

## **Математична модель гідроприводу помпуючого вузла мембранного насоса**

**В. В. Петрусь, І. В. Коц**

Вінницький національний технічний університет, 21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
тел. 8 (0432) 598170, e-mail: ivkots@inbtegp.vstu.vinnica.ua

### **Постановка проблеми**

Для вирішення багатьох технічних задач, пов'язаних з відкачуванням та перекачуванням високов'язких нафтопродуктів, різноманітних агресивних і забруднених рідин, наприклад, при будівництві і експлуатації нафто- і газопроводів, теплових мереж, мереж водопостачання і водовідведення виникає необхідність проводити роботи в польових умовах за відсутності мережевого електроживлення. Інколи також потрібне термінове осушення котлованів від ґрунтових вод і від розливу нафтопродуктів при дотриманні вимог і правил безпеки. Застосування самовсмоктуючих насосів пересувних механізмів або електричних занурювальних насосів не завжди можливе і безпечно, а тому необхідне подальше вдосконалення існуючих і розробка нових насосних агрегатів, особливе місце серед яких займають діафрагмові або мембранні насоси, що приводяться у зворотно-поступальний рух за допомогою приводів різного виду. Насоси подібного призначення повинні мати певні гарантовані характеристики з точки зору електро- і пожежобезпеки при їх експлуатації в особливо несприятливих умовах (наприклад, в хімічній, гірничій та інших галузях промисловості). Важливою є також розробка таких приводів насосів, які давали б можливість плавної дистанційної зміни їх кінематичних і динамічних параметрів.

### **Аналіз останніх досліджень**

Як показали проведені дослідження серед відомих приводів найбільш ефективними є гідравлічні і пневматичні приводи з дистанційним автоматичним керуванням, особливо в тих випадках, коли використання традиційних електромеханічних приводів неприпустиме з міркувань електро- і пожежобезпеки. Крім того, відомі електромеханічні приводи мають значні габарити і масу, не дозволяють здійснювати плавне регулювання амплітуди і частоти робочих ходів виконавчого органу. В роботах [1, 4-6] відмічаються суттєві переваги застосування гідравлічних чи пневматичних приводів для помпуючих вузлів насосних агрегатів, які надають можливість плавного безступінчатого регулювання амплітуди і частоти робочих ходів поршня чи мембрани, а також мають менші габаритні розміри та масу.

Існуючий стан фундаментальних досліджень у області теорії насосних агрегатів з гідравлічними та пневматичними приводами, а також стан математичного моделювання їх режимів роботи є ще не досить задовільним. До цих пір не створена така математична модель насосних агрегатів з гідравлічним та пневматичним приводом помпуючих вузлів, яка б давала можливість на основі конструктивних даних машини аналізувати її режимні і економічні параметри у всьому експлуатаційному діапазоні з врахуванням основних властивостей робочої рідини, зокрема, її в'язкості, стисливості тощо. Особливості указаної проблеми полягають також в тому, що при математичному моделюванні ще недостатньо враховуються особливості спрацьовування та кінематичні і динамічні характеристики апаратури дистанційного керування виконавчими органами помпуючих вузлів мембранних насосів. Це значною мірою ускладнює розв'язання задач підвищення ефективності функціонування подібних насосів і не вирішує повною мірою питання синтезу оптимальних конструкцій насосів за заданими технологічними вимогами.

