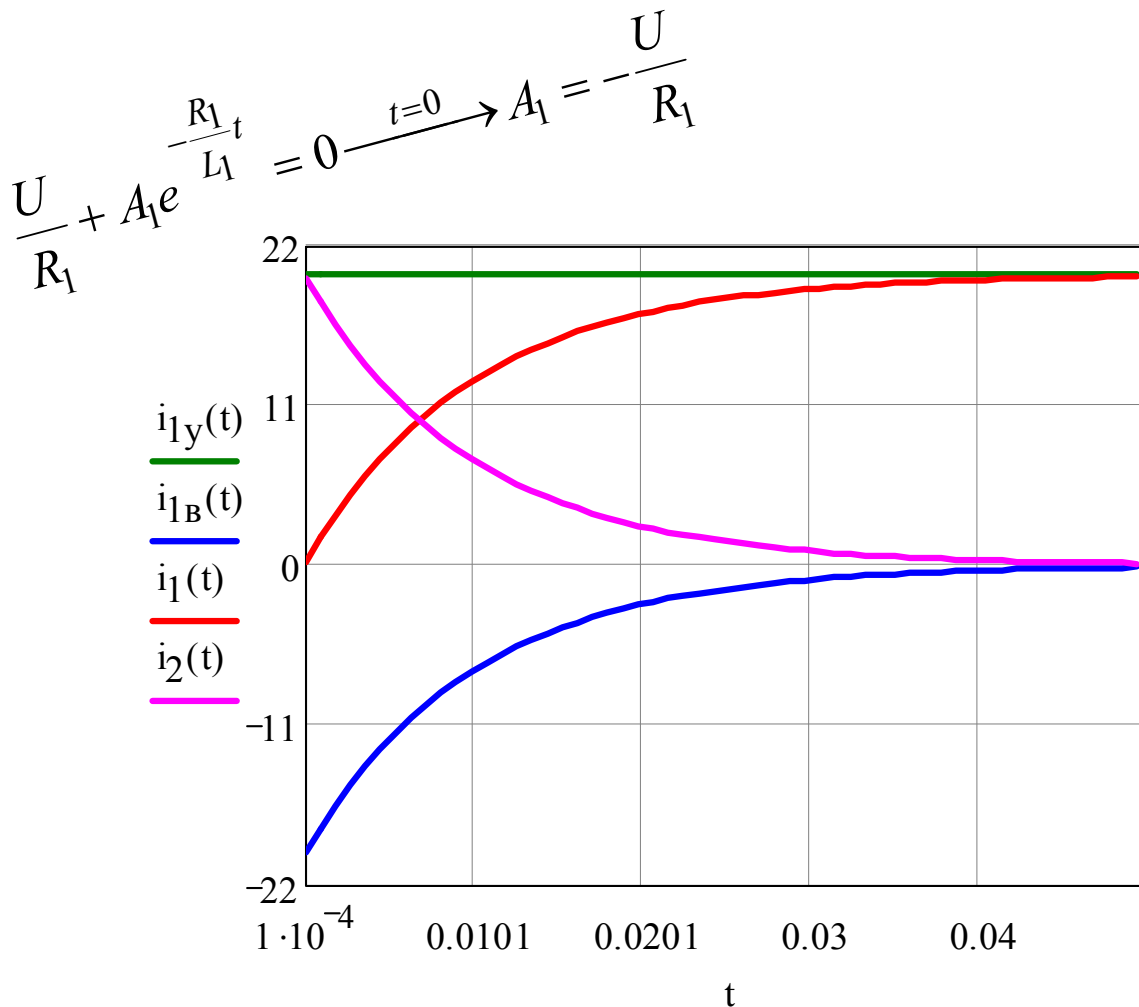


## ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

### Контрольні та розрахунково-графічні роботи для студентів неенергетичних спеціальностей

#### Навчальний посібник



Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**М. П. Розводюк, Є. Я. Блінкін**

## **ЕЛЕКТРОТЕХНІКА**

### **Контрольні та розрахунково-графічні роботи для студентів неенергетичних спеціальностей**

Затверджено Вченою радою Вінницького національного технічного університету як навчальний посібник для студентів спеціальностей „Технологія машинобудування”, „Металорізальні верстати та системи”, „Автомобілі та автомобільне господарство”, „Технологія і устаткування відновлення та підвищення зносостійкості машин і конструкцій”, „Теплоенергетика”, „Промислове і цивільне будівництво”, „Міське будівництво та господарство”, „Теплогазопостачання і вентиляція”.  
Протокол №2 від 25 вересня 2008 р.

Вінниця ВНТУ 2008

УДК 621.311(07)

Р64

*Рецензенти:*

*М. Й. Бурбело, доктор технічних наук, професор*

*В. Г. Мадьяров, кандидат технічних наук, доцент*

*А. І. Гладир, кандидат технічних наук, доцент*

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України

**Розводюк М. П., Блінкін Є. Я.**

**Р64 Електротехніка. Контрольні та розрахунково-графічні роботи для студентів неенергетичних спеціальностей.** Навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2008. – 192 с.

Запропонований навчальний посібник охоплює основні питання для закріплення теоретичних знань з дисциплін „Електротехніка”, „Електротехніка в будівництві”, „Теоретичні основи електротехніки”, „Електротехніка та електроніка” для неелектротехнічних спеціальностей. Навчальний посібник рекомендується для студентів, які навчаються за напрямками „Інженерна механіка”, „Зварювання”, „Енергетика”, „Будівництво”.

УДК 621.311(07)

© М. П. Розводюк, Є. Я. Блінкін, 2008



## Зміст

<b>Передмова</b> .....	6
<b>Вступ</b> .....	7
<b>1 ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ</b> .....	8
1.1 Основні закони лінійних електричних кіл .....	8
1.1.1 Закон Ома .....	8
1.1.2 Закони Кірхгофа .....	11
1.2 Методи розрахунку електричних кіл постійного струму .....	13
1.2.1 Методи еквівалентних перетворень (спрощення схеми) .....	13
1.2.2 Види еквівалентних замін .....	14
1.2.3 Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа .....	17
1.2.4 Метод контурних струмів .....	20
1.2.5 Метод вузлових потенціалів .....	23
1.3 Приклади розв'язування задач .....	25
1.3.1 Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа .....	27
1.3.2 Метод контурних струмів .....	28
1.3.3 Метод вузлових потенціалів .....	30
<b>2 ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ОДНОФАЗНОГО СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ</b> .....	33
2.1 Синусоїдальні ЕРС, напруги і струми .....	33
2.2 Зображення синусоїдальних функцій часу векторами і комплексними числами .....	36
2.3 Векторні діаграми .....	38
2.4 Закони Кірхгофа в колах змінного струму .....	40
2.5 Послідовне з'єднання $R$ , $L$ , $C$ елементів електричного кола (нерозгалужені кола змінного струму) .....	41
2.5.1 Коло змінного струму з активним опором .....	41
2.5.2 Коло змінного струму з індуктивністю .....	43
2.5.3 Коло змінного струму з ємністю .....	45

2.5.4 Коло змінного струму, що складається з послідовно з'єднаних $R, L, C$ елементів .....	46
2.5.5 Резонанс напруг.....	49
2.6 Розгалужені кола змінного струму .....	51
2.6.1 Паралельне з'єднання $R, L, C$ елементів електричного кола .....	51
2.6.2 Змішане з'єднання приймачів електричного кола .....	56
2.6.3 Резонанс струму .....	59
2.7 Символьний метод розрахунку кіл змінного синусоїдального струму .....	61
2.7.1 Форми запису комплексного числа .....	61
2.7.2 Дії над комплексними числами. ....	63
2.7.3 Подання синусоїдальних електричних величин комплексними числами .....	65
2.7.4 Закони Ома і Кірхгофа в комплексному вигляді .....	66
2.8 Приклади розв'язування задачі.....	67
2.8.1 Розв'язування методом провідностей .....	68
2.8.2 Розв'язування методом комплексних чисел.....	72
<b>3 ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ .....</b>	<b>78</b>
3.1 Причини виникнення перехідних процесів .....	78
3.2 Закони комутації.....	79
3.3 Підключення електричного кола з $R, L$ елементами до джерела живлення .....	80
3.4 Відключення електричного кола з $R, L$ елементами.....	84
3.5 Підключення електричного кола з $R, C$ елементами до джерела живлення .....	86
3.6 Розряд конденсатора на резистор .....	88
3.7 Коротке вмикання ділянки кола, що містить $R, L$ елементи.....	89
3.8 Приклад розв'язування задачі .....	92
<b>4 НЕЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ .....</b>	<b>98</b>
4.1 Загальні відомості про нелінійні елементи та нелінійні кола.....	98
4.2 Графічний метод розрахунку нелінійних кіл .....	101
4.3 Графоаналітичний метод розрахунку нелінійних кіл.....	104

---

4.4 Приклади розв'язування задач .....	104
4.4.1 Електричне коло з послідовним з'єднанням НЕ.....	104
4.4.2 Електричне коло з паралельним з'єднанням НЕ .....	106
4.4.3 Електричне коло зі змішаним з'єднанням НЕ .....	107
<b>5 ТРИФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА.....</b>	<b>109</b>
5.1 Загальні відомості.....	109
5.2 Трифазна система, з'єднана зіркою.....	111
5.3 Трифазна система, з'єднана трикутником .....	120
5.3.1 Симетричне навантаження.....	122
5.3.2 Несиметричне навантаження .....	125
5.3.3 Обрив фази навантаження.....	128
5.3.4 Обрив лінійного проводу .....	130
5.4 Приклад розв'язування задач .....	131
<b>6 МАГНІТНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.....</b>	<b>141</b>
6.1 Загальні відомості про магнітні кола .....	141
6.2 Закони магнітного кола.....	144
6.3 Розрахунок магнітних кіл .....	146
6.3.1 Розрахунок нерозгалужених однорідних магнітних кіл .....	146
6.3.2 Розрахунок нерозгалужених неоднорідних магнітних кіл ..	146
6.3.3 Розрахунок розгалужених магнітних кіл.....	147
6.4 Приклад розв'язування задачі .....	147
<b>ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ.....</b>	<b>150</b>
В.1 Електричні кола постійного струму .....	150
В.2 Нелінійні електричні кола постійного струму.....	159
В.3 Магнітні кола.....	161
В.4 Електричні кола однофазного синусоїдального струму.....	167
В.5 Трифазні електричні кола .....	180
<b>Література.....</b>	<b>189</b>
<b>Глосарій .....</b>	<b>190</b>

## Передмова

Курс «Електротехніка» є дисципліною прикладної підготовки інженерів неелектротехнічних спеціальностей.

Електротехніка (electric engineering, electrotechnology) – наука, що вивчає теорію та практичне застосування електричних і магнітних явищ для виробництва, передачі, розподілу та перетворення електричної енергії в інші види енергії. Вона дає не тільки необхідні знання про явища, що відбуваються в електротехнічних пристроях, а й відповіді на рішення питань в інженерній діяльності майбутніх спеціалістів.

В посібнику наведені методичні рекомендації щодо виконання розрахунково-графічних робіт студентами стаціонарної форми навчання і контрольних робіт студентами заочної форми навчання.

До кожного розділу пропонується розв'язування типових задач.

Навчальний посібник складено відповідно до навчальних планів і програми підготовки бакалаврів, спеціалістів та магістрів всіх неелектротехнічних спеціальностей вищих навчальних закладів України.



## Вступ

В умовах сучасного виробництва інженер, що має неелектричний фах – механік, технолог, хімік, будівельник, – повинен кваліфіковано експлуатувати електрофіковане устаткування, автоматизовані установки і брати участь у розробці систем автоматизованого керування виробництва за допомогою ЕОМ. Інженер неелектротехнічного фаху повинен мати електротехнічну підготовку такого рівня, щоб розробляти для інженера-електрика технічне завдання на проектування електричної частини автоматизованої установки або для автоматизації технологічного процесу.

Для ряду фахів потребуються знання питань електропостачання відповідної галузі.

Запропоновані методичні вказівки з основ електротехніки вкладаються зі стислих теоретичних відомостей і методики розв'язання задач, викладеної у вигляді конкретних прикладів.

## 1 ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

### 1.1 Основні закони лінійних електричних кіл

#### 1.1.1 Закон Ома

##### 1. Пасивна ділянка кола.

Приклад такої ділянки подано на рис. 1.1.

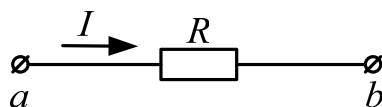


Рисунок 1.1 – Пасивна ділянка кола

Для даної ділянки кола напруга (voltage) на затискачах  $a$ - $b$  визначається як різниця потенціалів:

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b, \quad (1.1)$$

де  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$  – потенціали на затискачах  $a$  і  $b$ , відповідно.

Тоді струм (current), що протікає через активний опір  $R$ , визначається як

$$I = \frac{U_{ab}}{R}. \quad (1.2)$$

Цю залежність уперше встановив Ом у 1826 р., вона одержала назву закону Ома (Ohm's law) для пасивної ділянки кола. Відповідно до цього закону напруга на затискачах  $a$ - $b$  прямо пропорційна струму, що протікає через опір (resistance):

$$U_{ab} = RI. \quad (1.3)$$

#### 2. Замкнений контур (нерозгалужене коло).

Приклад такого контуру подано на рис. 1.2, на якому прийнято такі позначення:  $E$  – електрорушійна сила (ЕРС) (electro-motive force) джерела

живлення;  $R_{вн}$  – внутрішній опір джерела живлення;  $R_l$  – опір лінійних проводів;  $R_n$  – опір навантаження;  $U_{12}$  – напруга на затискачах джерела живлення;  $U_{ab}$  – напруга на затискачах навантаження.

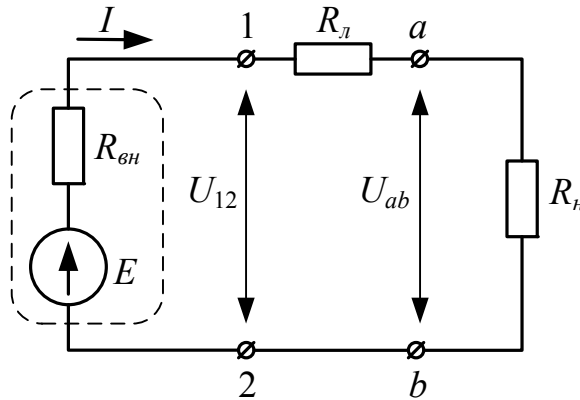


Рисунок 1.2 – Замкнутий контур

У замкнутому електричному контурі закон Ома встановлює зв'язок між ЕРС, опором і силою струму.

Для однозначного визначення потенціалу будь-якої точки на рис. 1.2 приймемо потенціал точки 2 рівним нулю. Тоді потенціал точки 1 при  $\varphi_2 = 0$ :

$$\varphi_1' = \varphi_2 + E = E \quad (1.5)$$

або

$$\varphi_1 = \varphi_1' - R_{вн} I = E - R_{вн} I. \quad (1.6)$$

За таких умов потенціали точок  $a$  і  $b$  можна визначити як

$$\varphi_a = \varphi_1 - R_l I = E - (R_{вн} + R_l) I, \quad (1.7)$$

$$\varphi_b = \varphi_2 = \varphi_a - R_n I = E - (R_{вн} + R_l + R_n) I = 0. \quad (1.8)$$

З останнього виразу визначимо струм:

$$I = \frac{E}{R_{вн} + R_l + R_n}, \quad (1.9)$$

тобто відповідно до закону Ома для замкнутого контуру сила струму  $I$  прямо пропорційна ЕРС джерела живлення  $E$  і обернено пропорційна опору всього кола.

**3. Активна ділянка кола з декількома джерелами живлення, опорами і заданою різницею потенціалів на кінцях цієї ділянки.**

Приклад такого кола показаний на рис. 1.3. Оскільки внутрішні опори джерел живлення набагато менші за опори, що включені в коло, тому на схемах їх часто не показують (в даному випадку на рис. 1.3  $R_1$ ,  $R_2$  та  $R_3$  – це не внутрішні опори відповідних джерел живлення, а опори навантаження).

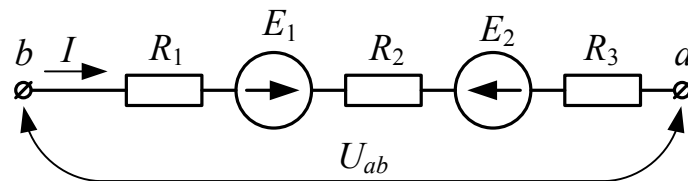


Рисунок 1.3 – Активна ділянка кола з декількома джерелами живлення

Струм  $I$  на ділянці схеми може бути спрямований від  $a$  до  $b$  або навпаки. Якщо напрямок струму заздалегідь невідомий, його вибирають довільно. Обраний напрямок називають позитивним.

Якщо прийняти за позитивний напрямок струму  $I$  на ділянці  $a$ – $b$  напрямок від точки  $b$  до точки  $a$ , то потенціал точки  $a$ :

$$\varphi_a = \varphi_b - R_1 I + E_1 - R_2 I - E_2 - R_3 I. \quad (1.10)$$

Звідси закон Ома для активної ділянки кола буде мати вигляд:

$$I = \frac{(E_1 - E_2) - (\varphi_a - \varphi_b)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\sum_a^b E - U_{ab}}{R_{ab}}, \quad (1.11)$$

де  $\sum_a^b E$  – алгебраїчна сума ЕРС джерел живлення, наявних на даній

ділянці схеми (між затискачами  $a$  і  $b$ ). ЕРС, що збігається за напрямом зі струмом, записується із додатним знаком, а ЕРС, протилежні напрямку струму – із від’ємним;

$R_{ab}$  – сумарний опір ділянки схеми між затискачами  $a$  і  $b$ :

$$R_{ab} = \sum_{l=1}^3 R_l. \quad (1.12)$$

### 1.1.2 Закони Кірхгофа

Закони Кірхгофа (Kirgoff’s law) – основні закони електротехніки, що визначають електричний стан електричних кіл і складають основу всіх електротехнічних розрахунків.

*Перший закон Кірхгофа.* Застосовується до вузлів електричної схеми і формулюється в такий спосіб: алгебраїчна сума струмів у будь-якому вузлі дорівнює нулю [1-4]:

$$\sum_{i=1}^l I_i = 0, \quad (1.13)$$

де  $l$  – число віток, що сходяться в даній вузловій точці.

Розглянуті доданки беруться зі знаком “+”, якщо струми входять у вузол, і зі знаком “–”, якщо струми виходять із нього (рис. 1.4).

Для нашого випадку (рис. 1.4):

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0. \quad (1.14)$$

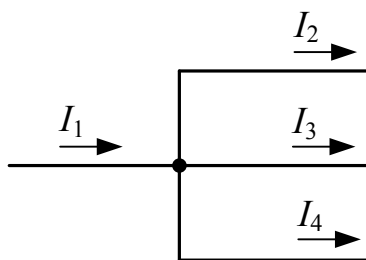


Рисунок 1.4 – До першого закону Кірхгофа

**Другий закон Кірхгофа.** Застосовується до контурів електричного кола. У будь-якому замкнутому електричному контурі алгебраїчна сума ЕРС дорівнює алгебраїчній сумі напруг на опорах, що входять у цей контур [1]:

$$\sum_{j=1}^k E = \sum_{j=1}^L R_j I_j, \quad (1.15)$$

де  $k$  – число ЕРС, що входять у даний контур;

$L$  – число віток, що утворюють даний контур.

При цьому зі знаком “+” беруться ЕРС і струми, напрямки яких збігаються із довільно обраним напрямком обходу даного контуру, і зі знаком “-”, якщо їхні напрямки не збігаються з напрямком обходу (рис. 1.5).

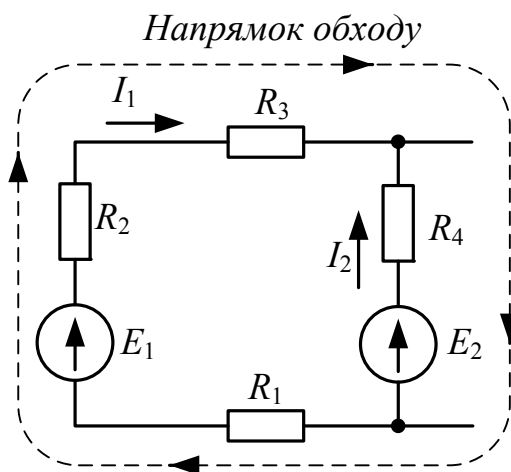


Рисунок 1.5 – До другого закону Кірхгофа

Для даного контуру запишемо другий закон Кірхгофа:

$$E_1 - E_2 = (R_1 + R_2 + R_3)I_1 - R_4I_2. \quad (1.16)$$

## 1.2 Методи розрахунку електричних кіл постійного струму

Основна задача розрахунку електричних кіл – визначення струмів і потужностей в різних елементах кола, а також напруг на будь-яких ділянках.

