

## ПОБУДОВА КЛАСИФІКАЦІЙНИХ НЕЧІТКИХ ПРАВИЛ НА ОСНОВІ ОБЕРНЕНОГО ЛОГІЧНОГО ВИВЕДЕННЯ

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет

*Запропоновано метод побудови класифікаційних нечітких баз знань на основі нечітких відношень і оберненого логічного виведення, що дозволяє уникнути трудомістких процедур генерування і селекції експертних правил. Носієм експертної інформації є матриця нечітких відношень «причини—наслідки». Показано, що класифікаційні нечіткі правила ЯКЩО—ТО представляють множину розв'язків рівнянь нечітких відношень у вигляді сполучених нечітких термів, де міри значимостей причин і наслідків описуються нечіткими квантифікаторами. Задача побудови класифікаційних нечітких правил, яка полягає у відновленні значень вхідних змінних для заданих класів виходу, зведена до розв'язання системи рівнянь нечітких відношень за допомогою генетичного алгоритму. Кількість правил у класі дорівнює кількості розв'язків, а форма функцій належності сполучених термів у правилі визначається мірами значимостей причин.*

**Ключові слова:** нечіткі відношення, класифікаційні нечіткі правила, обернене логічне виведення, розв'язання системи рівнянь нечітких відношень, сполучені нечіткі правила

### Вступ

Побудова класифікаційних нечітких правил ЯКЩО—ТО полягає у визначенні значень входів, які відповідають заданому класу виходу [1]. На практиці експерту для заданої частини ТО необхідно підібрати частину ЯКЩО. Ця задача відноситься до класу обернених і полягає у відновленні значень вхідних змінних, які найкращим чином пояснюють спостереження [2, 3]. Традиційно задача оберненого виведення вирішується у два етапи [4]. На першому етапі генеруються абдуктивні гіпотези. На другому етапі здійснюється селекція правил. Для селекції використовують евристичні критерії на основі мір подібності і зв'язаності [2—4].

У статті пропонується підхід, який дозволяє безпосередньо генерувати класифікаційні нечіткі правила на основі оберненого виведення. Цей підхід базується на формалізації причинно-наслідкових зв'язків у термінах рівнянь нечітких відношень [5—7]. Система рівнянь нечітких відношень є одночасно носієм експертної інформації і генератором класифікаційних нечітких правил ЯКЩО—ТО. Для цього причини і наслідки з'єднуються нечіткими відношеннями, а міри значимостей причин і наслідків — нечіткими правилами, які є якісними розв'язками рівнянь нечітких відношень для заданого класу виходу [8]. В таких правилах використовуються сполучені нечіткі терми, де міри значимостей причин і наслідків описуються нечіткими квантифікаторами [9], наприклад:

*ЯКЩО незначне зростання попиту І незначне зменшення запасу*

*АБО значне зростання попиту І незначне зростання запасу, ТО незначно підвищити запас*

Сполучені нечіткі правила генеруються шляхом розв'язання рівнянь нечітких відношень для заданих класів виходу, що дозволяє уникнути селекції правил. В цьому випадку кількість правил у класі дорівнює кількості розв'язків, а форма функцій належності сполучених термів у правилі визначається мірами значимостей причин.

*Метою роботи* є розроблення методу побудови класифікаційних нечітких правил ЯКЩО—ТО на основі нечітких відношень і оберненого логічного виведення. Для генерування сполучених нечітких правил узагальнений генетичний алгоритм розв'язання рівнянь нечітких відношень [10].

### Апроксимація нечіткими правилами і відношеннями

Розглядається об'єкт виду  $y = f(\mathbf{X})$  з  $n$  входами  $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_n)$  і одним виходом  $y$ , для якого взаємозв'язок «входи—вихід» може бути представлений у вигляді системи класифікаційних нечітких правил ЯКЩО—ТО [1]:

$$\bigcup_{p=1, z_j} \left[ \bigcap_{i=1, n} (x_i = T_i^{jp}) \right] \rightarrow y = d_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (1)$$

де  $T_i^{jp}$  — лінгвістичний терм, який оцінює змінну  $x_i$  в правилі з номером  $jp$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $p = \overline{1, z_j}$ ;  $d_j$  — лінгвістичний терм, який оцінює змінну  $y$ ;  $z_j$  — кількість правил, що відповідають терму  $d_j$ ;  $m$  — кількість термів вихідної змінної.

Нечітка база знань (1) може бути перетворена у множину лінгвістичних розв'язків системи рівнянь нечітких відношень шляхом переходу до сполученої системи нечітких термів.

