УДК 519.876.5

М. П. Дивак, В. І. Манжула, А. М. Мельник, А. В. Пукас

МЕТОД СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ НЕЛІНІЙНИХ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Західноукраїнський національний університет, Тернопіль

Анотація. Розглянуто процес побудови математичних моделей статичних об'єктів та систем, що включає розв'язок двох задач: структурну та параметричну ідентифікації. При цьому складнішою та первинною є задача ідентифікації структури моделі. Задача структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристики статичного об'єкта є задачею багаторазового розв'язування задач параметричної ідентифікації цієї моделі, а отже з обчислювальної точки зору вона є NP складною. Процедура пошуку оптимальної структури моделі розглядається як напрямлений перебір окресленої множини структур у такий спосіб, щоб мінімізувати кількість ітерацій формування інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР). У статті сформульовано задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, як задачі багаторазового пошуку розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь, у вигляді оптимізаційних задач з нелінійною функцією мети та нелінійними обмеженнями. Вперше запропоновано та обгрунтовано метод структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який на відміну від існуючих грунтується на процедурах самоорганізації та самоадаптації обчислювальних процедур за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії (ПМБК), що дає можливість реалізувати процедури ідентифікації структури моделей з нижчою обчислювальною складністю та отримати інтервальні моделі з простішими структурами у порівнянні із відомими методами. Запропонований метод апробовано на прикладі побудови інтервальної моделі характеристик малої гідроелектростанції з метою дослідження та забезпечення максимальної ефективності використання гідроенергетичних ресурсів, що продемонструвало ефективність використання обчислювальних процедур на основі поведінкових моделем бджолиної колонії. Відповідно, запропонований метод дає можливість отримувати прості, з точки зору складності, інтервальні моделі складних статичних обєктів із заданою гарантованою точністю та з нижчою обчислювальною складністю ідентифікації цих моделей. Такі особливості методу, забезпечують ефективний розвиток математичного апарату, який використовується як в процесах прийняття рішень так і в процесах підготовки рішень у інтелектуалізованих систем, орієнтованих на дані.

Ключові слова: математична модель, інтервальний аналіз, структурна ідентифікація моделей, статичний об'єкт, поведінкова модель бджолиної колонії (ПМБК).

Abstract. The process of building mathematical models of static objects and systems, which includes the solution of two problems: structural and parametric identification, is considered. At the same time, the task of identifying the structure of the model is more difficult and primary. The problem of structural identification of interval models of the characteristic of a static object is the problem of multiple solving of problems of parametric identification of this model, and therefore, from a computational point of view, it is NP complex. The procedure for finding the optimal structure of the model is considered as a directed selection of a defined set of structures in such a way as to minimize the number of iterations of the formation of interval systems of nonlinear algebraic equations. The article formulates the problem of structural identification of interval models of static objects, as a problem of repeatedly searching for solutions of interval systems of nonlinear algebraic equations, in the form of optimization problems with a nonlinear objective function and nonlinear constraints. For the first time, a method of structural identification of interval models of the characteristics of static objects based on the analysis of interval data is proposed and substantiated, which, unlike the existing ones, is based on self-organization and self-adaptation procedures of computing procedures by analogy with artificial bee colony (ABC), which gives the ability to implement model structure identification procedures with lower computational complexity and obtain interval models with simpler structures compared to known methods. The proposed method was tested on the example of building an interval model of the characteristics of a small hydroelectric plant for the purpose of research and ensuring the maximum efficiency of the use of hydropower resources, which demonstrated the effectiveness of using computational procedures based on the artificial bee colony. Accordingly, the proposed method makes it possible to obtain simple, from the point of view of complexity, interval models of complex static objects with a given guaranteed accuracy and with a lower computational complexity of identifying these models. Such features of the method ensure the effective development of the mathematical apparatus, which is used both in decision-making processes and in the processes of preparing decisions in intellectualized data-oriented systems.

Key words: mathematical model, interval analysis, structural identification of models, static object, artificial bee colony (ABC).
DOI: https://doi.org/10.31649/1999-9941-2022-54-2-103-114.

Вступ

Сучасні тенденції розвитку інформаційних технологій передбачають використання інтелектуалізованих систем, орієнтованих на дані. Одним із засобів, що забезпечує розвиток таких систем є математичне моделювання, що дає можливість створити ряд математичних моделей, які використовуються як в процесах прийняття рішень так і в процесах підготовки рішень. Існуючі методи побудови таких моделей мають недоліки, оскільки результати спостережень за тим чи іншим об'єктом або процесом є з похибками, які призводять до неточності побудованої моделі. Одним із підходів, який враховує межові значення похибок є теоретико-множинний інтервальний підхід [1], який дає можливість побудувати інтервальні моделі статичних об'єктів з гарантованими прогностичними властивостями. Проте, застосування цього підходу призводить до суттєвого ускладнення методів ідентифікації параметрів моделей у порівнянні із детермінованим чи стохастичним підходами [2-4]. Таким чином, виникає протиріччя, яке полягає – з одного боку у необхідності побудови інтервальних моделей статичних об'єктів з гарантованими прогностичними властивостями, а з іншого боку, це призводить до ускладнення методів ідентифікації цих моделей та у більшості випадків до ускладнення самих моделей.

Актуальність

Процес побудови математичних моделей статичних об'єктів та систем включає розв'язок двох задач: структурну та параметричну ідентифікації [5, 6]. При цьому складнішою та первинною є задача ідентифікації структури моделі, оскільки необхідно спочатку визначити базисні функції, згенерувати структуру моделі, а потім обчислити оцінки параметрів для вибору оптимальної або «кращої». Так, для побудови моделей статичних об'єктів, використовують методи редукції елементів, або нарощування структури. Розроблені алгоритми реалізації, вимагають налаштувань багатьох параметрів алгоритмів, залежно від конкретної задачі. Найбільш ефективні методи структурної ідентифікації інтервальних моделей, побудовані на процедурах самоадаптації та самоорганізації за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії. Для цього розв'язують складні оптимізаційні задачі. З досвіду використання відомих алгоритмів реалізації методів структурної ідентифікації, можна зробити висновок, що вони достатньо складні з обчислювальної точки зору [3,4]. Також в основі цих методів є обчислювальні процедури параметричної ідентифікації, які побудовані на оцінюванні розв'язків ІСНАР, що також суттєво знижує їх ефективність. Таким чином, актуальною є задача розробки нових методів структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, реалізація яких дозволить зменшити кількість складних обчислювальних процедур оцінювання розв'язків ІСНАР.

Мета

Метою статті є розвиток методів структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, реалізація яких відрізняється меншою обчислювальних складністю.

