УДК 618.315

Світлана Бевз, Вікторія Войтко, Вероніка Лапко (Україна, м. Вінниця)

СПРОЩЕННЯ НАДІЙНІСНИХ СХЕМ МЕТОДОМ СТРУКТУРНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Вступ

Визначення надійнісних характеристик технічних об'єктів є особливо-важливим завданням на етапі проектування складних технічних систем, проте не менш важливим є визначення цих характеристик і в процесі експлуатації систе, що дозволить з достатньою ефективністю планувати необхідність проведення ремонтних та відновлювальних робіт.

Предметом нашого дослідження є складні надійні снi схеми, які є результатом відтворення еквівалентних надійнісних схем електричних мереж.

У розрахунках структурної надійності використовуються імовірнісні методи аналізу [2, 4], за допомогою яких встановлюються зв'язки між подіями та станами окремих елементів і системи в цілому. Пропонується підхід, що акцептує перетворення надійнісних структур з метою їх спрощення. Він дозволяє встановити умови еквівалентності кіл за схемами трикутника та зірки.

1. Найпростіші моделі надійності системи

Показники структурної надійності визначаються для окремих об'єктів технічної системи. Базовими показниками є ймовірність безвідмовної роботи обладнання $p(t)$ та ймовірність відмов $q(t)$, що складають повну групу подій. Обидві характеристики змінюються за експоненціальним законом. При цьому ймовірність безвідмовної роботи не залежить від часу попередньої роботи об'єкта, а залежить лише від інтервалу часу, на якому розглядається робота об'єкта. Об'єкт з такою властивістю характеризується найпростішим потоком відмов. Найпростіший потік визначається як ординарний стаціонарний потік без наслідків [2].

Найпростішою технічною системою з позиції надійності є такий комплекс елементів, де відмова будь-якого елементу викликає відмову всієї системи і відмова будь-якого елементу не змінює надійності інших елементів. Таке поєднання елементів в теорії надійності розглядається як послідовне з'єднання [1,2]. Ймовірність безвідмовної роботи тут розглядається як ймовірність одночасного виникнення незалежних сумісних подій безвідмовної роботи всіх елементів системи. Безвідмовність роботи системи, що складається з двох елементів визначається за законом імовірності складних систем $P=p_1 \cdot p_2$, де p_1, p_2 — ймовірності виникнення подій, що полягають у безвідмовності роботи відповідно першого та другого елементів. У загальному випадку, згідно з правилом множення ймовірностей незалежних подій, ймовірність безвідмовної роботи визначається:

$$P = \prod_{i=1}^{n} p_i \, .$$

Ймовірність відмов системи з двома елементами, з'єднаних послідовно — це ймовірність того, що відбудеться хоча б одна з двох незалежних сумісних подій, що полягають у відмові відповідно першого q_1 та другого q_2 елементів:

$$Q = 1 - P = 1 - p_1 \cdot p_2 = 1 - (1 - q_1) \cdot (1 - q_2) = q_1 + q_2 - q_1 \cdot q_2 \, .$$

Узагальнюючи даний закон для n послідовно з'єднаних елементів, маємо [2]:

$$Q = 1 - P = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - q_i) = \sum_{i} q_i - \sum_{i,j} q_i \cdot q_j +$$

$$+ \sum_{i,j,k} q_i \cdot q_j \cdot q_k - \ldots - (-1)^n \prod_{i} q_i$$

При досить малих значеннях q_i ймовірністю збігу відмов двох і більше елементів можна знехтувати. Тоді ймовірність відмови системи послідовної структури визначається [2]: $Q \approx \sum_{i=1}^{n} q_i$.

Даний вираз має дещо песимістичну оцінку, оскільки $\sum_{i=1}^{n} q_i > 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - q_i)$.

З метою підвищення надійності технічних об’єктів здійснюється їх резервування так званим „гарячим” (постійно включеним) резервом.

