

УДК 621.73.011

Р. І. Сивак, к. т. н., доц.; К. І. Коцюбівська, к. т. н.

ПЛАСТИЧНІСТЬ МЕТАЛІВ ПРИ НЕМОНОТОННОМУ НАВАНТАЖЕННІ

У статті запропоновано метод оцінки пластичності металів при немонотонному навантаженні, в якому для оцінки впливу немонотонності на величину використаного ресурсу пластичності використано направляючий тензор прирощень деформацій, значення головних компонентів якого визначаються параметром Надаї-Лоде. Виконано дослідження процесу поперечного видавлювання з подальшою осадкою.

Ключові слова: пластичність, напруження, деформації, немонотонність, деформівність, тензор пошкоджень, умова руйнування.

У більшості випадків процесу обробки металів тиском супроводжуються немонотонним пластичним деформуванням металів. Критерії деформування, основані на скалярному описанні процесів накопичення пошкоджень [1, 2, 3], не дозволяють отримати достовірну оцінку пластичності в таких процесах. У цій роботі в якості міри пластичності при немонотонному навантаженні прийнята гранична деформація, яка визначається за формулою

$$e_p = \int_0^{t_p} \dot{\varepsilon}_u d\tau, \quad (1)$$

де $\dot{\varepsilon}_u$ – інтенсивність швидкостей деформацій, t_p – час деформування до руйнування.

У роботі [3] запропоновано критерій оцінки пластичності металів при немонотонному навантаженні. Умова руйнування прийнята у вигляді

$$\sum_{i=1}^n \psi_i^{a_i} = 1, \quad (2)$$

де n – число етапів деформування, в межах кожного із яких вид напруженого стану не змінюється, a_i – величина, значення якої залежить від виду напруженого стану, ψ_i – використаний на даному етапі ресурс пластичності.

Величина ψ_i визначається за формулою

$$\psi_i = \frac{\Delta e_u(\eta_i)}{e_p(\eta_i)},$$

де $\Delta e_u(\eta_i)$ – приріст ступеня деформації на i -му етапі при $\eta_i = \text{const}$, $e_p(\eta_i)$ – гранична деформація при простому навантаженні в умовах напруженого стану i -го етапу деформування, тобто при $\eta_i = \text{const}$.

Як показано в роботі [4], умова руйнування (2) має ряд недоліків, обумовлених тим, що вона в неповній мірі враховує направлений характер виникаючих при пластичній деформації пошкоджень. Тому умова руйнування (2) не описує, наприклад, анізотропію пластичності деформованого металу.

У дослідженні [4] для оцінки пластичності металів при немонотонному навантаженні запропоновано використовувати тензор пошкоджень, компоненти якого визначаються наступним чином

$$\psi_{ij} = \int_0^{e_u} F(e_u^*, \eta, \mu_\sigma) \beta_{ij} de_u^*, \quad (3)$$

де $\eta = \frac{3\sigma}{\sigma_u}$ – показник жорсткості напруженого стану, $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$ – середнє напруження, μ_σ –

параметр Надаї-Лоде, $e_u = \int_0^t \dot{\varepsilon}_u d\tau$ – ступінь деформації, t – час деформування з моменту початку пластичної деформації до деформованого стану, що розглядається.

Компоненти направляючого тензора прирощень деформацій β_{ij} дорівнюють

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u}. \quad (4)$$

Функція $F(e_u, \eta, \mu_\sigma)$ є характеристикою матеріалу. Умова руйнування, запропонована в [4], має вигляд

$$\psi_{ij} \psi_{ij} = 1. \quad (5)$$

Із використанням умови руйнування (5) на даний час отримано розв’язки задач двохетапного, циклічного та складного навантаження, що підтверджує достовірність тензорної моделі.

В. М. Михалевич [5] запропонував тензорно-нелінійну модель, згідно з якою компоненти тензора пошкоджень визначаються за формулою

$$\psi_{ij} = \int_0^{e_u} \left(A \beta_{ij} + B \left(\beta_{ik} \beta_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \right) de_u, \quad (6)$$

де A і B – функції, які залежать від умов навантаження та механічних властивостей матеріалу.