Задачі

1. Формалізація задачі структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, як задачі багаторазового пошуку розв'язків інтервальних систем нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР), у вигляді оптимізаційних задач з нелінійною функцією мети та нелінійними обмеженнями;

2. Розробка методу структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який на відміну від існуючих ґрунтується на процедурах самоорганізації та самоадаптації обчислювальних процедур за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії (ПМБК), реалізація яких дозволить зменшити кількість складних обчислювальних процедур оцінювання розв'язків ІСНАР.

Постановка задачі

Як відомо, задача структурної ідентифікації, полягає у редукції, чи нарощуванні структури інтервальної моделі [7]. Складні об'єкти будемо описувати математичними моделями у вигляді нелінійного алгебричного виразу. Тоді вихідну характеристику y_0 статичного об'єкта будемо знаходити у вигляді нелінійного алгебричного виразу

$$y_0 = \varphi_{m+1}(\vec{g})\varphi_1(\vec{x}) + \ldots + \varphi_{2m}(\vec{g})\varphi_m(\vec{x}), \tag{1}$$

де $\varphi_1(\vec{x}),\ldots,\varphi_m(\vec{x})$, $\varphi_{m+1}(g_1),\ldots,\varphi_{2m}(g_m)$ – невідомі базисні функції, причому базисні функції $\varphi_{m+1}(g_1),\ldots,\varphi_{2m}(g_m)$, стосуються невідомих параметрів моделі $g_i, i = 1, \ldots, m$, а результати експерименту отримано в інтервальному вигляді:

$$x_{i1} \cdots x_{in} \longrightarrow [y_i^-; y_i^+], i = 1, \ldots, N \tag{2}$$

Спираючись на означений вище вираз для представлення математичної моделі характеристики статичного об'єкта, уведемо поняття множини структурних елементів:

$$\lambda_s = \{\varphi_1^s(\vec{x}),\ldots,\varphi_m^s(\vec{x}),\varphi_{m+1}^s(\vec{g}),\ldots,\varphi_{2m}^s(\vec{g})\}, \tag{3}$$

де s – означає певний набір структурних елементів, на основі якого будуємо s-ту модель у вигляді (1), тобто як згортку цього набору елементів.

В подальшому розгляді, позначення λ_s означатиме s-ту структуру, оскільки усі моделі на основі зазначеного набору, будуємо на основі згортки цих елементів.

Для визначення структури λ_s (набору елементів), які забезпечать розробку адекватної моделі характеристики статичного об'єкта, необхідно розв'язувати задачу структурної ідентифікації із застосування результатів експерименту у вигляді інтервальних даних (2)

Математичні моделі, які розглядатимемо в процесі структурної ідентифікації, назвемо моделі-претенденти, а представлення їх структури із урахуванням зазначених вище позначень, матиме такий вигляд:

$$y_0(\lambda_s) = \varphi_{m+1}^s(\vec{g})\varphi_1^s(\vec{x}) + \ldots + \varphi_{2m}^s(\vec{g})\varphi_m^s(\vec{x}). \tag{4}$$

Задаємо умови узгодженості моделі-претендента із експериментальними інтервальними даними, як це прийнято в інтервальному аналізі:

$$y_0(\lambda_s, \vec{x}_i) \in [y_i^-; y_i^+], \forall i = 1, \ldots, N, \quad (5)$$

де $y_0(\lambda_s, \vec{x}_i)$ – означає істинне значення вихідної характеристики для фіксованого набору структурних елементів λ_s і для фіксованих значень вхідних змінних $\vec{x}_i$.

Невідомими в цьому випадку залишаються тільки значення параметрів $g_1, \ldots, g_m$ моделі. Приймаючи до уваги умови (5) із заміною в них замість $y_0(\lambda_s, \vec{x}_i)$ на вираз (4) для фіксованих значень вхідних змінних $\vec{x}_i$, отримаємо таку систему:

$$\begin{cases} y_1^- \leq \varphi_{m+1}^s(\vec{g})\varphi_1^s(\vec{x}_1) + \cdots + \varphi_{2m}^s(\vec{g})\varphi_m^s(\vec{x}_1) \leq y_1^+; \\ \vdots \\ y_N^- \leq \varphi_{m+1}^s(\vec{g})\varphi_1^s(\vec{x}_N) + \cdots + \varphi_{2m}^s(\vec{g})\varphi_m^s(\vec{x}_N) \leq y_N^+. \end{cases} \quad (6)$$

Таким чином, отримали загальну форму задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об’єктів у вигляді інтервальної системи нелінійних алгебраїчних рівнянь (ІСНАР) для окремої s-тої моделі-претендента. Як відомо, розв’язки цієї системи отримуємо внаслідок реалізації ітераційної процедури, на кожній l-тій ітерації якої, обчислюємо функцію $\delta([\hat{\vec{g}}_l^-; \hat{\vec{g}}_l^+])$ «якості» оцінки параметрів математичної моделі. Проте, у випадку структурної ідентифікації, ІСНАР (6) може виявитися несумісною для поточної структури λ_s математичної моделі. Тому в цих випадках, доводиться формувати нову структуру, а на її основі – нову ІСНАР (6) і знову перевіряти сумісність останньої. Отже, задача структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристики статичного об’єкта є задачею багаторазового розв’язування задач параметричної ідентифікації цієї моделі. При цьому необхідно забезпечити напрямлений перебір окресленої множини структур у такий спосіб, щоб цей перебір був оптимальним з обчислювальної точки зору.

Припустимо, що на якійсь ітерації напрямленого перебору структур λ_s, ІСНАР (6) виявилась сумісною. Тобто отримано її розв’язок у вигляді деяких інтервалів значень оцінок параметрів $[\hat{g}_1^-; \hat{g}_1^+], \ldots, [\hat{g}_m^-; \hat{g}_m^+]$ моделі. Підставимо отримані інтервальні оцінки $[\hat{g}_1^-; \hat{g}_1^+], \ldots, [\hat{g}_m^-; \hat{g}_m^+]$ у вираз (4) одночасно із зафіксованими значеннями вхідної змінної $\vec{x}_i$ (у точках експерименту). В результаті цих підстановок, отримаємо оцінки вихідної характеристики у вигляді інтервалів:

$$[\hat{y}^-(\lambda_s, \vec{x}_i); \hat{y}^+(\lambda_s, \vec{x}_i)] = \varphi_{m+1}^s\left([\hat{\vec{g}}_l^-; \hat{\vec{g}}_l^+]\right)\varphi_1^s(\vec{x}_i) + \cdots$$

$$+\varphi_{2m}^s\left([\hat{\vec{g}}_l^-; \hat{\vec{g}}_l^+]\right)\varphi_m^s(\vec{x}_i), i = 1, \ldots, N. \quad (7)$$

Таким чином, сумісність ІСНАР (6) означає належність інтервалів значень $[\hat{y}^-(\lambda_s, \vec{x}_i); \hat{y}^+(\lambda_s, \vec{x}_i)]$ прогнозованої характеристики у точках експерименту $\vec{x}_i$, до інтервалів $[y_i^-; y_i^+], i = 1, \ldots, N$, отриманих експериментально, тобто за виконання таких умов:

$$[\hat{y}^-(\lambda_s, \vec{x}_i); \hat{y}^+(\lambda_s, \vec{x}_i)] \subset [y_i^-; y_i^+], i = 1, \ldots, N. \quad (8)$$

