УДК 681.518.3

В. В. Кухарчук, д. т. н., проф.; С. Ш. Кацив, к. т. н.

ЗАСТОСУВАННЯ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕНЬ У ЗАДАЧАХ МОНІТОРИНГУ, ВІБРОДІАГНОСТУВАННЯ МАШИН ТА ОБЛАДНАННЯ

У статті коротко розглянуто основні поняття та принципи вібродіагностування машин та обладнання. Запропоновано використання для таких задач математичного апарату вейвлет-перетворень, проаналізовано його переваги, наведено приклади вейвлет-перетворень деяких нестаціонарних сигналів.

Ключові слова: *моніторинг, вібродіагностування, нестаціонарний сигнал, амплітудно-частотний спектр, вейвлет-перетворення, материнський вейвлет.*

Вступ

Під час неперервного вимірювання вібраційного процесу в об’єкті визначають такі фізичні величини: *віброзміщення* (амплітуда вібрації), *віброшвидкість* (швидкість зміни координати), *віброприскорення* (швидкість зміни віброшвидкості) та швидкість зміни віброприскорення [1, 2].

У наш час у переважній більшості застосовують методи з повним розмежуванням функцій моніторингу і діагностики. Моніторинг містить стаціонарно встановлений на об’єкті сенсор вібрацій та вимірювальний канал електричної величини з мікропроцесорним керуванням і забезпечує виявлення зміни віброакустичного стану об’єкта, виділення тих змін, які пов’язані з незворотними змінами його стану, та прогнозування розвитку дефектів. Задача моніторингу вирішується апаратно-програмними засобами, а задача діагностики – програмними засобами, які реалізують одну з відомих інформаційних технологій.

Основними інформаційними технологіями діагностування є:

- *енергетична* технологія, яка ґрунтується на вимірюванні амплітуди (або потужності) контрольованого сигналу;
- *частотна* технологія, яка аналізує амплітудно-частотний спектр сигналу;
- *фазо-часова* технологія, яка ґрунтується на порівнянні форми сигналів, які вимірюються через фіксовані інтервали часу.

У цій роботі розглядані особливості застосування *частотної* технології для моніторингу та діагностування вібрацій машин та обладнання.

Частотно-часова технологія аналізу нестаціонарних вібросигналів

У переважній більшості існуючих методів вібродіагностування допускають, що контрольований сигнал вібрації обертової машини є *стаціонарним*, тобто його амплітудно-частотний спектр не змінюється в часі [2].

Разом з тим, якщо сигнал вимірюється протягом тривалого часу (тобто має місце його моніторинг), то за цей час у результаті зношення окремих деталей (або з інших причин) у конструкції машини можуть відбуватися локальні деформації, що в свою чергу призводять до змін амплітудно-частотного спектра вібросигналу. Тому доцільно вважати, що в загальному випадку контрольований сигнал вібрації якогось вузла машини є *нестаціонарним*, тобто його амплітудно-частотний спектр змінюється в часі.

Графік амплітудно-частотного спектра нестаціонарного сигналу буде вже не двовимірним, а тривимірним. Приклад такого графіка дискретного амплітудно-частотного спектра наведено на рис. 1.

Вважаючи, що вібросигнал стаціонарний, його амплітудно-частотні спектри можна визначити за допомогою звичайного перетворення Фур'є, що і виконується, зазвичай, у системах діагностування. Нагадаємо, що Фур'є-спектр $f(\omega)$ одновимірного сигналу $f(t)$ задається формулою

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \tag{1}$$

і не дозволяє локалізувати можливі зміни частоти в часі.

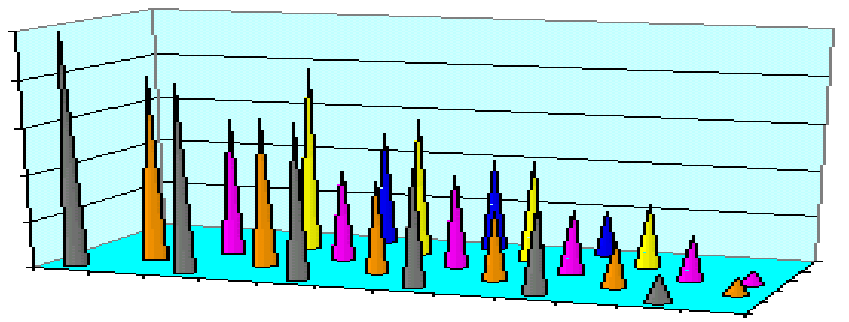

Рис. 1. Тривимірний графік дискретного амплітудно-частотного спектра
(на горизонтальних вісях відкладається частота та час, на вертикальній – амплітуда)

Очевидно, якщо ми бажаємо об'єднати функції моніторингу та діагностування в одну систему, то необхідно застосувати перетворення, яке б забезпечувало неперервне визначення амплітудно-частотного спектра сигналу в часі.