Оскільки, система втрачає працездатність лише при відмові всіх її елементів і відмови елементів є незалежними, то за правилом множення ймовірностей незалежних подій ймовірність відмови системи визначається [1]. :

$$Q = \prod_{i=1}^{n} q_i .$$

Відповідно, ймовірність безвідмовної роботи n паралельних елементів характеризується:

$$P = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - p_i) = \sum_i p_i - \sum_{i,j} p_i \cdot p_j +$$

$$+ \sum_{i,j,k} p_i \cdot p_j \cdot p_k - \ldots - (-1)^n \prod_i p_i .$$

Слід відмітити, що паралельні та послідовні з’єднання елементів можуть розглядатися як частковий випадок конфігурації типу z із n. Паралельна конфігурація відображає частковий випадок вітки типу z/n з $z = 1$, а послідовна конфігурація — протилежний випадок з $z = n$.

В загальному випадку імовірність відмови вітки z/n рівна сумі ймовірностей подій, що полягають в працездатності $z-1$, $z-2$, ..., 1, 0 елементів. Якщо елементи ідентичні, то кількість працюючих елементів визначається за біноміальним законом розподілу ймовірностей з використанням формули Бернулі:

$$Q = (r^n - 1) \cdot q^{n-z+1} p^{z-1} + C_{z-2}^{n} \cdot q^{n-z+2} p^{z-2} + \ldots + C_0^n \cdot q^n ,$$

де q, p — відповідно ймовірності відмов та безвідмовної роботи кожного елементу, C_z^n — біноміальний коефіцієнт поєднань r елементів з числа n:

$$C_z^n = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-z+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot r} = \frac{n!}{z! \cdot (n-z)!} .$$

Якщо елементи не ідентичні, то доданки потрібно перетворити, щоб врахувати всі можливі комбінації відмов. Між тим вітку типу z/n можна перетворити до послідовно-паралельної схеми користуючись методами мінімальних шляхів та січень [3].

2. Контамінаційні типи з’єднань структурних схем

Надійність електричної мережі радіального типу визначається із структурної схеми, що будується на основі вихідної схеми мережі [5]. Структурна схема окремо об’єднує всі джерела живлення та вузли навантаження, лінії електропередач замінюються блоками, що пов’язані між собою, зі споживачами, та джерелами живлення так, як і в реальній схемі мережі. Розрахунок надійності за структурною схемою проводиться шляхом консеквентних перетворень послідовно чи паралельно включених блоків в еквівалентні до тих пір, поки шини джерел живлення і споживачів не будуть об’єднуватись одним еквівалентним блоком, показники надійності якого є шуканими показниками надійності електропостачання споживачів.

Для структур, що не є послідовно-паралельними (можуть бути замкнені в „кільце”, містити з’єднання типу „зірка” чи „трикутник”) застосовуються методи розрахунку надійнісних показників, які, загалом, зводяться до двох наступних підходів: методу декомпозиції [5,6]. та методу мінімальних шляхів та січень [3,6].

Обидва підходи зводяться до визначення станів працездатності та відмови схеми. Перший з них дозволяє подати структурну схему складної технічної системи у вигляді двох контрарних з позиції надійності схем — схеми 1 з абсолютно надійним блоком (який ніколи не відмовляє — еквівалентно „закорочуванню” елемента) та схемою 2 з абсолютно ненадійним блоком (елімінування елемента в схемі). Якщо після даного перетворення отримані схеми є послідовно-паралельними, то загальна надійність схеми визначається: $P = P_1 \cdot P_e + P_2 \cdot Q_e$, де P_e, Q_e — відповідно імовірності безвідмовної роботи та відмов елементу, який розглядався у двох протилежних з позиції надійності проявах .

Проте складна архітектоніка реальних схем призводить до дихотомічного поділу, при цьому відбувається кількісне розгортання структур, що значно ускладнює розрахунок за даним методом.

Альтернативним підходом є побудова еквівалентної схеми мінімальних шляхів та мінімальних січень для всієї системи та пошук розв'язку отриманої імплікативної структури з паралельно-послідовними зв'язками [3]. Звісна річ, такий підхід не є оптимальним для складних кільцевих чи розгалуженх схем, оскільки утворює надто складні структури.

Таким чином, загальноприйняте наукове осмислення даної проблеми репрезентує екстенсивний шлях до її вирішення, що не завжди є прийнятним для аналізу складних технічних систем. Наприклад, аналіз надійності складних електричних схем вимагає якісно новий підхід до вирішення даної проблеми, який би не ускладнював надійнісні структури, як це здійснюється у відомих стратегіях, а, навпаки, дозволяв би спростити архітектоніку схем.

Розроблений метод перетворення структурних схем забезпечує можливість спрощення надійнісних структур технічних систем.