Розрахунки величини використаного ресурсу пластичності за приведеними вище критеріями досить трудомісткі, оскільки потребують визначення функцій $F(e_u, \eta, \mu_\sigma)$, A , B , а також залежностей $\beta_{ij}(e_u)$.

У цій роботі пропонується наступна модель описання процесу накопичення пошкоджень при немонотонній пластичній деформації. Оскільки компоненти направляючого тензора визначаються формулою (4), то використовуючи фізичні рівняння теорії пластичної течії

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2} \frac{de_u}{\sigma_u} S_{ij} \quad (7)$$

знаходимо, що

$$\frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u} = \sqrt{\frac{3}{2}} \beta_{ij} = \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sigma_u} \quad (8)$$

або

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{S_{ij}}{\sigma_u}, \quad (9)$$

де S_{ij} – компоненти девіатора напружень, σ_u – інтенсивність напружень.

Представимо тензор σ_{ij} у вигляді

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \sigma \delta_{ij}, \quad (10)$$

де $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$ – середнє напруження.

Крім того, використовуємо відомі співвідношення

$$\mu_\sigma = \frac{2S_2 - S_1 - S_3}{S_1 - S_3}, \quad (11)$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 0, \quad 2\sigma_u^2 = (S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_3 - S_1)^2. \quad (12)$$

Після розв’язку систем (11), (12) отримуємо

$$\frac{S_1}{\sigma_u} = \mp \frac{1}{3} \frac{\mu_\sigma - 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}, \quad \frac{S_2}{\sigma_u} = \pm \frac{1}{3} \frac{2\mu_\sigma}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}, \quad \frac{S_3}{\sigma_u} = \mp \frac{1}{3} \frac{\mu_\sigma + 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}. \quad (13)$$

Із (4) і (13) витікає, що головні компоненти тензора β_{ij} дорівнюють

$$\beta_1 = \mp \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{\mu_\sigma - 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}, \quad \beta_2 = \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{2\mu_\sigma}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}, \quad \beta_3 = \mp \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{\mu_\sigma + 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}. \quad (14)$$

Припускається, що при немонотонному навантаженні руйнування настає при умові, коли деяка функція інваріантів тензора ψ_{ij} досягає певного значення. Перший інваріант цього тензора дорівнює нулю внаслідок нестисливості матеріалу $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0$. Без врахування впливу третього інваріанта умова руйнування може бути записана у вигляді

$$\psi_1^2 + \psi_2^2 + \psi_3^2 = 1. \quad (15)$$

Щоб визначити вид функції $F(e_u, \eta, \mu_\sigma)$, яка входить в (3), розглянемо просте навантаження, при якому β_{ij} , η , μ_σ залишаються постійними, тоді [4]

$$\psi_{ij} = \beta_{ij} \int_0^{e_u} F(e_u, \eta, \mu_\sigma) de_u = \beta_{ij} \varphi(e_u, \eta, \mu_\sigma), \quad (16)$$

$$\text{де } \varphi(e_u, \eta, \mu_\sigma) = \int_0^{e_u} F(e_u, \eta, \mu_\sigma) de_u. \quad (17)$$

Оскільки $\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = 1$ із (15) витікає, що при руйнуванні, якщо $e_u = e_p$, то $\varphi(e_p, \eta, \mu_\sigma) = 1$. Крім того

$$\varphi(0, \eta, \mu_\sigma) = 0. \quad (18)$$

Задовольняючи цим умовам, припустимо, що [4]

$$\varphi = (1 - a) \frac{e_u}{e_p(\eta, \mu_\sigma)} + a \frac{e_u^2}{e_p^2}, \quad (19)$$

де $e_p(\eta, \mu_\sigma)$ – поверхня граничних деформацій, a – стала, величина якої залежить від механічних характеристик металу. В цій роботі a прийнято рівним $a = 0,48$.