Одним з таких перетворень є так зване *віконне перетворення Фур'є* (ВПФ), яке іноді ще називають *зваженним перетворенням Фур'є*. Сигнал $f(t)$ аналізується лише в межах деякого вікна, для чого $f(t)$ множиться на функцію з компактним носієм, наприклад, $g(t) = \theta(t - t_1)\theta(t_2 - t)$, де θ – звичайна ступенева функція, відмінна від нуля лише за додатних значеннях аргументу, t_1, t_2 – моменти початку та кінця сигналу, які задаються вибором вікна.

У цьому випадку

$$f(m,n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) g(t) e^{-i\omega t} dt, \tag{2}$$

або в дискретизованій формі

$$f(m,n) = \int f(t) g(t - nt_0) e^{-im\omega_0 t} dt, \tag{3}$$

де $\omega_0, t_0 > 0$ фіксовані, а m, n – числа, які визначають масштаб та положення.

Функція $g(t)$ може мати й інший вигляд, головне, щоб вона мала компактний носій [3, 4].

За допомогою ВПФ сигнал стає локалізованим у часі, але при цьому вікно має фіксований розмір, що є основним недоліком цього перетворення. Йдеться про те, що на частотно-часові перетворення поширюється дія загальновідомого *принципу невизначеності Гейзенберга*, що в нашому випадку формулюється так: *ні для якого фіксованого моменту часу неможливо визначити, які спектральні компоненти містяться в сигналі*.

Виходячи з цього принципу, можемо визначати лише *часові інтервали*, протягом яких сигнал містить *смуги частот*.

Звідси випливає, якщо розмір вікна (тобто часовий інтервал) буде малим, і це вказує високу часову локалізацію спектра, то смуга частот буде дуже розмитою, і навпаки, більш точне визначення спектральних компонентів потребує великого вікна [3, 4].

Реальні нестаціонарні сигнали більш за все складаються з короткочасних високочастотних і довготривалих низькочастотних компонентів, тому для їхнього аналізу доцільно було б застосовувати перетворення, яке б забезпечувало різні вікна для різних частот (вузькі – для високих частот та широкі – для низьких).

Цим умовам відповідає *вейвлет-перетворення*.

На вербальному рівні його можна зобразити як пересування деякої аналітичної функції (так званого *материнського вейвлету*) вздовж вісі часу та її взаємодія з контрольованим сигналом. Материнськими вейвлетами можуть бути різні функції, як-от вейвлети Хаара, Шеннона, Добеші, Мейера, “мексиканський капелюх” тощо.

Якщо позначити материнський вейвлет як $\psi(t)$, то вейвлет-перетворення сигнала $f(t)$ з масштабним параметром s та часовим зсувом τ визначається як

$$Wf(\tau,s)=\frac{1}{\sqrt{s}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right)dt\,, \qquad (4)$$

де ψ^* – спряжений материнський вейвлет [3 – 5].

Якщо сигнал $f(t)$ заданий в аналітичному вигляді, то формула (4) відображає *неперервне* вейвлет-перетворення (НВП) сигналу $f(t)$.

Очевидно, що областю визначення функції $Wf(\tau,s)$ є множина всіх можливих комбінацій s та τ.

Масштабний параметр s є, власне, величиною, оберненою частоті. Оскільки він міститься в знаменнику, то $s>1$ розтягує сигнал, а $s<1$ стискає його.

Алгоритм обчислення НВП досить простий. Спочатку дослідник обирає материнський вейвлет, а далі для всіх точок області визначення обчислюється $Wf(\tau,s)$.

Таким чином отримується матриця значень вейвлет-коефіцієнтів для всіх комбінацій s, τ.