Вихідні дані для розрахунку – значення ЕРС, наявних у схемі, та параметри (опори) або характеристики (номінальна потужність і напруга) елементів кола.

Розглянемо методи розрахунку.

### 1.2.1 Методи еквівалентних перетворень (спрощення схеми)

Суть цього методу полягає в тому, що електричне коло (electric circle) замінюється рядом паралельно або послідовно з'єднаних елементів на еквівалентне, в результаті того режим роботи перетвореного кола залишається ідентичним вихідному колу.

Будь-яке коло потрібно привести до вигляду, показаного на рис. 1.6.

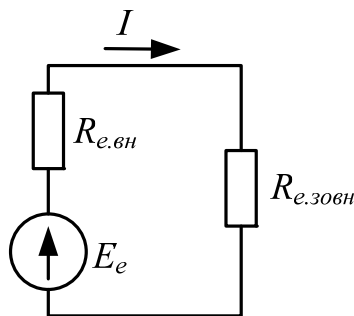


Рисунок 1.6 – До методу еквівалентних перетворень

Дана схема (рис. 1.6) розраховується на підставі закону Ома:

$$I = \frac{E_e}{R_{e.зовн} + R_{e.вн}}, \quad (1.17)$$

де  $E_e$  – еквівалентна ЕРС;

$R_{e.зовн}$ ,  $R_{e.вн}$  – еквівалентні опори зовнішньої і внутрішньої частин кола.

Еквівалентним опором внутрішньої частини кола є внутрішні опори джерел живлення  $R_{e.вн} = R_{01} + R_{02}$ , а еквівалентним опором зовнішньої частини кола – арифметична сума опорів  $R_{e.зовн} = R_1 + R_2$ .

Еквівалентна ЕРС, наприклад, двох джерел живлення за умови  $E_1 > E_2$  визначається як

$$E_e = E_1 - E_2. \quad (1.18)$$

## 1.2.2 Види еквівалентних замін

### 1. Пасивні елементи кола.

При послідовному з'єднанні  $n$  опорів (рис. 1.7) еквівалентний опір визначається як

$$R_e = \sum_{j=1}^n R_j. \quad (1.19)$$

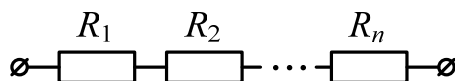


Рисунок 1.7 – Послідовне з'єднання опорів

При паралельному з'єднанні двох опорів (рис. 1.8), причому  $R_1 \neq R_2$ , еквівалентний опір визначається як

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}, \quad (1.20)$$

а при паралельному з'єднанні  $n$  опорів (рис. 1.9), причому  $R_1 \neq R_2 \neq \dots \neq R_n$ , –

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (1.21)$$



або

$$R_e = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}. \quad (1.22)$$

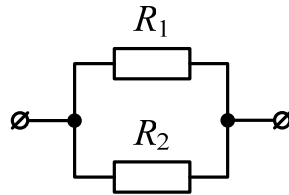
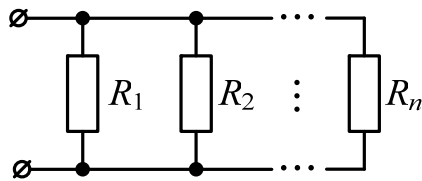


Рисунок 1.8 – Паралельне з'єднання двох опорів

Рисунок 1.9 – Паралельне з'єднання  $n$  опорів

При з'єднанні опорів в трикутник використовується метод перетворень в еквівалентну зірку (рис. 1.10):

$$\left\{ \begin{array}{l} R_a = \frac{R_{ab}R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}, \\ R_B = \frac{R_{ab}R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}, \\ R_C = \frac{R_{bc}R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \end{array} \right. \quad (1.23)$$

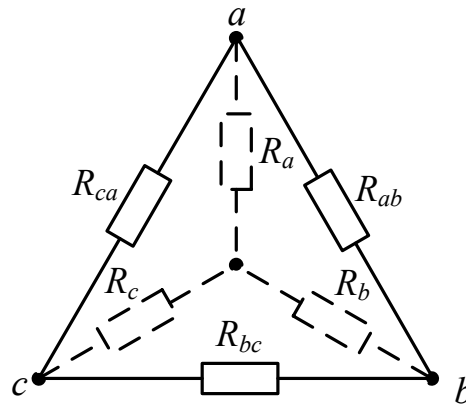


Рисунок 1.10 – Перетворення трикутника в еквівалентну зірку

При з'єднанні опорів в зірку використовується метод перетворень в еквівалентний трикутник (рис. 1.10):

$$\begin{cases} R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}, \\ R_{ca} = R_a + R_c + \frac{R_a R_c}{R_b}, \\ R_{bc} = R_c + R_b + \frac{R_c R_b}{R_a}. \end{cases} \quad (1.24)$$

## 2. Електричне коло з активними і пасивними елементами.

При послідовному з'єднанні  $n$  активних і  $l$  пасивних елементів (рис. 1.11)

$$\begin{cases} E_e = \sum_{i=1}^n E_i, \\ R_e = \sum_{j=1}^l R_j. \end{cases} \quad (1.25)$$

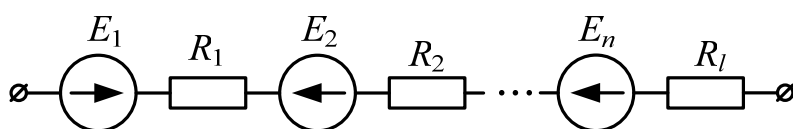


Рисунок 1.11 – Послідовне з'єднання активних і пасивних елементів

При паралельному з'єднанні віток (рис. 1.12) з джерелами ЕРС їх можна замінити однією еквівалентною віткою з  $E_e$  та  $R_e$

$$E_e = \frac{E_1 \frac{1}{R_1} - E_2 \frac{1}{R_2} + \dots + E_n \frac{1}{R_n}}{\sum_{i=1}^l \frac{1}{R_i}}, \quad (1.26)$$

$$R_e = \sum_{i=1}^l \frac{1}{R_i}.$$

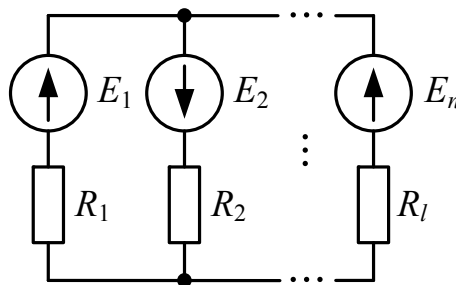


Рисунок 1.12 – Паралельне з'єднання активних і пасивних елементів

Із знаком “+” в алгебраїчну суму входять ЕРС, напрямком яких збігається з прийнятим напрямком еквівалентної ЕРС. Якщо в результаті розрахунку за наведеними формулами утвориться знак “-”, то це означає, що дійсний напрямок еквівалентної ЕРС протилежний вибраному.

У випадку змішаного з'єднання (з'єднання послідовних і паралельних включень) пасивних або активних елементів, спочатку роблять еквівалентну заміну паралельних ділянок, а потім послідовних.

Методом еквівалентних перетворень можна розрахувати лише обмежене число схем, що зводяться зазначеними засобами до послідовного з'єднання активних і пасивних елементів електричного кола.

### 1.2.3 Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа

Безпосереднє застосування законів Кірхгофа – класичний прийом розрахунку розгалужених кіл із декількома джерелами живлення.

Нехай електричне коло містить  $m$  віток і  $n$  вузлів. Число невідомих струмів схеми дорівнює числу  $m$  її віток. Тому для розв'язування задачі повинна бути складена система з  $m$  спільних і незалежних рівнянь. За першим законом Кірхгофа можна скласти  $n - 1$  взаємозалежних рівнянь. Інші  $m - (n - 1)$  рівнянь складаються за другим законом Кірхгофа.

*Порядок розрахунку:*

- 1) спрощують схему, скориставшись еквівалентними перетвореннями джерел і приймачів електричної енергії;
- 2) наносять на схему відомі напрямки ЕРС;
- 3) задаються напрямками струму в вітках і наносять їх на схему;
- 4) складають рівняння за першим законом Кірхгофа для всіх вузлових точок, крім однієї;
- 5) складають рівняння за другим законом Кірхгофа для незалежних контурів, попередньо обравши напрямок обходу (за годинниковою стрілкою або проти годинникової стрілки). Незалежними називаються такі контури, що мають хоча б одну вітку, що ще не входила в розглянуті раніше контури;
- 6) розв'язують складену систему рівнянь і визначають невідомі струми. Якщо в результаті розв'язання значення деякого струму отримано зі знаком “-”, це означає, що дійсний напрямок струму протилежний обраному.

За результатами розрахунків можна визначати режим роботи джерел живлення. Якщо фактичний напрямок струму в джерелі живлення збігається з його ЕРС, це свідчить про те, що розглянутий пристрій працює як джерело енергії; якщо не збігається – як споживач електричної енергії.

Перемноживши ліву і праву частини на струм  $I$ , одержимо

$$\sum_{n=1}^m E_n I_n = \sum_{n=1}^m I_n^2 R_n, \quad (1.27)$$

тобто в будь-якому замкнутому контурі алгебраїчна сума потужностей, що розвиваються джерелами ЕРС, дорівнює сумі потужностей, які

споживаються всіма опорами. Ця умова може бути використана для перевірки правильності розрахунків і називається балансом потужностей.

Розглянемо схему, подану на рис. 1.13. Дана схема має 4 вузлових точки А, В, С, Д та три незалежних контури (АВСА, ВДСВ, АСДА).

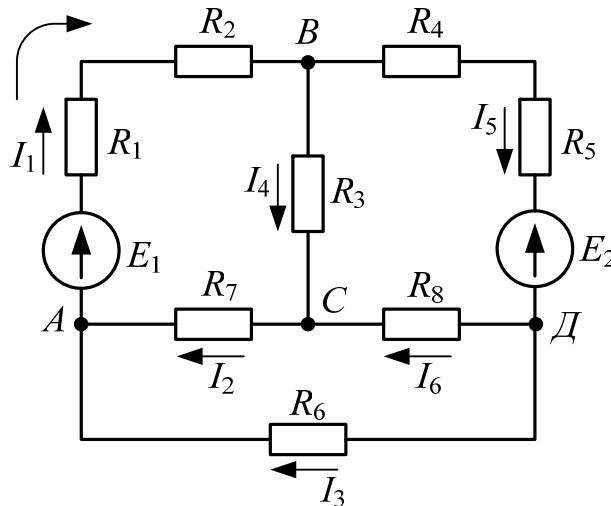


Рисунок 1.13 – До методу безпосереднього застосування законів Кірхгофа

Згідно з прийнятими напрямками струму в вітках і обходу контурів на підставі законів Кірхгофа можна записати такі рівняння:

– за першим законом Кірхгофа

➤ для вузла А:

$$-I_1 + I_3 + I_2 = 0; \quad (1.28)$$

➤ для вузла В:

$$-I_4 - I_5 + I_1 = 0; \quad (1.29)$$

➤ для вузла Д:

$$-I_6 + I_5 - I_3 = 0, \quad (1.30)$$

– за другим законом Кірхгофа

➤ для контуру  $ABCA$ :

$$(R_1 + R_2)I_1 + R_3I_4 + R_7I_2 = E_1; \quad (1.31)$$

➤ для контуру  $BDCB$ :

$$(R_4 + R_5)I_5 + R_8I_6 - R_3I_4 = -E_2; \quad (1.32)$$

➤ для контуру  $ACDA$ :

$$R_6I_3 - R_7I_2 - R_8I_6 = 0. \quad (1.33)$$

Підставивши в рівняння числові значення ЕРС і опорів, одержимо систему із шести рівнянь з шістьма невідомими, розв'язавши яку визначаємо невідомі струми.

Розрахунок за законами Кірхгофа зручний при малій кількості вузлів і контурів. При значній кількості віток використання цього методу ускладнюється необхідністю спільного розв'язання великого числа рівнянь.

#### 1.2.4 Метод контурних струмів

Метод контурних струмів дозволяє звільнитися від складання рівнянь за першим законом Кірхгофа і тим самим значно скоротити загальне число рівнянь, які необхідно спільно розв'язувати.

Для розрахунку за методом контурних струмів схема складного кола розкладається на окремі незалежні контури. Потім у кожному з контурів довільно вибирається напрямок контурного струму (contour current).

Струми в вітках, що є загальними для двох контурів, визначаємо на підставі першого закону Кірхгофа як алгебраїчну суму відповідного контурного струму. Слід зазначити, що контурні струми – це розрахункові (умовні) величини.

Розглянемо схему, подану на рис. 1.14. Для цієї схеми приймемо напрямки контурних струмів за годинниковою стрілкою, тоді

$$\begin{cases} I_{BC} = I_I - I_{II}; \\ I_{DC} = I_{II} - I_{III}; \\ I_{CA} = I_I - I_{III}; \\ I_{BD} = I_{II}; \\ I_{AB} = I_I; \\ I_{DA} = I_{III}. \end{cases} \quad (1.34)$$

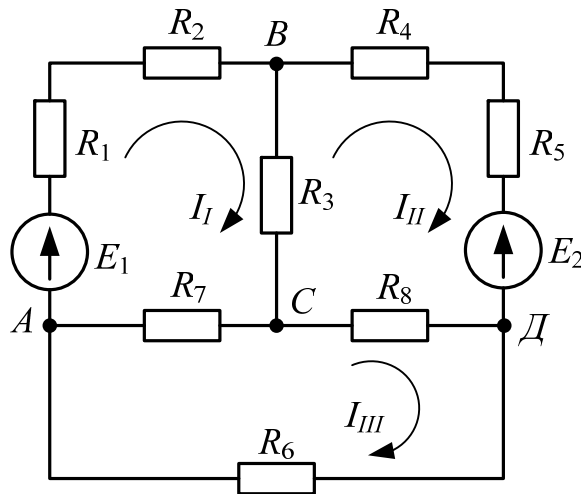


Рисунок 1.14 – До методу контурних струмів

При такій підстановці зменшується число струмів, що розраховуються, а рівняння схеми складаються тільки за другим законом Кірхгофа. Причому напрямок обходу контурів береться збіжним із напрямком контурного струму. Для наведеної схеми ці рівняння мають вигляд:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2)I_I + R_3(I_I - I_{II}) + R_7(I_I - I_{III}) = E_1; \\ (R_4 + R_5)I_{II} + R_8(I_{II} - I_{III}) + R_3(I_{II} - I_I) = -E_2; \\ R_6I_{III} + R_7(I_{III} - I_I) + R_8(I_{III} - I_{II}) = 0 \end{cases} \quad (1.35)$$

або

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3 + R_7)I_I - R_3I_{II} - R_7I_{III} = E_1; \\ -R_3I_I + (R_3 + R_4 + R_5 + R_8)I_{II} - R_8I_{III} = -E_2; \\ -R_7I_I + (R_6 + R_7 + R_8)I_{III} - R_8I_{II} = 0. \end{cases} \quad (1.36)$$

Наведену систему рівнянь можна записати в загальному вигляді:

$$\begin{cases} I_I R_{11} + I_{II} R_{12} + I_{III} R_{13} + \dots + I_n R_{1n} = E_I, \\ I_I R_{21} + I_{II} R_{22} + I_{III} R_{23} + \dots + I_n R_{2n} = E_{II}, \\ \dots \dots \dots \\ I_I R_{n1} + I_{II} R_{n2} + I_{III} R_{n3} + \dots + I_n R_{nn} = E_n, \end{cases} \quad (1.37)$$

де  $I_I, I_{II}, I_{III}, I_n$  – невідомі контурні струми;

$R_{11}, R_{22}, R_{33}, R_{nn}$  – власні опори контурів (сума всіх опорів, що входять до відповідного контуру);

$R_{12} = R_{21}, R_{23} = R_{32}, R_{mn} = R_{nm}$  – взаємні опори відповідних контурів (сума опорів віток, що є спільними для обох контурів);

$E_I, E_{II}, E_n$  – контурні ЕРС, що дорівнюють алгебраїчній сумі ЕРС, які входять до відповідного контуру.

Взаємні опори беруть зі знаком „+” за умови, що контурні струми в цих вітках збігаються за напрямом, а зі знаком „-” – за умови, коли контурні струми направлені в протилежні сторони.

ЕРС береться зі знаком „+” за умови, що її напрям і напрям контурного струму збігаються, а зі знаком „-” – в іншому випадку.

Дійсні струми в вітках знаходяться як алгебраїчна сума відповідних контурних струмів.

Контурний струм береться зі знаком „+” за умови, що його напрям збігається з напрямом струму в вітці, а зі знаком „-” – в іншому випадку.



### 1.2.5 Метод вузлових потенціалів

Даний метод рекомендується застосовувати до схеми, що має декілька паралельних віток, які сходяться в двох вузлових точках, а також до електричних кіл, що у результаті нескладних перетворень можуть бути зведені до схеми з двома вузлами.

Розглянемо приклад такого випадку з трьома паралельними вітками (рис. 1.15).

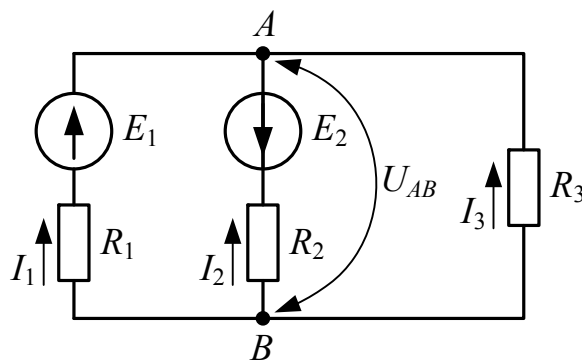


Рисунок 1.15 – До методу вузлових потенціалів

Прийmemo напрямок струму у всіх вітках однаковим від вузла  $B$  до вузла  $A$ . Напругу  $U_{AB}$  назвемо *вузловою напругою*.

Застосувавши до вітки з ЕРС  $E_1$  другий закон Кірхгофа, отримаємо:

$$U_{AB} = E_1 - I_1 R_1, \quad (1.38)$$

$$\varphi_A = \varphi_B - R_1 I_1 + E_1 \quad (1.39)$$

або

$$E_1 = U_{AB} + I_1 R_1. \quad (1.40)$$

Струми і вітках:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{R_1} = G_1(E_1 - U_{AB}); \\ I_2 = \frac{-E_2 - U_{AB}}{R_2} = G_2(-E_2 - U_{AB}); \\ I_3 = \frac{0 - U_{AB}}{R_3} = G_3(0 - U_{AB}), \end{cases} \quad (1.41)$$

де  $G_1$ ,  $G_2$  та  $G_3$  – провідності:

$$G_i = \frac{1}{R_i}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (1.42)$$

За першим законом Кірхгофа

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (1.43)$$

або

$$G_1(E_1 - U_{AB}) + G_2(-E_2 - U_{AB}) + G_3(-U_{AB}) = 0. \quad (1.44)$$

Звідси одержимо формулу для визначення вузлової напруги:

$$U_{AB} = \frac{E_1 G_1 - E_2 G_2 + E_3 G_3}{G_1 + G_2 + G_3}. \quad (1.45)$$

У загальному вигляді напруга між вузловими точками записується як

$$U_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i G_i}{\sum_{i=1}^n G_i}. \quad (1.46)$$



- 1) струми у всіх ділянках схеми;
- 2) режим роботи джерел ЕРС;
- 3) скласти баланс потужностей.

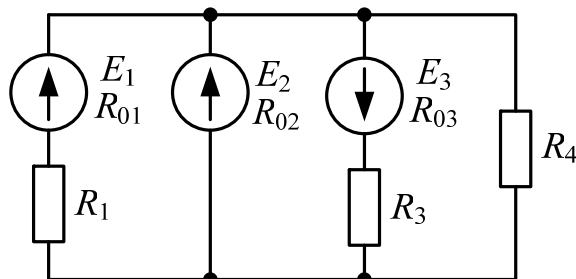


Рисунок 1.16 – Електричне коло для розрахунку

Задачу розв'язати методами:

- а) безпосереднього застосування законів Кірхгофа;
- б) контурного струму;
- в) вузлових потенціалів (main potential).

