

# ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДИК ВИЗНАЧЕННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК ЗА РІЗНИМИ ЗАЛЕЖНОСТЯМИ «НАПРУЖЕННЯ-ДЕФОРМАЦІЇ» ЗГІДНО ДБН В.2.6-98:2009

Vinnitsia National Technical University

## Анотація

Наведено порівняльний аналіз методик визначення несучої здатності залізобетонних балок (друга проектна задача), що базуються на основі деформаційного підходу згідно чинних норм розрахунку ДБН В.2.6-98:2009 «Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення». Розглянуто результати визначення максимального значення згинального моменту у балці  $M_u$  за п'ятьма методиками, що базуються на використанні криволінійної епюри «напруження-деформації» (нелінійна деформаційна модель Бамбури А.М., нова деформаційна модель д.т.н. Павлікова А.М., деформаційно-силова модель Ромашко В.М.), спрощеної білінійної епюри «напруження-деформації» (Попов В. О., Войцехівський О. В.) а також спрощеної прямокутної епюри «напруження-деформації» (Бабаєв В. М., Бамбура А. М., Пустовойтова О.М. та ін.). Показано, що розрахунок несучої здатності для всіх зазначених методик відрізняється від нормативного за ДБН та ДСТУ [1,2] у межах 1%. При цьому, на думку автора найпростішою з точки зору інженерного використання та інтерпретації реалізованого алгоритму є прямокутна залежність, а найбільш складною є методика за деформаційно-силовою моделлю Ромашко В.М.

**Ключові слова:** Єврокод 2, залізобетонна балка, несуча здатність перерізу, залежність «напруження-деформації», рівнодійна зусиль стиснутої зони бетону.

## Abstract

The thesis presents a comparative analysis of methods for determining the load-bearing capacity of reinforced concrete beams (second design task), based on the deformation approach according to current standards of calculation DBN V.2.6-98: 2009 "Concrete and reinforced concrete structures. Substantive provisions". The results of determining the maximum value of the bending moment in the  $M_u$  beam by five methods based on the use of a curvilinear diagram of "stress-strain" (nonlinear deformation model of Bambura A.M., new deformation model of Pavlikov A.M., deformation-force model Romashko V.M.), simplified bilinear diagram of "stress-strain" (Popov V.O., Wojciechivski O.V.) as well as a simplified rectangular form of «stress-strain» diagram (Babayev V.M., Bambura A.M., Pustovoitova O.M., etc.). It is shown that the calculation of bearing capacity for all these methods differs from the normative according to DBN and DSTU [1, 2] within 1%. In this case, according to the author, the simplest in terms of engineering use and interpretation of the implemented algorithm is a rectangular dependence, and the most complex is the method of deformation-force model Romashko V.M.

**Keywords:** Eurocode 2, reinforced concrete beam, load-bearing capacity, cross-section, «stress-strain» dependence, the equivalent force of compressed concrete zone.

## Вступ

Курс нашої держави у європейський простір неможливий без гармонізації нормативних вимог, в тому числі у будівництві. В зв'язку з тим, що починаючи з 01.07.2011 в Україні введено нові нормативні документи по проектуванню залізобетонних конструкцій, а саме ДБН В.2.6-98:2009 «Бетонні та залізобетонні конструкції» [1], супутній йому ДСТУ Б В.2.6-156:2010 «Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону» [2], які скасовують в нашій державі дію СНиП 2.03.01-84\* [4], який був основою розрахунку залізобетонних конструкцій більше 25 років, то постало питання розробки інженерних методик розрахунку прийнятої у нових нормах парадигми розрахунку за нелінійною деформаційною моделлю, передумови до якої були закладені ще у п. 1.31-1.40 [4]. В зв'язку з чим, вітчизняними науковцями Барашиковим А. Я., Бамбурою А. М., Бабичем Є. М., Голишевим О. Б., Павліковим А. М., Бліхарським З. Я., Шмуклером В. С., Ромашко В. М., Войцехівським О.В., Мурашко Л. Я., Поповим В.

О., Байдою Д. М. та багатьма іншими була присвячена низка робіт по впровадженню та реалізації положень та алгоритмів практичного інженерного розрахунку, що базується на новій нелінійній деформаційній моделі поведінки бетону під навантаженням, які було реалізовано у посібниках та рекомендаціях [5, 6, 7, 8, 10, 119].

Варто відмітити, що процес розвитку методів розрахунку за нелінійною деформаційною моделлю поведінки бетону триває досі та є особливо актуальним для вітчизняних інженерів та науковців у галузі розрахунку будівельних конструкцій, а також при підготовці фахівців-будівельників.

Саме тому у даній статті виконана спроба порівняти та проаналізувати апробовані методики розрахунку несучої здатності залізобетонних балок, які вже є на озброєнні у вітчизняних інженерів та науковців у практиці проектування та розрахунку нормальних перерізів залізобетонних балок.

### Постановка завдання

Проаналізувати результати визначення несучої здатності за різними методиками при мінімальному та максимальному відсотку армування згідно запропонованих алгоритмів [5, 6, 7, 8, 9], які віддзеркалюють причинно-наслідковий зв'язок між напруженнями та деформаціями згідно чинних норм [1, 2].