Розглянемо приклади. Нехай сигнал (рис. 2), частота якого постійно зменшується, аналітично заданий у вигляді

$$f(t)=0.5\,sin\left(\frac{2\pi\sqrt{t}}{10}\right). \qquad (5)$$

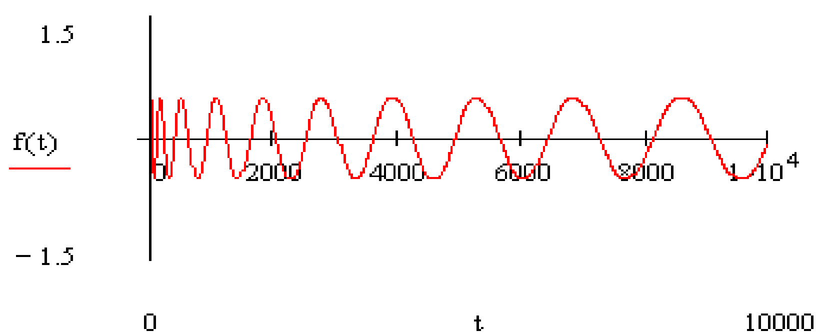

Рис. 2. Графік сигналу з частотою, що зменшується

Виконаємо вейвлет-перетворення цього сигналу. Материнським вейвлетом виберемо функцію

$$\psi(t)=\left(1-t^2\right)e^{\frac{-t^2}{2}}\,, \qquad (6)$$

яка називається “мексиканським капелюхом” (рис. 3) і часто застосовується для вейвлет-пере-творень.

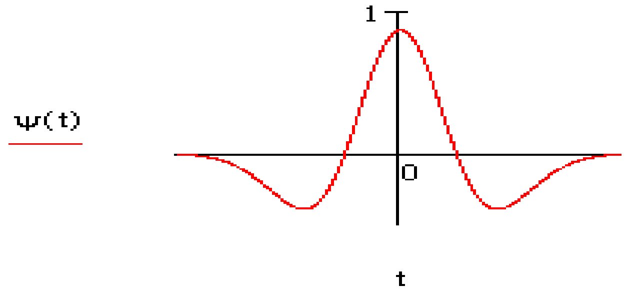

Рис. 3. Графік материнського вейвлета “мексиканський капелюх”

Знайдемо для цього сигналу матрицю вейвлет-коефіцієнтів.

Зрозуміло, що ранг цієї матриці має бути скінченним, тому масштабний параметр s та часовий зсув τ задаються з певним кроком.

Розрахунки в цьому і подальших прикладах виконуються в середовищі MathCAD, лістинг наведено нижче.

$$MHAT(t) := \frac{d^2}{dt^2}\exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) \qquad \Psi(a,b,t) := MHAT\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

$$W(a,b) := \int_{-25}^{25} \Psi(a,b,t)\cdot\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot f(t)\,dt$$

$$i := 0..10 \qquad b := 0..25 \qquad a_i := \frac{(i+15)^2}{10^2}$$

$$N_{i,b} := W\left[\left(a_i\right), 2\cdot b - 25\right]$$

Тривимірний графік матриці вейвлет-коефіцієнтів N зображено на рис. 4.

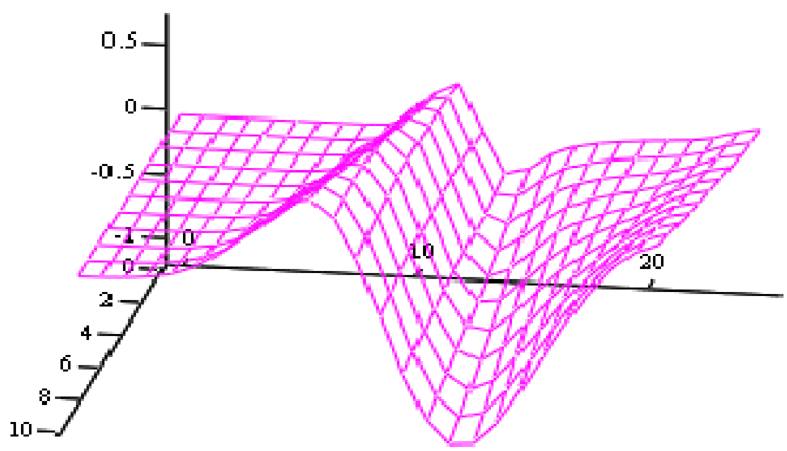

Рис. 4. Графік неперервного вейвлет-перетворення сигналу з частотою, що зменшується

Особливістю графіків вейвлет-перетворень є те, що на горизонтальних вісях відкладаються час та масштабний параметр (замість частоти).