*Перший крок.* Перед тим як розв'язувати задачу, необхідно довільно вказати напрямок струму в вітках, вузли і контури схеми, позначивши їх відповідними індексами (рис. 1.17).

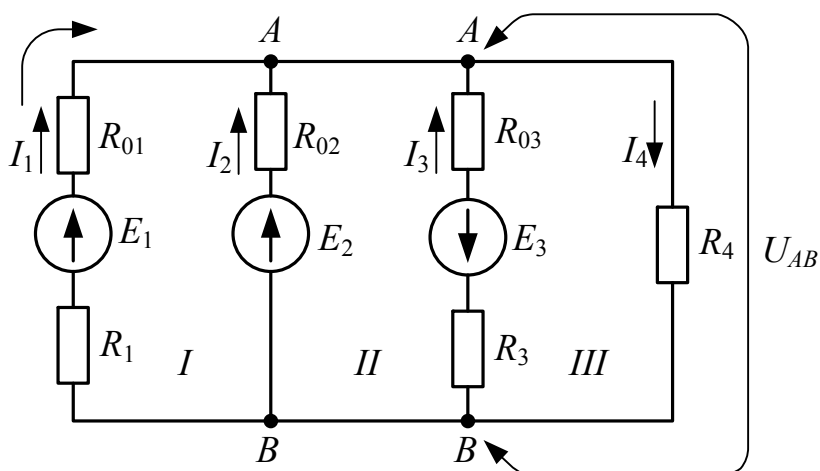


Рисунок 1.17 – Перетворена схема рис. 1.16

### 1.3.1 Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа

У схемі два вузли  $A$  і  $B$ . Тому за першим законом Кірхгофа складаємо одне рівняння (число рівнянь на одиницю менше числа вузлів). Оскільки у схемі є чотири невідомих струми, то відсутні три рівняння складаємо за другим законом Кірхгофа:

1) для вузла  $A$ :

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0; \quad (1.49)$$

2) для контуру  $I$ :

$$E_1 - E_2 = (R_1 + R_{01})I_1 - R_{02}I_2; \quad (1.50)$$

3) для контуру  $II$ :

$$E_2 + E_3 = R_{02}I_2 - (R_3 + R_{03})I_3; \quad (1.51)$$

4) для контуру  $III$ :

$$-E_3 = -(R_3 + R_{03})I_3 + R_4I_4. \quad (1.52)$$

Підставивши в отриману систему рівнянь числові значення опорів і ЕРС джерела, отримаємо систему:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0; \\ 3I_1 - 0,2I_2 = 27; \\ 0,2I_2 - 2,5I_3 = 15,5; \\ 2,5I_3 + 0,5I_4 = -2,5. \end{cases} \quad (1.53)$$

Застосовуючи один із математичних методів розв'язання системи лінійних рівнянь (за допомогою визначників або заміною невідомих підстановкою), знаходимо числові значення всього шуканого струму:  $I_1 = 10$  А;  $I_2 = 15$  А;  $I_3 = -5$  А;  $I_4 = 20$  А.

Всі струми, крім  $I_3$ , вийшли додатними. Отже, дійсні їхні напрями збігаються з напрямом струмів на рис. 1.17. Струм  $I_3$  від'ємний, тому що його напрям протилежний обраному.

### 1.3.2 Метод контурних струмів

Задаємося довільним напрямом контурних струмів  $I_I$ ,  $I_{II}$ ,  $I_{III}$  у розмічених трьох контурах (рис. 1.18).

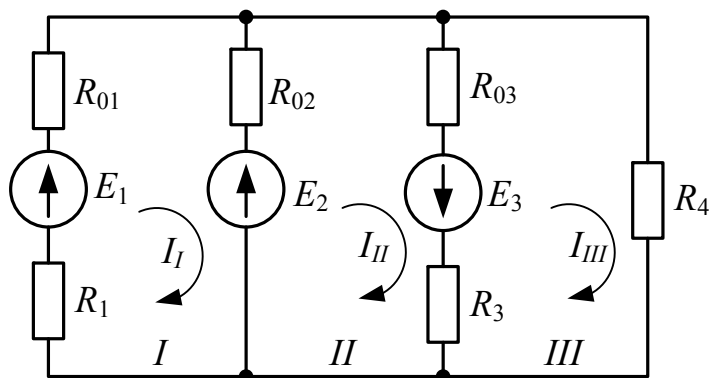


Рисунок 1.18 – Перетворена схема рис. 1.16 для методу контурних струмів

Запишемо на підставі другого закону Кірхгофа рівняння для всіх трьох контурів, обходячи їх за годинниковою стрілкою:

➤ для контуру  $I$ :

$$E_1 - E_2 = (R_1 + R_{01} + R_{02})I_I - R_{02}I_{II}; \quad (1.54)$$

➤ для контуру  $II$ :

$$E_2 + E_3 = -R_{02}I_I + (R_{02} + R_{03} + R_3)I_{II} - (R_{03} + R_3)I_{III}; \quad (1.55)$$

➤ для контуру  $III$ :

$$-E_3 = -(R_{03} + R_3)I_{II} + (R_4 + R_{03} + R_3)I_{III}. \quad (1.56)$$

У рівняння підставляємо дані з умови задачі:

$$\begin{cases} 3,2I_I - 0,2I_{II} = 27; \\ -0,2I_I + 2,7I_{II} - 2,5I_{III} = 15,5; \\ -2,5I_{II} + 3I_{III} = -2,5. \end{cases} \quad (1.57)$$

Отримана система рівнянь легко вирішується за допомогою методу визначників:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3,2 & -0,2 & 0 \\ -0,2 & 2,7 & -2,5 \\ 0 & -2,5 & 3 \end{vmatrix} = 5,8;$$

$$\Delta_I = \begin{vmatrix} 27 & -0,2 & 0 \\ 15,5 & 2,7 & -2,5 \\ -2,5 & -2,5 & 3 \end{vmatrix} = 58;$$

$$\Delta_{II} = \begin{vmatrix} 3,2 & 27 & 0 \\ -0,2 & 15,5 & -2,5 \\ 0 & -2,5 & 3 \end{vmatrix} = 145;$$

$$\Delta_{III} = \begin{vmatrix} 3,2 & -0,2 & 27 \\ -0,2 & 2,7 & 15,5 \\ 0 & -2,5 & -2,5 \end{vmatrix} = 116.$$

Контурні струми:

$$\begin{cases} I_I = \frac{\Delta_I}{\Delta}; \\ I_{II} = \frac{\Delta_{II}}{\Delta}; \\ I_{III} = \frac{\Delta_{III}}{\Delta}, \end{cases} \quad (1.58)$$

$$I_I = \frac{58}{5,8} = 10 \text{ (A)};$$

$$I_{II} = \frac{145}{5,8} = 25 \text{ (A)};$$

$$I_{III} = \frac{116}{5,8} = 20 \text{ (A)}.$$

Визначаємо струми в вітках:

$$I_1 = I_I = 10 \text{ (A)}; \quad (1.59)$$

$$I_2 = I_{II} - I_I, \quad (1.60)$$

$$I_2 = 25 - 10 = 15 \text{ (A)};$$

$$I_3 = I_{II} - I_{III}, \quad (1.61)$$

$$I_3 = 25 - 20 = 5 \text{ (A)};$$

$$I_4 = I_{III} = 20 \text{ (A)}. \quad (1.62)$$

Виходячи з наших позначень напрямів контурних струмів струми  $I_1$ ,  $I_2$  направлені від вузла  $B$  до вузла  $A$ , а струми  $I_3$  та  $I_4$  – від вузла  $A$  до вузла  $B$ .

### 1.3.3 Метод вузлових потенціалів

Визначаємо провідності віток:

$$\begin{cases} G_1 = \frac{1}{R_{01} + R_1}; \\ G_3 = \frac{1}{R_{03} + R_3}; \end{cases} \quad \begin{cases} G_2 = \frac{1}{R_{02}}; \\ G_4 = \frac{1}{R_4}, \end{cases} \quad (1.63)$$



$$\left\{ \begin{array}{l} G_1 = \frac{1}{0,25 + 2,75} = \frac{1}{3} = 0,333 \text{ (См)}; \\ G_2 = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ (См)}; \\ G_3 = \frac{1}{0,1 + 2,4} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ (См)}; \\ G_4 = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ (См)}. \end{array} \right.$$

Вузлова напруга з урахуванням напрямів ЕРС на схемі відповідно до формули (1.46):

$$U_{AB} = \frac{0,333 \cdot 40 + 5 \cdot 13 - 0,4 \cdot 2,5}{0,333 + 5 + 0,4 + 2} = 10 \text{ (В)}.$$

Струми у вітках:

$$\left\{ \begin{array}{ll} I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{R_{01} + R_1}; & I_2 = \frac{E_2 - U_{AB}}{R_{02}}; \\ I_3 = \frac{-E_3 - U_{AB}}{R_{03} + R_3}; & I_4 = \frac{U_{AB}}{R_4}, \end{array} \right. \quad (1.64)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{40 - 10}{0,25 + 2,75} = 10 \text{ (А)}; \\ I_2 = \frac{13 - 10}{0,2} = 15 \text{ (А)}; \\ I_3 = \frac{-2,5 - 10}{0,1 + 2,4} = -5 \text{ (А)}; \\ I_4 = \frac{10}{0,5} = 20 \text{ (А)}. \end{array} \right.$$

Оскільки струм  $I_3$  виявився від'ємним, то він спрямований від вузла  $A$  до вузла  $B$ .

*Другий крок.* Режим роботи джерел ЕРС.

Оскільки у всіх джерелах струми збігаються за напрямом з ЕРС, тому вони є генераторами.

*Третій крок.* Баланс потужності:

$$\sum_{i=1}^n E_i I_i = \sum_{k=1}^m R_k I_k. \quad (1.65)$$

Для даного випадку будемо мати:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = (R_{01} + R_1) I_1^2 + R_{02} I_2^2 + (R_{03} + R_3) I_3^2 - R_4 I_4^2. \quad (1.66)$$

Підставимо в рівняння числові значення усіх вхідних величин:

$$\begin{aligned} & 40 \cdot 10 + 13 \cdot 15 + 2,5 \cdot 5 = \\ & = (0,25 + 2,75) \cdot 10^2 + 0,2 \cdot 15^2 + (0,1 + 2,4) 5^2 + 0,5 \cdot 20^2. \end{aligned}$$

Оскільки

$$607,5 \text{ Вт} = 607,5 \text{ Вт},$$

то баланс зберігається.

Перевіримо правильність розв'язання, застосувавши перший закон Кірхгофа для вузла А:

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4, \quad (1.67)$$

$$10 + 15 - 5 - 20 = 0,$$

$$0 = 0.$$

Знайдені значення струмів задовольняють перший закон Кірхгофа.

## 2 ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ОДНОФАЗНОГО СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

### 2.1 Синусоїдальні ЕРС, напруги і струми

Змінними називають ЕРС, напруги і струми, що періодично змінюються в часі. Значення ЕРС, напруги, струму, потужностей у довільний момент часу називаються *миттєвими* (instantaneous) і позначаються відповідно  $e$ ,  $u$ ,  $i$  та  $p$ .

В електроенергетичних установках широке застосування отримали змінні синусоїдальні струми, значення і напрямки яких періодично змінюються за законом синуса. ЕРС, що змінюється синусоїдально

$$e = E_m \sin \omega t, \quad (2.1)$$

у момент початку відліку ( $t = 0$ ) дорівнює нулю.

У загальному випадку

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e), \quad (2.2)$$

при  $t = 0$

$$e = E_m \sin \psi_e. \quad (2.3)$$

Аргумент синуса ( $\omega t + \psi_e$ ) називається *фазою* (phase),  $\psi_e$  – *початковою фазою ЕРС*, а  $E_m$  – амплітуда ЕРС.

Фаза з часом безупинно зростає. Швидкість зміни фази визначає величина *кутової* або *кругової частоти* (pulsatance) (рад/с)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (2.4)$$

де  $T$  (с) – період.

Приймаючи, що циклова частота (Гц)

$$f = \frac{1}{T}, \quad (2.5)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f. \quad (2.6)$$

Аналогічно до ЕРС можуть бути записані синусоїдальні функції струму і напруги:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad (2.7)$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (2.8)$$

де  $I_m, U_m$  – амплітуди (найбільші з миттєвих значень) відповідно струму і напруги;

$\psi_i, \psi_u$  – відповідно початкові фази струму і напруги.

Для розуміння величин періодичних функцій, що характеризують протікання змінного струму в електричному колі, вводять поняття їх *середньоквадратичного значення* (average quadratic value) за період, що називають *діючим* (working, in force). Діючі значення струму, напруги і ЕРС відповідно позначають  $I, U, E$ . Визначаються вони за такими співвідношеннями [1, 5]:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}; \quad (2.9)$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}; \quad (2.10)$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}. \quad (2.11)$$

Для синусоїдального струму

$$i = I_m \sin(\omega t), \quad (2.12)$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt}. \quad (2.13)$$

Оскільки

$$\int_0^T dt = T,$$

а

$$\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0,$$

то

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 I_m. \quad (2.14)$$

Аналогічно доводиться, що

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 E_m, \quad (2.15)$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 U_m. \quad (2.16)$$

Таким чином, діючі значення синусоїдального струму, напруги та ЕРС у  $\sqrt{2}$  раз менші за їх амплітудні значення.

## 2.2 Зображення синусоїдальних функцій часу векторами і комплексними числами

Розрахунок кіл змінного струму спрощується, якщо зображати величини, що синусоїдально змінюються в часі, векторами та комплексними числами.

Нехай деяка фізична величина (струм, напруга, ЕРС) змінюються за синусоїдальним законом.

Наприклад,  $U = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ .

Візьмемо комплексну прямокутну систему координат (рис. 2.1) і розташуємо на ній вектор напруги  $\dot{U}_m$ , довжина якого в обраному масштабі дорівнює амплітуді  $U_m$  (додатні кути  $\psi_u$  відкладаємо проти годинникової стрілки, а від'ємні – за годинниковою стрілкою).

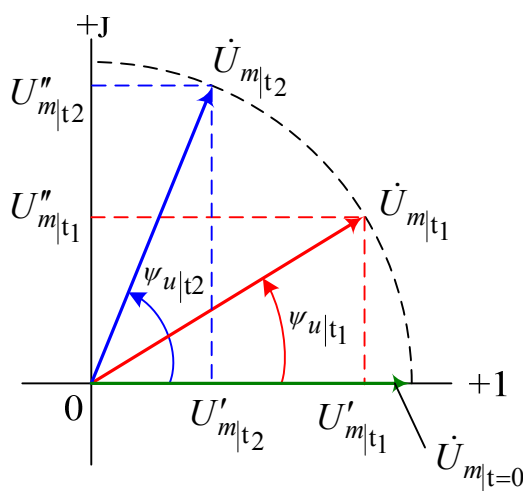


Рисунок 2.1 – Графічне зображення комплексної напруги на комплексній площині

При  $t = 0$  вектор напруги  $\dot{U}_{m|t=0}$  займе положення на осі  $+1$ . Уявімо, що вектор напруги почне обертатися навколо початку координат  $0$  проти годинникової стрілки з постійною кутовою швидкістю, рівній кутовій частоті  $\omega$ .

В момент часу  $t_1$  він займе положення  $\dot{U}_{m|t_1}$  і складе з віссю +1 кут  $(\omega t + \psi_{u|t_1})$ . Якщо збільшити момент часу до  $t_2$ , то вектор напруги займе положення  $\dot{U}_{m|t_2}$  і складе з віссю +1 кут  $(\omega t + \psi_{u|t_2})$

Проекції векторів на вісь +j в обраному масштабі дорівнюють миттєвому значенню напруги  $u$ . Таким чином, між миттєвим значенням  $u$  і вектором  $\dot{U}_m$  можна встановити однозначний зв'язок. На цій підставі вектор  $\dot{U}_m$  називають вектором, що зображає синусоїдальну функцію часу, або вектором величини  $u$ .

Синусоїдальні функції зображаються також комплексними числами. Осі +1 та +j називають відповідно осями дійсних і уявних величин. Ці осі мають продовження і в область від'ємних значень: -1 та -j.

На комплексній площині вектор  $\dot{U}_m$  відповідає комплексному числу  $\dot{U}_m$ , модуль якого дорівнює  $U_m$ , а аргумент – куту  $\psi_u$ . Комплексне число  $\dot{U}_m$  називається **комплексною амплітудою** (complex amplitude) напруги:

$$\dot{U}_m = U'_m + jU''_m = U_m \cos \psi_u + jU_m \sin \psi_u, \quad (2.17)$$

де  $U'_m, U''_m$  – проекції вектора  $\dot{U}_m$  відповідно на вісь +1 і вісь +j.

Її можна записати і як

$$\dot{U}_m = U'_m + jU''_m = \operatorname{Re} \dot{U}_m + j \operatorname{Im} \dot{U}_m, \quad (2.18)$$

де  $\operatorname{Re} \dot{U}_m, \operatorname{Im} \dot{U}_m$  – відповідно дійсна і уявна частини комплексної напруги:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \dot{U}_m &= U'_m, \\ \operatorname{Im} \dot{U}_m &= U''_m. \end{aligned} \quad (2.19)$$

На рис 2.1 при  $t_1$  дійсною частиною комплексної напруги  $\dot{U}_{m|t_1} \in U'_{m|t_1}$ , а уявною  $-U''_{m|t_1}$ ; в момент часу  $t_2$  дійсною частиною комплексної напруги  $\dot{U}_{m|t_2} \in U'_{m|t_2}$ , а уявною  $-U''_{m|t_2}$ .

Вектору  $\dot{U}_m$  відповідає комплексна функція часу

$$\dot{U}_m = U_m \cos(\omega t + \psi_u) + jU_m \sin(\omega t + \psi_u). \quad (2.20)$$

Замість комплексних амплітуд часто беруть величини в  $\sqrt{2}$  рази менші, так звані комплексні діючі значення. Метод розрахунку кіл синусоїдального струму, який базується на зображенні гармонічних функцій часу комплексними числами, називається **методом комплексних величин** (method of complex values), **методом комплексних амплітуд** або **символьним методом**.

### 2.3 Векторні діаграми

Сукупність декількох векторів, що зображують величини, які змінюються синусоїдально, однієї і тієї ж частоти, називається **векторною діаграмою** (vectorial diagram).

За допомогою векторних діаграм достатньо просто відбувається додавання синусоїдальних функцій часу.

Нехай, наприклад, потрібно знайти суму:

$$u = u_1 + u_2, \quad (2.21)$$

де

$$\begin{aligned} u_1 &= U_{m1} \sin(\omega t + \psi_{u1}), \\ u_2 &= U_{m2} \sin(\omega t + \psi_{u2}). \end{aligned} \quad (2.22)$$



Відкладемо на комплексній площині вектори  $\dot{U}_{m_1}$  і  $\dot{U}_{m_2}$ , які зображають синусоїдальні функції  $u_1$  і  $u_2$ , і графічно визначимо вектор  $\dot{U}_m$ , рівний геометричній сумі векторів  $\dot{U}_{m_1}$  та  $\dot{U}_{m_2}$  (рис. 2.2).

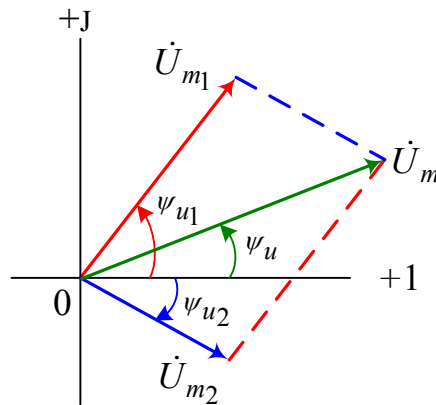


Рисунок 2.2 – Додавання векторів на комплексній площині

Векторна діаграма побудована для випадку, коли  $\psi_{u_1} > 0$  і  $\psi_{u_2} < 0$ . Якщо вектори  $\dot{U}_m$ ,  $\dot{U}_{m_1}$  і  $\dot{U}_{m_2}$  з моменту  $t = 0$  почнуть обертатися навколо початку координат  $0$  проти годинникової стрілки з постійною кутовою швидкістю  $\omega$ , то проекція вектора  $\dot{U}_m$  на вісь  $+j$  у будь-який момент часу дорівнює сумі проекцій на цю ж вісь векторів  $\dot{U}_{m_1}$  і  $\dot{U}_{m_2}$ , тобто миттєвих значень  $u_1$  і  $u_2$ .