Нехай:  $\{c_{i1}, \dots, c_{ik_i}\}$  — множина нечітких термів для оцінки параметра  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $\{D_1, \dots, D_M\}$  — множина нечітких термів для оцінки параметра  $y$ . Множину  $\{C_1, \dots, C_N\} = \{c_{11}, \dots, c_{1k_1}, \dots, c_{n1}, \dots, c_{nk_n}\}$ , де  $N = k_1 + \dots + k_n$ , будемо називати нечіткими причинами, а множину  $\{D_1, \dots, D_M\}$  — нечіткими наслідками. Взаємозв'язок «причини—наслідки» будемо задавати системою матриць нечітких відношень  $\mathbf{R}_i \subseteq c_{il} \times D_J = [r_{il}^J, i = \overline{1, n}, l = \overline{1, k_i}, J = \overline{1, M}]$ , яка еквівалентна матриці нечітких відношень  $\mathbf{R} \subseteq C_I \times D_J = [r_{IJ}, I = \overline{1, N}, J = \overline{1, M}]$ .

За наявності матриць  $\mathbf{R}_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , залежність «входи—вихід» описується за допомогою розширеного композиційного правила виведення [5]:

$$\mu^D(y) = \mu^{A_1}(x_1) \circ \mathbf{R}_1 \cap \dots \cap \mu^{A_n}(x_n) \circ \mathbf{R}_n, \quad (2)$$

де  $\mu^{A_i}(x_i) = (\mu^{c_{i1}}, \dots, \mu^{c_{ik_i}})$  — вектор мір значимостей причин  $c_{il}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $l = \overline{1, k_i}$ ;  $\mu^D(y) = (\mu^{D_1}, \dots, \mu^{D_M})$  — вектор мір значимостей наслідків  $D_J$ ,  $J = \overline{1, M}$ .

Зі співвідношення (2) впливає система рівнянь нечітких відношень, яка зв'язує функції належності нечітких термів причин і наслідків:

$$\mu^{D_J}(y) = \min_{i=1, n} \left\{ \max_{l=1, k_i} \left[ \min(\mu^{c_{il}}(x_i), r_{il}^J) \right] \right\}, \quad J = \overline{1, M}. \quad (3)$$

Для кожного класу  $d_j$  множина розв'язків системи рівнянь (3) може бути представлена у вигляді системи сполучених нечітких правил ЯКЩО—ТО:

$$\bigcup_{p=1, z_j} \left[ \bigcap_{i=1, n} \left\{ \bigcup_{l=1, k_i} (\mu^{c_{il}}(x_i) = \alpha_{il}^{jp}) \right\} \right] \rightarrow y = d_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (4)$$

де  $\alpha_{il}^{jp}$  — нечіткий квантифікатор, який описує міру значимості  $\mu^{c_{il}}$  в правилі з номером  $p = \overline{1, z_j}$ .

Шляхом переходу від термів  $\alpha_{il}^{jp}$ , що описують міри значимостей  $\mu^{c_{il}}$ , до термів  $a_{il}^{jp}$ , що описують змінні  $x_i$ , система нечітких правил (4) переписується у вигляді:

$$\bigcup_{p=1, z_j} \left[ \bigcap_{i=1, n} \left\{ \bigcup_{l=1, k_i} (x_i = a_{il}^{jp}) \right\} \right] \rightarrow y = d_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (5)$$

де  $a_{il}^{jp} = (c_{il}, \alpha_{il}^{jp})$  — сполучений терм, що описує змінну  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $l = \overline{1, k_i}$ , в правилі  $jp$ .

Класифікаційній нечіткій базі знань (5) відповідають нечіткі логічні рівняння, які зв'язують функції належності сполучених термів у розв'язках системи (3) [1, 7]:

$$\mu^{d_j}(y) = \max_{p=1, z_j} \left[ w_{jp} \cdot \min_{i=1, n} \left\{ \mu^{T_i^{jp}}(x_i) \right\} \right], \quad j = \overline{1, m},$$

де  $\mu^{T_i^{jp}}(x_i) = \max_{l=1, k_i} \left( v_{il}^{jp} \cdot \mu^{a_{il}^{jp}}(x_i) \right)$ .

Тут  $\mu^{d_j}(y)$  — функція належності змінної  $y$  до класу  $d_j$ ;  $\mu^{T_i^{jp}}(x_i)$  — функція належності змінної  $x_i$  до терму  $T_i^{jp}$ ;  $\mu^{a_{il}^{jp}}(x_i)$  — функція належності змінної  $x_i$  до сполученого терму  $a_{il}^{jp} = (c_{il}, \alpha_{il}^{jp})$ ;  $w_{jp}$  — вага правила з номером  $jp$ ;  $v_{il}^{jp}$  — вага терму у розв'язку з номером  $jp$ .

У нечітких логічних рівняннях використовується така функція належності нечіткого терму  $T$  [1]:

$$\mu^T(x) = 1 / \left( 1 + ((x - \beta) / \sigma)^2 \right),$$

де  $\beta$  — координата максимуму функції,  $\mu^T(\beta) = 1$ ;  $\sigma$  — параметр концентрації.

Операція дефазифікації виконується за формулою [1]

$$y = \sum_{j=1}^m y_r^j \cdot \mu^{d_j}(y) / \sum_{j=1}^m \mu^{d_j}(y),$$

де  $y_r^j$  — границі класів рішень  $d_j$ .