По аналогії із методом параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних об’єктів, який багаторазово використовується в методі структурної ідентифікації для кожної з фіксованих структур λ_s, можемо стверджувати, що ітераційна процедура для методу формування та оцінювання розв’язків поточної ІСНАР (6) повинна ґрунтуватися на оцінюванні на кожній ітерації «якості» оцінки структури та параметрів математичної моделі, представленої алгебричним виразом (4). Наскільки якісною виявиться оцінка параметрів на кожній l-тій ітерації можемо задати величиною $\delta(\lambda_s)$, по аналогії із задачею параметричної ідентифікації, у вигляді різниці центрів найбільш віддалених між собою прогнозного $[\hat{y}^-(\lambda_s, \vec{x}_i); \hat{y}^+(\lambda_s, \vec{x}_i)]$ та експериментального інтервалів $[y_i^-; y_i^+]$– у випадку, коли вони не перетинаються та найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів – для випадку їх перетину. Вираз для функції $\delta(\lambda_s)$, для вище зазначених обох випадків, представимо у такому вигляді:

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1,\ldots,N}\{|mid([\hat{y}^-(\lambda_s, \vec{x}_i); \hat{y}^+(\lambda_s, \vec{x}_i)]) - mid([y_i^-; y_i^+])|\},$$

якщо

$$[\hat{y}^-(\lambda_s, \vec{x}_i); \hat{y}^+(\lambda_s, \vec{x}_i)] \cap [y_i^-; y_i^+] = \emptyset, \exists i = 1, \ldots, N \quad (9)$$

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1,\ldots,N}\{wid([\hat{y}^-(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^+(\lambda_s,\vec{x}_i)]) - wid([\hat{y}^-(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^+(\lambda_s,\vec{x}_i)] \cap [y_i^-;y_i^+])\},$$

якщо

$$[\hat{y}^-(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^+(\lambda_s,\vec{x}_i)] \cap [y_i^-;y_i^+] \neq \emptyset, \forall i = 1,\ldots,N. \quad (10)$$

Очевидною є набагато вища складність розв'язування цієї задачі у порівнянні із задачами параметричної ідентифікації. В цих умовах необхідно розробити новий метод напрямленого перебору, попередньо окресленої множини структур у такий спосіб, щоб цей перебір був оптимальним з обчислювальної точки зору. З іншого боку метод повинен бути орієнтований на розв'язування задач структурної ідентифікації лінійної за параметрами моделі, взамін методів редукції та нарощування структури, так і для загального випадку нелінійної моделі. Такий спільний підхід до розв'язування цих обох задач дасть можливість створити також єдиний інструментарій та спростити процес побудови цих моделей для користувачів-практиків.

Констатуючи той факт, що задача структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристики статичного об'єкта є задачею багаторазового розв'язування задач параметричної ідентифікації цієї моделі, а отже з обчислювальної точки зору вона є NP складною, то необхідно розробити процедуру напрямленого перебору окресленої множини структур у такий спосіб, щоб мінімізувати кількість ітерацій формування ІСНАР (6). З цією метою необхідно математично сформулювати оптимізаційну задачу.

Перепишемо формули (9) та (10) для обчислення значень функції $\delta(\lambda_s)$, яка задає якість поточної структури у розгорнутому вигляді. Для цього підставимо замість інтервалу прогнозованих значень характеристики$[\hat{y}^-(\lambda_s,\vec{x}_i);\hat{y}^+(\lambda_s,\vec{x}_i)]$ у цих формулах, вираз (7), яким обчислюємо зазначений інтервал. Отримаємо:

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1,\ldots,N}\{|mid(\varphi_{m+1}^s([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+])\varphi_1^s(\vec{x}_i) + \cdots$$

$$+\varphi_{2m}^s([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+])\varphi_m^s(\vec{x}_i)) + \varphi_{2m}^s([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+])\varphi_m^s(\vec{x}_i)) - mid([y_i^-;y_i^+])|\}$$

якщо

$$\left(\varphi_{m+1}^s\left([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+]\right)\varphi_1^s(\vec{x}_i) + \cdots + \varphi_{2m}^s\left([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+]\right)\varphi_m^s(\vec{x}_i)\right) \cap [y_i^-;y_i^+] = \emptyset, \exists i = 1,\ldots,N \quad (11)$$

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1,\ldots,N}\{\quad wid(\varphi_{m+1}^s([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+])\varphi_1^s(\vec{x}_i) + \cdots + \varphi_{2m}^s([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+])\varphi_m^s(\vec{x}_i)) -$$

$$wid(\varphi_{m+1}^s([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+])\varphi_1^s(\vec{x}_i) + \varphi_{2m}^s([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+])\varphi_m^s(\vec{x}_i)) \cap [y_i^-;y_i^+])\},$$

якщо

$$\left(\varphi_{m+1}^s\left([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+]\right)\varphi_1^s(\vec{x}_i) + \cdots + \varphi_{2m}^s\left([\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+]\right)\varphi_m^s(\vec{x}_i)\right) \cap [y_i^-;y_i^+] \neq \emptyset, \forall i = 1,\ldots,N \quad (12)$$

Тепер важливим питанням залишається, як оптимальним чином організувати ітераційну процедуру обчислення послідовності структур $\lambda_{s=1},\lambda_{s=2},\ldots,\lambda_s,\ldots$ у такий спосіб, щоб забезпечити таку послідовність оцінювання значень функції, яка визначає їх якість $\delta(\lambda_{s=1}),\delta(\lambda_{s=2}),\ldots,\delta(\lambda_s),\ldots$, обчислених за виразами (11), або (12), яка призводить до виконання таких умов:

$$\delta(\lambda_{s=1}) > \delta(\lambda_{s=2}) >,\ldots,> \delta(\lambda_s),\ldots,\delta\left(\lambda_{s=s_{opt}}\right) = \delta([\hat{\vec{g}}_{l=L}^-;\hat{\vec{g}}_{l=L}^+] \subset \Omega), \quad (13)$$

де s_{opt} – номер структури, для якої сформовано сумісну ІСНАР (6), Ω – область розв'язків цієї ІСНАР.

Відповідно, постає задача організації даної ітераційної процедури для обчислення послідовності структур $\lambda_{s=1},\lambda_{s=2},\ldots,\lambda_s,\ldots$,.