Отже, проекція вектора  $\dot{U}_m$  на уявну вісь дорівнює шуканій сумі  $u_1 + u_2$ , а вектор  $\dot{U}_m$  зображає шукану синусоїдальну функцію часу.

Таким чином, визначивши з діаграми довжину вектора  $\dot{U}_m$  і кут  $\psi_u$ , можна записати значення шуканої величини:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u).$$

Векторні діаграми часто використовуються для визначення діючих значень синусоїдальних величин і зсувів фаз між ними. У цьому випадку довжини векторів на діаграмах беруть рівними діючим значенням

синусоїдальних величин  $\frac{U_m}{\sqrt{2}}$ , напрямком одного з векторів вибирають довільно, а інші вектори розташовують відносно нього під кутами, рівними відповідним зсувам фаз.

## 2.4 Закони Кірхгофа в колах змінного струму

Миттєвими значеннями фізичних величин, що характеризують протікання змінного синусоїдального струму, є їхні значення в будь-який довільний момент часу. У цей момент усі величини можна вважати постійними, а тому до них можна застосовувати закони, отримані для кіл постійного струму.

У зв'язку з тим, що у вузлах схеми змінного струму не можуть накопичуватися електричні заряди (аналогічний ефект має місце в колах постійного струму), для будь-якої вузлової точки електричного кола справедливий *перший закон Кірхгофа*. Він формулюється таким чином: алгебраїчна сума миттєвих значень струмів у проводах, зв'язаних у вузол, дорівнює нулю [5]:

$$\sum_{k=1}^l i_k = 0, \quad (2.23)$$

де  $l$  – число віток, що перетинаються у вузловій точці.

Точки схеми змінного струму можна також, як і точки кола постійного струму, характеризувати потенціалами, а напруги розглядати як різницю потенціалів.

Зміна потенціалу в будь-якому замкнутому контурі такого кола дорівнює нулю. Тому справедливе таке формулювання *другого закону Кірхгофа*: алгебраїчна сума миттєвих значень ЕРС усіх джерел енергії в будь-якому контурі схеми дорівнює алгебраїчній сумі миттєвих значень напруги на всіх інших елементах того ж контуру:

$$\sum_{k=1}^m e_k = \sum_{h=1}^n U_h, \quad (2.24)$$

де  $m$ ,  $n$  – відповідно кількість активних і пасивних елементів у замкнутому контурі.

## 2.5 Послідовне з'єднання $R$ , $L$ , $C$ елементів електричного кола (нерозгалужені кола змінного струму)

Змінний електричний струм нерозривно пов'язаний із магнітними і електричними полями, які змінюються з часом. Робочі ефекти протікання змінного струму через приймачі електричної енергії на схемах заміщення враховуються за допомогою резистивного (активного) опору  $R$ , котушки індуктивності  $L$  та конденсатора  $C$ .

*Схема заміщення* – ідеалізоване розрахункове коло, що враховує сукупність явищ, які відбуваються при протіканні електричного струму.

### 2.5.1 Коло змінного струму з активним опором

*Резистивний (активний) опір* (active resistance)  $R$  – це елемент, в якому відбувається необоротний процес перетворення електричної енергії в теплову. При цьому потужність перетворення енергії в теплову складає  $RI^2$ .

До споживачів, що мають чисто активне навантаження, відносяться електричні лампи, нагрівачі побутових приладів та ін.

При підключенні активного опору  $R$  до джерела (рис. 2.3, а) з напругою  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$  в колі протікатиме струм [6, 7]

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \psi_u) = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad (2.25)$$

амплітуда якого

$$I_m = \frac{U_m}{R}, \quad (2.26)$$

а початкова фаза  $\psi_i = \psi_u$ , тобто кут зсуву фаз  $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$ , звідки виходить, що *коефіцієнт потужності* (power factor)  $\cos \varphi = 1$ .

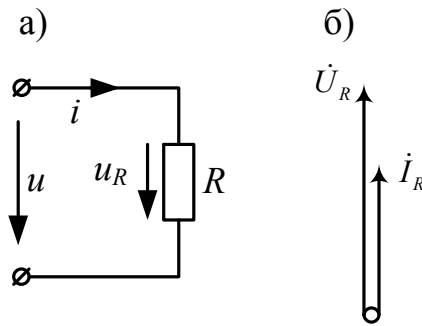


Рисунок 2.3 – До розгляду електричного кола з активним опором:

а) – схема; б) – векторна діаграма

Таким чином, можна зробити висновок, що струм у колі з активним опором, увімкнутим на синусоїдальну напругу, є синусоїдальним та збігається з напругою за фазою (рис. 2.3, б).

Миттєве значення потужності визначається як добуток миттєвого значення напруги на миттєве значення струму:

$$\begin{aligned}
 p &= u \cdot i = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin \omega t = U_m I_m \sin^2 \omega t = \\
 &= 2UI \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = UI(1 - \cos 2\omega t).
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

Миттєва потужність  $p(t)$  коливається з подвійною частотою навколо середнього значення  $P$  від нуля до амплітудного значення, тобто завжди залишається додатною.

Середнє значення потужності за період визначається як

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_m I_m \sin^2 \omega t dt = \\
 &= \frac{U_m I_m}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{U_m I_m}{2}.
 \end{aligned}
 \tag{2.28}$$

Виразивши амплітудні значення напруги і струму через діючі значення, одержимо:

$$P = UI,
 \tag{2.29}$$

а з врахуванням  $U=IR$  –

$$P = I^2 R. \quad (2.30)$$

З останнього виразу витікає, що *середня потужність* – це електрична потужність, яка перетворюється в електричному опорі в тепло. Така потужність називається *активною* (active power).

### 2.5.2 Коло змінного струму з індуктивністю

*Індуктивність* (inductance)  $L$  (Гн) – характеризує властивість елемента кола, наприклад індуктивної котушки, під дією струму в ньому створювати власне магнітне поле. Індуктивність при цьому враховує енергію  $LI^2/2$  магнітного поля й індукційні явища, що характеризуються ЕРС.

*Індуктивний опір* (*реактивний опір індуктивності*) прямо пропорційний частоті змінного струму й індуктивності кола [8]:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL \text{ (Ом)}. \quad (2.31)$$

Напруга на індуктивному опорі визначається як

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L\omega I_m \cos(\omega t + \psi_i) \quad (2.32)$$

або ж як

$$u_L = U_m \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ) = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (2.33)$$

звідки витікає, що в колі з *індуктивною котушкою* (рис. 2.4, а) *струм відстає від напруги на  $90^\circ$* , тобто  $\varphi = \psi_u - \psi_i = \pi/2$  (рис. 2.4, б), а коефіцієнт потужності –  $\cos\varphi = 0$ .

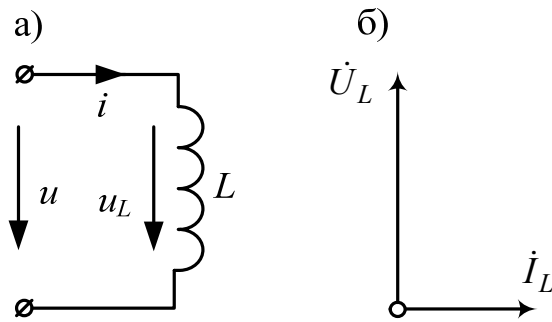


Рисунок 2.4 – До розгляду кола змінного струму з ідеальною індуктивною котушкою: а) – схема; б) – векторна діаграма

Закон Ома для діючих значень напруги і струму в колі з котушкою записується як

$$I = \frac{U}{X_L}. \quad (2.34)$$

Діюча змінна напруга пов'язана з амплітудою співвідношенням

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.35)$$

Потужність  $p(t)$  в колі з індуктивністю змінюється від нуля до амплітудного значення двічі за період, змінюючи свій знак:

$$p(t) = u \cdot i = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \cdot I_m \sin \omega t = UI \sin 2\omega t. \quad (2.36)$$

Середнє значення потужності за період визначається як

$$P(t) = \frac{1}{T} \int_0^T ui \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t \cdot dt = 0, \quad (2.37)$$

тобто індуктивність активної потужності не споживає, що свідчить про наявність періодичного процесу обміну енергією між джерелом електричної енергії й магнітним полем індуктивності. Цю енергію

називають *реактивною енергією*, а відповідну їй потужність – *реактивною потужністю* (reactive power):

$$Q = UI \sin \varphi = I^2 X_L \text{ (вар)}. \quad (2.38)$$

### 2.5.3 Коло змінного струму з ємністю

*Ємність* (capacity)  $C$  (Ф) – характеризує властивість елемента кола, наприклад конденсатора, накопичувати електричні заряди і створювати електричне поле.

В електричних установках ємності утворюються між проводами, проводами і землею в лініях електропередач, а також між іншими елементами струмоведучих конструкцій. В силових електроустановках використовуються конденсатори для підвищення коефіцієнта потужності. В радіотехніці конденсатори застосовуються в коливальних контурах, фільтрах тощо.

*Ємнісний опір* (*реактивний опір конденсатора*) обернено пропорційний частоті синусоїдального струму і ємності конденсатора [9]:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \text{ (Ом)}. \quad (2.39)$$

Якщо конденсатор увімкнути в коло змінного струму (рис. 2.5, а) із синусоїдальною напругою, то він буде заряджатися в такт зміні прикладеної напруги.

Закон Ома для діючих значень напруги і струму в колі з конденсатором записується як

$$I = \frac{U}{X_C}. \quad (2.40)$$

Діюче значення струму в колі визначається як

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.41)$$

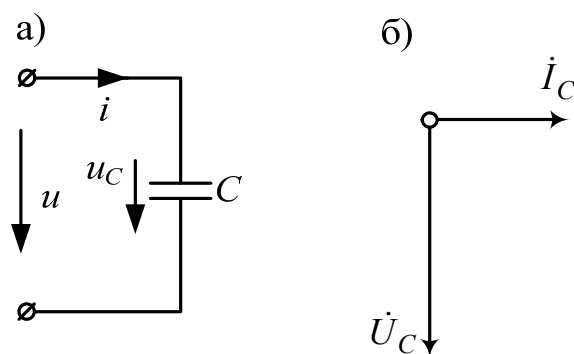


Рисунок 2.5 – До розгляду кола змінного струму з конденсатором:

а) – схема; б) – векторна діаграма

В колі з конденсатором струм випереджає напругу на  $90^\circ$ , тобто  $\varphi = \psi_u - \psi_i = -\pi/2$  (рис. 2.5, б), а коефіцієнт потужності –  $\cos \varphi = 0$ .

Потужність  $p(t)$  в колі з конденсатором змінюється від нуля до амплітудного значення двічі за період, змінюючи свій знак.

Миттєве та середнє значення потужностей в колі з конденсатором визначається відповідно співвідношеннями (2.36) та (2.37), тобто, як і в колі з індуктивністю, відбувається неперервний обмін енергією між мережею та конденсатором. Потужність, що характеризує швидкість змінення цієї енергії, називається **реактивною потужністю**:

$$Q = UI \sin \varphi = I^2 X_C \text{ (вар)}. \quad (2.42)$$

#### 2.5.4 Коло змінного струму, що складається з послідовно з'єднаних $R, L, C$ елементів

Розглянемо загальний випадок електричного кола з послідовним з'єднанням активного опору, реальної котушки індуктивністю  $L$  та конденсатора  $C$  (рис. 2.6).

Рівняння за другим законом Кірхгофа для миттєвих значень напруг записується у вигляді:

$$u = u_R + u_{RL} + u_{XL} + u_C. \quad (2.43)$$



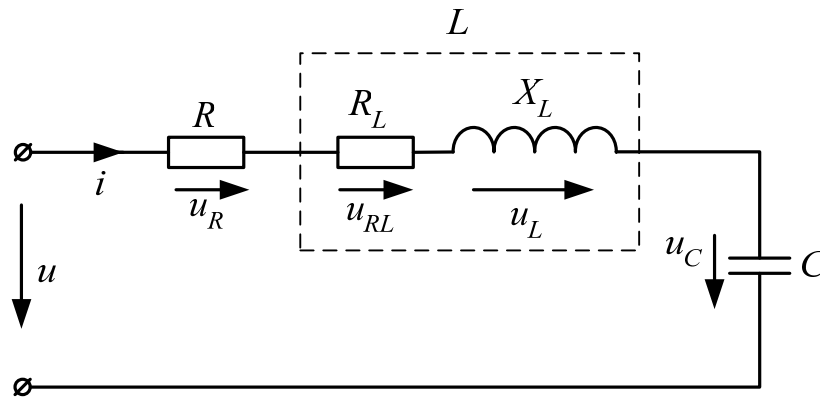


Рисунок 2.6 – Послідовне включення резистора, реальної котушки та конденсатора в коло змінного струму

Якщо напруги виразити через струм  $i$  відповідні опори, а миттєве значення напруги мережі записати як  $u = U_m \sin \omega t$ , то отримаємо таке рівняння [1]:

$$u = RI_m \sin \omega t + R_L I_m \sin \omega t + X_L I_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) + X_C I_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.44)$$

для якого векторна діаграма для діючих значень напруг буде мати вигляд як на рис. 2.5, причому при  $X_L > X_C$  – коло носитиме індуктивний характер (рис. 2.7, а), а при  $X_L < X_C$  – ємнісний (рис. 2.7, б).

Вектор напруги, прикладеної до кола, дорівнює геометричній сумі векторів напруг окремих його ділянок:

$$\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_{RL} + \bar{U}_L + \bar{U}_C, \quad (2.45)$$

а його величина визначається як

$$U = \sqrt{(U_R + U_{RL})^2 + (U_L - U_C)^2}. \quad (2.46)$$

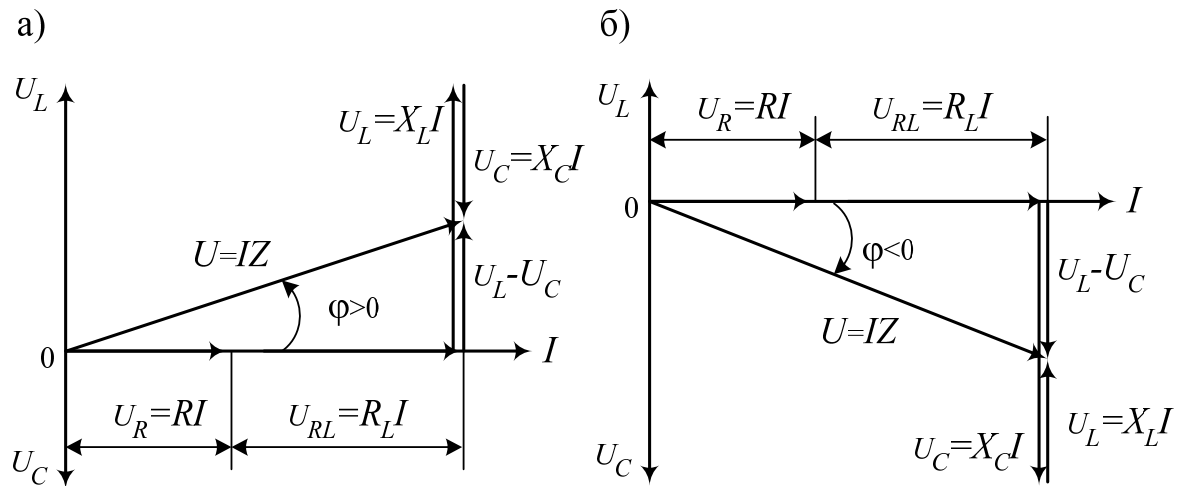


Рисунок 2.7 – Векторні діаграми напруг індуктивного (а) та ємнісного (б) характерів

Величина

$$U_a = U_R + U_{RL} \quad (2.47)$$

називається **активною складовою напруги**, а величина

$$U_p = U_L - U_C \quad (2.48)$$

– **реактивною складовою напруги**.

Виразивши напруги через струм і опори, отримаємо:

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{[(R + R_L) \cdot I]^2 + [(X_L - X_C) \cdot I]^2} = \\ &= I \sqrt{(R + R_L)^2 + (X_L - X_C)^2} = ZI, \end{aligned} \quad (2.49)$$

де  $Z$  – повний опір кола, який визначається як

$$Z = \sqrt{(R + R_L)^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad (2.50)$$

де

$$R_{\Sigma} = R + R_L, \quad (2.51)$$

$$X = X_L - X_C \quad (2.52)$$

відповідно сумарні активний та індуктивний опори кола, які можна виразити через повний опір  $Z$ :

$$R_{\Sigma} = Z \cos \varphi, \quad (2.53)$$

$$X = Z \sin \varphi. \quad (2.54)$$

Кут зсуву фаз між напругою і струмом визначається із співвідношення опорів:

$$\varphi = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R + R_L}\right) = \arccos\left(\frac{R + R_L}{Z}\right). \quad (2.55)$$

### 2.5.5 Резонанс напруг

*Резонансом напруг* (power resonance) називається такий режим пасивного електричного кола, який містить послідовно з'єднані котушки індуктивності і конденсатори, при якому сумарний реактивний опір кола дорівнює нулю, тобто

$$\begin{aligned} X &= X_L - X_C = 0, \\ X_L &= X_C. \end{aligned} \quad (2.56)$$

В такому випадку напруга на індуктивності  $U_L$  стає рівною напрузі на ємності  $U_C$ :

$$IX_L = IX_C = U_L = U_C. \quad (2.57)$$

Умова резонансу напруг:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}. \quad (2.58)$$

У випадку рівності нулю реактивного опору кола

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R_{\Sigma}} = 0, \quad (2.59)$$

$$\cos \varphi = \frac{R + R_L}{\sqrt{(R + R_L)^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{R + R_L}{R + R_L} = 1, \quad (2.60)$$

$$I = \frac{U}{R + R_L} = \frac{U}{Z}. \quad (2.61)$$

Таким чином, у режимі резонансу напруг повний опір кола  $Z$  мінімальний ( $Z = R_{\Sigma}$ ), а струм  $I$  при заданій напрузі сягає найбільшого значення.

Векторна діаграма при резонансі показана на рис. 2.8.

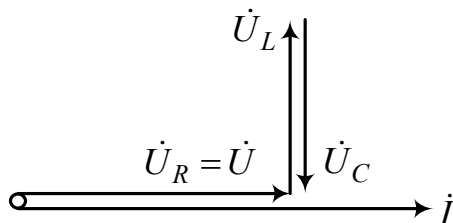


Рисунок 2.8 – Векторна діаграма при резонансі напруг

Як впливає з векторної діаграми, в режимі резонансу напруги на індуктивності і ємності протилежні за фазою і рівні за величиною (модулем), причому ці напруги  $U_L$  і  $U_C$  можуть бути набагато більшими за прикладену напругу.

Одною з ознак резонансу є збіг за фазою напруги і струму джерела живлення кола. Налаштування кола на резонанс може відбуватися за рахунок зміни частоти напруги, що його живить, і параметрів кола.

При постійних  $L$  і  $C$  резонанс наступить лише у випадку збігу частоти джерела живлення  $f_{жив}$  із резонансною частотою даного кола  $f_{рез}$ .

Резонансні частоти можна знайти із співвідношень

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad f_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (2.62)$$

Тоді резонансну ємність можна записати як

$$C_{рез} = \frac{1}{\omega^2 L}, \quad (2.63)$$

а резонансну індуктивність [1, 5] –

$$L_{рез} = \frac{1}{\omega^2 C}. \quad (2.64)$$

Явище резонансу напруг знаходить широке застосування в радіотехніці, дротовій телефонії, автоматиці для налагодження кола на певну частоту.

## 2.6 Розгалужені кола змінного струму

### 2.6.1 Паралельне з'єднання $R$ , $L$ , $C$ елементів електричного кола

Для аналізування і проведення розрахунку розгалужених електричних кіл змінного струму застосовують метод провідностей (conductivity). За допомогою цього методу паралельну ділянку кола замінюють елементом з послідовним з'єднанням, в якому аналітично визначають струми і напруги на всіх ділянках кола.