Розглянемо тепер сигнал (рис. 5), частота якого постійно зростає, заданий у вигляді

$$f(t) = sin\left(\frac{2\pi t^{1.5}}{50}\right). \tag{7}$$

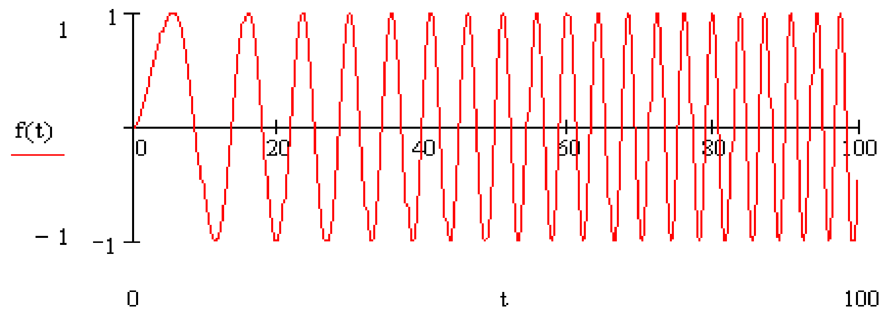

Рис. 5. Графік сигналу з частотою, що збільшується

Застосовуючи такий же материнський вейвлет і той же алгоритм, проведемо НВП та побудуємо графік (рис. 6).

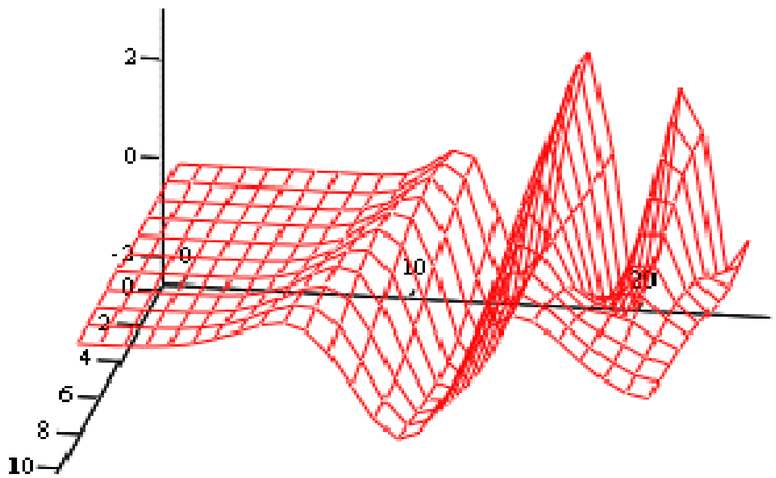

Рис. 6. Графік неперервного вейвлет-перетворення сигналу з частотою, що збільшується

На жаль, реальні сигнали (зокрема, вібросигнали), неможливо зобразити в аналітичному вигляді. Вони надходять від сенсорів у вигляді числових послідовностей через певні проміжки часу і за своєю природою є *дискретними*. У таких випадках застосовують *дискретне вейвлет-перетворення* (ДВП) за допомогою чисельних алгоритмів [3 – 6].

У цій статті ми не будемо детально розглядати такі алгоритми, відмітимо лише, що вхідними даними для них є вектор контрольованого сигналу та вектор коефіцієнтів, який відповідає певному материнському вейвлету.

Розглянемо приклад. Нехай задано дискретний сигнал (рис. 7). За допомогою ДВП визначимо його матрицю вейвлет-коефіцієнтів.

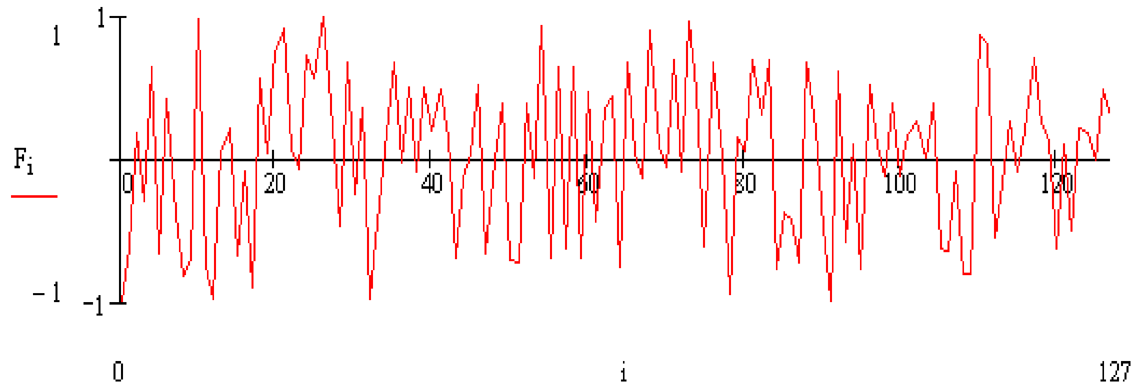

Рис. 7. Графік випадкового сигналу

Розрахунки проведемо в середовищі MathCAD за допомогою вбудованої функції "***Wave***", яка реалізує один з чисельних алгоритмів ДВП на основі материнського вейвлету Добеші.