### Задача оптимізації для оберненого виведення

Якщо нечіткі правила (5) є розв'язками системи рівнянь нечітких відношень (3), то для якісних значень входів  $x_i = a_{il}^{jp}$  і виходу  $y = d_j$  у розв'язку з номером  $jp$  виконується співвідношення

$$\mu^{D_j}(d_j) = \min_{i=1, n} \left\{ \max_{l=1, k_i} \left[ \min \left( \mu^{c_{il}}(a_{il}^{jp}), r_{il}^j \right) \right] \right\},$$

де  $\mu^{D_j}(d_j)$  і  $\mu^{c_{il}}(a_{il}^{jp})$  — степені належності значень  $x_i = a_{il}^{jp}$  і  $y = d_j$  до нечітких термів  $D_j$  і  $c_{il}$ .

Тоді виникає задача оберненого виведення, яка ставиться таким чином: для класів виходу  $y = d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ , знайти кількість нечітких правил  $z_j$  і відновити форми функцій належності входів  $x_i = a_{il}^{jp}$  у кожному правилі. Дотримуючись [7, 10], задача розв'язання рівнянь нечітких відношень (3) формулюється так. Для кожного класу виходу  $y = d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ , знайти нечіткий вектор причин  $\underline{\mu}_j^C = (\mu_j^{C_1}, \dots, \mu_j^{C_N})$ ,  $\mu_j^{C_I} \in [0, 1]$ ,  $I = \overline{1, N}$ , який забезпечує мінімальну відстань між модельним і спостережуваним нечіткими векторами наслідків:

$$F_j = \sum_{j=1}^M \left[ \mu^{D_j}(d_j) - \min_{i=1, n} \left[ \max_{l=1, k_i} \left( \min \left( \mu^{c_{il}}, r_{il}^j \right) \right) \right] \right]^2 = \min_{\underline{\mu}_j^C}. \quad (6)$$

Для кожного класу  $d_j$  система рівнянь (3) має множину розв'язків  $S_j(\mathbf{R}, \underline{\mu}^D(d_j))$ , яка визначається множиною максимальних розв'язків  $\overline{S}_j^* = \left\{ \underline{\mu}_{jh}^{-C}, h = \overline{1, z_j} \right\}$  і множиною мінімальних розв'язків  $\underline{S}_j^* = \left\{ \underline{\mu}_{js}^C, s = \overline{1, z_j} \right\}$ , причому кожному максимальному розв'язку  $\underline{\mu}_{jh}^{-C} \in \overline{S}_j^*$  відповідає множина мінімальних розв'язків  $\underline{S}_j^*$  [10]:

$$S_j(\mathbf{R}, \underline{\mu}^D(d_j)) = \bigcup_{\underline{\mu}_{jh}^{-C} \in \overline{S}_j^*} \bigcup_{\underline{\mu}_{js}^C \in \underline{S}_j^*} \left[ \underline{\mu}_{js}^C, \underline{\mu}_{jh}^{-C} \right], j = \overline{1, m}. \quad (7)$$

Тут  $\underline{\mu}_{jh}^{-C} = (\underline{\mu}_{jh}^{-C_1}, \dots, \underline{\mu}_{jh}^{-C_N})$  і  $\underline{\mu}_{js}^C = (\underline{\mu}_{js}^{C_1}, \dots, \underline{\mu}_{js}^{C_N})$  — вектори верхніх і нижніх границь мір значимостей причин  $\mu_{jp}^{C_I}$ , де операція об'єднання виконується над усіма  $\underline{\mu}_{jh}^{-C} \in \overline{S}_j^*$  і  $\underline{\mu}_{js}^C \in \underline{S}_j^*$ .

Дотримуючись [7, 10], формування інтервалів (7) здійснюється шляхом багаторазового розв'язання

задачі оптимізації (6) і починається з пошуку її нульових розв'язків  $\mu_{j0}^C = (\mu_{j0}^{C_1}, \dots, \mu_{j0}^{C_N})$ ,  $j = \overline{1, m}$ .

Верхня границя  $(\mu_{jh}^{-C_I})$  для  $h = 1$  знаходиться в діапазоні  $[\mu_{j0}^{C_I}, 1]$ , а для  $h > 1$  — в діапазоні  $[\max(\mu_{jp}^{C_I}), 1]$ ,  $p < s$ , причому максимальні розв'язки  $\mu_{jp}^{-C_I}$ ,  $p < h$ , вилучаються із області пошуку.

Нижня границя  $(\mu_{js}^C)$  для  $s = 1$  знаходиться в діапазоні  $[0, \mu_{j0}^{C_I}]$ , а для  $s > 1$  — в діапазоні  $[0, \min(\mu_{jp}^{-C_I})]$ ,  $p < h$ , причому мінімальні розв'язки  $\mu_{jp}^C$ ,  $p < s$ , вилучаються із області пошуку.