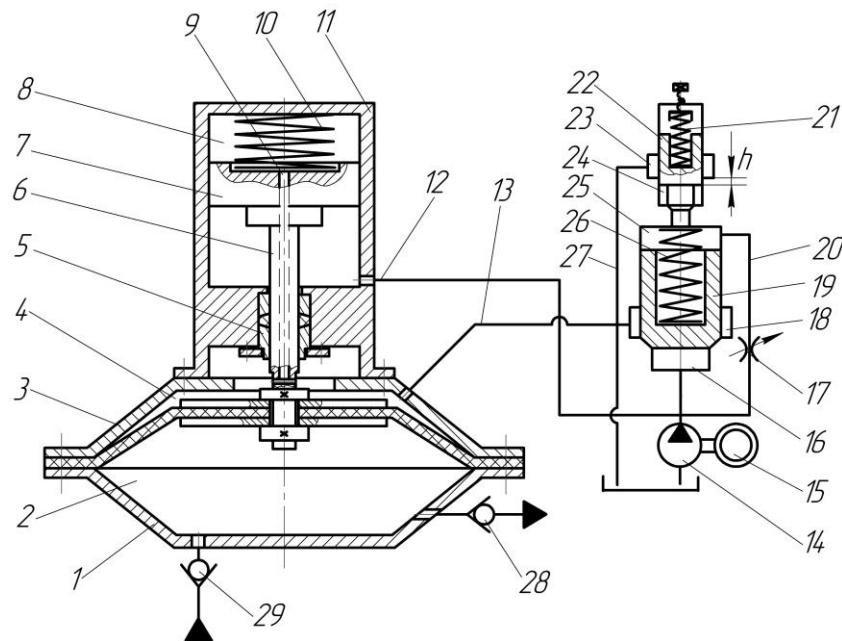
### **Формулювання мети і задач**

З метою розробки досконалого конструктивного виконання гідроприводу мембранного насосного агрегату було поставлено задачу створення математичної моделі робочого процесу його помпуючого вузла. В основу досліджень було покладено принципове і конструктивне виконання помпуючого вузла, гідропривод якого має дистанційне плавне керування за допомогою особливих автоматичних пристроїв – клапанів-пульсаторів, що змінюють напрям потоку при досягненні деякого заданого тиску в гідросистемі, відповідно до наших розробок [2, 3]. Математичне моделювання надасть можливість визначення найбільш раціонального поєднання конструктивних і силових параметрів, які забезпечать оптимальні робочі режими насоса в цілому.

## Висвітлення основного матеріалу

На рис.1 показана розрахункова схема гідроприводу помпуючого вузла з поворотно-поступальним ходом підпружиненого поршня 7, який штоком 6 пов'язаний з еластичною мембраною 3 насоса, що керується за допомогою двокаскадного клапана-пульсатора непрямої дії з гідравлічним зв'язком першого і другого каскаду, який встановлений безпосередньо на корпусі робочого гідроциліндра 11.

При включенні приводного гідронасоса 14 підвищується тиск в напірній магістралі 12 і поршень 7 робочого гідроциліндра 11 з штоком 6, що зв'язаний з робочим органом насоса – еластичною мембраною 3 переміщується вгору, стискаючи при цьому пружний елемент повернення – силову пружину 10. Відбувається всмоктування перекачуваної рідини з резервуару у внутрішню робочу камеру 2 мембранного насоса через всмоктуючий клапан 29. При досягненні заданого тиску в приводній гідросистемі спрацьовує двоступінчатий клапан першого каскаду 22 і залишається відкритим під дією перепаду зливу на його другий ступінь. Тиск в надклапанній порожнині 25 знижується до зливного, і клапан другого каскаду 19 відкривається, сполучаючи при цьому напірну магістраль приводної гідросистеми зі зливом. Під дією пружного елемента 10 поршень робочого гідроциліндра 7 повертається в початкове положення і витісняє при цьому перекачувану рідину з робочої камери 2 мембранного насоса в напірний трубопровід через випускний клапан 28. Після закінчення зворотного ходу плунжера дія перепаду зливу припиняється. Клапани першого і другого каскадів повертаються в початкове положення, і цикл повторюється.