Задовольняючи співвідношенням (3), (17), (19) прийmemo, що в загальному випадку

$$\psi_1 = \int_0^{e_u} \left(1 - a + 2a \frac{e_u}{e_p(\eta, \mu_\sigma)} \right) \beta_1 \frac{de_u}{e_p(\eta, \mu_\sigma)}. \quad (20)$$

Аналогічні вирази можна записати для ψ_2 і ψ_3 , які входять в умову руйнування (15).

Критерій руйнування (15) використаний нами для дослідження процесу поперечного видавлювання з подальшою осадкою циліндричних заготовок із сталі 10. Схема процесу приведена на рис. 1. На першому етапі реалізується процес поперечного видавлювання, а на другому – осадка отриманого фланця (рис. 1). Розрахунок напружено-деформованого стану проводили методом координатних сіток, при якому використовували методику, приведену в роботі [6]. Процес видавлювання і процес осадки проводили у три етапи. Шляхи деформування $\eta(e_u)$, $\mu_\sigma(e_u)$ будували з урахуванням впливу основних технологічних параметрів: відносної товщини фланцю h/d_0 і відносного значення закруглення перехідної кромки r/d_0 . Оскільки шляхи деформування в координатах e_u , η , μ_σ практично не залежать від матеріалу, то для дослідження напружено-деформованого стану використовували зразки із сурмянистого свинцю ($d_0 = 20$ мм, $l_0 = 60$ мм), які розрізали на дві половини. На поліровану поверхню однієї із половин збірного зразка наносили гостро заточеним різцем прямокутну ділильну сітку із базою 2 мм. Потім зразки спаювали і виконували видавлювання окремих зразків до різних ступенів деформації за три переходи. Три зразки, отримані в кінці відповідного переходу поперечного видавлювання, використовували для реалізації трьох

переходів контурної осадки. Таким чином, кожен зразок характеризує деформований стан в кінці відповідного етапу. В кінці кожного етапу зразки розпаювали і виміряли координати вузлів деформованої сітки.

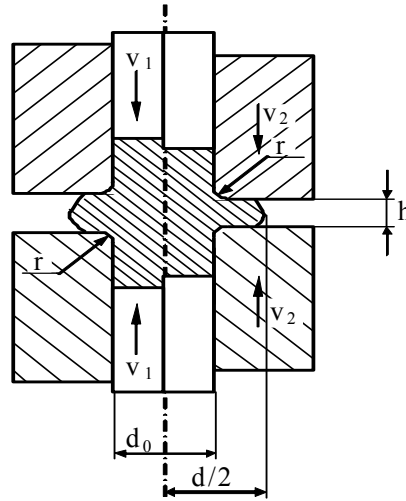


Рис. 1. Схема процесу поперечного видавлювання з послідуною осадкою отриманого фланця

Крім того, на бокову поверхню зразків із сталі 10 також наносили ділільну сітку і виконували поперечне видавлювання і контурну осадку по тій же схемі, по якій деформували зразки із свинцю.

Накопичену деформацію знаходили за формулою

$$e_u = \int_0^t \dot{\epsilon}_u d\tau,$$

де $\dot{\epsilon}_u$ – інтенсивність швидкостей деформацій, t – час деформування.

Компоненти девіатора напружень рахували по співвідношенням, що дозволяють врахувати вплив немонотонності пластичної деформації [7], яка має місце в процесі, що розглядається

$$S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_u(e_u) \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\dot{\epsilon}_u} - \frac{1}{3} \int_0^{e_u} (1 - \beta(e_u^*)) \sigma(e_u^*) \cdot \varphi(e_u^* - e_u^0) \frac{d^2 \epsilon_{ij}}{de_u^2}(e_u^*) de_u^*. \quad (21)$$

Залежності $\beta(e_u)$, $\varphi(e_u - e_u^0)$ для сталі 10 отримували експериментально за методикою [7]. Експериментальні результати апроксимували функціями

$$\beta = 0,34 + 0,66 \exp(-62e_u), \quad (22)$$

$$\varphi = 0,19 + 0,81(-22,3(e_u - e_u^0)^{0,806}). \quad (23)$$

Постійні, які входять в (22) і (23), визначали методом найменших квадратів.