Спираючись на викладене вище, задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичного об'єкта сформулюємо у вигляді оптимізаційної задачі:

$$\delta(\lambda_s) \xrightarrow{\lambda_s=\{\varphi_1^s(\vec{x}),\dots,\varphi_m^s(\vec{x}),\varphi_{m+1}^s(\hat{\vec{g}}),\dots,\varphi_{2m}^s(\hat{\vec{g}})\},[\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+]} min, \tag{14}$$

$$m_s \in [I_{min}\ ;\ I_{\max}],$$

$$\varphi_1(\vec{x}),\dots,\varphi_m(\vec{x}),\varphi_{m+1}(\hat{\vec{g}}),\dots,\varphi_{2m}(\hat{\vec{g}}) \in F, \tag{15}$$

$$[\hat{g}_{jl}^-;\hat{g}_{jl}^+] \subset [g_{jl}^{low};g_{jl}^{up}],$$

$$j = 1,\dots,m, l = 1,\dots,S,$$

де $m_s \in [I_{min}\ ;\ I_{\max}]$ – кількість структурних елементів *s*-ї структури інтервальної моделі, $F = \{\varphi_1(\vec{x}),\dots,\varphi_m(\vec{x}),\varphi_{m+1}(\hat{\vec{g}}),\dots,\varphi_{2m}(\hat{\vec{g}})\}$ – множина потенційних структурних елементів моделі, $[\hat{\vec{g}}_l^-;\hat{\vec{g}}_l^+]$, $[\hat{g}_{jl}^-;\hat{g}_{jl}^+]$ – інтервальний вектор параметрів *s*-ї структури моделі-претендента та його компоненти, відповідно, g_{jl}^{low}, g_{jl}^{up} – найменше та найбільше значення для кожного параметра моделі.

Тоді, чим менше значення $\delta(\lambda_s)$, тим «краща» поточна структура інтервальної моделі. Якщо ж виконується рівність $\delta(\lambda_s) = 0$, то поточна структура дозволяє побудувати адекватну інтервальну модель статичного об'єкта, для якої умови (8) виконуються на множині усіх спостережень $i = 1,\dots,N$.

Метод структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів на основі поведінкових моделей бджолиної колонії (ПМБК)

ПМБК є одним із найефективніших інструментів організації розв'язування складних оптимізаційних задач за рахунок елементів самоорганізації та адаптації. Тому цей підхід використано для побудови методу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних. та динамічних об'єктів. Алгоритм штучної бджолиної колонії (АБК), який є формальним представленням поведінкової моделі однойменної колонії, є евристичним алгоритмом, який ґрунтується на принципах ройового інтелекту. Його схема реалізації полягає у відображені поведінки колонії медоносних бджіл у процесі пошуку нектару [8-13].

При розгляді методу розв'язування оптимізаційної задачі (14), (15), встановимо аналогії між компонентами поведінкової моделі і поняттями, які використаємо при розробці методу структурної ідентифікації математичних моделей статичних об'єктів.

Зокрема:
- поведінка бджоли при виборі місцезнаходження джерела нектару – реалізує спосіб синтезу поточної структури моделі;
- область пошуку нектару – означає множину усіх можливих структур моделей;
- окіл джерела нектару – означає набір структур, що можуть бути згенеровані на основі поточної, шляхом заміни її окремих структурних елементів;
- місцезнаходження джерела нектару – означає поточну структуру моделі λ_s;
- якість джерела нектару представлено значенням функції мети $\delta(\lambda_s)$ задачі (14).

Тепер розглянемо основні фази методу структурної ідентифікації на основі ПМБК.

Фаза ініціалізації.

На цій фазі задаємо основні параметри методу: LIMIT, S; $[I_{min}\ ;\ I_{\max}]$, mcn = 0 – поточний номер ітерації; MCN – загальна кількість ітерацій та множину структурних елементів F, а також випадковим чином формуємо початкову множину Λ_0 (з потужністю S) структур λ_s із набору структурних елементів F.

Фаза робочих бджіл.

Для зручності оперування структурними елементами, множину всіх структурних елементів $F = \{\varphi_1(\vec{x}),\dots,\varphi_m(\vec{x}),\varphi_{m+1}(\hat{\vec{g}}),\dots,\varphi_{2m}(\hat{\vec{g}})\}$ – пронумеруємо за допомогою десяткових чисел. Кодування структурних елементів показано в табл. 1.

Таким чином, кожному структурному елементу із множини F можна поставити у відповідність його десятковий код, представлений порядковим номером у таблиці 1. Для обчислювальних процедур поточну структуру λ_s представимо у вигляді набору $\{N_1, N_2, \dots, N_{m_s}\}$, де N – номер структурного елемента із табл. 1.

Таблиця 1 − Кодування структурних елементів

№	Структурний елемент
1	$\varphi_1(\vec{x})$
2	$\varphi_2(\vec{x})$
…	…
m	$\varphi_m(\vec{x})$
m+1	$\varphi_{m+1}(\vec{g})$
…	…
2m	$\varphi_{2m}(\vec{g})$

Далі, для формування структур розглянемо ряд операторів. Отже, на фазі робочих бджіл використовуємо оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$, який здійснює перетворення структури інтервальної моделі у вигляді (4), відповідно до процедури дослідження робочими бджолами околу відомого джерела нектару. Відповідно, на поточній ітерації реалізації методу структурної ідентифікації, оператор P на основі кожної з поточних структур λ_s математичної моделі формує по одній «новій» структурі λ'_s, яка є «околом». Це означає, що сформована структура λ'_s дуже близька до поточної λ_s.

Таким чином, оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$ здійснює перетворення множини Λ_{mcn} поточних структур λ_s, згенерованих на mcn-тій ітерації у множину Λ'_{mcn} структур λ'_s. При цьому, «нову» структуру λ'_s для кожної поточної формуємо у спосіб випадкового вибору та заміни частини елементів поточної структури λ_s. При цьому, заміну проводимо також випадково обраними елементами із множини, на вибрані із множини $F = \{\varphi_1(\vec{x}),\dots,\varphi_m(\vec{x}),\varphi_{m+1}(\vec{g}),\dots,\varphi_{2m}(\vec{g})\}$. Тут важливим питанням є: скільки елементів у поточній структурі необхідно замінити? Для цього уводимо змінну цілого типу n_s, значення якої визначає кількість елементів у поточній структурі λ_s, яку необхідно замінити. Значення цієї змінної залежить від значення функції мети $\delta(\lambda_s)$ у задачі (14), (15), яке, своєю чергою, обчислюємо за формулами (11) чи (12). Чим більше це значення $\delta(\lambda_s)$ – тим гірша поточна структура λ_s, отже тим більше елементів потрібно в ній замінити. При обчисленні значення змінної n_s необхідно також враховувати загальну кількість елементів у поточній структурі, яка, як відомо з постановки оптимізаційної задачі (14), (15), може бути різною для різних структур, але задана в межах інтервалу $m_s \in [I_{min}\ ;\ I_{\max}]$. Тому, при обчисленні кількості елементів n_s, які необхідно замінити в поточній структурі, слід враховувати як якість $\delta(\lambda_s)$ поточної структури λ_s, так і кількість її елементів m_s.