Нехай  $\mu_j^C(t) = (\mu_j^{C_1}(t), \dots, \mu_j^{C_N}(t))$  — розв'язок задачі оптимізації (6) на  $t$ -му кроці формування інтервалів, тобто  $F_j(\mu_j^C(t)) = F_j(\mu_{j0}^C)$ , оскільки для всіх  $\mu_j^C \in S_j(\mathbf{R}, \mu^D(d_j))$  значення критерію (6) однако. При пошуку верхніх границь передбачається, що  $\mu_j^{C_I}(t) \geq \mu_j^{C_I}(t-1)$ , а при пошуку нижніх границь передбачається, що  $\mu_j^{C_I}(t) \leq \mu_j^{C_I}(t-1)$ . Встановлення верхніх (нижніх) границь здійснюється за правилом: якщо  $\mu_j^C(t) \neq \mu_j^C(t-1)$ , то  $\mu_{jh}^{-C_I}(\mu_{js}^C) = \mu_j^{C_I}(t)$ . Якщо  $\mu_j^C(t) = \mu_j^C(t-1)$ , то формування розв'язку  $[\mu_{js}^C, \mu_{jh}^{-C_I}]$  припиняється. Пошук інтервалів (7) продовжується, допоки виконується умова  $\mu_{jh}^{-C_I} \neq \mu_{jp}^C$ ,  $p < h$ , для верхніх границь і  $\mu_{js}^C \neq \mu_{jp}^C$ ,  $p < s$ , для нижніх границь.

Генетичний алгоритм розв'язання задачі оптимізації (6) реалізований в середовищі MATLAB. Для реалізації генетичного алгоритму хромосома визначається як вектор-рядок двійкових кодів розв'язків  $\mu_j^{C_I}$ ,  $I = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, m}$ . Операція схрещування виконується шляхом обміну частин хромосом в кожному розв'язку  $\mu_j^{C_I}$ . Функція відповідності будується на основі критерію (6). Формування інтервальних розв'язків здійснюється шляхом багаторазового запуску генетичного алгоритму зі встановленням уточнених границь області пошуку. Умовою завершення алгоритму є відсутність нових верхніх і нижніх границь протягом заданого проміжку часу.

### Приклад: нечітка система управління запасами

Представимо систему управління запасами у вигляді об'єкта  $y(t) = f(x_1(t), x_2(t))$ , де:  $x_1(t)$  — *попит*, тобто число одиниць ресурсу певного виду, яке необхідно в момент часу  $t$ ;  $x_2(t)$  — *запас*, тобто число одиниць ресурсу певного виду, яке є в наявності на складі в момент  $t$ ;  $y(t)$  — *управлінська дія* в момент  $t$ , яка полягає в зменшенні—збільшенні запасу ресурсу певного виду [11].

Експертні нечіткі відношення представлені в табл. 1, де вхідні і вихідні параметри описуються причинами і наслідками:  $c_{11}$ ,  $c_{21}$  — *спадає* ( $\Pi$ );  $c_{12}$ ,  $c_{22}$  — *стійкий* ( $St$ );  $c_{13}$ ,  $c_{23}$  — *зростає* ( $P$ ) для  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$ ;  $D_1$  — *зменшити* запас;  $D_2$  — *нічого не робити*;  $D_3$  — *збільшити* запас для  $y(t)$ .

Система рівнянь нечітких відношень для генерування правил-розв'язків має вигляд:

$$\begin{aligned} \mu^{D_1} &= \left[ (\mu^{c_{11}} \wedge 0,96) \vee (\mu^{c_{12}} \wedge 0,65) \vee (\mu^{c_{13}} \wedge 0,16) \right] \wedge \left[ (\mu^{c_{21}} \wedge 0,16) \vee (\mu^{c_{22}} \wedge 0,80) \vee (\mu^{c_{23}} \wedge 0,98) \right]; \\ \mu^{D_2} &= \left[ (\mu^{c_{11}} \wedge 0,83) \vee (\mu^{c_{12}} \wedge 0,72) \vee (\mu^{c_{13}} \wedge 0,53) \right] \wedge \left[ (\mu^{c_{21}} \wedge 0,90) \vee (\mu^{c_{22}} \wedge 0,72) \vee (\mu^{c_{23}} \wedge 0,48) \right]; \\ \mu^{D_3} &= \left[ (\mu^{c_{11}} \wedge 0,15) \vee (\mu^{c_{12}} \wedge 0,94) \vee (\mu^{c_{13}} \wedge 0,99) \right] \wedge \left[ (\mu^{c_{21}} \wedge 0,95) \vee (\mu^{c_{22}} \wedge 0,65) \vee (\mu^{c_{23}} \wedge 0,15) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Нехай треба побудувати нечіткі правила для таких класів:  $d_1$  — зменшити запас сильно;  $d_2$  — зменшити запас слабо;  $d_3$  — нічого не робити;  $d_4$  — збільшити запас слабо;  $d_5$  — збільшити запас сильно [11]. Параметри функцій належності нечітких термів  $D_1 \div D_3$  і  $d_1 \div d_5$  наведені