### Основний матеріал і результати

Для проведення чисельного моделювання з визначення несучої здатності прямокутної залізобетонної балки з одиночним та подвійним армуванням прийнято відповідні вихідні дані (висота балки  $h$ , ширина балки  $b$ , фізико-механічні властивості бетону ( $f_{cd}$ ,  $E_{cd}$ ,  $\epsilon_c$ ) та арматури ( $f_{yd}$ ,  $E_s$ ), прийняте армування  $A_s$  ( $A_s'$ ) та захисний шар бетону  $a_s$  ( $a_s'$ ). Прийнято, що балка є елементом балкової клітини промислової будівлі, що не зазнає впливу вітру, снігу, ожеледі тощо. Розглядається класична задача, коли при відомому армуванні, класі бетону та арматури необхідно визначити несучу здатність перерізу балки  $M_u$ . Розв'язок задачі із визначення несучої здатності перерізу виконано згідно алгоритмів, запропонованих Поповим В.О., Павліковим А. М. [5], колективом авторів під редакцією Шмуклера В. С. [6], Мурашко Л. А. [9], Ромашко В. М. [11] та Войцехівським О. В. [8].

Вихідні дані задачі наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Характеристики поперечного перерізу балки

Ширина $b$ , м	Висота $h$ , м	Клас міцності бетону	Розтягнута арматура, $A_s$	Захисний шар бетону $a_s$ , м	Клас арматури
0,25	0,5	C25/30	3Ø22	0,04	A500C

На рис.1 наведено розрахункові схеми визначення параметрів несучої здатності для балочного елемента.

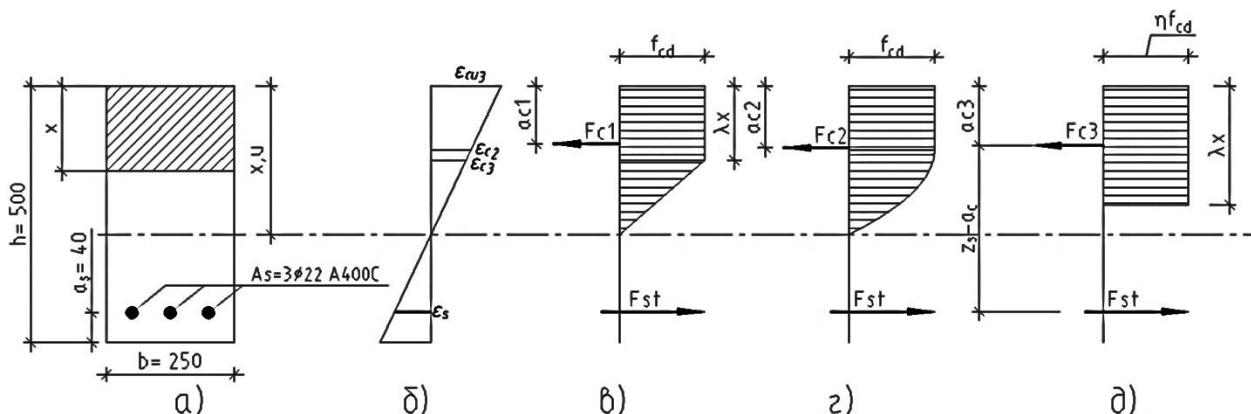


Рис. 1 – Розрахункова схема нормального перерізу зігнутої балки: а) – поперечний переріз балки; б) – білінійна залежність «напруження – деформації»; в) – параболо-прямокутна залежність «напруження – деформації»; г) – прямокутна залежність «напруження – деформації»; ( $x$  – фактична висота стиснутої зони;  $x_u$  – гранична висота стиснутої зони;  $a_{c1}$ ,  $a_{c2}$ ,  $a_{c3}$  – відстань від крайнього стиснутої фібри бетону до рівнодійної стиснутого бетону  $F_c$  за білінійною, параболо-прямокутною та прямокутною залежністю «напруження – деформації» відповідно;  $F_{st}$  – рівнодійна розтягнутої арматури)

### Вихідні дані для чисельного моделювання

1. З табл. 3.1 [1] виписуємо деформаційні і міцнісні характеристики бетону C25/30:

- граничну розрахункову відносну деформацію бетону  $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,0 \cdot 10^{-3}$ ;
  - розрахункову відносну деформацію бетону, яка відповідає пружній роботі бетонного каменю,  $\varepsilon_{c3,cd} = 0,68 \cdot 10^{-3}$ ;
  - деформації при максимальних напруженнях при розрахунках за першою групою граничних станів  $\varepsilon_{c1,cd} = 3,28 \cdot 10^{-3}$ ;
  - величину розрахункової міцності бетону на стиск  $f_{cd} = 17$  (МПа);
  - дія навантаження прийнята нетривалою (короткочасною),  $\gamma_{c1} = 1$  за п. 3.1.2.5 [2];
- З табл. 2.1 [1] виписуємо коефіцієнт надійності для арматури A500C  $\gamma_s = 1,15$ .

2. За табл. 3.4 [2] виписуємо міцнісні та деформаційні характеристики арматури:

- межу текучості,  $f_{yk} = 500$  (МПа);
- модуль пружності,  $E_s = 2,1 \cdot 10^5$  (МПа);
- Пружні деформації арматури за формулою (3.16) [2]

$$\varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434,78}{2,1 \cdot 10^5} = 2,070 \cdot 10^{-3}.$$

де  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78$  (МПа) згідно формули (3.15) [2].

3. Призначаємо величину захисного шару бетону  $a_s = 40$  (мм).

4. Обчислюємо робочу висоту перерізу:

$$d = h - a_s = 500 - 40 = 460 \text{ (мм)}.$$

Оскільки подальший розрахунок обумовлений особливостями використання прийнятої спрощеної діаграми деформування бетону «напруження-деформації», то нижче покроково наведено результати для кожного з типів.