**Рисунок 1 – Мембранний насос з гідравлічним приводом**

Для аналітичного опису динаміки досліджуваного гідравлічного приводу приймемо наступні допущення:

рідина в гідросистемі стислива, коефіцієнт стисливості при тиску 0,3 МПа рівний середньоінтегральному значенню  $\beta_{ср}$ , а при тиску понад 3 МПа – деякому постійному значенню  $\beta$  [1, 3];

спрацьовування клапана першого каскаду 22 відбувається релейно, тобто за час, який, як показали лабораторні експерименти (осцилограма на рис.2, крива 3), складає 2,5 % від часу повного відкриття;

тиск зливу в зливній магістралі за клапаном-пульсатором для даної гідросистеми приймаємо рівним деякому розрахунковому значенню  $p_{зл} = p_{min} = const$ , яке визначається умовним прохідним перерізом зливного трубопроводу 27;

несуча конструкція приводу абсолютно жорстка, оскільки її пружна деформація на 2 - 3 порядки менше пружної деформації рідини;

замкнутий об'єм перекачуваної рідини в робочій камері 2  $W_k$  умовно замінюємо механічною

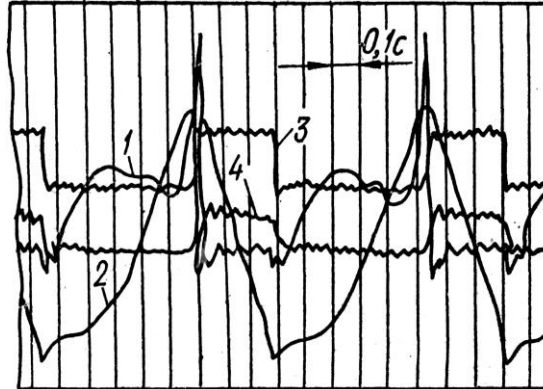
пружиною жорсткістю  $c_{жс} = \frac{F_{мембр}^2}{W_k \beta_{жс}}$ , де  $F_{мембр}$  - ефективна робоча площа еластичної мембрани;  $\beta_{жс}$  - коефіцієнт стисливості перекачуваної рідини;

зниження тиску, пов'язане із зворотним рухом поршня 7 робочого гідроциліндра 11, не досягає величини, яка менше тиску на другий ступінь клапана першого каскаду 22;

абсолютне значення часу гальмування, як правило, на порядок менше часу прямого або зворотного ходу, відповідно при всмоктуванні і нагнітанні, тому ним нехтуємо;

продуктивність насоса 14 постійна, тобто не залежить від величини тиску в напірній магістралі приводної гідросистеми.

Цикл роботи гідромеханізма, зображеного на рис. 1, можна умовно розділити, як видно на рис. 2, на основні фази: підвищення тиску в гідросистемі і стиснення замкнутого об'єму рідини (при цьому робочий орган - еластична мембрана 3, а також клапани другого і першого каскадів 19 і 22 нерухомі); рух робочого органу 3 і стиснення пружного елемента повернення – пружини 10 при закритих клапанах першого і другого каскадів 22 і 19; релейне відкриття клапана першого каскаду 22, підйом клапана другого каскаду 19, відкриття щілини основного зливу з напірної магістралі, рух робочого органу 3 у зворотному напрямі під дією стиснутої при прямому ході пружини 10; релейне закриття клапана першого каскаду 22, повернення клапана другого каскаду 19 в початкове положення, закриття щілини основного зливу з напірної магістралі.



**Рисунок 2 – Осцилограма зміни параметрів гідропроводу в процесі його роботи: 1 – зміна тиску; 2 – переміщення плунжера робочого гідроциліндра; 3, 4 – переміщення клапанів першого і другого каскадів відповідно**

Перша фаза кожного робочого циклу відбувається в період часу, протягом якого тиск в гідросистемі зростає від  $p_{зл}$  до  $p_1 \geq (P_n + R_{mp}) / F_{нл}$ , при якому починається рух робочого органу 3 (тут  $P_n = c y_n$  - зусилля попередньої зтяжки пружини 10;  $c$  і  $y_n$  - жорсткість і попередня деформація пружини 10;  $R_{mp} = \alpha_{mp} \cdot P_{np_{max}}$  - сила сухого тертя;  $\alpha_{mp}$  - постійний коефіцієнт тертя;  $P_{np_{max}} = c(y_k / 2 + y_n)$  - максимальне зусилля деформації силової пружини 10;  $y_k$  - максимальний робочий хід поршня 7 робочого гідроциліндра 11). Математичний опис цієї частини перехідного процесу ( $0 \leq t \leq t_1$ ) складатиметься з двох рівнянь витрат.