в табл. 2. Для кожного класу  $d_1 \div d_5$ , міри значимостей  $\mu^D(d_j)$  визначались за допомогою функцій належності на рис. 1:

$$\mu^D(d_1) = (\mu^{D_1} = 0,85; \mu^{D_2} = 0,22; \mu^{D_3} = 0,15); \quad \mu^D(d_2) = (\mu^{D_1} = 0,57; \mu^{D_2} = 0,40; \mu^{D_3} = 0,18);$$

$$\mu^D(d_3) = (\mu^{D_1} = 0,31; \mu^{D_2} = 1,00; \mu^{D_3} = 0,34); \quad \mu^D(d_4) = (\mu^{D_1} = 0,16; \mu^{D_2} = 0,35; \mu^{D_3} = 0,60);$$

$$\mu^D(d_5) = (\mu^{D_1} = 0,15; \mu^{D_2} = 0,25; \mu^{D_3} = 0,88).$$

Таблиця 1

Матриця нечітких відношень

ЯКЩО входи		ТО вихід $y(t)$		
		$D_1$	$D_2$	$D_3$
$x_1(t)$	$c_{11}$	0,96	0,83	0,15
	$c_{12}$	0,65	0,72	0,94
	$c_{13}$	0,16	0,53	0,99
$x_2(t)$	$c_{21}$	0,16	0,90	0,95
	$c_{22}$	0,80	0,72	0,65
	$c_{23}$	0,98	0,48	0,15

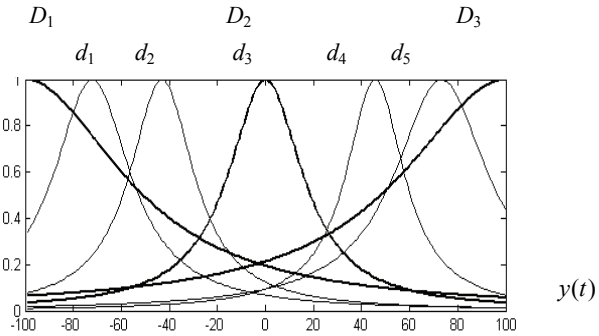


Рис. 1. Функції належності нечітких термів змінної  $y(t)$

Таблиця 2

Параметри функцій належності нечітких термів змінної  $y(t)$

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$
$\beta-$	-100	0	100	-72,14	-43,13	0	45,62	73,18
$\sigma-$	49,16	18,73	52,10	19,35	16,28	18,73	14,71	23,61

Для класів  $d_1 \div d_5$  за допомогою генетичного алгоритму [10] отримані множини розв'язків рівнянь нечітких відношень (8), які представлені в табл. 3. Значення критерію оптимізації (6) становили  $F_1 = 0,0676$ ,  $F_2 = 0,0073$ ,  $F_3 = 0,2901$ ,  $F_4 = 0,0324$ ,  $F_5 = 0,0785$ .

Таблиця 3

Множина розв'язків системи рівнянь нечітких відношень

ЯКЩО						ТО
$x_1(t)$			$x_2(t)$			$y(t)$
$\mu^{c_{11}}$	$\mu^{c_{12}}$	$\mu^{c_{13}}$	$\mu^{c_{21}}$	$\mu^{c_{22}}$	$\mu^{c_{23}}$	
[0,85, 1,0]	[0, 0,15]	[0, 0,15]	[0, 0,15]	[0, 0,48]	[0,85, 1,0]	$d_1$
[0,85, 1,0]	0,48	[0, 1,0]	[0, 0,15]	[0, 0,15]	[0,85, 1,0]	
[0,57, 1,0]	[0, 0,15]	[0, 0,15]	0,48	0,48	[0,57, 1,0]	$d_2$
[0, 0,15]	[0, 0,15]	0,57	[0, 0,15]	[0, 0,15]	[0,57, 1,0]	
0,57	0,57	[0, 1,0]	[0, 0,15]	[0, 0,15]	0,57	$d_3$
0,65	0,72	0,65	0,65	0,72	0,65	
[0,46, 1,0]	0,34	[0, 0,34]	[0,46, 1,0]	0,31	[0, 0,31]	$d_4$
[0, 0,31]	0,31	[0,46, 1,0]	[0, 0,34]	0,34	[0,46, 1,0]	
0,53	0,53	[0,60, 1,0]	[0,60, 1,0]	[0, 0,16]	[0, 0,16]	$d_5$
[0, 0,16]	[0, 0,16]	0,60	0,60	0,60	[0, 1,0]	
[0, 0,16]	[0, 0,16]	[0,60, 1,0]	[0, 0,15]	0,60	0,60	
[0, 0,16]	[0, 0,53]	[0,88, 1,0]	[0,88, 1,0]	[0, 0,16]	[0, 0,16]	
[0, 0,16]	[0, 0,16]	[0,88, 1,0]	[0,88, 1,0]	0,53	[0, 1,0]	

Отримані розв'язки відповідають нечітким правилам, представленим в табл. 4, де змінні  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  описуються сполученими термами: *значно падає* (знП), *незначно падає* (нП), *стійкий* (Ст),

незначно зростає (нР), значно зростає (знР). Нечіткі квантифікатори для утворення сполучених термів асоціюються з інтервалами мір значимостей  $\mu^{c_{ii}}$  в табл. 3.