Згідно діючих норм розрахунку [1, 2], згинальний момент визначений за нелінійною деформаційною моделлю на ЕОМ складає 197,30 кН×м. В якості діаграми деформування прийнято поліном 5-го ступеня.

**Алгоритм розрахунку згідно методики Попова В. О. з авторського колективу [13].** В якості розрахункової діаграми прийнято білінійна діаграма згідно п. 3.1.6.2 (рис.3.2) [2].

Визначаємо коефіцієнт пластичності бетону  $\lambda$  за білінійною діаграмою «напруження-деформації» (див. рис. 1в) за формулою

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}} \quad (1)$$
$$\lambda = \frac{3,0 \cdot 10^{-3} - 0,68 \cdot 10^{-3}}{3,0 \cdot 10^{-3}} = 0,773.$$

5. Обчислюємо відносне значення граничної висоти стиснутої зони бетону (показано лише результат виводу формули з діаграми «напруження-деформації» за рис. 2) за формулою (1.2.12) [6]

$$\xi_R = \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{s0} + \varepsilon_{cu3,cd}} \quad (2)$$
$$\xi_R = \frac{3,0 \cdot 10^{-3}}{2,070 \cdot 10^{-3} + 3,0 \cdot 10^{-3}} = 0,592.$$

6. При відомому армуванні фактичне значення умовної висоти стиснутої зони

$$\xi_{fact} = \frac{2 \cdot f_{yd} \cdot A_s}{(1 + \lambda) \cdot b \cdot f_{cd} \cdot \gamma_{c1} \cdot d} \quad (2)$$

$$\xi_{fact} = \frac{2 \cdot 434,78 \cdot 10^3 \cdot 1,14 \cdot 10^{-3}}{(1 + 0,773) \cdot 0,2 \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,46} = 0,286.$$

7. Оскільки  $\xi_{fact} < \xi_R$ , тобто переріз заармований раціонально, руйнування відбудеться по арматурі (пластичне руйнування). Максимальний згинальний момент у балці  $M_u$ , дорівнюватиме:

$$M_u = f_{yd} A_s \cdot d \cdot \left[ 1 - \frac{\xi_{fact} \cdot (\lambda^2 + \lambda + 1)}{3 \cdot (\lambda + 1)} \right] =$$

$$= 1,14 \cdot 10^{-3} \cdot 434,78 \cdot 10^3 \cdot 0,46 \cdot \left[ 1 - \frac{0,286 \cdot (0,773^2 + 0,773 + 1)}{3 \cdot (0,773 + 1)} \right] = 198,94 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

#### Алгоритм розрахунку згідно методики Войцехівського О. В. [8]

В якості розрахункової діаграми прийнято білінійна діаграма згідно п. 3.1.6.2 (рис. 3.2) [2] (див. рис. 1в).

1. Визначаємо деформації видовження робочої арматури

$$\varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434,783}{2,1 \cdot 10^5} = 2,070 \cdot 10^{-3};$$

2. Коефіцієнт довжини плеча  $k_\lambda$  рівнодійної бетону  $F_c$  відносно розрахункової висоти перерізу  $d$  визначаємо за формулою (4.26) 8]

$$k_\lambda = \frac{(\lambda^2 + \lambda + 1)}{3(1 + \lambda)} \quad (3)$$

$$k_\lambda = \frac{(0,773^2 + 0,773 + 1)}{3(1 + 0,773)} = 0,446;$$

3. Величина середніх напружень, розподілених по висоті стиснутої зони бетону

$$q_c = \frac{1}{2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot (1 + \lambda) = \frac{1}{2} \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot (1 + 0,773) = 3768,33 \text{ (кН/м)};$$

4. Визначаємо фактичну умовну висоту стиснутої зони з умов початку текучості арматури

$$\xi_{fact} = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{d \cdot q_c} = \frac{2 \cdot f_{yd} \cdot A_s}{(1 + \lambda) \cdot b \cdot f_{cd} \cdot \gamma_{c1} \cdot d} = \frac{2 \cdot 434,78 \cdot 10^3 \cdot 1,14 \cdot 10^{-3}}{(1 + 0,773) \cdot 0,2 \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,46} = 0,286.$$

Оскільки при прийнятій білінійній формі розподілу напружень гранична умовна висота стиснутої зони бетону визначається за однаковою з попередньою методикою, залежністю

$$\xi_R = \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{s0} + \varepsilon_{cu3,cd}} = \frac{3,0 \cdot 10^{-3}}{2,070 \cdot 10^{-3} + 3,0 \cdot 10^{-3}} = 0,592.$$

5. Фактична умовна висота стиснутої зони  $\xi < \xi_R$  робимо висновок, що балка буде руйнуватись при текучості арматури, і подальший розрахунок ведемо за першим характерним випадком руйнування.

6. Знаходимо деформації арматури за залежністю (4.32) 8]

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu3,cd} \cdot \left( \frac{d}{x_1} - 1 \right) = \varepsilon_{cu3,cd} \cdot \left( \frac{1}{\xi_{fact}} - 1 \right) = 3,0 \cdot \left( \frac{1}{0,286} - 1 \right) = 3,335 \times 10^{-3}.$$

7. Перевіряємо умову непружної роботи розтягнутої арматури

$$\varepsilon_{ud} = 20 \times 10^{-3} > \varepsilon_s = 3,335 \times 10^{-3} > \varepsilon_{s,0} = 2,174 \times 10^{-3},$$

8. Обчислюємо несучу здатність перерізу  $M_u$

$$\begin{aligned} M_u &= x_1 \cdot q_c \cdot (d - x_1 \cdot k_\lambda) = \xi_{fact} \cdot d \cdot q_c \cdot (d - \xi_{fact} \cdot d \cdot k_\lambda) = \\ &= 0,286 \cdot 0,46 \cdot 3768,33 \cdot (0,46 - 0,286 \cdot 0,46 \cdot 0,446) = 198,94 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

**Алгоритм розрахунку згідно методики авторського колективу [86,9]**

В якості розрахункової діаграми прийнято рівномірний розподіл напружень (прямокутна епюра напружень) згідно п. 3.1.6.2 (рис. 3.3) [2].