Рівняння витрат для всієї гідросистеми, що пов'язана з підкляпанною порожниною 16, і для надкляпанної порожнини 25, яка дроселем 17 пов'язана з основною гідросистемою і підкляпанною порожниною 16, виглядають таким чином:

$$Q_n = \frac{dp}{dt} W_r \beta_{cp} + \mu f_{др} \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_3}, \quad (1)$$

$$\mu f_{др} \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_3} = \frac{dp_3}{dt} W_B \beta_{cp}, \quad (2)$$

де  $Q_n$  - продуктивність насоса 14,  $\frac{dp}{dt} W_r \beta_{cp}$  - витрата рідини на її стиснення в основній гідросистемі;  $p, t$  - поточний тиск і час;  $W_r$  - повний об'єм робочих порожнин, включаючи підкляпанну порожнину 16 клапана пульсатора, порожнини підвідних трубопроводів і робочого гідроциліндра 11;  $\beta_{cp}$  - середньоінтегральне значення коефіцієнта стисливості рідини в інтервалі тиску від  $p_{сл}$  до  $p_1$ ;  $\mu f_{др} \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_3}$  - витрата через дросель 17;  $\mu$  - коефіцієнт витрати;  $f_{др}$  - площа прохідного перерізу дроселя, що зв'язує підкляпанну порожнину 16 з надкляпанною порожниною 25;  $\gamma$  - питома

вага робочої рідини;  $p_3$  - поточний тиск рідини надкляпанної порожнини 25;  $\frac{dp_3}{dt} W_B \beta_{cp}$  - витрата рідини на її стиснення в надкляпанній порожнині 25;  $W_B$  - робочий об'єм надкляпанної порожнини 25.

Зважаючи на порівняно невеликий робочий об'єм в надкляпанній порожнині 25 стисненням рідини в ній можна знехтувати, тобто прийняти, що  $p_3 \approx p$ , а тому

$$\frac{dp_3}{dt} W_B \beta_{cp} = 0 \text{ і } \mu f_{дп} \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_3} = 0. \quad (3)$$

Отже, рівняння (1) можна представити у вигляді

$$\frac{dp}{dt} W_{Г} \beta_{cp} = Q_n. \quad (4)$$

Розв'язавши рівняння (4) при початкових умовах  $t=0, p_0 = p_{3л}$ , отримаємо

$$p_1 = p_0 + \frac{Q_n t}{W_{Г} \beta_{cp}}. \quad (5)$$

З рівняння (5) знайдемо час  $t_1$ , за яке в гідросистемі відбувається набір тиску до  $p_1$

$$t_1 = \frac{W_{Г} \beta_{cp} (p_1 - p_0)}{Q_n}. \quad (6)$$

Друга фаза робочого процесу, при якій починається рух робочого органу, – еластичної мембрани 3, описується рівняннями відповідно:

руху робочого органу 3 при прямому ході – здійсненні всмоктування рідини через клапан 29; витрати в основній приводній гідросистемі і підкляпанній порожнині 16, витрат в надкляпанній порожнині 25

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + \alpha \frac{dy}{dt} + c(y_{II} + y) + R_{гп} \text{sign} \left( \frac{dy}{dt} \right) = p F_{нн}, \quad (7)$$

$$Q_n = W_{Г} \beta \frac{dp}{dt} + F_{нн} \frac{dy}{dt} + \mu f_{дп} \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_3}, \quad (8)$$

$$\mu f_{дп} \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_3} = W_B \beta \frac{dp_3}{dt}, \quad (9)$$

де  $y, \frac{dy}{dt}, \frac{d^2 y}{dt^2}$  спільне переміщення, швидкість і прискорення рухомих елементів помпуючого вузла;

$\alpha$  - коефіцієнт в'язкого тертя;  $\beta$  - коефіцієнт стисливості рідини при тиску більше 3 МПа [3].