$$W := \text{wave}(F) \qquad k := 1..6$$

$$\text{coeffs}(\text{level}) := \text{submatrix}\left(W, 2^{\text{level}}, 2^{\text{level}+1} - 1, 0, 0\right)$$

$$C_{i,k} := \text{coeffs}(k)_{\text{floor}\left[\frac{i}{\left(\frac{128}{2^k}\right)}\right]}$$

Графік матриці вейвлет-коефіцієнтів C показано на рис. 8.

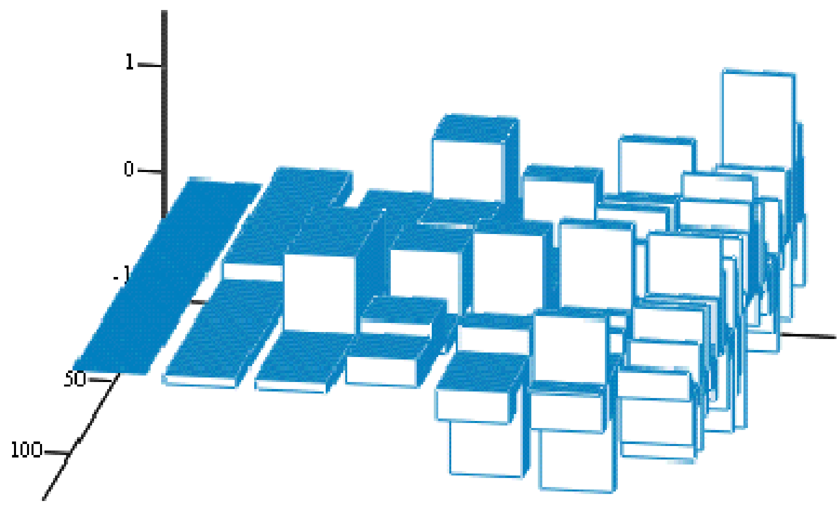

Рис. 8. Графік дискретного вейвлет-пертворння випадкового сигналу

З рис. 8 видно, що внаслідок дії принципу невизначеності Гейзенберга ми не можемо знайти точні спектральні характеристики сигналу в кожен момент часу. Разом з тим, нам відомі смуги частот у певних інтервалах часу.

Висновки

1. Для аналізу нестаціонарних вібросигналів доцільно застосовувати математичний аппарат вейвлет-перетворень.

2. У залежності від можливого спектрального складу вібросигналу під час застосування ДВП потрібно відповідально віднестись до вибору материнського вейвлету і чисельного алгоритму.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Коллакот Р. А. Диагностика повреждений / Коллакот Р. А.; пер с англ. – М.: Мир, 1989. – 512 с.
2. Александров А. А. Вибрация и вибродиагностика судового электрооборудования / Александров А. А., Барков А. В., Баркова Н. А., Шафранский В. А. – Изд. “Судостроение”, Ленинград, 1986.
3. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов / Малла С.; пер. с англ. – М.: Мир, 2005. – 671 с., ил. – ISBN 5-03-003691-1
4. Блаттер К.. Вэйвлет-анализ. Основы теории. / К. Блаттер. – Москва, 2004. – 280 с. – ISBN 5-94836-033-4
5. Чуи Ч. Введение в вэйвлеты / Чуи Ч.; пер. с англ. – М.: Мир, 2001. – 412 с., ил. – ISBN 5-03-003397-1
6. Дремин И. М.. Вейвлеты и их использование / И. М. Дремин, О. В. Иванов, В. А. Нечитайло // Успехи физических наук. – 2001. – Том 171, №5. – С. 465-501.

Кухарчук Василь Васильович – д. т. н., професор, завідувач кафедри теоретичної електротехніки та електричних вимірювань, тел.: (0432)-598444.

Кацив Самоїл Шулімович – к. т. н., кафедра теоретичної електротехніки та електричних вимірювань, доцент кафедри, тел.: (0432)-598444.

Вінницький національний технічний університет.