1. Фактичне значення умовної висоти стиснутої зони

$$\xi_{fact} = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd} \cdot \gamma_{c1} \cdot d} = \frac{434,78 \cdot 10^3 \cdot 1,14 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 0,2 \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,46} = 0,317.$$

2. Оскільки  $\xi_{fact} < \xi_R$ , тобто переріз заармований раціонально, руйнування відбудеться по арматурі (пластичне руйнування).

3. Коефіцієнт довжини плеча  $\zeta$  рівнодійної стиснутого бетону  $F_c$  відносно розрахункової висоти перерізу  $d$  за формулою (1.2.16) б]

$$\zeta = 1 - 0,4 \cdot \xi_{fact}. \quad (4)$$

$$\zeta = 1 - 0,4 \cdot 0,317 = 0,873.$$

Максимальний згинальний момент у балці  $M_u$ , дорівнюватиме:

$$M_u = f_{yd} A_s \cdot d \cdot \zeta = 1,14 \cdot 10^{-3} \cdot 434,78 \cdot 10^3 \cdot 0,46 \cdot 0,873 = 199,10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

**Алгоритм розрахунку згідно методики Павлікова А. М. [86]**

У якості розрахункової парадигми прийнято екстремальний критерій міцності (рис. 2).

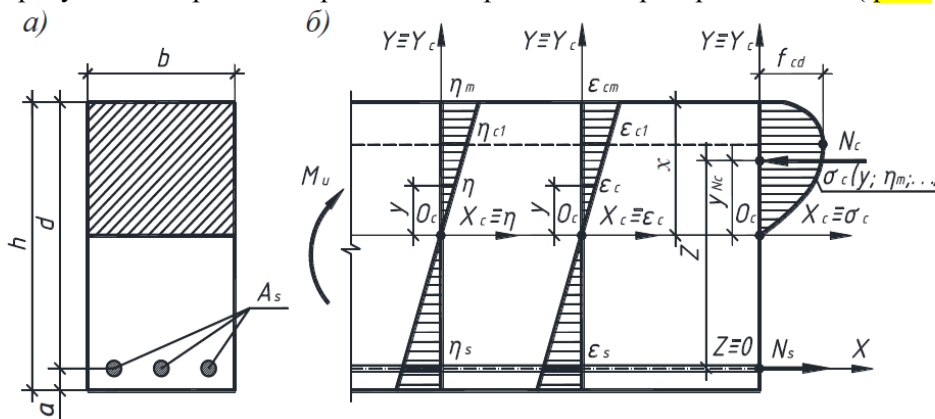


Рис. 2 – Розрахункова схема при розрахунку міцності балки за [5]

1. Визначаємо коефіцієнт  $k$  з діаграми «напруження- деформації» за формулою (3.4) [1]

$$\begin{aligned} k &= \frac{1,05 \cdot \varepsilon_{c1,cd} \cdot E_{cd}}{f_{cd}}. \quad (5) \\ k &= \frac{1,05 \cdot 3,28 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^6}{17 \cdot 10^3} = 2,610. \end{aligned}$$

2. Фактичне значення відносної відносна висота стиснутої зони визначаємо з а формулою (3.53)

[5]

$$\xi_{fact} = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{b \cdot f_{cd} \cdot \gamma_{c1} \cdot d}. \quad (6)$$

$$\xi_{fact} = \frac{434,78 \cdot 10^3 \cdot 1,14 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,46} = 0,2535.$$

3. Значення коефіцієнтів висоти плеча  $\chi$  рівнодійної бетону  $F_c$  відносно висоти стиснутої зони перерізу  $x$ , повноти епюри  $\omega$  та граничний рівень відносних деформацій  $\eta_u$  в найбільш стиснутій фібрі бетону балки, які є функцією коефіцієнта  $k$  за прийнятою нелінійною деформаційною моделлю за екстремальним критерієм визначаємо інтерполюючи, за таблицею А.3 [5]

$$\omega = 0,773; \chi = 0,530; \eta_u = 1,216.$$

4. За формулами (3.53)-(3.55) [5] визначаємо поправочні значення коефіцієнтів відносної висоти стиснутої зони  $\bar{\xi}$ , відносного згинального моменту  $\bar{\alpha}_m$  та коефіцієнта плеча  $\bar{\zeta}$  рівнодійної стиснутого бетону  $F_c$  відносно розрахункової висоти перерізу  $d$

$$\bar{\xi} = \frac{\xi}{\omega} = \frac{0,457}{0,773} = 0,328;$$

$$\bar{\alpha}_m = \xi_{fact} \cdot (1 - \chi \cdot \xi_{fact}) = 0,2535 \cdot (1 - 0,530 \cdot 0,2535) = 0,219;$$

$$\bar{\zeta} = 1 - \chi \cdot \xi_{fact} = 1 - 0,530 \cdot 0,2535 = 0,866.$$

5. Граничне відносне значення висоти стиснутої зони за формулою (3.59) [5]

$$\bar{\xi}_R = \frac{1}{1 + \frac{f_{yd}}{\varepsilon_{c1,cd} \cdot \eta_u \cdot E_s}}. \quad (7)$$

$$\bar{\xi}_R = \frac{1}{1 + \frac{434,78}{3,28 \cdot 10^{-3} \cdot 1,216 \cdot 2,0 \cdot 10^5}} = 0,506.$$

6. Перевіряємо умову (3.60) [5]  $\bar{\xi} < \bar{\xi}_R : 0,328 < 0,506$ .