В електричних колах змінного струму розрізняють три провідності – *повну*, яка визначається відповідно до (1.42), *активну* й *реактивну*, які, відповідно, визначаються як [5]

$$G = Y \cos \varphi; \quad B = Y \sin \varphi, \quad (2.65)$$

причому

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}. \quad (2.66)$$

Повна реактивна провідність визначається як

$$B = B_L - B_C, \quad (2.67)$$

де індуктивна і ємнісна провідності, відповідно, визначаються як

$$B_L = \frac{X_L}{Z^2}; \quad B_C = \frac{X_C}{Z^2}. \quad (2.68)$$

При паралельному з'єднанні елементів (рис. 2.9) рівняння для миттєвих значень струму можна записати у вигляді:

$$i = i_R + i_L + i_C, \quad (2.69)$$

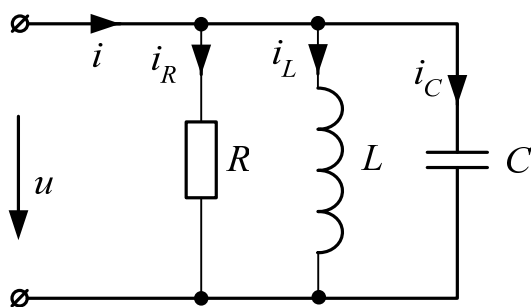


Рисунок 2.9 – Паралельне вмикання резистора, індуктивної котушки та конденсатора в коло змінного струму

а у комплексній формі –

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C. \quad (2.70)$$

Активна та реактивна складові струму, відповідно, можна виразити як

$$\dot{I}_a = \dot{I}_R = G\dot{U}, \quad (2.71)$$

$$\dot{I}_p = \dot{I}_L - \dot{I}_C = -jB\dot{U}.$$

Діючий повний комплексний струм паралельної вітки

$$\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_p. \quad (2.72)$$

Векторна діаграма для кола, що розглядається, побудована за рівнянням (2.70), зображена на рис. 2.10, з якого видно, що повний струм  $\dot{I}$  є гіпотенузою трикутника струмів:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}. \quad (2.73)$$

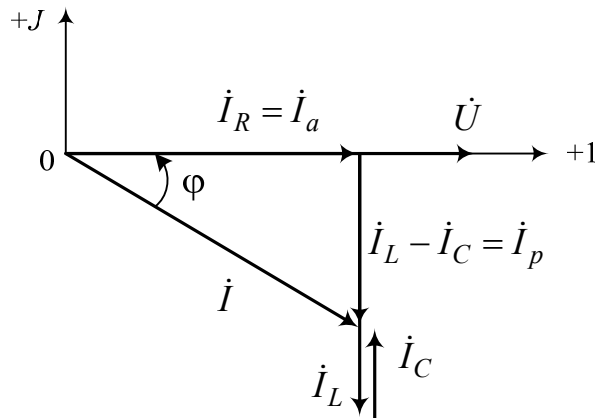


Рисунок 2.10 – Векторна діаграма кола змінного струму, що містить паралельно включені  $R, L, C$  елементи

З практичної точки зору важливим є той момент, що струми в індуктивній  $\dot{I}_L$  і ємнісній  $\dot{I}_C$  вітках паралельного кола знаходяться в протифазі, а реактивний струм  $\dot{I}_p$  дорівнює їх різниці. Це використовується для компенсації індуктивного зсуву фаз.

Відповідно до трикутника струмів (рис. 2.10), що відповідає рівнянню (2.70), аналогічним чином можна побудувати трикутник провідностей, що відповідатиме рівнянню (2.66), причому

$$\varphi = \arccos \frac{G}{Y}; \quad \varphi = \arctg \frac{B}{G}. \quad (2.74)$$

Розглянемо методику розрахунку паралельного кола на схемі рис. 2.11.

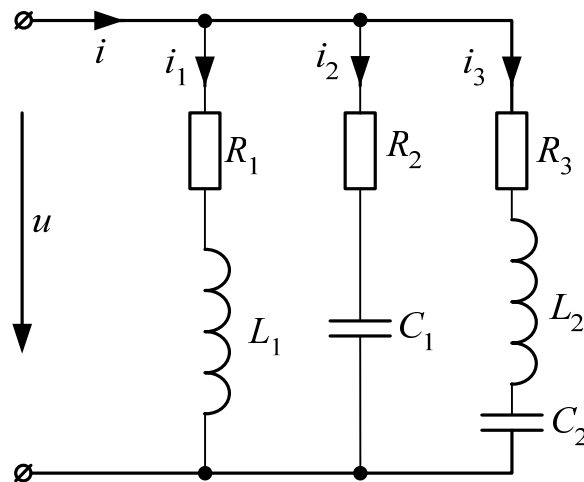


Рисунок 2.11 – Схема з паралельним вмиканням елементів

Розрахунок здійснюється в такому порядку.

1. Визначають реактивні опори віток:

$$X_{L1} = X_1 = \omega L_1;$$

$$X_{C1} = X_2 = \frac{1}{\omega C_1};$$

$$X_{L2} = \omega L_2; \quad X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2}; \quad X_3 = X_{L2} - X_{C2}.$$

2. Визначають повні опори віток:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}; \quad Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2}; \quad Z_3 = \sqrt{R_3^2 + X_3^2}.$$

3. Визначають провідності віток:

а) активні провідності:

$$G_i = \frac{R_i}{Z_i^2}, \quad i = \overline{1, 3};$$

б) реактивні провідності:

$$B_i = \frac{X_i}{Z_i^2}.$$



4. Визначають активні складові струмів віток:

$$I_{ai} = UG_i.$$

5. Визначають реактивні складові струмів:

$$I_{pi} = UB_i.$$

6. Визначають активну складову загального струму:

$$I_a = \sum_{i=1}^3 I_{ai}.$$

7. Визначають реактивну складову загального струму:

$$I_p = I_{p1} - I_{p2} - I_{p3}$$

за умови, що  $X_{C2} > X_{L2}$ .

8. Еквівалентна активна провідність кола дорівнює арифметичній сумі активних провідностей віток:

$$G_e = \sum_{i=1}^3 G_i,$$

а реактивна провідність віток кола – алгебраїчній сумі реактивних провідностей:

$$B_e = \sum_{i=1}^3 B_i,$$

причому провідності віток з індуктивним характером навантаження беруться зі знаком „+”, а віток з ємнісним характером навантаження – зі знаком „-”.

Повна еквівалентна провідність кола:

$$Y_e = \sqrt{G_e^2 + B_e^2}.$$

За еквівалентними активною, реактивною і повною провідностями визначаються параметри еквівалентної схеми.

Еквівалентні активні, реактивні і повні опори кола, відповідно, визначаються за допомогою виразів:

$$Y_e = \frac{1}{Z_e}; \quad R_e = G_e Z_e^2; \quad X_e = B_e Z_e^2.$$

Векторна діаграма розглянутої схеми зображена на рис. 2.12.

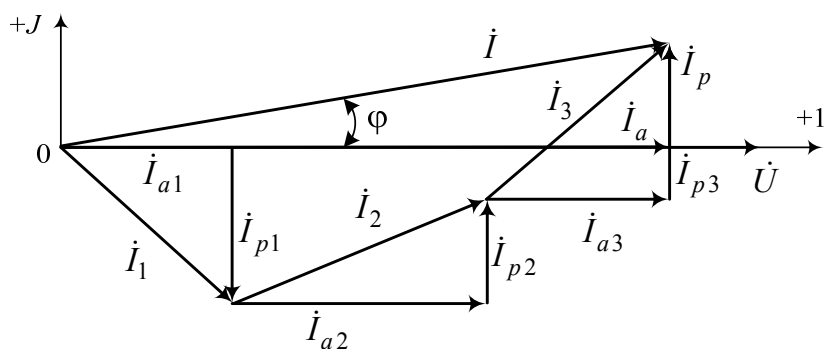


Рисунок 2.12 – Векторна діаграма схеми (рис. 2.11)

### 2.6.2 Змішане з'єднання приймачів електричного кола

Розгалужене коло змінного струму із змішаним з'єднанням елементів подане на рис. 2.13.

Розглянемо методику розрахунку кола методом провідностей. Розрахунок мішаного з'єднання ведеться в такій послідовності.

Розраховуються еквівалентні провідності паралельної ділянки кола:

$$\begin{cases} G_{23} = G_2 + G_3, \\ B_{23} = B_2 - B_3; \end{cases} \quad (2.75)$$

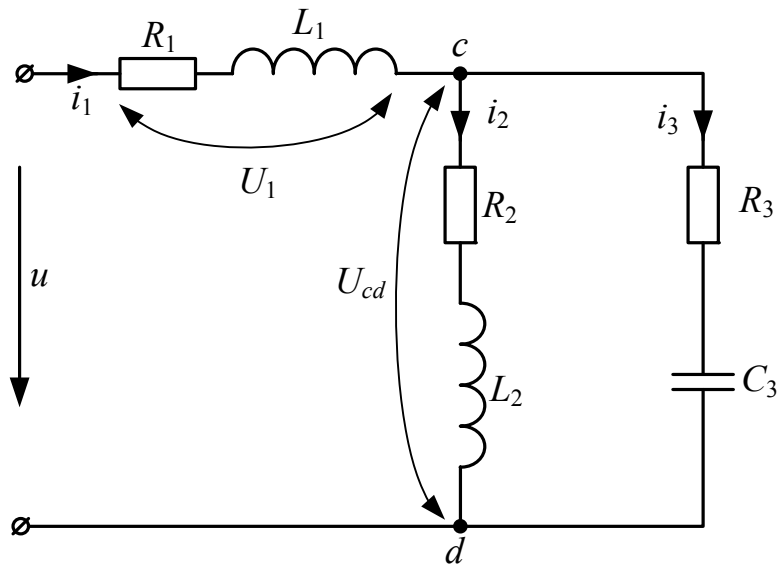


Рисунок 2.13 – Змішане з'єднання приймачів електричного кола

$$\left\{ \begin{array}{l} G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2}, \\ G_3 = \frac{R_3}{Z_3^2}; \end{array} \right. \quad (2.76)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_2 = \frac{X_L}{Z_2^2}, \\ B_3 = \frac{X_C}{Z_3^2}, \end{array} \right. \quad (2.77)$$

де

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}, \\ Z_3 = \sqrt{R_3^2 + \left(\frac{1}{\omega C_3}\right)^2}; \end{array} \right. \quad (2.78)$$

$$\begin{cases} X_2 = X_{L2} = \omega L_2; \\ X_3 = -X_{C3} = -\frac{1}{\omega C_3}. \end{cases} \quad (2.79)$$

Потім розгалужену ділянку кола замінюють еквівалентною схемою (рис. 2.14).

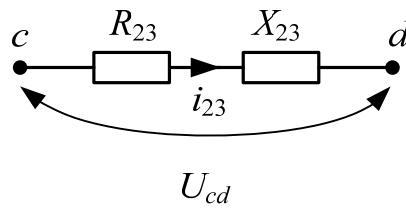


Рисунок 2.14 – Еквівалентна схема паралельних віток схеми рис. 2.13

Еквівалентні активний та реактивний опори:

$$\begin{cases} R_{23} = \frac{G_{23}}{Y_{23}^2}, \\ X_{23} = \frac{B_{23}}{Y_{23}^2}, \end{cases} \quad (2.80)$$

де повна еквівалентна провідність

$$Y_{23} = \sqrt{G_{23}^2 + B_{23}^2}. \quad (2.81)$$

Після еквівалентної заміни розгалуженої ділянки, з'єднання в цілому розраховується як послідовне коло, повний опір якого:

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_{23})^2 + (X_1 + X_{23})^2}. \quad (2.82)$$

Визначивши  $Z$ , знаходимо невідомі струми і напруги:

$$I_1 = \frac{U}{Z}; \quad (2.83)$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2}; \quad (2.84)$$

$$U_1 = I_1 Z_1; \quad (2.85)$$

$$U_{cd} = \frac{I_1}{Y_{23}}; \quad (2.86)$$

$$I_2 = \frac{U_{cd}}{Z_2}; \quad (2.87)$$

$$I_3 = \frac{U_{cd}}{Z_3}. \quad (2.88)$$

### 2.6.3 Резонанс струму

Резонансом струмів (current resonance) називається такий режим пасивного електричного кола, що містить паралельно з'єднані котушки індуктивності і конденсатори, при якому сумарна реактивна провідність кола рівна нулю ( $B = B_L - B_C = 0$ ), загальний струм збігається за фазою з напругою, а реактивна потужність  $Q$  рівна нулю і коло споживає тільки активну потужність.

При цьому векторна діаграма для схеми рис. 2.11 матиме вигляд як показано на рис. 2.15.

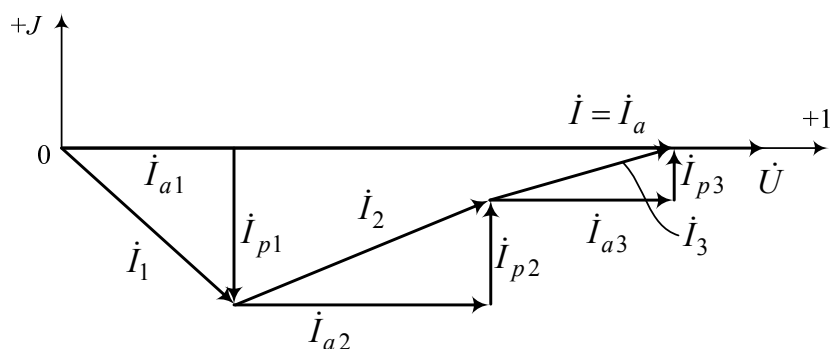


Рисунок 2.15 – Векторна діаграма у випадку наявності резонансу струмів

Розглянемо схему рис. 2.16.

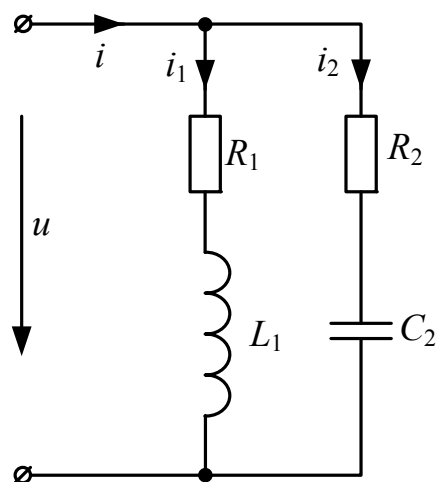


Рисунок 2.16 – До розгляду резонансу струмів

Резонанс струму в такому колі наступить за умови

$$B_{12} = B_{1L} - B_{2C} = 0; \quad (2.89)$$

$$\frac{\omega L_1}{R_1^2 + (\omega L_1)^2} - \frac{1}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C_2}\right)^2} = 0; \quad (2.90)$$

$$\frac{X_L}{Z_1^2} - \frac{X_C}{Z_2^2} = 0. \quad (2.91)$$

Звідси резонансна кутова частота [5]

$$\omega_{pee} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}}. \quad (2.92)$$

У пристроях, де використовуються явища резонансу струму, значення опорів  $R_1^2$  і  $R_2^2$  набагато менші відношення  $L/C$ , тоді

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.93)$$

Досягається режим резонансу струму зміною частоти живлення і параметрів  $L$ ,  $C$  кола. У режимі резонансу протилежні за фазою реактивні складові струму в вітках з індуктивністю і ємністю рівні за величиною.

При резонансі струм на вході кола збігається за фазою з прикладеною напругою і може бути значно меншим струму в вітках.

Резонанс струму знаходить широке застосування для покращення  $\cos\varphi$  електроенергетичних установок і в радіотехніці.

## 2.7 Символьний метод розрахунку кіл змінного синусоїдального струму

Синусоїдальні функції часу можуть бути зображені векторами і відповідними їм комплексними числами. Як відомо, комплексне число на площині зображається вектором (рис. 2.17).

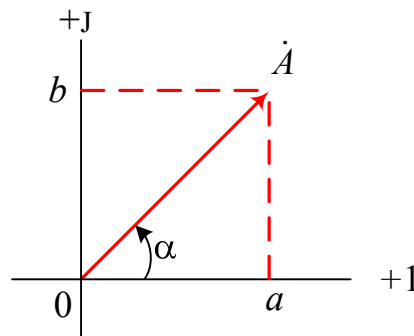


Рисунок 2.17 – До розгляду комплексної площини

### 2.7.1 Форми запису комплексного числа

Існують такі форми запису комплексного числа:

– алгебраїчна:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{A} = a + jb; \\ A = \sqrt{a^2 + b^2}; \\ j^2 = -1; \\ a = A \cos \alpha; \\ b = A \sin \alpha; \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}; \\ \alpha = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}, \end{array} \right. \quad (2.94)$$

де  $a$  – дійсна частина комплексного числа;

$b$  – його уявна частина;

– *тригонометрична*:

$$\dot{A} = A \cos \alpha + jA \sin \alpha = A(\cos \alpha + j \sin \alpha); \quad (2.95)$$

– *показникова*:

$$\dot{A} = A e^{j\alpha}, \quad (2.96)$$

де  $A$  – модуль комплексного числа,

$\alpha$  – його аргумент.

Відповідно до формули Ейлера

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha. \quad (2.97)$$

Приклад переходу від однієї форми запису до іншої покажемо для

$$\dot{A} = 4 + j2. \quad (2.98)$$

$$A = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4,47; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{4} = 0,5; \quad \alpha = \operatorname{arctg} 0,5 = 26,57^\circ,$$



$$\dot{A} = 4,47(\cos 26,57^\circ + j \sin 26,57^\circ),$$

$$\dot{A} = 4,47e^{j26,57^\circ}.$$

Якщо в комплексному числі змінити знак в уявній частині, то утвориться *спряжене комплексне число*:

$$\dot{A} = 4,47e^{-j26,57^\circ} = 4 - j2.$$

### 2.7.2 Дії над комплексними числами

Для комплексних чисел, записаних в будь-якій формі, застосовуються всі основні математичні дії: додавання і віднімання, множення і ділення піднесення до степеня і отримання кореня. При цьому зручно переходити від однієї форми запису до іншої, більш зручної. В основному додавання і віднімання здійснюють в алгебраїчній формі запису, множення і ділення – в показниковій формі.

Розглянемо два комплексних числа:

$$\dot{A} = a + jb = Ae^{j\alpha},$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \alpha = \arctg \frac{b}{a}; \quad (2.99)$$

$$\dot{B} = c + jd = Be^{j\beta},$$

$$B = \sqrt{c^2 + d^2}, \quad \beta = \arctg \frac{d}{c}. \quad (2.100)$$

#### *Додавання і віднімання.*

Додавання і віднімання зручно проводити в алгебраїчній формі запису:

$$\dot{A} + \dot{B} = (a + jb) + (c + jd) = (a + c) + j(b + d), \quad (2.101)$$

$$\dot{A} - \dot{B} = (a + jb) - (c + jd) = (a - c) + j(b - d).$$

### Множення.

Множення здійснюють як у показниковій формі запису, так і в алгебраїчній формі запису:

$$\begin{aligned}\dot{A}\dot{B} &= (a + jb)(c + jd) = \\ &= ac + jad + jbc - bd = ac - bd + j(ad + bc),\end{aligned}\tag{2.102}$$

$$\dot{A}\dot{B} = Ae^{j\alpha} Be^{j\beta} = ABe^{j(\alpha+\beta)}.\tag{2.103}$$

Множення комплексного числа на  $e^{j\beta}$  означає поворот вектора, обумовленого комплексним числом, на кут  $\beta$  проти годинникової стрілки. Множення на  $e^{-j\beta}$  відповідає повороту вектора на кут за годинниковою стрілкою. Комплексне число  $e^{j\beta}$  називається *оператором повороту* з модулем, рівним одиниці, а  $e$  – основою натурального логарифма.

Множення комплексного числа на дійсне число змінює модуль комплексного числа, але не змінює його аргументу.