3. Метод перетворення структурних схем з трикутника до зірки.

Визначимо еквівалентні співвідношення для перетворення структурних схем надійності з трикутника до зірки. Нехай джерело живлення та споживач підключаються спочатку до двох вузлів за схемою трикутника, а потім — до тих же вузлів за схемою зірки. У випадку еквівалентності структур за схемами трикутника та зірки ймовірністі безвідмовної роботи між даними двома вузлами повинні бути однаковими. Аналогічно встановлюється рівність ймовірностей при підключенні джерела живлення та споживача до іншої пари вузлів. Таким чином, ймовірність безвідмовної роботи надійнісної структури між обраною парою вузлів за схемою трикутника визначається:

$$p_{BC} = p_2 + p_1 \cdot p_3 - p_1 \cdot p_2 \cdot p_3,$$

що відповідає паралельному з'єднанню елемента 2 та структури (1, 3), де в свою чергу елементи 1 та 3 з'єднані послідовно.

При з'єднанні кола за схемою зірки ймовірність безвідмовної роботи між тими ж вузлами визначається як добуток ймовірностей двох відповідних віток $p_{BC} = p_B \cdot p_C$.

За умовою еквівалентності виконується рівність:

$$p_B \cdot p_C = p_2 + p_1 \cdot p_3 - p_1 \cdot p_2 \cdot p_3.$$

Структура кіл як за схемою трикутника, так і за схемою зірки, відносно вузлів схеми є симетричною. Тому співвідношення рівності ймовірностей між наступними парами вузлів можна отримати із попереднього виразу циклічним зсувом індексів:

$$p_B \cdot p_A = p_1 + p_2 \cdot p_3 - p_1 \cdot p_2 \cdot p_3;$$

$$p_A \cdot p_C = p_3 + p_1 \cdot p_2 - p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$$

Щоб отримати ймовірність безвідмовної роботи за схемою зірки проведемо деякі перетворення вищенаведеної системи рівнянь.

$$p_C = \sqrt{\frac{(p_2 + p_1 \cdot p_3 \cdot (1 - p_2)) \cdot (p_3 + p_1 \cdot p_2 \cdot (1 - p_3))}{p_1 + p_2 \cdot p_3 \cdot (1 - p_1)}}$$

З метою спрощення отриманої залежності встановимо:

$$p'_1 = p_1 + p_2 \cdot p_3 \cdot (1 - p_1);$$

$$p'_2 = p_2 + p_1 \cdot p_3 \cdot (1 - p_2);$$

$$p'_3 = p_3 + p_2 \cdot p_1 \cdot (1 - p_3).$$

Ймовірності безвідмовної роботи елементів, поєднаних за схемою зірки, матимуть вигляд:

$$p_C = \sqrt{\frac{p'_2 \cdot p'_3}{p'_1}} = \sqrt{\frac{(p_2 + p_1 \cdot p_3 \cdot q_2) \cdot (p_3 + p_1 \cdot p_2 \cdot q_3)}{p_1 + p_2 \cdot p_3 \cdot q_1}};$$

$$p_B = \sqrt{\frac{p'_1 \cdot p'_2}{p'_3}} = \sqrt{\frac{(p_1 + p_2 \cdot p_3 \cdot q_1) \cdot (p_2 + p_1 \cdot p_3 \cdot q_2)}{p_3 + p_1 \cdot p_2 \cdot q_3}};$$

$$p_A = \sqrt{\frac{p'_1 \cdot p'_3}{p'_2}} = \sqrt{\frac{(p_1 + p_2 \cdot p_3 \cdot q_1) \cdot (p_3 + p_1 \cdot p_2 \cdot q_3)}{p_2 + p_1 \cdot p_3 \cdot q_2}} .$$

Якщо надійнісні характеристики елементів в схемі трикутника однакові, тобто $p_1 = p_2 = p_3 = p_\Delta$, то й параметри елементів віток еквівалентного кола за схемою зірки теж будуть однаковими, причому $p_Y = \sqrt{p_\Delta (1 + p_\Delta \cdot q_\Delta)}$.

Характерним прикладом спрощення розрахунків із застосуванням запропонованого методу перетворень структурних схем може слугувати перетворення мостової структурної схеми з'єднань. Після заміни однієї із надійнісних структур за схемою трикутника еквівалентною структурою за схемою зірки всю схему можна розглядати як змішане з'єднання елементів надійності.