Оскільки умова виконується, момент який може сприймати переріз балки:  
За формулою (4.5) при  $A_s' = 0$  [5]

$$M_u = \bar{\alpha}_m \cdot f_{cd} \cdot \gamma_{c1} \cdot b \cdot d. \quad (8)$$

$$M_u = 0,219 \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,2 \cdot 0,46 = 197,37 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

За формулою (4.6) при  $A_s' = 0$  [5]

$$M_u = A_s \cdot f_{yd} \cdot \bar{\zeta} \cdot d. \quad (9)$$

$$M_u = 1,14 \cdot 10^{-3} \cdot 434,78 \cdot 10^3 \cdot 0,866 \cdot 0,46 = 197,37 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

**Алгоритм розрахунку згідно методики Ромашко В. М. [86]**

У якості розрахункової парадигми прийнято деформаційно-силова модель (рис. 3).

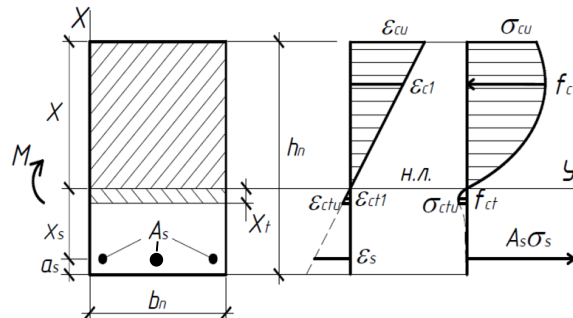


Рис.3 Розрахункова схема при розрахунку міцності балки за [5]

1. Випишемо вихідні параметри:

$E_{cd} = 25000$  МПа (табл. 3.1 [86]);

2. Критичні деформації стиснутого бетону за формулою (1.11) [5]

$$\varepsilon_{c1} = f_{cd} / E_{cd} + (140 - 0,7 f_{ck}) \cdot 10^{-5}. \quad (10)$$

$$\varepsilon_{c1} = 22 / 37244 + (140 - 0,7 \cdot 22) \cdot 10^{-5} = 1,961 \cdot 10^{-3}.$$

3. Основні параметри діаграми деформування обчислюємо згідно формули (18) [5]

$a = E_{cd} = 25000$  (МПа);  $b_R = f_{cd} / \varepsilon_{c1}^2 = 17 / (1,961 \cdot 10^{-3})^2 = 4,421 \cdot 10^6$  (МПа);

$$c = \frac{E_{cd}}{f_{cd}} - \frac{2}{\varepsilon_{c1}} = \frac{25000}{17} - \frac{2}{1,961 \cdot 10^{-3}} = 450,70.$$

4. Граничні деформації бетону на стиск визначаємо за загальною формулою (1.12) [5]

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{c1} \cdot \left[ 1 + \frac{0,322 \cdot \sqrt{\ln k}}{1 + \left( \frac{k-2}{6} \cdot \ln \left( \frac{6}{k} - 0,2 \right) \right)^2} \right]. \quad (11)$$

$$\varepsilon_{cu} = 1,961 \cdot 10^{-3} \cdot \left[ 1 + \frac{0,322 \cdot \sqrt{\ln 2,884}}{1 + \left( \frac{2,884-2}{6} \cdot \ln \left( \frac{6}{2,884} - 0,2 \right) \right)^2} \right] = 2,605 \cdot 10^{-3}.$$

Де  $k = \frac{E_{cd} \cdot \varepsilon_{c1}}{f_{cd}} = \frac{25000 \cdot 1,961 \cdot 10^{-3}}{17} = 2,884$  – параметр деформативності бетону.

5. При раціональному армуванні згинальних елементів напруження в граничній стадії в розтягнутій арматурі зазвичай досягають межі текучості ( $\varepsilon_s > \varepsilon_{s0}$ ), тому деформації в ній знайдемо за формулою (2.9) [11]

$$\varepsilon_s = \frac{\delta_c \cdot \alpha_c}{f_{yk} \cdot \rho l} - \varepsilon_{cu}, \quad (12)$$

де  $\rho l$  – відсоток армування балки,

$$\rho l = A_s \cdot b \cdot d = 1140 / 250 \cdot 460 = 9,913 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta_c = \frac{a + b_R / c}{c} = \frac{25000 + 4,421 \cdot 10^6 / 450,70}{450,70} = 77,23 \text{ (МПа)};$$

$$\alpha_c = -\frac{b_R \cdot \varepsilon_{cu}^2}{2 \cdot (a + b_R / c)} + \varepsilon_{cu} - \frac{\ln(1 + c \cdot \varepsilon_{cu})}{c} = -\frac{4,421 \cdot 10^6 \cdot (2,605 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot (25000 + 4,421 \cdot 10^6 / 450,70)} + 2,605 \cdot 10^{-3} - \frac{\ln(1 + 450,70 \cdot 2,605 \cdot 10^{-3})}{450,70} = 4,452 \cdot 10^{-4}.$$