Таблиця 4

Сполучені нечіткі правила ЯКЦО–ТО

ЯКЦО		ТО
$x_1(t)$	$x_2(t)$	$y(t)$
знП	нР або знР	$d_1$
знП або нП	знР	
нП	Ст або нР	$d_2$
Ст	знР	
нП або Ст	нР	$d_3$
нП або Ст	нП або Ст	
знП	знП	
нР або знР	нР або знР	$d_4$
нР або знР	нП	
нР	нП або Ст	
знР	Ст або нР	$d_5$
нР або знР	знП	
знР	знП або нП	

Передбачається, що на основі вданих рішень по управлінню запасами може бути отримана навчальна вибірка у вигляді значень трійок  $\langle \hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{y}(t) \rangle$ , відповідних до дій досвідченого менеджера, за яких попит на продукцію задовольнявся з мінімально допустимим запасом продукції на складі [12]. Для підприємства, яке реалізує гречану крупу, навчальна вибірка представлена на рис. 2а—в у вигляді динаміки зміни вхідних і вихідної змінних протягом року, де  $x_1(t) \in [0, 200] \cdot 10^2$  кг;  $x_2(t) \in [70, 170] \cdot 10^2$  кг;  $y(t) \in [-100, 100] \cdot 10^2$  кг;  $t \in [1...365]$  днів. Залишок продукції на складі після управління  $\varepsilon(t) = x_2(t) + y(t) - x_1(t)$  не перевищує допустимого значення запасу, яке становить  $70 \cdot 10^2$  кг. Допустимою похибкою управління вважається величина «миттєвого» поповнення або зменшення запасу, яка складає  $7 \cdot 10^2$  кг. Динаміка зміни залишку продукції після управління  $\varepsilon(t)$ , яка показана на рис. 2г, свідчить про стійкість управління, тобто тенденції наближення показника  $\varepsilon(t)$  до нуля [12]. Результати генетичної настройки параметрів отриманого набору нечітких правил зведені в табл. 5, 6 і показані на рис. 3.

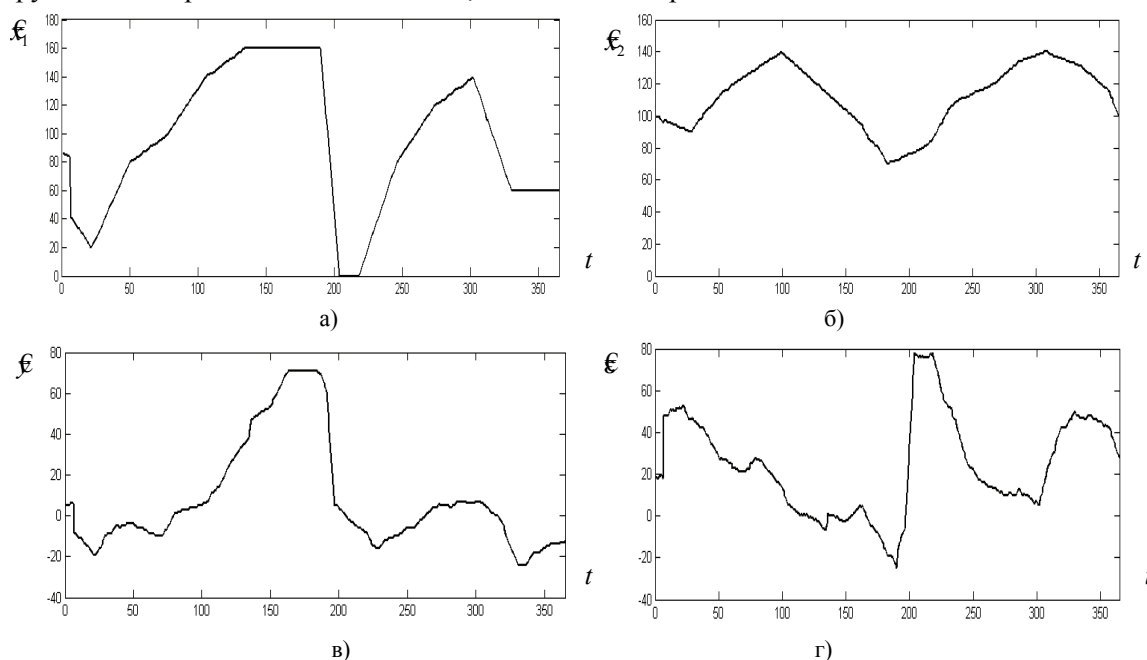


Рис. 2. Навчальна вибірка: а — зміна попиту на продукцію; б — зміна запасу; в — управлінська дія; г — зміна залишку продукції на складі після управління

Таблиця 5

Параметри функцій належності нечітких термів змінної  $x_1(t)$

	$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	знП	нП	Ст	нР	знР
$\beta-$	2,93	102,26	197,41	5,84	50,39	102,26	150,03	193,46
$\sigma-$	60,08	21,69	58,13	49,08	41,85	21,69	42,15	50,53

