

**МАКСИМАЛЬНІ СТРУКТУРНО ОДНОРІДНІ НАПІВГРУПИ**

ВНТУ

**Анотація**

Скінченна напівгрупа називається структурно однорідною, якщо будь-які дві її підгрупи однакової висоти в частково впорядкованій множині піднапівгруп є ізоморфними. Зазначимо, що цей клас напівгруп містить клас скінченних напівгруп, для яких інверсний моноїд локальних автоморфізмів є конгруенц-переставним. В даній конференц статті ми даємо вичерпний список максимальних структурно однорідних напівгруп.

**Ключові слова:** структурно однорідна напівгрупа, інверсний моноїд, локальний автоморфізм.

**Abstract**

A finite semigroup is said to be structurally uniform if any two of its subgroups of the same height in a partially ordered set of subsemigroups are isomorphic. Note that this class of semigroups contains a class of finite semigroups for which the inverse monoid of local automorphisms is congruence permutable. In this conference paper, we give an exhaustive list of maximal structurally uniform semigroups.

**Keywords:** structurally uniform semigroup, inverse monoid, local automorphism.

Нехай  $P$  – скінченна лінійно впорядкована множина (або просто – ланцюг). За означенням довжиною ланцюга  $P$  називають число  $|P|-1$ . Далі, нехай  $L$  – скінченна впорядкована множина, що містить найменший елемент  $0$ . Висотою елемента  $x \in L$  називають довжину найдовшого ланцюга, що з'єднує  $0$  і елемент  $x$ . Якщо  $S$  – скінченна напівгрупа, то очевидно, що решітка всіх її піднапівгруп (стандартно позначається через  $Sub(S)$ ) утворює скінченну впорядковану множину відносно звичайного відношення включення, причому  $Sub(S)$  містить найменший елемент (який може бути і порожньою множиною). Отже, ґрунтуючись на загальному означенні ми можемо говорити про висоту піднапівгрупи  $A$  в решітці  $Sub(S)$ . Далі, нехай  $S$  – скінченна напівгрупа. Ізоморфізм між піднапівгрупами  $B, C \in Sub(S)$  називають **локальним автоморфізмом** напівгрупи  $S$ . Множина всіх локальних автоморфізмів напівгрупи  $S$  відносно звичайної операції композиції утворює **інверсний моноїд локальних автоморфізмів** напівгрупи  $S$  і позначається через  $LAut(S)$ . Вивчення взаємозв'язків між напівгрупою  $S$  і інверсним моноїдом  $LAut(S)$  є важливою проблемою в теорії інверсних напівгруп. Зокрема актуальною є проблема класифікації всіх скінченних напівгруп  $S$ , для яких інверсний моноїд  $LAut(S)$  є конгруенц-переставним. На рівні конкретних конструкцій ця проблема вичерпно вирішена в статті [1]. Продовженням цієї тематики є стаття [2], в якій дано повний список скінченних напівгруп, для яких інверсний моноїд локальних автоморфізмів є дельта-напівгрупою. Важливою проблемою у вищезгаданій тематичі є проблема класифікації скінченних структурно-однорідних напівгруп. Отже, напівгрупа  $S$  називається **структурно однорідною**, якщо будь-які дві її піднапівгрупи  $A$  і  $B$ , що мають однакові висоти в решітці  $Sub(S)$ , є ізоморфними. Виявляється (див. [3]), що решітка ідеалів інверсного моноїда  $LAut(S)$  утворює ланцюг тоді і лише тоді, коли напівгрупа  $S$  є структурно однорідною. Класифікація структурно однорідних напівгруп ще не завершена. Проте відомо, які групи, нільнапівгрупи і зв'язки належать до структурно однорідних (див. [3-5]).

Далі, клас скінченних структурно-однорідних напівгруп позначимо через  $STU$ . Скажемо, що структурно-однорідна напівгрупа  $S$  є **максимальною**, якщо будь-яка напівгрупа  $J$  така, що  $S \subset J$ , **не належить** класу  $STU$ . В статті [5] дано вичерпний список (з точністю до конкретних конструкцій) скінченних структурно однорідних нільпотентних напівгруп. Серед 11 класів таких напівгруп є три спорадичні напівгрупи  $A, B, C$ , кожна з яких задається за допомогою таблиці Келлі. А саме:

*	0	a	x	y	z
0	0	0	0	0	0
a	0	0	0	0	0
x	0	0	0	a	0
y	0	0	0	0	a
z	0	0	a	0	0

Таблиця Келлі для напівгрупи А.

*	0	a	b	x	y	z
0	0	0	0	0	0	0
a	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0
x	0	0	0	0	a	b
y	0	0	0	b	0	a
z	0	0	0	a	b	0

Таблиця Келлі для напівгрупи В.

*	0	a	x	y	z
0	0	0	0	0	0
a	0	0	0	0	0
x	0	0	a	0	a
y	0	0	a	a	0
z	0	0	0	a	a

Таблиця Келлі для напівгрупи С.

**Теорема.** Нижченаведений список скінченних максимальних структурно-однорідних напівгруп є вичерпним:

1. Нільнапівгрупа, що задана таблицею А.
2. Нільнапівгрупа, що задана таблицею В.
3. Нільнапівгрупа, що задана таблицею С.
4. Група кватерніонів  $Q_8$ .

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Derech, V.D.: Complete classification of finite semigroups for which the inverse monoid of local automorphisms is a permutable semigroup / Ukr. Math. J., **68**, 1820-1828 (2017)
2. Derech, V.D.: Complete classification of finite semigroups for which the inverse monoid of local automorphisms is a delta-semigroup. / Semigroup Forum **102**, 397-407 (2021)
3. Derech, V.D.: Structure of a finite commutative inverse semigroup and a finite bundle for which the inverse monoid of local automorphisms is permutable. / Ukrainian Mathematical Journal, **63**, 1390-1399 (2012)

4. Derech V.D.: Finite structurally uniform groups and commutative nilsemigroups / Ukr. Math. J., **70**, 1237-1251 (2019)
5. Derech V.D.: Classification of finite uniform nilsemigroups / Semigroup Forum, <https://doi.org/10.1007/s00233-023-10341-6> (2023)

*Дереч Володимир Дмитрович*, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики Вінницького національного технічного університету, Вінниця, [derech@vntu.edu.ua](mailto:derech@vntu.edu.ua)

*Барковська Алла Андріївна*, старший викладач кафедри вищої математики Вінницького національного технічного університету, Вінниця, [barkovska@vntu.edu.ua](mailto:barkovska@vntu.edu.ua)

*Derech Volodymyr Dmytrovych*, PhD in Mathematics, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, [derech@vntu.edu.ua](mailto:derech@vntu.edu.ua)

*Barkovska Alla*, Senior Lecturer of the Department of Higher Mathematics Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, [barkovska@vntu.edu.ua](mailto:barkovska@vntu.edu.ua)