Альтшуль. — М. : Недра, 1970. — 215 с.
3. Богомолов А. И. Гидравлика / А. И. Богомолов, К. А. Михайлов. — М. : Стройиздат, 1972. — 648 с.
4. Гейер В. Г. Гидравлика и гидропривод: учеб. для вузов / В. Г. Гейер, В. С. Дулин, А. Н. Заря. — М. : Недра, — 1991. — 331 с. — ISBN 5-247-01007-8.
5. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: учеб. для машиностроительных вузов / Т. М. Башта, С. С. Руднев, Б. Б. Некрасов и др. ; 2-е изд., перераб. — М. : Машиностроение, 1982. — 423 с.
6. Гідравліка : навчальний посібник / М. П. Андрійшин, Л. В. Возняк, Р. Ф. Гімер та ін.; за ред. Р. Ф. Гімера. — Івано-Франківськ : Факел, 2000. — 253 с. — ISBN 966-7327-14-0.
7. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И. Е. Идельчик. — Под ред. М. О. Штейнберга. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Машиностроение, 1992. — 672 с. — ISBN 5-217-00393-6.
8. Константинов Ю. М. Гидравлика : учебник / Ю. М. Константинов. — К. : Вища школа, 1988. — 398 с. — ISBN 5-11-000072-7.
9. Константинов Ю. М. Технічна механіка рідини і газу : підручник / Ю. М. Константинов, О. О. Гіжа. — К. : Вища школа, 2002. — 277 с. — ISBN 966-642-093-7.
10. Левицький Б. Ф. Гідравліка. Загальний курс / Б. Ф. Левицький, Н. П. Лещій. — Львів: Світ, 1994. — 264 с. — ISBN 5-7773-0158-4.
11. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. — Изд. 6-е., перераб. и доп. — М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 840 с.

12. Мердух М. И. Усовершенствование методов гидравлического расчета нефтепродуктопроводов / М. И. Мердух, Р. Ф. Гимер // Механика жидкости и газа. — М. : МИНХ и ГП, 1985.

13. Навроцький Б. І. Гідромеханіка і гідравліка в термінах і поняттях / Б. І. Навроцький. — К. : УМК ВО, 1991. — 180 с.

14. Навроцький Б. І. Технічна механіка рідин : підручник для технічних вузів / Б. І. Навроцький, Є. І. Сухін. — К. : Знання, 1999. — 374 с. — ISBN 966-618-056-1.

15. Навроцький Б.І. Механіка рідин: підруч. для техн. вузів/ Б. Навроцький, Є. Сухін. — К. : ДІА, 2003. — 416 с. — ISBN 966-7665-43-7.

16. Рабинович Е. З. Гидравлика : Учебное пособие для вузов / Е. З. Рабинович. — М. : Недра, 1980. — 278 с.

17. Рауз Х. Механика жидкости / Х. Рауз. — Сокр. пер. с англ. А. П. Юфин. — М. : Стройиздат, 1967. — 390 с.

18. Смыслов В. В. Гидравлика и аэродинамика : Учеб. для вузов / В. В. Смыслов. — К.: Вища школа, 1979. — 336 с.

19. Справочник по гидравлическим расчетам. — Под ред. П. Г. Киселева. — М. : Энергия, 1977. — 312 с.

20. Терминология механики жидкости (гидромеханики). — М. : АН СССР, 1952. — 39 с.

21. Угинчус А. А. Гидравлика и гидравлические машины / А. А. Угинчус. — Харьков: Издательство Харьковского университета, 1970. — 396 с.

22. Чугаев Р. Р. Гидравлика : Учебник для вузов / Р. Р. Чугаев. — 4-е изд., доп. и перераб. — Л. : Энергоиздат, 1982. — 672 с.

23. Шашин В. М. Гидромеханика : Учеб. для техн. вузов / В. М. Шашин. — М. : Высш. шк., 1990. — 384 с.