Таблиця 6

Параметри функцій належності нечітких термів змінної  $x_2(t)$

	$c_{21}$	$c_{22}$	$c_{23}$	знП	нП	Ст	нР	знР
$\beta-$	71,19	120,14	169,62	73,47	105,16	120,14	135,02	162,59
$\sigma-$	33,56	9,21	31,08	19,82	16,18	9,21	18,50	14,67

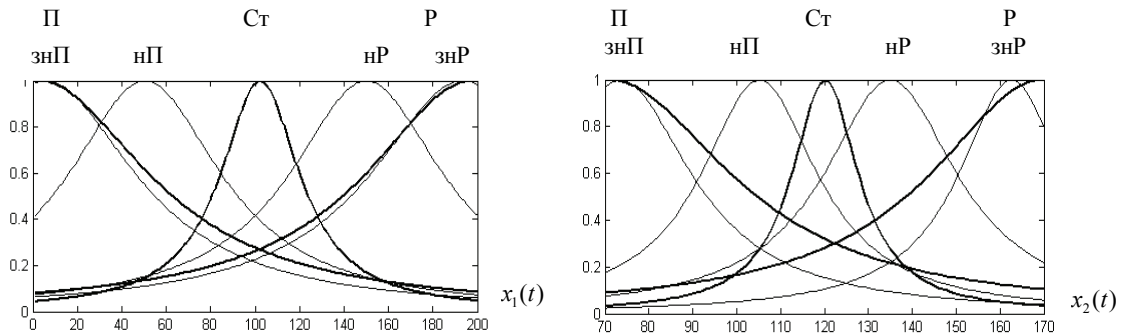


Рис. 3. Функції належності нечітких термів змінних  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$

Порівняння модельного і еталонного управління для здобутих нечітких правил представлено на рис. 4а. Порівняння залишку продукції на складі після управління показано на рис. 4б. Здобуті правила забезпечують точність виведення на рівні експертних правил, які використовувались в [12].

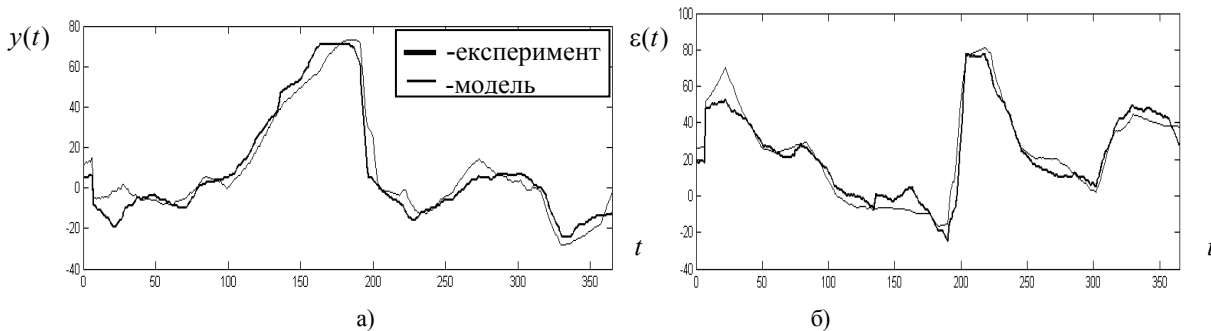


Рис. 4. Управлінська дія: а — генерована нечіткими правилами для  $d_1 \div d_5$ ; б — залишок продукції на складі після управління

### Висновки

Запропоновано метод побудови класифікаційних нечітких баз знань на основі нечітких відношень і оберненого логічного виведення, який дозволяє уникнути трудомістких процедур генерування і селекції експертних правил. Система рівнянь нечітких відношень є одночасно носієм експертної інформації «причини–наслідки» і генератором нечітких правил ЯКЦЮ–ТО. Показано, що система класифікаційних нечітких правил ЯКЦЮ–ТО може бути перетворена на множину лінгвістичних розв’язків рівнянь нечітких відношень шляхом переходу до сполучених нечітких термів, де міри значимостей причин і наслідків описуються нечіткими квантифікаторами.

Задача побудови класифікаційних нечітких правил, яка полягає у відновленні значень вхідних змінних для заданих класів виходу, зведена до розв’язання системи рівнянь нечітких відношень за