$\delta_c, \alpha_c$  – коефіцієнти, що знаходять за формулою (2.6) [11].

$$\varepsilon_s = \frac{\delta_c \cdot \alpha_c}{f_{yd} \cdot \rho l} - \varepsilon_{cu} = \frac{77,23 \cdot 4,452 \cdot 10^{-4}}{434,78 \cdot 9,913 \cdot 10^{-3}} - 2,605 \cdot 10^{-3} = 5,4 \cdot 10^{-3}.$$

6. Кривизна балки в стані граничної рівноваги становитиме [11]

$$\frac{1}{r_u} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_{cu}}{d} = \frac{5,4 \cdot 10^{-3} + 2,605 \cdot 10^{-3}}{460} = 0,017 \text{ (1/м)}.$$

7. Несуча здатність балки за формулою (2.10) [11] остаточно складатиме

$$M_u = \frac{b}{(1/r_u)^2} \cdot [\beta_c \cdot \delta_c + f_{yd} \cdot \rho l \cdot \varepsilon_s \cdot (\varepsilon_s + \varepsilon_{cu})], \quad (13)$$

де  $\beta_c = -\frac{b_R \cdot \varepsilon_{cu}^3}{3 \cdot (a + b_R / c)} + \frac{\varepsilon_{cu}^2}{2} - \frac{\varepsilon_{cu}}{c} + \frac{\ln(1 + c \cdot \varepsilon_{cu})}{c^2}$ , коефіцієнт [11];

$$\beta_c = -\frac{4,42 \cdot 10^6 \cdot (2,605 \cdot 10^{-3})^3}{3 \cdot (25000 + 4,42 \cdot 10^6 / 450,70)} + \frac{(2,605 \cdot 10^{-3})^2}{2} - \frac{2,605 \cdot 10^{-3}}{450,70} + \frac{\ln(1 + 450,70 \cdot 2,605 \cdot 10^{-3})}{450,70^2} = 672,889 \cdot 10^{-9}.$$

$$M_u = \frac{250}{(0,017)^2} \cdot \left[ 672,89 \cdot 10^{-9} \cdot 77,23 + 434,78 \cdot 9,91 \cdot 10^{-3} \cdot 5,4 \cdot 10^{-3} \cdot (5,4 \cdot 10^{-3} + 2,605 \cdot 10^{-3}) \right] = 197,54 \text{ (кН} \cdot \text{м)}.$$

Варто відмітити, що хоча й ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010.Єврокод 2 [3], який має нормативну чинність в нашій державі, та покладений в основу вітчизняних нормативів [1, 2] характеристики бетонів у ньому відрізняються від тих, які використовуються в Україні, в тому числі й деформативні характеристики  $\varepsilon_{c1,cd}$ ,  $\varepsilon_{cu1,cd}$  тощо. Парадоксальним є те, що в нашій державі обидва документи – [3] та [1, 2] досі є чинними.

У зв'язку з цим викликає практичний інтерес розрахунок міцності за параболо-прямокутною епюрою прийнятою у [3], але з використанням характеристик бетонів [1, 2]. Для того, щоб не переобтяжувати статтю аналітичними формулами, скористаємось даними [14], в яких автор наводить розрахунок площі, центру ваги для параболо-прямокутної залежності «напруження-деформації».

Так, згідно [14] площа параболо-прямокутної епюри, фізичний зміст якої виражається у інтенсивності напружень в стиснутому бетоні (або усередненому значенні розподілених внутрішніх напружень за [8]):

$$S_{заг} = \frac{f_{cd} \cdot \left( \varepsilon_{cu2} - \frac{1}{3} \varepsilon_{c2} \right) \cdot x}{\varepsilon_{cu2}},$$

де  $x$  – фактична висота стиснутої зони у перерізі балки для схеми за рис. 1 г).

Якщо проаналізувати залежність між  $\varepsilon_{c2} = 2\%$  та  $\varepsilon_{c3} = 1,75\%$  згідно [3], для класів бетону

до C50/60 та виразити  $\varepsilon_{c2} = \frac{2}{1,75} \varepsilon_{c3} = \frac{8}{7} \varepsilon_{c3}$  то враховуючи що  $\varepsilon_{cu2} = \varepsilon_{cu3} = 3,5\%$  згідно [3] та

наявність даних  $\varepsilon_{c3,cd}$ ,  $\varepsilon_{cu3,cd}$  згідно [1, 2], які використовуються для розрахунків за першою групою граничних станів, до яких відносяться розрахунок з несучої здатності, то можемо виразити значення

$\varepsilon_{c2,cd} = \frac{8}{7} \varepsilon_{c3,cd}$ , з урахуванням вітчизняних характеристик бетонів та виконати розрахунок за пара-

боло-прямокутною епюрою напружень.