4. Метод перетворення структурних схем з зірки до трикутника.

В деяких розрахунках необхідно встановити співвідношення зворотного перетворення структур за схемою зірка в еквівалентну надійнісну структуру за схемою трикутника. Проте отримання у зворотному напрямку перетворення пов'язано з певними труднощами. У цьому випадку отримуємо каузальні конструкції :

$$p_1 = 1 + \frac{p_B \cdot p_A - 1}{1 - p_2 \cdot p_3}; \quad p_2 = 1 + \frac{p_B \cdot p_C - 1}{1 - p_1 \cdot p_3}; \quad p_3 = 1 + \frac{p_A \cdot p_C - 1}{1 - p_1 \cdot p_2}.$$

Для локалізації даних співвідношень доводиться оперувати рівняннями третього порядку:

$$z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3 = 0 .$$

тут $a_1 = s - w$; $a_2 = 2s - q - 1$; $a_3 = s$, причому $w = 1 + p_A \cdot p_C$; $q = p_B \cdot (p_A + p_C)$; $s = (1 - p_B{}^2)\frac{p_A \cdot p_C}{w - q}$.

Розв'язання даного кубічного рівняння алгоритмічно спрощується оскільки розв'язок знаходиться в межах від 0 до 1. Тому в основі алгоритму розв'язання можна використати один з методів наближеного пошуку рішень, наприклад метод дихотомії.

Висновки

Запропонований метод визначення надійності системи порівняно простий і вимагає малого об'єму обчислень. Передумовою його застосування є необхідність існування логічної схеми досліджуваної системи, кожний елемент якої може знаходитись в одному із двох станів (в розумінні впливу елемента на надійність системи).

Крім цього, передбачається (хоча це й не є абсолютно необхідною умовою), що відмови елементів незалежні. Використання логічних схем у таких випадках стають більш наглядними, оскільки усуваються імплікативні зв'язки, що дозволяє суттєво зменшити обсяг обчислень.

Метод перетворення структурних схем забезпечує спрощення надійнісних структур з метою визначення безвідмовної роботи елементів. Можна також узагальнити даний метод для визначення параметру потоку відмов та тривалості вимушеного простою, але це забезпечується ціною введення досить складних прийомів, які здебільшого виключають початкову простоту та наглядність методу.

Література

1. Китушин В.Г. Надёжность энергетических систем. — М.: Высшая школа, 1984.— 256с.
2. Гук Ю.Б. Теория надёжности в электроэнергетике.—Л.: Энергоатомиздат, 1990.—208с.
3. Энергосберегающая технология электроснабжения народного хозяйства: в 5 книгах // Под ред. В.А. Веникова. Кн. 3. Надёжность и эффективность сетей электрических систем / Ю.А.Фокин. — М.: Высшая школа, 1989. — 151 с.
4. Бугір М.К. Теорія ймовірності та математичної статистики. — Тернопіль, 1998. —176с.
5. Розанов М.Н. Надёжность электроэнергетических систем. — 2-е изд. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 200 с.
6. Эндрени Дж. Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах: Перев. с англ./Под ред. Ю.Н.Руденко. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 336с.

Анотація

Пропонується підхід, що акцептує перетворення структур надійності з метою їх спрощення. Він дозволяє встановити умови еквівалентності кіл схем надійності.

Базовими показниками встановлення еквівалентності є ймовірність безвідмовної роботи обладнання та ймовірність відмов. Визначаються еквівалентні співвідношення для перетворення структурних схем надійності з трикутника до зірки і навпаки.

Аннотация

Предлагается поход, который предусматривает преобразование структур надежности с целью их упрощения. Он позволяет поставить условия эквивалентности цепей схем надежности.

Базовыми показателями установления эквивалентности является вероятность безотказной работы оборудования и вероятность отказов. Определяются эквивалентные соотношения для преобразования структурных схем надежности с треугольника до звезды и наоборот.

The summary

The campaign which provides transformation of reliability structures with the purpose of their simplification is offered. It allows to make terms equivalence of reliability circuits.

Base parameter of an equivalence establishment is the probability of non-failure operation of the equipment and refusals probability. Equivalent ratio for transformation of block diagrams of reliability from a triangle up to a star and on the contrary are defined.