З урахуванням виразів (3) приведемо рівняння (8) до вигляду

$$Q_n = W_{Г} \beta \frac{dp}{dt} + \varphi_{нп} p + F_{нн} \frac{dy}{dt}. \quad (10)$$

Розв'язуючи спільно рівняння (7) і (10), визначимо характер зміни тиску  $p(t)$  в гідросистемі при переміщенні робочого органу – еластичної мембрани 3

$$p(t) = A_1 t + A_2 e^{-nt} \sin(\lambda t + \theta) + A_3, \quad (11)$$

де  $A_1, A_2, A_3, n, \lambda, \theta$  - сталі, що залежать від маси, яка приводиться в рух, характеристик пружини і гідросистеми, продуктивності насоса, сил тертя і інших параметрів.

Може відбутись таке, що тиск  $p(t)$  в період руху розгону робочого органу 3 до  $v_y = Q_n / F_{нн}$ , до якої експоненціально наближається  $\frac{dy}{dt}$  в момент перед спрацьовуванням клапана-пульсатора, більше тиску  $p_n$ , при якому клапан-пульсатор сполучає гідросистему із зливною магістраллю 27. В цьому випадку гідропривод практично не працюватиме в робочому режимі необхідного переміщення

інерційної маси, а остання здійснюватиме деякий коливальний рух з невеликою амплітудою. Такий режим не відповідає в більшості випадків призначенню, тому при розрахунку подібних гідроприводів доцільно проводити перевірку співвідношення тиску налагоджування  $p_n$  і максимально можливого поточного тиску  $p(t)$ , що має в період розгону коливальний характер (рис.2, крива 1).

При досягненні в гідросистемі тиску  $p_n$  налагоджування клапана-пульсатора, як це видно з осцилограми (рис.2), відбувається релейне відкриття клапана першого каскаду 22 і починає відкриватися клапан другого каскаду 19. Робочий орган 3 починає зворотний хід, тобто витіснення перекачуваної рідини через клапан 28 в напірну магістраль, під дією пружини 10. Цей період роботи гідросистеми може бути описаний системою наступних диференціальних рівнянь:

рівняння переміщення еластичної мембрани 3 і зв'язаних з нею деталей в початкове положення під дією пружини 10

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + \alpha \frac{dy}{dt} + cy + c_{ж} y + R_{TP} \text{sign} \left( \frac{dy}{dt} \right) = c(y_0 + y_n) - pF_{ni}, \quad (12)$$

де  $y_0$  - повна деформація пружини 10 при прямому ході плунжера;  
рівняння підйому клапана другого каскаду 19

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \xi \frac{dx}{dt} + c_2(x_n + x) = (p - p_3)F_4, \quad (13)$$

де  $m$  - маса клапана другого каскаду 19;  $\frac{d^2 x}{dt^2}$ ,  $\frac{dx}{dt}$ ,  $x$  - відповідно прискорення, швидкість, переміщення маси клапана 19 при русі підйому;  $\xi$  - коефіцієнт в'язкого тертя;  $c_2$  - жорсткість поворотної пружини 26;  $x_n$  - величина попереднього затягування пружини 26;

рівнянням витрат в основній гідросистемі і пов'язаній з нею підклапанній порожнині 16

$$Q_n = \frac{dp}{dt} W_r \beta + \mu \pi D_3 x \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_{zn}} + F_3 \frac{dx}{dt} - F_{ni} \frac{dy}{dt}, \quad (14)$$

де  $\mu \pi D_3 x \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_{zn}}$  - об'єм рідини, яка викидається на злив через щілину клапана, що

відкривається, 19;  $D_3$  - діаметр щілини, що відкривається, клапана 19;  $F_3 \frac{dx}{dt}$  - витрата рідини на

переміщенні клапана 19;  $F_{ni} \frac{dy}{dt}$  - збільшення об'єму рідини за рахунок зменшення займаного нею

місця при зворотному ході поршня 7 робочого гідроциліндра 11;

рівняння витрати в порожнині 25

$$F_4 \frac{dx}{dt} = \mu \pi D_2 h \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p_3 - p_{zn}}, \quad (15)$$

де  $F_4 \frac{dx}{dt}$  - об'єм рідини, що витісняється за час робочого ходу клапаном другого каскаду 19;

$\mu \pi D_2 h \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p_3 - p_{zn}}$  - витрата, що викидається на злив через відкриту щілину клапана першого каскаду 22;  $D_2, h$  - відповідно, діаметр щілини, що відкривається, та величина його релейного відкриття клапана.