### Ділення.

При діленні комплексних чисел, заданих в алгебраїчній формі, щоб позбавитися від уявної частини в знаменнику, чисельник і знаменник домножують на спряжене комплексне число знаменника:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{A}}{\dot{B}} &= \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{a + jb}{c + jd} \cdot \frac{c - jd}{c - jd} = \\ &= \frac{ac - jad + jbc + bd}{c^2 + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}.\end{aligned}\tag{2.104}$$

При діленні комплексних чисел, заданих в показниковій формі запису, їх модулі ділять, а аргументи віднімають:

$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{Ae^{j\alpha}}{Be^{j\beta}} = \frac{A}{B} e^{j(\alpha-\beta)}.\tag{2.105}$$

### 2.7.3 Подання синусоїдальних електричних величин комплексними числами

Синусоїдальний струм  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  в момент часу  $t = 0$  може бути поданий на комплексній площині вектором

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}, \quad (2.106)$$

де  $I_m$  – модуль струму;

$\psi_i$  – початкова фаза (аргумент) струму, що відповідає початку відліку часу  $t = 0$ .

Для того, щоб на комплексній площині отримати вектор струму, який обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  проти годинникової стрілки, його комплексну амплітуду потрібно помножити на оператор повороту  $e^{j\omega t}$ :

$$I_m e^{j\omega t} = I_m e^{j\psi_i} e^{j\omega t} = I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}. \quad (2.107)$$

В тригонометричній формі запису комплексний миттєвий струм:

$$I_m e^{j\omega t} = I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_m \cos(\omega t + \psi_i) + jI_m \sin(\omega t + \psi_i). \quad (2.108)$$

Аналогічно комплексна амплітуда напруги

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}, \quad (2.109)$$

а комплексне миттєве значення

$$U_m e^{j\omega t} = U_m e^{j(\omega t + \psi_u)} = U_m \cos(\omega t + \psi_u) + jU_m \sin(\omega t + \psi_u). \quad (2.110)$$

Повним комплексним опором називається відношення комплексної напруги до комплексного струму:

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{I e^{j\psi_i}} = Z e^{j(\psi_u - \psi_i)} = Z e^{j\varphi}, \quad (2.111)$$

де  $\varphi$  – зсув фаз:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i. \quad (2.112)$$

$$Z = Z(\cos \varphi + j \sin \varphi) = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi = R + jX. \quad (2.113)$$

Отже, дійсна частина комплексного опору – активний, а уявна – реактивний опори. Так, наприклад, якщо  $Z = 3 + j4$ , то  $R = 3 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 4 \text{ Ом}$ ,  $Z = 5 \text{ Ом}$ . При  $Z = 3 - j4$ , то  $R = 3 \text{ Ом}$ ,  $X_C = 4 \text{ Ом}$ ,  $Z = 5 \text{ Ом}$ .

Комплексна провідність – величина, обернена комплексному опору:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{Ze^{j\varphi}} = Ye^{-j\varphi} = Y(\cos \varphi - j \sin \varphi) = G - jB, \quad (2.114)$$

де активна провідність –

$$G = Y \cos \varphi, \quad (2.115)$$

реактивна провідність –

$$B = Y \sin \varphi, \quad (2.116)$$

а повна провідність –

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}. \quad (2.117)$$

#### 2.7.4 Закони Ома і Кірхгофа в комплексному вигляді

Основні закони, на яких базуються електротехнічні розрахунки, можна записати в комплексному вигляді таким чином:

➤ закон Ома

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} \quad (2.118)$$

або

$$\dot{I} = \dot{U}Y; \quad (2.119)$$

➤ перший закон Кірхгофа

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0; \quad (2.120)$$

➤ другий закон Кірхгофа

$$\sum_{k=1}^n \dot{E}_k = \sum_{k=1}^m \dot{I}_k Z_k, \quad (2.121)$$

$$\sum_{k=1}^n \dot{U}_k = 0. \quad (2.122)$$

Формули, що виражають закони Ома і Кірхгофа, ідентичні для електричних кіл постійного і змінного струмів.

У зв'язку з тим, що всі методи розрахунку кіл постійного струму ґрунтуються на законах Ома і Кірхгофа, для розрахунку кіл синусоїдального струму можна обґрунтувати ті ж методи, що були отримані для кіл постійного струму.

Порядок розрахунку кіл змінного синусоїдального струму залишається таким самим, що і при розрахунку кіл постійного струму, якщо всі дії здійснюються комплексними величинами.

При використанні комплексного запису розрахунок кіл змінного струму значно спрощується.

## 2.8 Приклади розв'язування задачі



До клем кола, зображеного на рис. 2.18, підведена змінна синусоїдальна напруга, діюче значення якої  $U = 100$  В при частоті змінного струму  $f = 50$  Гц. Параметри кола мають такі значення:  $R_1 = 1$  Ом;  $R_2 = 2$  Ом;  $R_3 = 10$  Ом;  $L_1 = 3,15$  мГн;  $L_2 = 6,3$  мГн;  $C_3 = 315$  мкФ.

Потрібно визначити:

- 1) струми у всіх ділянках схеми;
- 2) скласти баланс потужностей;

3) конденсатор, який необхідно включити на вхід схеми (рис. 2.18) для виникнення резонансу.

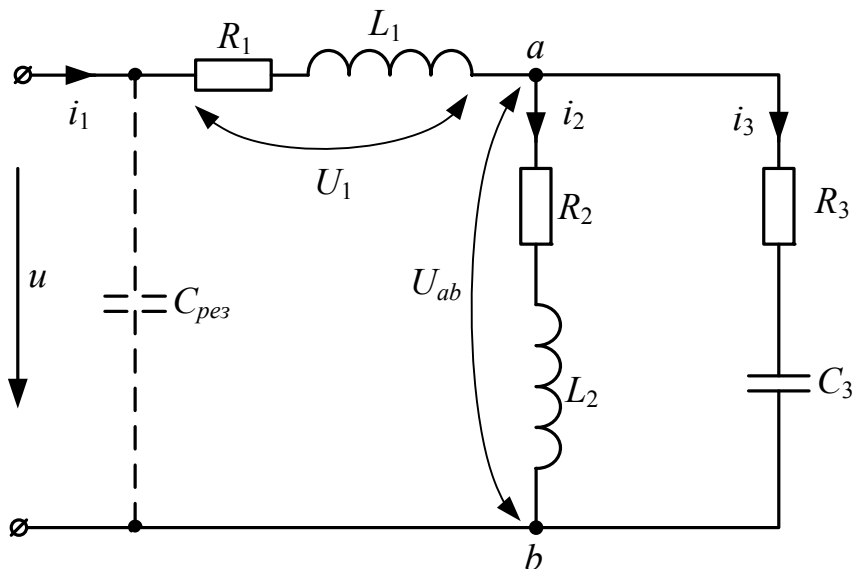


Рисунок 2.18 – Схема для розрахунку

Задачу розв'язати методами:

- а) провідностей;
- б) комплексних чисел.

*Перший крок.* Розв'яжемо поставлену задачу кожним із способів.

### 2.8.1 Розв'язування методом провідностей

1. Визначаємо реактивні опори елементів кола:

$$\begin{aligned} X_{L_1} &= X_1 = \omega L_1 = 2\pi f L_1 = \\ &= 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 3,15 \cdot 10^{-3} = 0,99 \text{ (Ом);} \end{aligned} \quad (2.123)$$

$$\begin{aligned} X_{L_2} &= X_2 = \omega L_2 = 2\pi f L_2 = \\ &= 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 6,3 \cdot 10^{-3} = 1,98 \text{ (Ом);} \end{aligned} \quad (2.124)$$

$$\begin{aligned}
 X_{C_3} &= -X_3 = -\frac{1}{2\pi f C_3} = \\
 &= -\frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 315 \cdot 10^{-6}} = -10,11 \text{ (Ом)}.
 \end{aligned}
 \tag{2.125}$$

2. Визначаємо повні опори паралельних віток:

$$\begin{aligned}
 Z_2 &= \sqrt{R_2^2 + X_2^2} = \\
 &= \sqrt{2^2 + 1,98^2} = 2,81 \text{ (Ом)};
 \end{aligned}
 \tag{2.126}$$

$$\begin{aligned}
 Z_3 &= \sqrt{R_3^2 + X_3^2} = \\
 &= \sqrt{10^2 + (-10,11)^2} = 14,22 \text{ (Ом)}.
 \end{aligned}
 \tag{2.127}$$

3. Визначаємо провідності паралельних віток:

$$\begin{aligned}
 G_2 &= \frac{R_2}{Z_2^2} = \\
 &= \frac{2}{2,81^2} = 0,25 \text{ (См)};
 \end{aligned}
 \tag{2.128}$$

$$\begin{aligned}
 G_3 &= \frac{R_3}{Z_3^2} = \\
 &= \frac{10}{14,22^2} = 4,95 \cdot 10^{-2} \text{ (См)};
 \end{aligned}
 \tag{2.129}$$

$$\begin{aligned}
 B_2 &= \frac{X_2}{Z_2^2} = \\
 &= \frac{1,98}{2,81^2} = 0,25 \text{ (См)};
 \end{aligned}
 \tag{2.130}$$

$$\begin{aligned} B_3 &= \frac{X_3}{Z_3^2} = \\ &= \frac{-10,11}{14,22^2} = -0,05 \text{ (См)}. \end{aligned} \quad (2.131)$$

4. Визначаємо еквівалентні провідності паралельних віток:

$$\begin{aligned} G_{23} &= G_2 + G_3 = \\ &= 0,25 + 4,95 \cdot 10^{-2} = 0,3 \text{ (См)}; \end{aligned} \quad (2.132)$$

$$\begin{aligned} B_{23} &= B_2 + B_3 = \\ &= 0,25 + (-0,05) = 0,2 \text{ (См)}; \end{aligned} \quad (2.133)$$

$$\begin{aligned} Y_{23} &= \sqrt{G_{23}^2 + B_{23}^2} = \\ &= \sqrt{0,3^2 + 0,2^2} = 0,36 \text{ (См)}. \end{aligned} \quad (2.134)$$

5. Визначаємо еквівалентні опори паралельних віток:

$$\begin{aligned} R_{23} &= \frac{G_{23}}{Y_{23}^2} = \\ &= \frac{0,3}{0,36^2} = 2,3 \text{ (Ом)}; \end{aligned} \quad (2.135)$$

$$\begin{aligned} X_{23} &= \frac{B_{23}}{Y_{23}^2} = \\ &= \frac{0,2}{0,36^2} = 1,52 \text{ (Ом)}; \end{aligned} \quad (2.136)$$

$$\begin{aligned} Z_{23} &= \sqrt{R_{23}^2 + X_{23}^2} = \\ &= \sqrt{2,3^2 + 1,52^2} = 2,76 \text{ (Ом)}. \end{aligned} \quad (2.137)$$



6. Визначаємо вхідні опори схеми:

$$\begin{aligned} R_{\text{ex}} &= R_1 + R_{23} \\ &= 1 + 2,3 = 3,3 \text{ (Ом);} \end{aligned} \quad (2.138)$$

$$\begin{aligned} X_{\text{ex}} &= X_1 + X_{23} = \\ &= 0,99 + 1,52 = 2,51 \text{ (Ом);} \end{aligned} \quad (2.139)$$

$$\begin{aligned} Z_{\text{ex}} &= \sqrt{R_{\text{ex}}^2 + X_{\text{ex}}^2} = \\ &= \sqrt{3,3^2 + 2,51^2} = 4,15 \text{ (Ом).} \end{aligned} \quad (2.140)$$

7. Визначаємо діючі значення струмів, що протікають у вітках:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{Z_{\text{ex}}} = \\ &= \frac{100}{4,15} = 24,1 \text{ (А);} \end{aligned} \quad (2.141)$$

$$\begin{aligned} U_{ab} &= Z_{23} I_1 = \\ &= 2,76 \cdot 24,1 = 66,52 \text{ (В);} \end{aligned} \quad (2.142)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{U_{ab}}{Z_2} = \\ &= \frac{66,52}{2,81} = 23,64 \text{ (А);} \end{aligned} \quad (2.143)$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{U_{ab}}{Z_3} = \\ &= \frac{66,52}{14,22} = 4,68 \text{ (А).} \end{aligned} \quad (2.144)$$

## 2.8.2 Розв'язування методом комплексних чисел

1. Визначаємо комплексні опори віток:

$$Z_1 = R_1 + jX_1 = Z_1 e^{j\varphi_1}, \quad (2.145)$$

де

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sqrt{R_1^2 + X_1^2} = \\ &= \sqrt{1^2 + 0,99^2} = 1,41 \text{ (Ом)}; \end{aligned} \quad (2.146)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \arctg \frac{X_1}{R_1} = \\ &= \arctg \frac{0,99}{1} = 44,7(^{\circ}). \end{aligned} \quad (2.147)$$

Тоді

$$Z_1 = 1 + j0,99 = 1,41 e^{j44,7^{\circ}} \text{ (Ом)}.$$

$$Z_2 = R_2 + jX_2 = Z_2 e^{j\varphi_2}, \quad (2.148)$$

де

$$\begin{aligned} Z_2 &= \sqrt{R_2^2 + X_2^2} = \\ &= \sqrt{2^2 + 1,98^2} = 2,81 \text{ (Ом)}; \end{aligned} \quad (2.149)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \arctg \frac{X_2}{R_2} = \\ &= \arctg \frac{1,98}{2} = 44,7(^{\circ}). \end{aligned} \quad (2.150)$$

Тоді

$$Z_2 = 2 + j1,98 = 2,81e^{j44,7^0} \text{ (Ом)}.$$

$$Z_3 = R_3 + jX_3 = Z_3e^{j\varphi_3}, \quad (2.151)$$

де

$$\begin{aligned} Z_3 &= \sqrt{R_3^2 + X_3^2} = \\ &= \sqrt{10^2 + (-10,11)^2} = 14,22 \text{ (Ом)}; \end{aligned} \quad (2.152)$$

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= \arctg \frac{X_3}{R_3} = \\ &= \arctg \frac{-10,11}{10} = -45,3^0. \end{aligned} \quad (2.153)$$

Тоді

$$Z_3 = 10 - j10,11 = 14,22e^{-j45,3^0} \text{ (Ом)}.$$

2. Еквівалентний комплексний опір паралельних віток:

$$\begin{aligned} Z_{23} &= \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} = \\ &= \frac{(2 + j1,98) \cdot (10 - j10,11)}{2 + j1,98 + 10 - j10,11} = 2,3 + j1,52 \text{ (Ом)}; \end{aligned} \quad (2.154)$$

3. Вхідні комплексні опори схеми:

$$\begin{aligned} Z_{\text{ex}} &= Z_1 + Z_{23} = \\ &= 1 + j0,99 + 2,3 + j1,52 = 3,3 + j2,51 \text{ (Ом)}; \end{aligned} \quad (2.155)$$

$$Z_{\text{ex}} = R_{\text{ex}} + jX_{\text{ex}} = Z_{\text{ex}}e^{j\varphi_{\text{ex}}}, \quad (2.156)$$

де

$$\begin{aligned} Z_{\text{ex}} &= \sqrt{R_{\text{ex}}^2 + X_{\text{ex}}^2} = \\ &= \sqrt{3,3^2 + 2,51^2} = 4,15 \text{ (Ом)}; \end{aligned} \quad (2.157)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{ex}} &= \arctg \frac{X_{\text{ex}}}{R_{\text{ex}}} = \\ &= \arctg \frac{2,51}{3,3} = 37,28(^{\circ}). \end{aligned} \quad (2.158)$$

Тоді

$$Z_{\text{ex}} = 3,3 + j2,51 = 4,15e^{j37,28^{\circ}} \text{ (Ом)}.$$

4. Комплексні і діючі значення струмів:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}}{Z_{\text{ex}}} = \\ &= \frac{100}{4,15e^{j37,28^{\circ}}} = 24,1e^{-j37,28^{\circ}} \text{ (А)}; \end{aligned} \quad (2.159)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_1 \dot{I}_1 = \\ &= 1,41e^{j44,7^{\circ}} \cdot 24,1e^{-j37,28^{\circ}} = 33,98e^{j7,42^{\circ}} = 33,69 + j4,39 \text{ (В)}; \end{aligned} \quad (2.160)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= \dot{U} - \dot{U}_1 = \\ &= 100 - 33,69 - j4,39 = 66,31 - j4,39 = 66,45e^{-j3,79^{\circ}} \text{ (В)}; \end{aligned} \quad (2.161)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_2} = \\ &= \frac{66,45e^{-j3,79^{\circ}}}{2,81e^{j44,7^{\circ}}} = 23,64e^{-j48,49^{\circ}} \text{ (А)}; \end{aligned} \quad (2.162)$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_3} = \\ &= \frac{66,45e^{-j3,79^0}}{14,22e^{-j45,3^0}} = 4,68e^{j41,6^0} \text{ (A)}. \end{aligned} \quad (2.163)$$

Таким чином  $I_1 = 24,1 \text{ A}$ ;  $I_2 = 23,64 \text{ A}$ ;  $I_3 = 4,68 \text{ A}$ .

Зробимо перевірку відповідно до першого закону Кірхгофа:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3; \quad (2.164)$$

$$24,1e^{-j37,28^0} = 23,64e^{-j48,49^0} + 4,68e^{j41,6^0},$$

$$19,18 - j14,6 = 16,68 - j17,7 + 3,5 + j3,1 = 19,18 - j14,6.$$

Перевірка підтверджує правильність розрахунків.

*Другий крок.* Баланс потужностей.

Повна комплексна потужність:

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}_1^* = P + jQ, \quad (2.165)$$

де  $\dot{I}_1^*$  – комплексний спряжений струм,

$$\tilde{S} = 100 \cdot 24,1e^{j37,28^0} = 2410e^{j37,28^0} = 1917,6 + j1459,7 \text{ (ВА)}.$$

Комплексні потужності окремих віток:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_1 &= \dot{U}_1 \dot{I}_1^* = \\ &= 33,98e^{j7,42^0} \cdot 24,1e^{j37,28^0} = 818,92e^{j44,7^0} = \\ &= 582,1 + j576,1 \text{ (ВА)}; \end{aligned} \quad (2.166)$$

$$\begin{aligned}\tilde{S}_2 &= \dot{U}_{ab} I_2^* = \\ &= 66,45e^{-j3,79^0} \cdot 23,64e^{j48,49^0} = 1570,9e^{j44,7^0} = \\ &= 1116,6 + j1105 \text{ (ВА)};\end{aligned}\tag{2.167}$$

$$\begin{aligned}\tilde{S}_3 &= \dot{U}_{ab} I_3^* = \\ &= 66,45e^{-j3,79^0} \cdot 4,68e^{-j41,6^0} = 311e^{-j45,39^0} = \\ &= 218,5 - j221,4 \text{ (ВА)}.\end{aligned}\tag{2.168}$$

Таким чином баланс потужностей:

$$\tilde{S} = \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 + \tilde{S}_3,\tag{2.169}$$

$$\begin{aligned}\tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 + \tilde{S}_3 &= 582,1 + j576,1 + 1116,6 + j1105 + 218,5 - j221,4 = \\ &= 1917,2 + j1459,7 \text{ (ВА)}.\end{aligned}$$

Порівнюючи (2.169) із значенням повної комплексної потужності, розрахованої за (2.165), бачимо, що розрахунки здійснені вірно (незначна похибка викликана заокругленнями при розрахунках).

Баланс потужностей можна розрахувати і таким чином:

– активної

$$\begin{aligned}P &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = \\ &= 24,1^2 \cdot 1 + 23,64^2 \cdot 2 + 4,68^2 \cdot 10 = 1917,5 \text{ (Вт)};\end{aligned}\tag{2.170}$$

– реактивної

$$\begin{aligned}Q &= I_1^2 X_1 + I_2^2 X_2 + I_3^2 X_3 = \\ &= 24,1^2 \cdot 0,99 + 23,64^2 \cdot 1,98 + 4,68^2 \cdot (-10,11) = 1460 \text{ (ВАр)}.\end{aligned}\tag{2.171}$$

*Третій крок.* Розрахунок конденсатора, який необхідно включити на вхід схеми для виникнення резонансу.

Оскільки умовою резонансу є рівність провідностей

$$B_{\text{вх}} = B_{C_{\text{рез}}}, \quad (2.172)$$

тому знайдемо значення вхідної провідності

$$\begin{aligned} B_{\text{вх}} = B_{C_{\text{рез}}} &= \frac{X_{\text{вх}}}{Z_{\text{вх}}^2} = \\ &= \frac{2,51}{4,15^2} = 0,146 \text{ (См)}. \end{aligned} \quad (2.173)$$

Тоді значення ємності конденсатора

$$\begin{aligned} C_{\text{рез}} &= \frac{B_{\text{вх}}}{\omega} = \frac{B_{\text{вх}}}{2\pi f} = \\ &= \frac{0,146}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,000465 \text{ (Ф)} = 465 \text{ (мкФ)}. \end{aligned}$$

## 3 ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

### 3.1 Причини виникнення перехідних процесів

*Перехідними процесами* (transitional process) називаються електромагнітні процеси, що виникають в електричному колі при переході від одного усталеного режиму до іншого [5].