З урахуванням вище зазначеного, змінну n_s можемо обчислювати за такою формулою:

$$n_s = \begin{cases} int\left(\left(1 - \frac{min\{\delta(\lambda_s)|s=1\dots S\}}{\delta(\lambda_s)}\right)\cdot m_s\right), \\ \quad if\ \delta(\lambda_s) \neq min\{\delta(\lambda_s)|s=1\dots S\} \\ \quad and\ n_s \neq 0; \\ \\ 1,\ if\ \delta(\lambda_s) = min\{\delta(\lambda_s)|s=1\dots S\} \\ \quad or\ n_s = 0. \end{cases} \tag{16}$$

Детальніше обґрунтування формули (16), наведено у праці [9]. Хоча, запропонований вираз вимагає також додаткових досліджень з точки зору впливу отриманих з нього значень на часову складність реалізації методу структурної ідентифікації.

На цій же фазі проводимо попарну селекцію, для вибору кращої структури з поточної та згенерованої. Для цього використовуємо оператор попарної селекції «кращої» із пари структур λ_s, λ'_s:

$$D_1(\lambda_s, \lambda'_s): \lambda_s^1 = \begin{cases} \lambda_s, if\ \delta(\lambda_s) \le \delta(\lambda'_s) \\ \lambda', if\ \delta(\lambda_s) > \delta(\lambda'_s) \end{cases} \tag{17}$$

Оператор $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$ реалізує процес синтезу множини «кращих» структур Λ^1_{mcn} із поточних множин Λ_{mcn}, Λ'_{mcn}. Таким чином, отримуємо множину структур першого ряду формування $\lambda_s^1 \in \Lambda^1_{mcn}$.

Фаза бджіл дослідників.

Бджоли-дослідники обирають (за ймовірністю) нові джерела нектару в околі поточних. В контексті задачі структурної ідентифікації це означає визначення кількості структур, які будуть згенеровані на основі λ_s^1 структури λ_s^1 із множини Λ_{mcn}^1, відповідно до процедури вибору відомого джерела нектару бджолами-дослідниками. Зазначений показник R_s у контексті ПМБК означає кількість бджіл-дослідників, які обрали відоме джерело-нектару з координатами λ_s^1. Його значення обчислюватимемо на основі такого припущення: кількість бджіл-дослідників, що летить в окіл джерела нектару, про яке повідомила робоча бджола, прямо пропорційно залежить від його якості.

Багаточисленні прикладні дослідження показали, що для обчислення значення R_s доцільно використати ймовірнісний підхід. Він базується на обчисленні ймовірності вибору бджолами-дослідниками певного джерела нектару із врахуванням специфіки оптимізаційної задачі (14), (15). У цьому випадку пропонуємо використати формулу, яка ґрунтується на обчисленні для кожного поточного джерела нектару ймовірності того, що група бджіл-дослідників обере саме окіл s-того джерела нектару.

Отже, для обчислення ймовірної кількості новосформованих структур моделі на основі поточної множини відомих будемо використовувати запропоновану формулу:

$$P_s(\lambda_s^1) = \frac{1-\delta(\lambda_s^1)}{\sum_{s=1}^{S}(1-\delta(\lambda_s^1))}, s = 1...S. \tag{18}$$

Тепер, на основі формули (18) отримаємо точні значення кількості новосформованих структур для кожної поточної структури із множини $\Lambda^1{}_{mcn}$ за такою формулою:

$$R_s = ToInt(P_s(\lambda_s^1) \cdot S), \quad s = 1...S. \tag{19}$$

Тепер, зупинимося детальніше на другому підході до обчислення значень змінної R_s. Він ґрунтується на основі класичних виразів для обчислення ймовірності того, що група бджіл-дослідників обере відоме джерело нектару, запропонованих у працях D. Karaboga [10, 11], але є дещо модифікованими з урахуванням особливостей саме оптимізаційної задачі структурної ідентифікації (14), (15).

Обчислювати ймовірність $P_s(\lambda_s^1)$ синтезу на основі поточної структури S новосформованих будемо таким чином:

$$P_s(\lambda_s^1) = \frac{1}{\delta(\lambda_s^1)\cdot\sum_{s=1}^{S}\frac{1}{\delta(\lambda_s^1)}}, s = 1...S-1. \tag{20}$$

Далі знаходимо точні значення кількості «нових» структур моделей, які потрібно сформувати на основі кожної поточної (відомої) структури за такою формулою:

$$R_s = ToInt(P_{s-1}(\lambda_{s-1}^1) \cdot S), s = 2...S, R_1 = 0. \tag{21}$$

На цій фазі також використаємо оператор $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$, який здійснює перетворення структури відповідно до процедури дослідження околу відомого джерела нектару бджолами-дослідниками, подібно як на фазі робочих бджіл. Тільки на відміну від зазначеної фази, де формувалася одна структура в околі поточної, в цьому випадку кількість структур навколо поточної визначається виразом (19) чи (21) (в залежності від використання для розрахунку формули (18) чи (20), відповідно.

Отже, оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$ означає перетворення кожної структури λ_s^1 з множини структур $\lambda_s^1 \in \Lambda_{mcn}^1$ першого ряду формування, згенерованих на ітерації алгоритму mcn, у множини структур Λ_s'. При цьому, по аналогії із фазою робочих бджіл, «нові» структури λ_s' (як зазначено вище, в цьому випадку кількість «нових» структур для поточної структури обчислюємо за формулами (19) чи (21)) для кожної поточної λ_s^1 формуємо у спосіб випадкового вибору та заміни частини елементів поточної структури λ_s^1. При цьому, заміну проводимо також випадково обраними елементами із множини F. Кількість елементів для кожної структури, які потрібно замінити, визначаємо за формулою (16).

Далі на цій фазі проводимо групову селекцію $D_2(\lambda_s^1, \Lambda_s')$«кращої» структури із поточної λ_s^1 та сформованої в її околі множини Λ_s'=$\{\lambda_1, ..., \lambda_r, ..., \lambda_{R_s}\}$ за значеннями функції мети. Оператор групової селекції $D_2(\lambda_s^1, \Lambda_s')$ реалізує процес синтезу множини «кращих» структур Λ_{mcn}^2 із поточних множин Λ_{mcn}^1 та Λ_{mcn}'' у спосіб селекції структур λ_s^2 за показниками якості, де $\Lambda_{mcn}'' = \{\Lambda_1' \cup \Lambda_2' ... \cup ... \Lambda_s' ... \cup \Lambda_S'\}$. Таким чином отримуємо множину структур другого ряду формування Λ_{mcn}^2.

Для виходу із локальних мінімумів функції мети задачі (14), (15) запропоновано використовувати фазу бджіл розвідників.

Фаза бджіл розвідників.