В деякий момент часу при зниженні тиску в гідросистемі клапан першого каскаду 22 релейно закривається. Наступний етап спільної роботи елемента гідросистеми описується такою системою рівнянь:

рівняння витрат в основній гідросистемі і порожнині 16

$$Q_n = \frac{dp}{dt} W_r \beta + \mu \pi D_3 (x_0 - x) \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_{3n}} \\ - F_3 \frac{dx}{dt} - F_m \frac{dy}{dt} + \mu f_{DP} \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_3}; \quad (16)$$

рівняння витрат в порожнині 25

$$\mu f_{DP} \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} \sqrt{p - p_3} = F_4 \frac{dx}{dt}; \quad (17)$$

рівняння руху клапана 19 при закритті

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \xi \frac{dx}{dt} + c_2 x = c_2 (x_0 + x_{II}) + (p_3 - p) F_4, \quad (18)$$

де  $x_0$  - величина ходу клапана 19 при відкритті.

Отримана система рівнянь (12) - (18) є істотно нелінійною і відомими методами [1,3] не може бути вирішена. Найбільш доцільним є розв'язок рівнянь чисельними методами на ЕОМ. Дане завдання вирішувалося поетапно, причому результати розв'язку кожного попереднього етапу були вихідними для наступного. При виборі раціональних параметрів взаємодіючих елементів досліджуваного гідроприводу для машинного вирішення наведених рівнянь автори виходили з двох основних принципів: виключення передчасного спрацьовування клапана-пульсатора при прямому ході робочого органу і забезпечення закриття основного зливу клапана-пульсатора після повернення робочого органу в початкове положення (тобто  $t_2 + t_3 \geq T_{обр}$ , де  $t_2$  і  $t_3$  - відповідно час підйому і опускання клапана другого каскаду;  $T_{звор}$  - час зворотного ходу робочого органу).

### Висновки

Розробка і дослідження запропонованої математичної моделі взаємодії гідроприводу помпуючого вузла з керуючим клапаном-пульсатором, надає можливість визначати конструктивні розміри та параметри пристроїв зворотно-поступальної дії, правильний вибір яких сприятиме покращенню динамічних характеристик і підвищить швидкодію подібних механізмів для гідроприводних помпуючих вузлів насосних агрегатів мембранного типу та інших технологічних машин.

### Список літератури

1. Матвеев И.Б. Машины ударного и вибрационного действия. – М.: Машиностроение, 1974. – 184 с.
2. Коц И.В., Надутый В.П. Динамика тяжелых грохотов с гидравлическим толкающим приводом // Н.-т. сборник «Вибрация машин: измерение, снижение, защита», № 3, 2005. – с. 47-51.
3. Гидропривод сваепогружающих и грунтоуплотняющих машин / М.Е. Иванов, И.Б. Матвеев, Р.Д. Искович-Лотоцкий, В.А. Пишенин, И.В. Коц. - М.: Машиностроение, 1977. - 174 с.
4. Патент України № 17949 А. МПК6 Е 04 В 43/06. Мембранный гидроприводный насос / Коц И.В., Волошин О.Б. // Реєстраційний номер заявки 94052928; Заявл. 11.05.1994. Опубл. 31.10.1997. Бюл. №5.
5. Паневник О.В. Теоретичні основи побудови узагальнених гідравлічних моделей свердловинних струминних насосів: Автореф. дис. д-ра техн. наук. – Івано-Франківськ, 2000. – 31 с.
6. Онищенко А.Г., Васильев А.В. Обоснование выбора типа привода дифференциального растворонасоса // Конструкции зданий и строительное производство: Сб. научн. трудов. – К.: 1996. – с. 12-15.