В колах, що містять лише резистивні елементи, перехідні процеси не виникають – в них стаціонарний режим роботи встановлюється миттєво. Тому такі процеси виникають лише в колах з індуктивними котушками та конденсаторами при вмиканні або вимиканні електричного кола, зміні величини напруги, прикладеної до його затискачів, а також при зміні параметрів електричного кола, яка зумовлюється коротким замиканням окремих його елементів або іншими комутаційними змінами.

Наявність перехідних процесів пояснюється інерційністю індуктивних та ємнісних елементів (зміна в них енергії магнітного та електричного полів не може відбуватися миттєво). Зв'язок електричного поля з напругою  $u_C$  між пластинами конденсатора ємністю  $C$  і магнітного поля з струмом  $i_L$ , що проходить в обмотці з індуктивністю  $L$ , показує, що при виникненні перехідного процесу напруга на ємності й струм в індуктивності можуть змінюватися тільки неперервно без стрибків.

Незважаючи на те, що тривалість перехідних процесів, яку визначають числовими значеннями параметрів електричного кола, здебільшого невелика (приблизно частки секунди), вивчення їх необхідне, бо вони часто супроводжуються значним збільшенням напруг і струмів порівняно з усталеним режимом. Знання законів протікання перехідних процесів необхідне для розв'язування багатьох питань, пов'язаних з роботою електричних кіл зв'язку, автоматики й телемеханіки, а також радіотехнічних пристроїв, де діють неперіодичні напруги і перехідні процеси є природним, нормальним режимом роботи таких кіл.

Тривалість перехідного процесу значною мірою залежить від значення активного опору кола, в якому електрична енергія перетворюється в теплоту, що розсіюється в навколишньому середовищі.



### 3.2 Закони комутації

*Комутація* (commutation) – включення або відключення джерела живлення, зміна параметрів кола  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , що викликають перехідні процеси.

Тривалість процесів накопичення енергії магнітного поля в індуктивній котушці [10]

$$W_m = \frac{Li^2}{2} \quad (3.1)$$

і енергії електричного поля в конденсаторі

$$W_e = \frac{Cu^2}{2}, \quad (3.2)$$

в результаті яких збільшенню струму  $i$  в котушці перешкоджає ЕРС самоіндукції

$$e_L = -L \frac{di}{dt}, \quad (3.3)$$

а заряджанню конденсатора (збільшення напруги  $u$ ) – поле електричних зарядів, що в ньому акумулюються, дозволяє сформулювати два закони комутації.

*Перший закон комутації.* У вітці, що містить індуктивну котушку, струм не може змінюватися стрибкоподібно, в перший момент перехідного процесу він зберігає попереднє значення:

$$i_{L(0-)} = i_{L(0+)}. \quad (3.4)$$

*Другий закон комутації.* Напруга на конденсаторі не може змінюватися стрибкоподібно, в перший момент перехідного процесу вона зберігає значення, яке було до перехідного процесу:

$$u_{C(0-)} = u_{C(0+)}. \quad (3.5)$$

З цих законів витікає, що функції зміни струму  $i_L$  та напруги  $u_C$  є неперервними.

Вивчення перехідних процесів у лінійних електричних колах із зосередженими параметрами зводиться до складання системи диференціальних рівнянь на основі законів Кірхгофа для миттєвих значень напруг і струмів, що діють в даному електричному колі, та їх розв'язування. Наприклад, шукану функцію струму можна записати як суму усталеної  $i_y$  та вільної  $i_g$  складових:

$$i(t) = i_y + i_g(t). \quad (3.6)$$

Процедура розв'язування рівнянь супроводжується ідентифікацією постійних інтегрування, виходячи з початкових умов процесу за допомогою законів комутації.

Розглянемо перехідні процеси в колах першого порядку з постійною напругою.

### 3.3 Підключення електричного кола з $R$ , $L$ елементами до джерела живлення

Для електричного кола (рис. 3.1, а) справедливе рівняння, що відповідає другому закону Кірхгофа:

$$iR + L \frac{di}{dt} = U. \quad (3.7)$$

Враховуючи, що в колі постійної напруги індуктивність поводить як закортка, то усталена складова  $i_y$  для кола рис. 3.1 запишеться у вигляді:

$$i_y = \frac{U}{R}. \quad (3.8)$$

Вільну складову  $i_g$  будемо шукати у вигляді

$$i_g(t) = Ae^{pt}, \quad (3.9)$$

де  $A$  – постійна інтегрування;

$p$  – корінь характеристичного рівняння

$$R + pL = 0, \quad (3.10)$$

записаного для (3.7). В результаті отримаємо

$$p = -\frac{R}{L}. \quad (3.11)$$

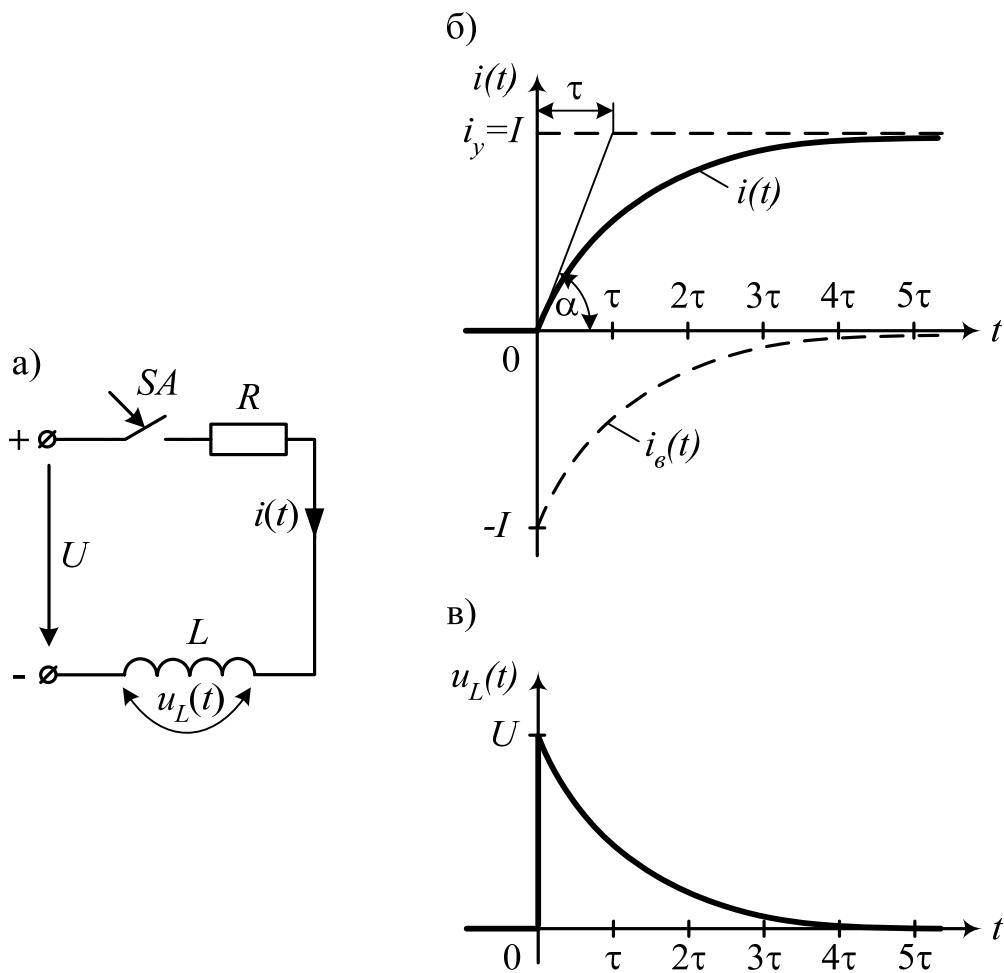


Рисунок 3.1 – Схема (а) підключення електричного кола з  $R, L$  елементами до джерела живлення з постійною напругою та графіки перехідних процесів струму (б) й напруги (в)

Постійну інтегрування  $A$  знайдемо з початкових умов, що відповідають першому закону комутації:

$$\begin{aligned} t &= 0; \\ i_{L(0-)} &= i_{L(0+)} = 0, \end{aligned} \quad (3.12)$$

з врахуванням яких рівняння (3.6) для  $t = 0+$  (в перший момент після подачі живлення на схему) набуде вигляду:

$$i_{(0+)} = Ae^{p \cdot 0} + \frac{U}{R} = 0, \quad (3.13)$$

звідки постійна інтегрування

$$A = -\frac{U}{R}. \quad (3.14)$$

Тому вільна складова

$$i_s = -\frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (3.16)$$

Підставивши числове значення усталеної складової (3.8) та функцію вільної складової (3.16) в рівняння (3.6), отримаємо закон зміни струму:

$$i(t) = \frac{U}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (3.15)$$

де  $\tau$  – постійна часу електричного кола з індуктивністю:

$$\tau = \frac{L}{R}. \quad (3.16)$$

Таким чином, при вмиканні кола з елементами  $R$  та  $L$  до джерела з напругою  $U$  струм в колі під час перехідного процесу наближається до свого усталеного значення  $i_y = I = U/R = \text{const}$  за експоненціальним законом (рис. 3.1, б). Постійна часу  $\tau$  відповідає проміжку часу, за який

вільна складова зменшується в  $e$  раз. Практично перехідний процес триває  $4 \div 5\tau$ .

Постійну часу можна знайти і графічно. Для цього потрібно провести дотичну до графіка  $i(t)$  та визначити її кут нахилу  $\alpha$  до осі часу:

$$\tau = \frac{I}{\operatorname{arctg} \alpha}. \quad (3.17)$$

Аналогічним чином можна записати закон зміни напруги на індуктивності  $L$  при перехідному процесі. Для цього другий закон Кірхгофа для даного кола потрібно записати у вигляді

$$iR + u_L = U, \quad (3.18)$$

струм –

$$i = \frac{1}{L} \int u_L dt. \quad (3.19)$$

З врахуванням (3.19) характеристичне рівняння для (3.18) матиме вигляд:

$$\frac{R}{L} + p = 0, \quad (3.20)$$

з якого витікає, що корінь  $p$  відповідає значенню (3.11).

Постійна інтегрування  $B$  вільної складової

$$u_{eL}(t) = Be^{pt} \quad (3.21)$$

визначається, виходячи з умови для  $t = 0+$  (в перший момент після комутації) та  $u_{L(0+)} = U: B = U$ .

З врахуванням того, що усталене значення  $u_{yL} = 0$ , а вільна складова  $u_{eL} = U$ , закон зміни напруги на індуктивності матиме вигляд:

$$u_L(t) = Ue^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.22)$$

графічна інтерпретація якого показана на рис. 3.1, в).

### 3.4 Відключення електричного кола з $R, L$ елементами

Відключення індуктивної котушки від джерела постійного струму може супроводжуватися значними перенапругами (підвищенням напруги) на окремих ділянках кола. Для уникнення цього явища при відключенні від джерела котушки шунтуються розрядними резисторами  $R_p$  (рис. 3.2, а) або напівпровідниковим діодом.

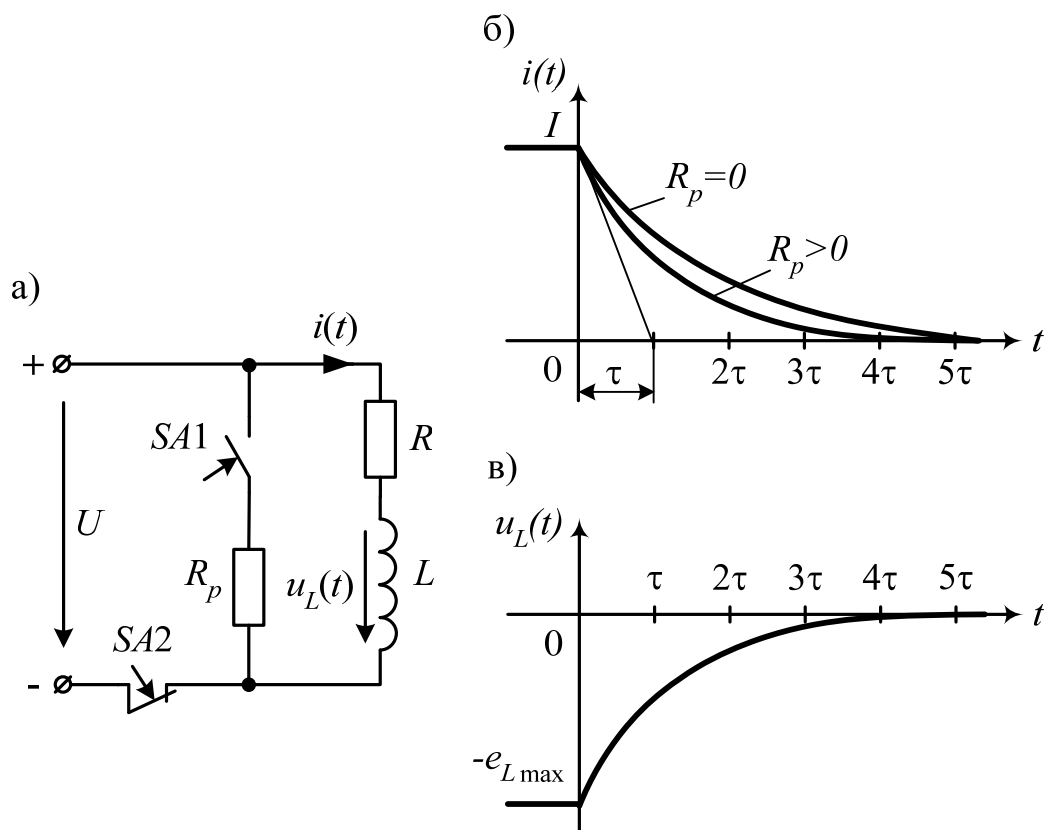


Рисунок 3.2 – Схема (а) відключення електричного кола з  $R, L$  елементами від джерела живлення з постійною напругою та графіки перехідних процесів струму (б) й напруги (в)

Рівняння другого закону Кірхгофа для даного кола:

$$L \frac{di}{dt} + R_e i = 0, \quad (3.23)$$

де  $R_e$  – еквівалентний опір контуру ( $R_e = R + R_p$ ).

Рівняння перехідного процесу для струму має вигляд:

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau_1}}, \quad (3.24)$$

де  $U$  – напруга джерела перед відключенням кола;

$\tau_1$  – постійна часу кола:

$$\tau_1 = \frac{L}{R_e}. \quad (3.25)$$

З рівняння (3.24) випливає, що при відключенні кола з індуктивною котушкою і замиканням її на розрядний резистор

- 1) струм в ній під час перехідного процесу зменшується від початкового значення  $I = U/R$  до нуля за експоненціальним законом (рис. 3.2, б);
- 2) збільшуючи опір  $R_p$  можна зменшити постійну часу  $\tau_1$ , тобто зменшити тривалість перехідного процесу (рис. 3.2, б).

Підставивши отримане значення струму (3.24) в рівняння ЕРС (3.3) та взявши похідну, отримаємо рівняння, що описує ЕРС самоіндукції в котушці:

$$e_L = \left(1 + \frac{R_p}{R}\right) U e^{-\frac{t}{\tau_1}}, \quad (3.26)$$

тобто при відключенні кола з індуктивною котушкою і її замиканні на розрядний резистор в початковий момент  $t = 0$  ЕРС миттєво збільшується від нуля до максимального значення

$$e_{L \max} = \left(1 + \frac{R_p}{R}\right) U, \quad (3.27)$$

а потім спадає до нуля, як показано на рис. 3.2, в).

### 3.5 Підключення електричного кола з $R$ , $C$ елементами до джерела живлення

На пластинах конденсатора  $C$ , включеного послідовно з резистором  $R$  в коло постійного струму з напругою  $U$  (рис. 3.3, а) будуть накопичуватися електричні заряди, тобто конденсатор буде заряджатися до величини  $u_C = U$  (вмикається лише перемикач  $SA1$ ).

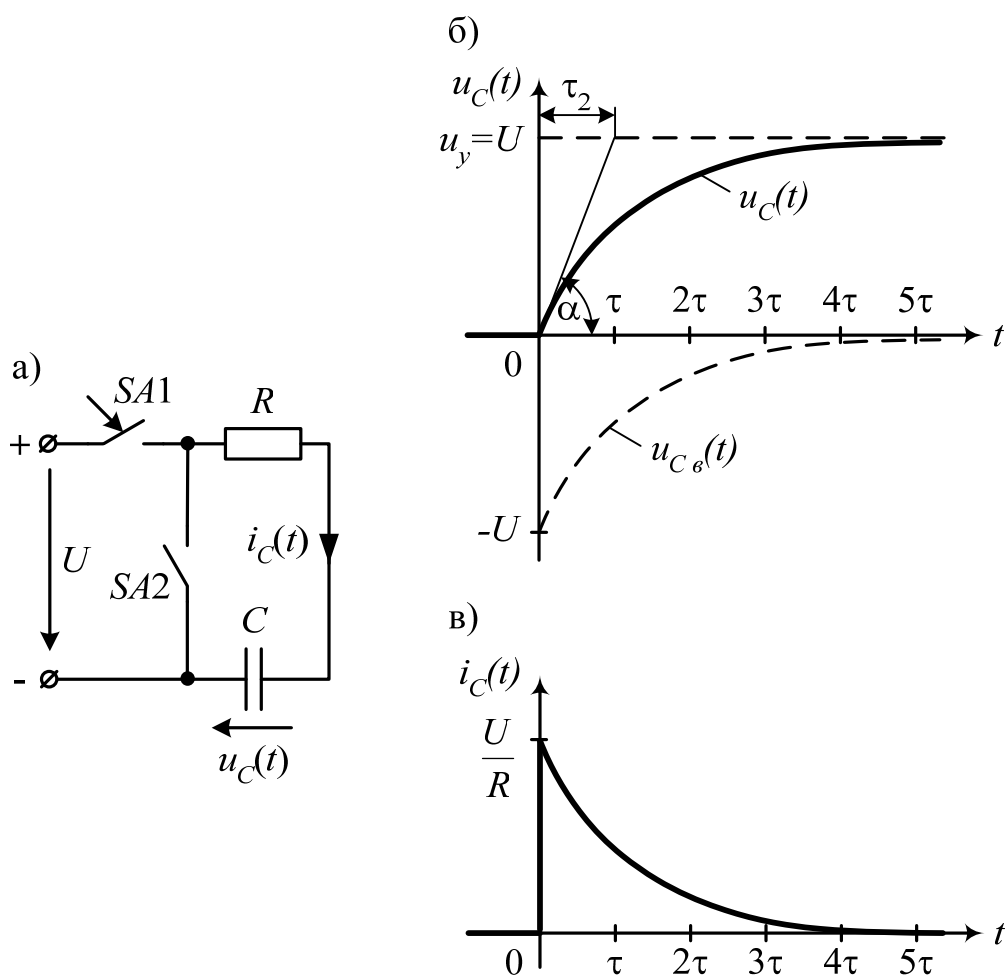


Рисунок 3.3 – Схема (а) підключення електричного кола з  $R$ ,  $C$  елементами до джерела живлення з постійною напругою та графіки перехідних процесів напруги на конденсаторі (б) й струму його заряду (в)



Виходячи із рівності струму, що протікає через конденсатор,

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} \quad (3.28)$$

і другого закону Кірхгофа

$$i_C R + u_C = U \quad (3.29)$$

отримаємо диференціальне рівняння

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U, \quad (3.30)$$

після інтегрування якого знаходимо рівняння перехідного процесу за напругою:

$$u_C(t) = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right), \quad (3.31)$$

де  $\tau_2$  – постійна часу кола з ємністю

$$\tau_2 = RC. \quad (3.32)$$

В рівнянні (7.31) усталена та вільна складові, відповідно, дорівнюють

$$\begin{cases} u_{C y} = U = \text{const}; \\ u_{C \theta}(t) = -U e^{-\frac{t}{\tau_2}}. \end{cases} \quad (3.33)$$

Аналіз рівняння (3.31) показує, що напруга конденсатора  $u_C$  стає рівною напрузі джерела  $U$  лише при  $t \rightarrow \infty$  (рис. 3.3, б). Процес заряджання конденсатора можна вважати закінченим при  $t = (4 \div 5)\tau_2$ . Постійна часу  $\tau_2$  знаходиться графічно, аналогічно знаходженню  $\tau$ .