допомогою генетичного алгоритму. Кількість правил у класі дорівнює кількості розв'язків, а форма функцій належності сполучених термів у правилі визначається мірами значимостей причин.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации : нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети. — Винница : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1999. — 320 с. — ISBN 966-7199-49-5.
2. Dubois D. What are fuzzy rules and how to use them / D. Dubois, H. Prade // Fuzzy Sets and Systems. — Vol. 84 (2). — 1996, P. 169—189. — ISSN 0165-0114.
3. Eslami E. Inverse approximate reasoning / E. Eslami, J.J. Buckley // Fuzzy Sets and Systems. — Vol. 87 (2). — 1997. — P. 155—158. — ISSN 0165-0114.
4. Mellouli N. Abductive reasoning and measures of similitude in the presence of fuzzy rules / N. Mellouli, B. Bouchon-Meunier // Fuzzy Sets and Systems. — Vol. 137 (1). — 2003 — P. 177—188. — ISSN 0165-0114.
5. Yager R. Essentials of fuzzy modeling and control / R. Yager, D. Filev. — New York: John Willey & Sons, 1994. — 408 p. — ISBN 0-471-01761-2.
6. Peeva K. Fuzzy relational calculus. Theory, applications and software / K. Peeva, Y. Kyosev. — New York : World Scientific, 2004. — 304 p. — ISBN 978-981-256-076-6.
7. Rotshtein A. Fuzzy evidence in identification, forecasting and diagnosis / A. Rotshtein, H. Rakytyanska. — Heidelberg: Springer, 2012. — 314 p. — ISBN 978-3-642-25785-8.
8. Ракитянська Г. Б. Ідентифікація нелінійних залежностей нечіткими правилами і відношеннями / Г. Б. Ракитянська // Контроль і управління в складних системах КУСС – 2012 : XI Міжн. наук. конф., 9—11 жовтня 2012 р. : тези доп. — Вінниця : ВНТУ, 2012. — С. 255. — ISBN 966-641-187-3.
9. Zadeh L. A computational approach to fuzzy quantifiers in natural language / L. Zadeh // Computers and Mathematics with Applications. — 1983. — Vol. 9. — P. 149—184. — ISSN 0898-1221.
10. Rotshtein A. Fuzzy logic and the least squares method in diagnosis problem solving / A. Rotshtein, H. Rakytyanska // In: Sarma R.D. (ed) Genetic diagnoses. — New York : Nova Science Publishers, 2011. — pp. 53—97. — ISBN 978-1-61324-866-9.
11. Bojadziev G. Fuzzy logic for business, finance and management / G. Bojadziev, M. Bojadziev. — World Scientific Publishing. — 1997. — 252 p. — ISBN 978-9810228941.
12. Ротштейн А. П. Управление запасами как задача идентификации на основе нечеткой логики / А. П. Ротштейн, А. Б. Ракитянская // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — № 3. — С. 123—133. — ISSN 0023-1274.

Рекомендована кафедрою програмного забезпечення ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 27.06.2014

**Ракитянська Ганна Борисівна** — канд. техн. наук, доцент, докторант кафедри програмного забезпечення, e-mail: h\_rakit@ukr.net.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

**H. B. Rakytyanska<sup>1</sup>**

## Classifying fuzzy rules construction based on inverse logical inference

<sup>1</sup>Vinnitsia National Technical University

*An approach to the classifying fuzzy knowledge bases construction based on fuzzy relations and inverse logical inference, which allows avoiding the laborious procedures of the generation and selection of expert rules, is suggested in the paper. The matrix of «causes — effects» fuzzy relations is the support of the expert information. It is shown, that the classifying fuzzy IF-THEN rules represents the solution set of fuzzy relational equations in the form of the composite fuzzy terms, where causes and effects significance measures are described by fuzzy quantifiers. The problem of the classifying fuzzy rules construction, which consists of renewal the values of the input variables for the given output classes, is amounted to solving the system of fuzzy relational equations using the genetic algorithm. The number of rules in the class is defined by the number of solutions, and the form of the composite fuzzy terms membership functions in the rule is defined by the cause's significance measures.*

**Key words:** fuzzy relations, classifying fuzzy rules, inverse logical inference, solving fuzzy relational equations, composite fuzzy rules.

**Rakytyanska Hanna B.** — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Postdoctoral Student of the Chair of Soft Ware Design, e-mail: h\_rakit@ukr.net



А. Б. Ракитянская<sup>1</sup>

## Построение классификационных нечетких правил на основе обратного логического вывода

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет

*Предлагается метод построения классификационных нечетких баз знаний на основе нечетких отношений и обратного логического вывода, что позволяет избежать трудоемких процедур генерирования и селекции экспертных правил. Носителем экспертной информации является матрица нечетких отношений «причины—следствия». Показано, что классификационные нечеткие правила ЕСЛИ–ТО представляют множество решений уравнений нечетких отношений в виде составных нечетких термов, где меры значимостей причин и следствий описываются нечеткими квантификаторами. Задача построения классификационных нечетких правил, которая заключается в восстановлении значений входных переменных для заданных классов выхода, сведена к решению системы уравнений нечетких отношений с помощью генетического алгоритма. Количество правил в классе определяется количеством решений, а форма функций принадлежности составных термов в правиле определяется мерами значимостей причин.*

**Ключевые слова:** нечеткие отношения, классификационные нечеткие правила, обратный логический вывод, решение системы уравнений нечетких отношений, составные нечеткие правила.

*Ракитянская Анна Борисовна* — канд. техн. наук, доцент, докторант кафедры программного обеспечения, e-mail: h\_rakit@ukr.net