Це фаза бджіл, які обирають нові джерела нектару випадковим чином, тобто це означає, що на цій фазі необхідно випадковим чином сформувати нові структури у спосіб, описаний на фазі ініціалізації. Для цього для кожної поточної структури λ_s введемо лічильник Limits, який в контексті ПМБК моделює процес зменшення кількості нектару відповідно до процедури виявлення вичерпаних джерел нектару.

Для розв'язування задачі виходу із локальних мінімумів функції мети оптимізаційної задачі (14), (15), значення лічильника Limits збільшуємо на «1» кожного разу, якщо під час парної чи групової селекції поточна структура не «оновилася», та обнуляємо – в іншому випадку. Збільшення значення лічильника Limits імітує процес вичерпування джерела нектару. Водночас використаємо критерій, який дозволяє виявляти вичерпані джерела нектару. Для цього введено константу LIMIT, значення якої дослідник задає як один із параметрів методу структурної ідентифікації перед його застосуванням. Таким чином, кожна структура λ_s^2 моделі другого ряду формування, для якої виконується умова Limits ≥ LIMIT, вважатиметься локальним мінімумом.

У такому випадку використовуємо оператор $P_N(F, I_{min}, I_{max})$, який випадковим чином генерує «нову» структуруλ_s^2 з множини F всіх структурних елементів, де кількість структурних елементів для цієї структури визначається випадково на інтервалі $m_s \in [I_{min}\ ;\ I_{\max}]$ відповідно до процедури випадкового пошуку нового джерела нектару. Оператор $P_N(F, I_{min}, I_{max})$ означає генерування випадковим чином структури λ_s^2 із множини усіх структурних елементів. Варто зазначити, що при формуванні «нової» структури ІДМ оператором $P_N(F, I_{min}, I_{max})$ йому будуть доступні всі структурні елементи із множини F.

Варто зазначити, що таких структур, згенерованих на цій фазі, є усього декілька відсотків від значення S (усіх робочих бджіл).

Варто зазначити, що використання розроблених операторів перетворень забезпечує ряд переваг, у порівнянні з алгоритмами ройового інтелекту чи генетичними алгоритмами. Зокрема, таблиця усіх структурних елементів є початково сформована і її використовуємо на кожній ітерації перетворення поточних структур моделей. Очевидно, що потужність сформованої початково множини структурних елементів не впливає на обчислювальну складність реалізації методу. З іншого боку, постійне використання (на кожній ітерації перетворення структур) таблиці структурних елементів знижує ризик втрати значущих елементів структури математичної моделі в процесі виконання операторів парної чи групової селекції, відповідно.

Якщо ж порівнювати запропонований алгоритм синтезу структури із алгоритмами на основі генетичних алгоритмів, то в запропонованому алгоритмі формування «нових» варіантів структур інтервальних моделей здійснюється на основі однієї структури із заміною або частковою заміною її компонентів, що не вимагає розробки та реалізації складних та нестандартних операторів для «схрещування» двох структур. Це у цілому спрощує реалізацію методу структурної ідентифікації.

Ймовірнісний підхід до розподілу кількості «нових» структур, на фазі активності бджіл-дослідників означає, що для структур, функції мети яких характеризуються найменшими значеннями, ймовірніше, що дослідження проводяться інтенсивніше, оскільки існує достатньо велика ймовірність, що ці ділянки містять структури близькі до оптимальних чи можливо і оптимальні. Такий механізм дає можливість швидше знайти розв'язок у вигляді оптимальної структури, або встановити факт зациклення процедури пошуку оптимальної структури на структурі, яка є локальним мінімумом функції мети.

Також застосування критерію «вичерпаності» дозволяє не тільки встановлювати факт зациклення процедури пошуку оптимальної структури на структурі, яка є локальним мінімумом функції мети, але і використовувати механізм на фазі бджіл-розвідників виходу із локального мінімуму, тобто здійснювати перехід на абсолютно іншу структуру.

Варто також відзначити, що у порівнянні із алгоритмами структурної ідентифікації на основі генетичних алгоритмів, а також у порівнянні із існуючими методами на основі ПМБК, формальні перетворення структур в запропонованому методі, націлені на більш «глибоке» перетворення структур інтервальних моделей статичних об'єктів з одночасним зменшенням кількості оцінювань значень функції мети. Це дає можливість зменшити кількість складних обчислювальних процедур оцінювання розв'язків ІСНАР. Разом з тим, поєднання запропонованого методу із ефективними методами параметричної ідентифікації інтервальних моделей дає можливість підсилити виграш щодо зниження обчислювальної складності і спрощення процедур побудови зазначених моделей.

Приклад застосування

Для апробації запропонованого методу застосуємо його для ідентифікації математичної моделі характеристик гідроелектростанції з метою дослідження та забезпечення максимальної ефективності використання гідроенергетичних ресурсів. За приклад таких досліджень обрано МГЕС «Топольки», яку побудовано на річці Стрипа в Тернопільській області. Зазначена МГЕС має дві турбіни, які з'єднано з генераторами з потужністю 70 та 90 кВт. Робота генераторів в системі вимагає постійної оцінки стану характеристик гідроресурсів та прогнозування можливої генерованої електроенергії з метою заощадливого використання обладнання станції. Зокрема, необхідним є прогнозування кожен раз при зміні погодних умов та сезонних коливань наявних гідроресурсів, з метою прийняття рішень про доцільність використання двох турбін одночасно, або використання однієї з двох турбін є доцільним. В такому випадку, одну із турбін можемо виводити на ремонт. Таким чином, виникає необхідність розробки та використання моделі, яка пов'язує кількість потенційно можливої згенерованої електроенергії в залежності від характеристик гідротехнічного обладнання та наявних гідроресурсів.

Спираючись на попередні праці [14, 15], в яких досліджувалися характеристики зазначеної МГЕС, модель генерованої електроенергії МГЕС подаємо у вигляді (1), де y_0 в даному випадку означає обсяг генерованої електроенергії за добу, вектор $\vec{x} = (x_1, x_2 x_3)$ складається з трьох компонент:x_1 – реактивна потужність, x_2 – напір води, x_3 – рівень води на гідропості.

У результаті досліджень цієї МГЕС отримано таблицю експериментальних даних [14]. Як бачимо з таблиці, кількість виробленої за добу електроенергії представлено в інтервальному вигляді внаслідок похибок оцінювання цієї величини технічними засобами.