Компоненти тензора напружень знаходили шляхом інтегрування диференціальних рівнянь рівноваги

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= 0 \end{aligned}, \quad (24)$$

використовуючи при цьому інтегральне рівняння

$$P = 2\pi \int_0^R \sigma_z r dr, \quad (25)$$

де r – радіус заготовки, що деформується, P – зусилля, яке вимірюється в процесі деформування заготовки, що досліджується.

Отримані результати розрахунку напружень і деформацій використовували для побудови шляхів навантаження $\eta(e_w)$, $\mu_\sigma(e_w)$, а також для розрахунку значень β_i .

Поверхню граничних деформацій для сталі 10 апроксимували залежністю, яка отримана в роботі [6]

$$e_p(\eta, \mu_\sigma) = 0,68 \exp(0,43\mu_\sigma - 0,91\eta). \quad (26)$$

Величину використаного ресурсу пластичності розраховували за формулою

$$\psi = \psi_1^2 + \psi_2^2 + \psi_3^2. \quad (27)$$

Для оцінки впливу геометричних параметрів процесу поперечного видавлювання з подальшою осадкою на пластичність нами виконані розрахунки використаного ресурсу пластичності ψ за формулою (27) для трьох випадків: 1 – відносна значення радіуса закруглення перехідної кромки $r/d_0=0$ і відносна товщина фланця $h/d_0=0,141$; 2 – $r/d_0=0,106$ і $h/d_0=0,236$; 3 – $r/d_0=0,213$ і $h/d_0=0,33$. Аналіз результатів розрахунку величини використаного ресурсу пластичності ψ показує, що найбільш оптимальним є третій випадок. Наприклад, якщо діаметр фланця $d=36$ мм ($d_0=20$ мм), то ψ у небезпечній точці дорівнює для першого випадку $\psi=0,620$, для другого випадку – $\psi=0,510$, а для третього випадку – $\psi=0,382$, тобто для розглянутого інтервалу значень h/d_0 і r/d_0 збільшення цих величин сприяє значному зменшенню величини ψ .

Розходження значень ψ , отриманих за формулою (27), з експериментальними не перевищує 20%. При цьому необхідно відмітити, що використання особливостей немонотонності пластичної деформації дозволяє отримувати фланці, діаметр яких перевищує діаметр фланцю при звичайному поперечному видавлюванні на 60 – 80%.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Огородников В. А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом деформировании / В. А. Огородников. – К.: УМК ВО, 1989. – 150 с.
2. Колмогоров В. Л. Напряжения, деформации, разрушение / В. Л. Колмогоров. – М.: Металлургия, 1970. – 230 с.
3. Богатов А. А. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением / А. А. Богатов, О. И. Мижирицкий, С. В. Смирнов. – М.: Металлургия, 1984. – 144 с.
4. Дель Г. Д. Пластичность деформированного металла / Г. Д. Дель // Физика и техника высоких давлений. – 1982. – №11. – С. 28 – 32.
5. Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалевич. – Вінниця: «УНІВЕРСУМ – Вінниця», 1998. – 195 с.
6. Сивак И. О. Деформируемость заготовок при радиальном выдавливании с контурной осадкой / И. О. Сивак, Р. И. Сивак, И. С. Алиев // Механика деформируемого твёрдого тела и обработка металлов давлением. – Тула: ТулГУ. – 2000. – С. 278 – 284.
7. Хван Д. В. Экспериментальная механика конечных деформаций / Д. В. Хван, Ф. Х. Томилов, В. И. Корольков. – Воронеж: Издательство «ЭЛИСТ», 1996. – 248 с.

Сивак Роман Іванович – к. т. н., доцент.
Вінницький національний аграрний університет.

Коцюбівська Катерина Іванівна – к. т. н., доцент кафедри вищої математики.
Вінницький національний технічний університет.