Рівнодійна зусиль стиснутого бетону в граничному стані при висоті стиснутої зони  $x_1 = x_{1u}$  згідно [14], з урахуванням вщеззначених припущень буде мати вигляд:



$$F_c = S_{заг} \cdot b = \frac{f_{cd} \cdot \left( \varepsilon_{cu2} - \frac{1}{3} \varepsilon_{c2} \right) \cdot x_{1u} \cdot b}{\varepsilon_{cu2}} = \frac{f_{cd} \cdot \left( \varepsilon_{cu3,cd} - \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{7} \cdot \varepsilon_{c3,cd} \right) \cdot x_{1u} \cdot b}{\varepsilon_{cu3,cd}}. \quad (14)$$

Гранична висота стиснутої зони аналогічно з попередніми розрахунками за методиками [8, 13] дорівнюватиме

$$\xi_R = \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{s0} + \varepsilon_{cu3,cd}} = \frac{3,0 \cdot 10^{-3}}{2,070 \cdot 10^{-3} + 3,0 \cdot 10^{-3}} = 0,592.$$

$$F_c = \frac{17 \cdot 10^3 \cdot \left( 3,0 \cdot 10^{-3} - \frac{8}{21} \cdot 0,68 \cdot 10^{-3} \right) \cdot 0,592 \cdot 0,46 \cdot 0,2}{3,0 \cdot 10^{-3}} = 495,65 \text{ кН}.$$

Фактичну висоту стиснутої зони знайдемо за аналогіє до формули (2) використовуючи формулу (14):

$$\xi_{fact} = \frac{f_{yd} \cdot A_s \cdot \varepsilon_{cu2,cd}}{(\varepsilon_{cu2,cd} + \frac{1}{3} \varepsilon_{c2,cd}) \cdot b \cdot f_{cd} \cdot \gamma_{c1} \cdot d} =$$

$$= \frac{434,78 \cdot 1,14 \cdot 10^{-3} \cdot 3,0 \cdot 10^{-3}}{(3,0 \cdot 10^{-3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{7} \cdot 0,68 \cdot 10^{-3}) \cdot 0,2 \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,46} = 0,28.$$

Оскільки  $\xi_{fact} < \xi_R$ , тобто переріз заармований раціонально, руйнування відбудеться по арматурі (пластичне руйнування). Максимальний згинальний момент у балці  $M_u$ , згідно [14] при дорівнюватиме:

$$M_u = F_c \cdot (d - a_c) = 495,65 \cdot (0,46 - 0,059) = 198,97 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

де  $a_c$  – плече рівнодійної стиснутого бетону до крайнього стиснутого волокна балки (див рис. 1 г), яке згідно [14] має вираз:

$$a_c = x_1 \cdot \frac{\left( \varepsilon_{cu2} - \frac{6 \cdot \varepsilon_{cu2}^2 - \varepsilon_{c2}^2}{12 \cdot \varepsilon_{cu2} - 4 \cdot \varepsilon_{c2}} \right)}{\varepsilon_{cu2}} = \xi_{fact} \cdot d \cdot \frac{\left( \varepsilon_{cu2} - \frac{6 \cdot \varepsilon_{cu2}^2 - \varepsilon_{c2}^2}{12 \cdot \varepsilon_{cu2} - 4 \cdot \varepsilon_{c2}} \right)}{\varepsilon_{cu2}}$$

$$0,28 \cdot 0,46 \cdot \frac{\left( 3,0 \cdot 10^{-3} - \frac{6 \cdot (3,0 \cdot 10^{-3})^2 - (0,68 \cdot 10^{-3})^2}{12 \cdot 3,0 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 0,68 \cdot 10^{-3}} \right)}{3,0 \cdot 10^{-3}} = 0,059 \text{ (м)}.$$

Для полегшення аналізу результатів щодо визначення несучої здатності заданої залізобетонної балки зведемо їх у табл. 2.

Таблиця 2 – Результати чисельного моделювання з визначення несучої здатності прямокутної залізобетонної балки

Тип залежності «напруження–деформації»						
Параметр	Білінійна за методиками [8, 13]	Прямокутна за методикою [86,9]	Криволінійна за екстремальним критерієм [5]	Криволінійна за деформаційно-силовою моделлю [5]	Криволінійна за ДБН (поліном п'ятого ступеня) [12]	Параболо-прямокутна виконана автором за [3]
Несуча здатність перерізу $M_u$ , кН×м	198,94	199,1	197,37	197,54	197,3	198,97
% розбіжності	0,83	0,91	0,04	0,12	0,00	0,85

Найбільш близьким до істини можна вважати результат розрахунку виконаний за спеціально розробленою програмою в основу якої покладено нормативну формулу (3.5) [1], реалізованою на ЕОМ (за основу взято поліном п'ятого ступеня).

Якщо взяти за базу величину для порівняння несучої здатності прямокутної балки поліном п'ятого ступеня, який покладено в методологічну основу розрахунків за чинними нормами [1, 2], то при аналізі результатів (табл. 2) виявлено, що всі методики за різними типами епюр – прямокутна, білінійна та криволінійна епюра, що покладена в розрахунок за екстремальним критерієм мають відхилення в бік завищення в межах 1%, що є цілком прийнятним результатом навіть для інженерних розрахунків.

Очевидно, що відхилення за першими трьома методиками незначні, в межах точності інженерних розрахунків. Слід також зазначити, що відносна алгоритмічна простота математичного апарату, що використано у прямокутній залежності за [6], що віддзеркалює фізичний зміст роботи зігнутих залізобетонних елементів під навантаженням та її наочність дозволяє за дві формули визначити несучу здатність перерізу. На відміну від прямокутної, алгоритми реалізовані за білінійною формою залежності «напруження-деформації» [8, 13] мають дещо складнішу аналітичну залежність, що викликана самою трапецієподібною формою епюри.

Методика розрахунку несучої здатності за екстремальним критерієм Павлікова А. М. [5] також гарно алгоритмізована та має відносно невеликий обсяг розрахунків, що дозволяють досить легко, в табульованій формі знайти всі необхідні параметри для визначення несучої здатності балки.