Таблиця 2 – Узагальнені дані кількості згенерованої електроенергії МГЕС та факторів впливу на її генерування

№	Реактивна потужність, ВАр	Напір (різниця б'єфів), м	Рівень води на гідропості, м	Вироблена електроенергія, кВт
	x_1	x_2	x_3	$[y_i^-; y_i^+]$
1	182,5	4,6	6,5	[1087,2;1211,28]
2	182,7	4,7	5,5	[1069,08;1191 092]
3	182,7	4,7	4,97	[1069,08;1191,092]
4	182,7	4,7	5,45	[1087,2;1211,28]
5	182,9	4,7	7,5	[1069,08;1191,092]
6	183	4,7	11,9	[1087,2; 1211,28]
7	183,1	4,7	12,5	[1105,32;1231,468]
8	183,1	4,7	9,8	[1123,44;1251,656]
9	183,1	4,55	10,4	[1087,2;1211,28]
10	183,1	4,6	13,7	[1141,56;1271,844]
11	184,6	4,6	14,9	[1159,68; 1292,032]
12	184,6	4,6	14	[1159,68; 1292,032]
13	184,6	4,7	12,8	[1159,68; 1292,032]
14	184,7	4,65	12,5	[1141,56; 1271,844]
15	184,8	4,6	11,6	[1159,68; 1292,032]
16	184,8	4,7	10,4	[1159,68; 1292,032]
17	184,8	4,7	10,1	[1177,8; 1312,22]
18	184,8	4,8	7,3	[1050,96; 1170,904]
19	187,2	4,8	7,5	[1087,2; 1211,28]
20	187,2	4,7	7,1	[1105,32;1231,468]
21	187,2	4,8	7,3	[1105,32;1231,468]
22	187,2	4,75	8,3	[1087,2;1211,28]
23	187,2	4,7	8,3	[1069,08;1191,092]
24	189,1	4,6	7,24	[1050,96;1170,904]
25	189,1	4,7	5,74	[1105,32;1231,468]
26	189,2	4,7	4,64	[1014,72;1130,528]
27	189,4	4,6	4,78	[1032,84;1150,716]
28	189,4	4,8	5,74	[1105,32;1231,468]
29	189,4	4,8	4,11	[1014,72;1130528]
30	189,5	4,75	5,01	[1105,32;1231,468]

Спираючись на умову (5), де i означатиме номер доби, під час яких робилися виміри, отримаємо ІСНАР у вигляді (6). Для оцінювання розв'язків цієї ІСНАР використаємо метод параметричної ідентифікації, який наведено в праці [9], а для визначення структури математичної моделі запропонований метод структурної ідентифікації.

Сформовані набори структурних елементів на основі базисних функцій, подано в табл. 3. При цьому взято до уваги попередні дослідження щодо цієї моделі.

Із використанням методу структурної ідентифікації отримуємо таку інтервальну модель щодобової генерованої електроенергії:

$$[\hat{y}^-(\vec{x}); \hat{y}^+(\vec{x})] = [\hat{g}_0] + [\hat{g}_1] \cdot x_1 \cdot x_3 + [\hat{g}_2^2] \cdot x_3 \tag{22}$$

де $[g_0]$ =[1083,431; 1086,137], $[g_1]$ =[0,048; 0,054], $[g_2]$ =[-0,217; -0,242].

Таблиця 3 – Множина усіх потенційних структурних елементів для моделі характеристики МГЕС

№	Структурний елемент	№	Структурний елемент
1	x_1	12	$x_3^2x_2$
2	x_2	13	$x_3^2x_1$
3	x_1x_2	14	$x_3x_1^2$
4	x_1^2	15	$x_3^2x_2^2$
5	x_2^2	16	$x_3^2x_1^2$
6	x_3^2	17	$sin\, x_3$
7	x_1x_3	18	$sin\, x_3\, x_2$
8	x_2x_3	19	$sin\, x_3\, x_1$
9	$x_1^2x_2$	20	$sin\, x_1\, x_2$
10	$x_1x_2^2$	21	g_i
11	$x_3x_2^2$	22	g_i^2

На рис. 1 також показано результати вимірювань. Як бачимо на цьому рисунку отримана модель прогнозує добову кількість виробленої електроенергії в межах виміряної величини, що підтверджує її адекватність.

Рисунок 3 – Виміряні та прогнозовані результати добового генерування електроенергії МГЕС «Топольки»

В той час, як у праці [15] отримано таку інтервальну модель:

$$[\hat{y}(\vec{x})] = [5{,}5996; 5{,}6001] \cdot x_1 + [0{,}0937; 0{,}0941] \cdot x_1x_3 +$$

$$+[-5{,}7855; -5{,}7851] \cdot sin(\, x_3) + [-0{,}0077; -0{,}0073] \cdot x_1{x_2}^2$$

Як бачимо, отримана модель (22) є простішою, з точки зору її використання, оскільки містить меншу кількість структурних елементів та має гарантовані прогностичні властивості. Запропонований метод дає можливість отримувати прості з точки зору складності інтервальні моделі складних статичних обєктів із заданою гарантованою точністю. Такі особливості методу, забезпечують ефективний розвиток математичного апарату, який використовуються як в процесах прийняття рішень так і в процесах підготовки рішень у інтелектуалізованих систем, орієнтованих на дані.

Висновки

1. На основі теоретичних обґрунтувань нами сформульовано задачу структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних об'єктів, як задачі багаторазового пошуку розв'язків ІСНАР, у вигляді оптимізаційної задачі з нелінійною функцією мети та нелінійними обмеженнями.

2. Вперше запропоновано та обґрунтовано метод структурної ідентифікації інтервальних моделей характеристик статичних об'єктів на основі аналізу інтервальних даних, який на відміну від існуючих ґрунтується на процедурах самоорганізації та самоадаптації обчислювальних процедур за аналогією з поведінковими моделями бджолиної колонії, що дає можливість реалізувати процедури ідентифікації структури моделей з нижчою обчислювальною складністю та отримати інтервальні моделі з простішими структурами у порівнянні із відомими методами.

3. Запропонований метод апробовано на прикладі побудови інтервальної моделі характеристик малої гідроелектростанції, що продемонструвало ефективність використання обчислювальних процедур на основі поведінкових моделем бджолиної колонії, оскільки спрощує процес побудови моделей та забезпечує отримання інтервальних моделей із мінімальною складністю за кількістю параметрів та складністю структурних елементів.

Список літератури

[1] G. Alefeld, G. Mayer, "Interval analysis: theory and applications", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, № 121, pp. 421-464. 2000.

[2] А. Г. Ивахненко, *Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем*, Київ: Наукова думка, 1981, 296 с.

[3] V. Stepashko, O. Moroz, "Hybrid searching GMDH-GA algorithm for solving inductive modeling task", *Proceedings of the First Int. Conf. on Data Stream Mining & Processing (DSMP'2016)*, pp. 350-355. 2016.

[4] В. С. Степашко, *Елементи теорії індуктивного моделювання. Стан та перспективи розвитку інформатики в Україні: монографія, Кол. Авторів.* Київ, Україна: Наукова думка, 2010, с. 481-496.

[5] М. П. Дивак, *Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними*. Тернопіль, Україна: Видавництво ТНЕУ «Економічна думка», 2011, 216 с.

[6] М. П. Дивак, А. В. Пукас, "Концепція побудови міждисциплінарних математичних моделей системних характеристик складних об'єктів в умовах інтервальної невизначеності", *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Матеріали XIV міжнародної науково–технічної конференції "ВОТТП–14–2015"*, Одеса, 2015, с. 23–25.