Очевидно, що найскладнішим з точки зору кількості обчислень проміжних параметрів та фізичної інтерпретації формул є методика реалізована за деформаційно-силовою моделлю Ромашка В. М. [11], щодо несучої здатності нормальних перерізів зігнутих залізобетонних балок за першою групою граничних станів  $M_u$ . Для практичного використання в польових умовах можливо з достатньою точністю для інженерних розрахунків користуватися першими трьома методиками, найбільш простішою з яких є розрахунок за прямокутною формою залежностей «напруження-деформації».

## Висновки

1. В результаті чисельного розрахунку несучої здатності залізобетонних балок прямокутного перерізу з одиночним армуванням за різними залежностями «напруження-деформації», що віддзеркалюють деформаційний підхід розрахунку, реалізований у чинних нормах ДБН В.2.6-98:2009 та ДСТУ В.2.6-156:2010 виявлено, що всі розглянуті методики розрахунків мають достатню для інженерних розрахунків точність в межах 1% з розрахованою за програмним комплексом від базового значення за криволінійною залежністю «напруження-деформації» (поліном п'ятого ступеня, реалізованого за програмою на ЕОМ) – 0,83%, 0,91% 0,04% та 0,85% відповідно.

2. З метою інженерного використання, на підставі отриманих результатів можна рекомендувати використання будь-якої з методик розрахунку, найпростішою та найбільш зручною, на думку автора, є використання прямокутної залежності «напруження-деформації». Використання алгоритму за екстремальним критерієм пов'язано з більшою кількістю проміжних інтерполяційних розрахунків, що також не зовсім зручно у польових умовах, хоча є найбільш точним розв'язком у порівнянні з базовим. Використання алгоритму за деформаційно-силовою моделлю характеризується громіздкістю розрахунків, дає не зовсім інтерпретабельні проміжні параметри розрахунку.

## Список літератури

1. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: [Чинний від 2011-06-01]. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 71 с.
2. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: [Чинний від 2011-06-01]. Вид. офіц. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 118 с.
3. ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010. Єврокод 2. Проектування залізобетонних конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила та правила для споруд (EN 1992-1-1:2004, IDT): [Чинний від 2013-07-01]. Вид. офіц. Київ: Мінрегіонбуд України, 2012. 311 с.
4. СНиП 2.03.01-84\*. Бетонные и железобетонные конструкции. [Введены с 1986-01-01]. Изд. офиц. Москва: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. 88 с. (Скасовані 2011-07-01).
5. Практичний посібник із розрахунку залізобетонних конструкцій залізобетонних конструкцій за діючими нормами України (ДБН В.2.6-98:2009) та новими моделями деформування, що розроблені на їхню заміну / А.М. Бамбура, А.М. Павліков, В.І. Колчунов та ін.; Київ: Талком, 2017. 627 с.
6. Практичний розрахунок елементів залізобетонних конструкцій за ДБН В. 2.6-98:2009 у порівнянні з розрахунками за СНиП 2.03.01-84\* і EN 1992-1-1 (Eurocode2) / В. М. Бабаєва, А. М. Бамбура, О. М. Пустовойтова та ін./ за заг. ред. В. С. Шмуклера. Харків: Золоті сторінки, 2015. 208 с.
7. Проектування залізобетонних конструкцій / Посібник / А. М. Бамбура, І. Р. Сазонова, О. В. Дрогобова, О. В. Войцехівський; під ред. А. М. Бамбури. Київ: Майстер книг, 2018. 239 с.
8. Розрахунок залізобетонних конструкцій з використанням спрощених діаграм деформування матеріалів ( за ДСТУ Б. В.2.6156:2010). Частина 1. Розрахунок за першою групою граничних станів / О. В. Войцехівський, Журавський О. Д., Байда Д. М. Київ: КНУБА, 2017. 168 с.
9. Розрахунок за міцністю нормальних та похилих до повздовжньої осі залізобетонних елементів за ДБН В. 2.6-98:2009 / Навчальний посібник / Л. А. Мурашко, В. М. Колякова, Д. В. Сморгалов. Київ: КНУБА, 2012. 62 с.
10. Бліхарський З. Я. Розрахунок і конструювання нормальних та похилих перерізів залізобетонних елементів / Бліхарський З. Я., Кархут І.І., Струк Р. Ф. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2014. 144 с.
11. Ромашко В.М. Розрахунок залізобетонних елементів і конструкцій за деформаційно-силовою моделлю: рекомендації. Рівне: НУВГП, 2016. 126 с.
12. Руководство для проектировщиков к Еврокоду 2: Проектирование железобетонных конструкций: руководство для проектировщиков к EN 1992-1-1 и EN 1992-1-2. Еврокод 2: Проектирование железобетонных конструкций. Общие правила для зданий. Противопожарное проектирование строительных конструкций / Э. В. Биби, Р. С. Нараянан; ред. серии Х. Гульванесян. – Москва: МГСУ, 2013. 292 с.
13. Войцехівський О.В., Журавський О.Д., Попов В.О. Основи проектування елементів залізобетонного каркасу багатоповерхової будівлі. Курсове та дипломне проектування. Навчальний посібник. Київ: КНУБА, 2018. 191 с.
14. Бікс Ю. С. Аналітичне визначення несучої здатності залізобетонної балки за різними залежностями «напруження-деформації». *Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві*. 2015. № 1.С. 25-32.

**Biks Yuriy S.** – PhD, Associate Professor, Department of Construction, Urban Economy and Architecture, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email: [biksyuriy@gmail.com](mailto:biksyuriy@gmail.com)