[7] M. Dyvak, V. Manzhula, A. Pukas, P. Stakhiv, "Structural identification of interval models of the static systems", *International Workshop on Inductive Modelling: Proceedings of the 2nd International Workshop*. Prague, Czech Republic, 2007, pp. 172–179.

[8] S. Camazine, J. Sneyd, "ABCA A model of collective nectar source by honey bees: Self-organization through simple rules", *Journal of Theoretical Biology*, № 149, pp. 547–571, 1991.

[9] М. П. Дивак, Н. П. Порплиця, Т. М. Дивак, *Ідентифікація дискретних моделей динамічних систем з інтервальними даними: монографія*. Тернопіль, Україна: ВПЦ «Економічна думка ТНЕУ», 2018, 220 с.

[10] D. Karaboga, *An idea based on honey bee swarm for numerical optimization: Techn. Rep*, TR06, Erciyes: Erciyes Univ. Press, 2005, 10 p.

[11] D. Karaboga, B. Basturk, "A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm", *Journal of Global Optimization*, 2007, vol. 39, pp. 459-471.

[12] M. Dyvak, N. Porplytsya, Y. Maslyiak, N. Kasatkina, "Modified artificial bee colony algorithm for structure identification of models of objects with distributed parameters and control", *Proc. Of the 14th Intern. Conf. on Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM'2017)*, 2017, pp. 50-54.

[13] N. Porplytsya, M. Dyvak, T. Dyvak, "Method of structure identification for interval difference operator based on the principles of honey bee colony functioning", *Computational Problems of Electrical Engineering*, vol. 4, №2, pp. 57-68, 2014.

[14] М. П. Дивак, Ю. П. Франко, "Оцінка можливостей МГЕС «Топольки» методами аналізу інтервальних даних", *Збірник наукових праць ДонНТУ серії «Інформатика, кібернетика і обчислювальна техніка»*, вип. 10(153), с. 274-278. 2011.

[15] M. Dyvak, I. Oliynyk, A. Pukas, V. Manzhula, "Interval model for description the small hydroelectric power station and method of its construction", *Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of abstracts of the 15th International Conference 'CPEE'2014'*, Terchova–Vratna Dolina, Slovak Republic, 2014, p. 38.

Стаття надійшла: 21.05.2022.

References

[1] G. Alefeld, G. Mayer, "Interval analysis: theory and applications", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, № 121, pp. 421-464. 2000.

[2] A. H. Yvakhnenko, Induktivnyj metod samoorganizacii modelej slozhnyh sistem, Kyiv: Naukova dumka, 1981, 296 s. [in Russian].

[3] V. Stepashko, O. Moroz, "Hybrid searching GMDH-GA algorithm for solving inductive modeling task", *Proceedings of the First Int. Conf. on Data Stream Mining & Processing (DSMP'2016)*, pp. 350-355. 2016.

[4] V. S. Stepashko, *Elementy teorii induktyvnoho modeliuvannia. Stan ta perspektyvy rozvytku informatyky v Ukraini: monohrafiia, Kol. Avtoriv*. Kyiv, Ukraina: Naukova dumka, 2010, s. 481-496 [in Ukrainian].

[5] M. P. Dyvak, *Zadachi matematychnoho modeliuvannia statychnykh system z intervalnymy danymy*. Ternopil, Ukraina: Vydavnytstvo TNEU «Ekonomichna dumka», 2011, 216 s. [in Ukrainian].

[6] M. P. Dyvak, A. V. Pukas, "Kontseptsiia pobudovy mizhdystsyplinarnykh matematychnykh modelei sys-temnykh kharakterystyk skladnykh obiektiv v umovakh intervalnoi nevyznachenosti", *Vymiriuvalna ta obchysliuvalna tekhnika v tekhnolohichnykh protsesakh: Materialy KhIV mizhnarodnoi naukovo–tekhnichnoi konferentsii "VOTTP–14–2015"*, Odesa, 2015, s. 23–25 [in Ukrainian].

[7] M. Dyvak, V. Manzhula, A. Pukas, P. Stakhiv, "Structural identification of interval models of the static systems", *International Workshop on Inductive Modelling: Proceedings of the 2nd International Workshop*. Prague, Czech Republic, 2007, pp. 172–179.

[8] S. Camazine, J. Sneyd, "ABCA A model of collective nectar source by honey bees: Self-organization through simple rules", *Journal of Theoretical Biology*, № 149, pp. 547–571, 1991.

[9] M. P. Dyvak, N. P. Porplytsia, T. M. Dyvak, *Identyfikatsiia dyskretnykh modelei dynamichnykh system z intervalnymy danymy: monohrafiia*. Ternopil, Ukraina: VPTs «Ekonomichna dumka TNEU», 2018, 220 s. [in Ukrainian].

[10] D. Karaboga, *An idea based on honey bee swarm for numerical optimization: Techn. Rep*, TR06, Erciyes: Erciyes Univ. Press, 2005, 10 p.

[11] D. Karaboga, B. Basturk, "A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm", *Journal of Global Optimization*, 2007, vol. 39, pp. 459-471.

[12] M. Dyvak, N. Porplytsya, Y. Maslyiak, N. Kasatkina, "Modified artificial bee colony algorithm for structure identification of models of objects with distributed parameters and control", *Proc. Of the 14th Intern. Conf. on Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM'2017)*, 2017, pp. 50-54.

[13] N. Porplytsya, M. Dyvak, T. Dyvak, "Method of structure identification for interval difference operator based on the principles of honey bee colony functioning", *Computational Problems of Electrical Engineering*, vol. 4, №2, pp. 57-68, 2014.

[14] M. P. Dyvak, Yu. P. Franko, "Otsinka mozhlyvostei MHES «Topolky» metodamy analizu interva-lnykh danykh", *Zbirnyk naukovykh prats DonNTU serii «Informatyka, kibernetyka i obchysliuva-lna tekhnika»*, vyp. 10(153), s. 274-278. 2011 [in Ukrainian].

[15] M. Dyvak, I. Oliynyk, A. Pukas, V. Manzhula, "Interval model for description the small hydroelectric power station and method of its construction", *Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of abstracts of the 15th International Conference 'CPEE'2014'*, Terchova–Vratna Dolina, Slovak Republic, 2014, p. 38.

Відомості про авторів

Дивак Микола Петрович – доктор технічних наук, професор, декан факультету комп'ютерних інформаційних технологій.

Манжула Володимир Іванович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук.

Мельник Андрій Миколайович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук.

Пукас Андрій Васильович – доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри комп'ютерних наук.

M. P. Dyvak, V. I. Manzhula, A. M. Melnyk, A. V. Pukas

METHOD OF STRUCTURAL IDENTIFICATION OF NONLINEAR INTERVAL MODELS OF STATIC OBJECTS

Western Ukrainian National University, Ternopil