Рівняння перехідного процесу струму заряджання конденсатора

$$i_C(t) = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau_2}}, \quad (3.34)$$

яке графічно зображене на рис. 3.3, в), можна отримати, якщо в рівняння (3.29) підставити напругу (3.31).

Потрібно пам'ятати, що після відключення конденсатора від джерела він зберігає заряди і деякий час може бути джерелом енергії.

### 3.6 Розряд конденсатора на резистор

Такий процес можна реалізувати, якщо перемикач  $SA1$  буде знаходитися в розімкненому стані, а перемикач  $SA2$  замкнути (рис. 3.3, а).

Оскільки струм розряду має знак мінус

$$i_C = -C \frac{du_C}{dt}, \quad (3.35)$$

або в іншій формі –

$$i_C = \frac{u_C}{R}, \quad (3.36)$$

диференціальне рівняння даного процесу матиме вигляд:

$$-C \frac{du_C}{dt} = \frac{u_C}{R}. \quad (3.37)$$

В результаті інтегрування рівняння (3.37) напруга на конденсаторі описуватиметься законом

$$u_C(t) = U e^{-\frac{t}{\tau_2}}, \quad (3.38)$$

а розрядний струм –

$$i_C(t) = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau_2}}, \quad (3.39)$$

з яких випливає, що розрядний струм і напруга конденсатора при розряджанні зменшуються за експоненціальним законом.

### 3.7 Коротке вмикання ділянки кола, що містить $R, L$ елементи

Нехай ділянка (рис. 3.4) з  $R_2$  і  $L_2$  кола постійного струму замикається ключем  $SA1$  накоротко.

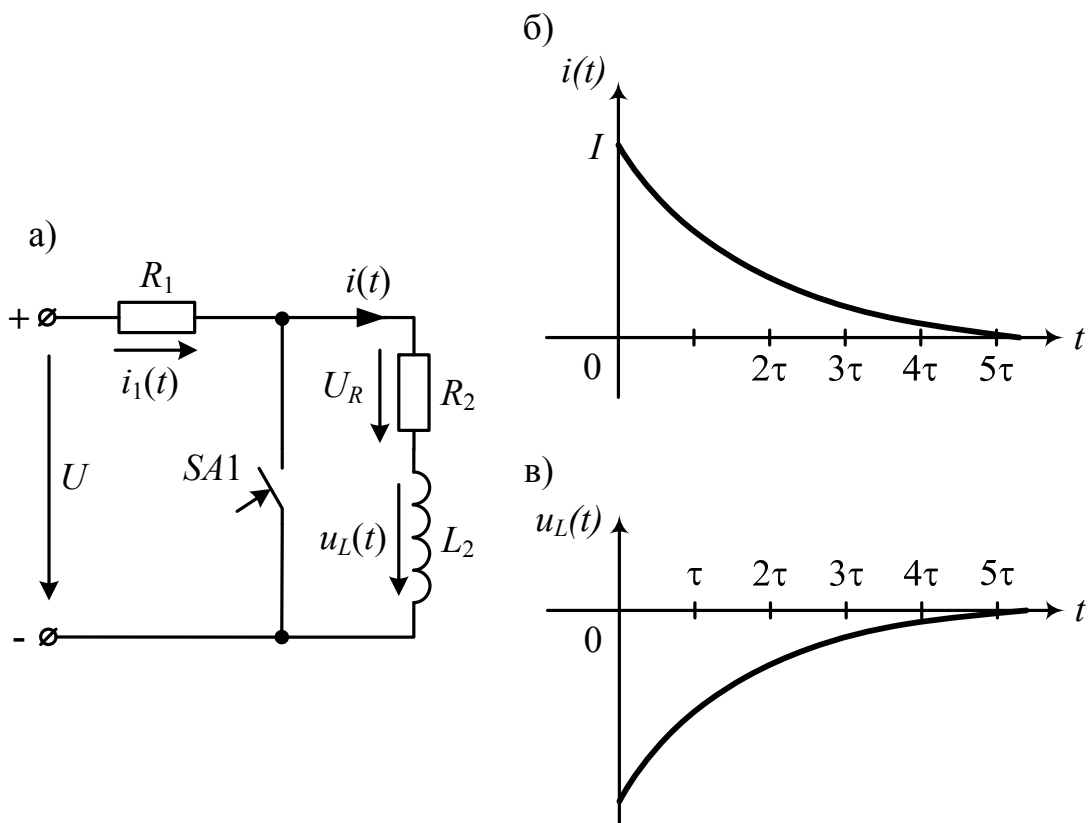


Рисунок 3.4 – Коротке вмикання ділянки кола, що містить  $R, L$  елементи

До комутації через індуктивність протікав струм

$$i_{(0-)} = \frac{U}{R_1 + R_2}. \quad (3.40)$$

Цей струм створював постійне магнітне поле в котушці.

Визначимо закон зміни струму в індуктивності після комутації.

Зміна струму в контурі після замикання ключа  $S_{A1}$  описується однорідним рівнянням, складеним згідно з другим законом Кірхгофа:

$$L \frac{di}{dt} + R_2 i = 0. \quad (3.41)$$

Оскільки рівняння (3.41) не містить члена в правій частині, то випадок його окремого розв'язку, що описує вимушений режим, дорівнює нулю, тобто

$$i_y = 0. \quad (3.42)$$

Таким чином,

$$i(t) = i_y + i_g(t) = i_g(t) \quad (3.43)$$

і рівняння (3.41) набуде вигляду:

$$L \frac{di_g}{dt} + R_2 i_g = 0. \quad (3.44)$$

Розв'язком диференційного рівняння (3.44) є вираз

$$i_g(t) = A e^{pt},$$

розв'язавши який знаходимо корінь характеристичного рівняння

$$p = -\frac{R_2}{L}. \quad (3.45)$$

Тоді

$$i_{\epsilon}(t) = i(t) = Ae^{-\frac{R_2}{L}t}. \quad (3.46)$$

Значення  $A$  визначається з початкових умов:

$$i_{\epsilon}(0) = i(0-) = A = \frac{U}{R_1 + R_2}. \quad (3.46)$$

Таким чином, струм у колі

$$i(t) = i_{\epsilon}(t) = \frac{U}{R_1 + R_2} e^{-\frac{R_2}{L}t} \quad (3.47)$$

або з врахуванням

$$\tau = \frac{L}{R_2}, \quad (3.48)$$

$$i(t) = \frac{U}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3.49)$$

Графічна інтерпретація зміни струму  $i(t)$  показана на рис. 3.4, б).

Напруга на індуктивності

$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di}{dt} = L \left( -\frac{R_2}{L} \right) \frac{Ue^{-\frac{R_2}{L}t}}{R_1 + R_2} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} Ue^{-\frac{R_2}{L}t} = \\ &= -\frac{R_2}{R_1 + R_2} Ue^{-\frac{t}{\tau}}. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Графік зміни  $u_L(t)$  показаний на рис. 3.4, в).

### 3.8 Приклад розв'язування задачі



Коло, що складається з двох паралельних віток (рис. 3.5), включається на паралельну роботу на постійну напругу  $U = 400$  В. В одній вітці розміщена котушка з параметрами  $R_1 = 20$  Ом і  $L_1 = 0,2$  Гн, а в іншій – активний опір  $R_2 = 20$  Ом і конденсатор ємністю  $C_2 = 500$  мкФ.

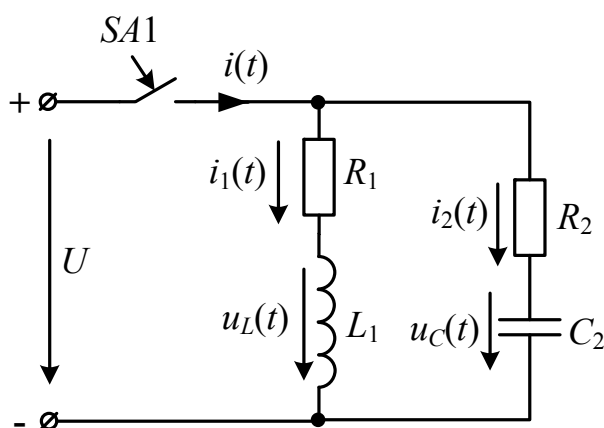


Рисунок 3.5 – До розгляду задачі

Визначити: усталені, вільні і перехідні струми в вітках і нерозгалуженій частині кола. Побудувати графіки всього струму у функції часу.

Зміна струму в перехідному режимі описується диференціальним рівнянням

$$i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} = U. \quad (3.51)$$

Струм в першій вітці

$$i_1(t) = i_{1y} + i_{1\delta}(t), \quad (3.52)$$

де

$$\begin{aligned} i_{1y} &= \frac{U}{R_1} = \\ &= \frac{400}{20} = 20 \text{ (A)}, \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$i_{1e}(t) = A_1 e^{p_1 t}, \quad (3.54)$$

де

$$\begin{aligned} p_1 &= -\frac{R_1}{L_1} = \\ &= -\frac{20}{0,2} = -100. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Постійну інтегрування  $A_1$  знайдемо з початкових умов. При  $t = 0$   $i = 0$ :

$$\begin{aligned} \frac{U}{R_1} + A_1 e^{-\frac{R_1}{L_1} t} &= 0 \xrightarrow{t=0} A_1 = -\frac{U}{R_1} = \\ &= -\frac{400}{20} = -20. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Тоді вільна складова струму

$$\begin{aligned} i_{1e}(t) &= -\frac{U}{R_1} e^{-\frac{R_1}{L_1} t} = \\ &= -20 e^{-100t}, \end{aligned} \quad (3.57)$$

а повний струм у першій вітці –

$$i_1(t) = \frac{U}{R_1} + \left( -\frac{U}{R_1} e^{-\frac{R_1}{L_1} t} \right) = \frac{U}{R_1} \left( 1 - e^{-\frac{R_1}{L_1} t} \right) \quad (3.58)$$

або

$$i_1(t) = 20 \cdot (1 - e^{-100t}). \quad (3.59)$$

Стала часу при цьому

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{L_1}{R_1} = \\ &= \frac{0,2}{20} = 0,01 \text{ (с)}. \end{aligned} \quad (3.60)$$

За співвідношеннями (3.53), (3.57) та (3.59) з використанням програми Mathcad в межах  $5\tau$  будуємо графіки зміни струмів.

Вихідні дані для розрахунку мають вигляд:

$$\tau := 0.01 \quad t := 0.0001, 0.001 .. 5\tau$$

$$i_{1y}(t) := 20$$

$$i_{1B}(t) := -20 \cdot e^{-100 \cdot t}$$

$$i_1(t) := 20 \cdot (1 - e^{-100 \cdot t})$$

Результат побудови подано на рис. 3.6.

Напруга на конденсаторі в будь-який момент часу буде рівною

$$U = R_2 C_2 \frac{du_C}{dt} + u_C, \quad (3.61)$$

$$u_C(t) = u_{Cy} + u_{C\varepsilon}(t), \quad (3.62)$$

де

$$u_{Cy} = U = 400 \text{ В}, \quad (3.63)$$



$$u_{C_2}(t) = A_2 e^{p_2 t}, \quad (3.64)$$

де

$$\begin{aligned} p_2 &= -\frac{1}{R_2 C_2} = \\ &= -\frac{1}{20 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = -100. \end{aligned} \quad (3.65)$$

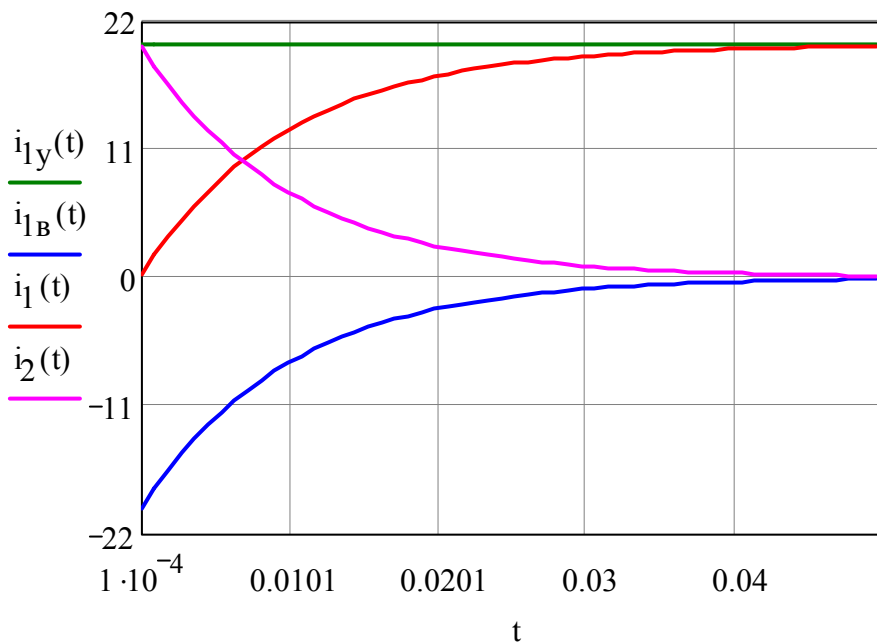


Рисунок 3.6 – Графіки струмів в першій та другій вітках

Постійну інтегрування  $A_2$  знайдемо з початкових умов. При  $t = 0$ ,  $u_C = 0$ :

$$U + A_2 e^{-\frac{t}{R_2 C_2}} = 0 \xrightarrow{t=0} A_2 = -U = -400. \quad (3.66)$$

Тоді вільна складова напруги

$$\begin{aligned} u_{C_2}(t) &= -Ue^{-\frac{t}{R_2C_2}} = \\ &= -400e^{-100t}, \end{aligned} \quad (3.67)$$

а повний струм у першій вітці –

$$u_C(t) = U + \left( -Ue^{-\frac{t}{R_2C_2}} \right) = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_2C_2}} \right) \quad (3.68)$$

або

$$u_C(t) = 400 \cdot \left( 1 - e^{-100t} \right). \quad (3.69)$$

Стала часу при цьому

$$\begin{aligned} \tau_1 &= R_2C_2 = \\ &= 20 \cdot 500 \cdot 10^6 = 0,01 \text{ (с)}. \end{aligned} \quad (3.70)$$

За співвідношеннями (3.63), (3.67) та (3.69) з використанням програми Mathcad в межах  $5\tau$  будуємо графіки зміни напруг.

Вихідні дані для розрахунку мають вигляд:

$$\begin{aligned} u_{C_2}(t) &:= 400 \\ u_{C_B}(t) &:= -400 \cdot e^{-100 \cdot t} \\ u_C(t) &:= 400 \cdot \left( 1 - e^{-100 \cdot t} \right) \end{aligned}$$

Результат побудови подано на рис. 3.7.

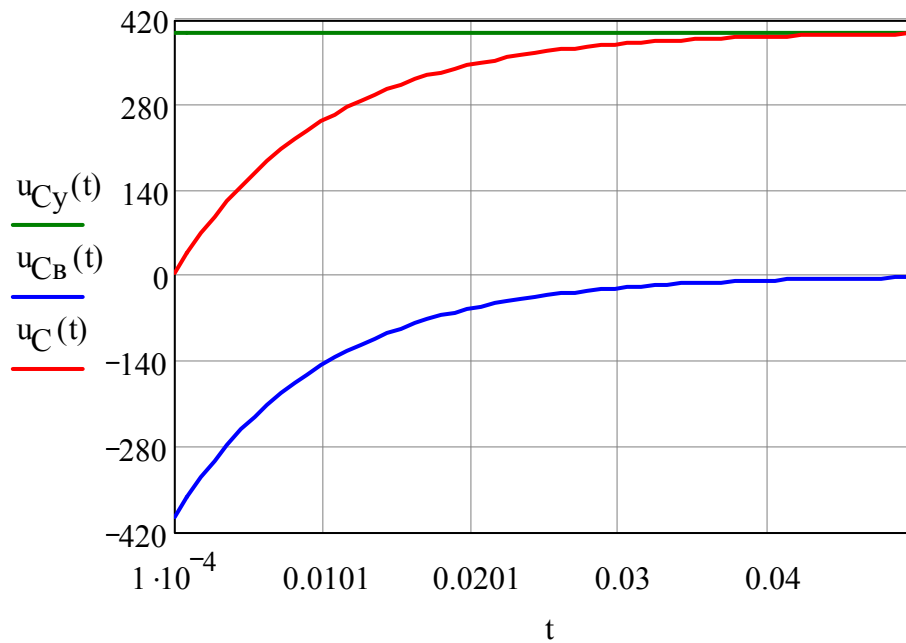


Рисунок 3.7 – Графіки напруг в другій вітці

Струм у другій вітці:

$$\begin{aligned}
 i_2(t) &= \frac{1}{R_2} U e^{-100t} = \\
 &= \frac{1}{20} \cdot 400 e^{-100t} = 20 e^{-100t} .
 \end{aligned}
 \tag{3.71}$$

Графічна інтерпретація  $i_2(t)$  подана на рис. 3.6.

У нерозгалуженій частині кола струм

$$\begin{aligned}
 i(t) &= i_1(t) + i_2(t) = \\
 &= 20 \cdot (1 - e^{-100t}) + 20 e^{-100t} = 20 \text{ (A)}.
 \end{aligned}
 \tag{3.72}$$

## 4 НЕЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

### 4.1 Загальні відомості про нелінійні елементи та нелінійні кола

*Нелінійний елемент* (nonlinear element) (НЕ) – це елемент, в якому струм і напруга пов'язані між собою нелінійною залежністю. Електричне коло, яке містить в собі хоча б один нелінійний елемент, називається *нелінійним електричним колом* [1, 5, 11].

Процеси в нелінійних колах, на відміну від лінійних, відрізняються складністю та багатогранністю.

Залежність між напругою й струмом на НЕ називається *вольт-амперною характеристикою* (volt-ampere) (ВАХ)  $U = f(I)$ .

Суттєвою особливістю нелінійних електричних кіл є неможливість застосувати до них метод накладання. Процеси в нелінійних електричних колах описуються нелійними алгебраїчними або диференціальними рівняннями.

За характером елементів розрізняють нелінійні опори (резистори), нелінійні індуктивності та нелінійні ємності. НЕ поділяють на *керовані* (транзистори, тиристоры, мікросхеми) та *некеровані* (діод, електрична лампа розжарювання); *інерційні* (параметри яких не встигають змінитися протягом періоду) та *неінерційні*.

У НЕ ВАХ є не прямою, що характерно для лінійних елементів, а кривою різної форми. Розглянемо деякі з НЕ.

1. *Напівпровідниковий діод* (рис. 4.1, а) призначений для випрямлення змінного струму в постійний пульсуючий. ВАХ даного НЕ наведена на рис. 4.2, а).

2. *Стабілітрон* – напівпровідниковий діод (рис. 4.1, б), який тривалий час може працювати на ділянці лавинного пробою *p-n*-переходу. В таких НЕ напруга в деякому діапазоні зміни струму практично залишається без змін (рис. 4.3, б).

3. *Тиристор* – електроперетворювальний пристрій (рис. 4.1, в), який містить три і більше *p-n*-переходів та може тривалий час знаходитися в

одному із станів (відкритому чи закритому). Його ВАХ наведена на рис. 4.2, в).

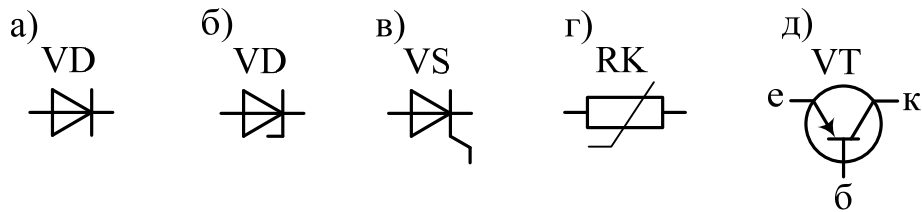


Рисунок 4.1 – Позначення та графічне зображення НЕ:

а) – діод; б) – стабілітрон; в) – тиристор; г) – термістор; д) – транзистор

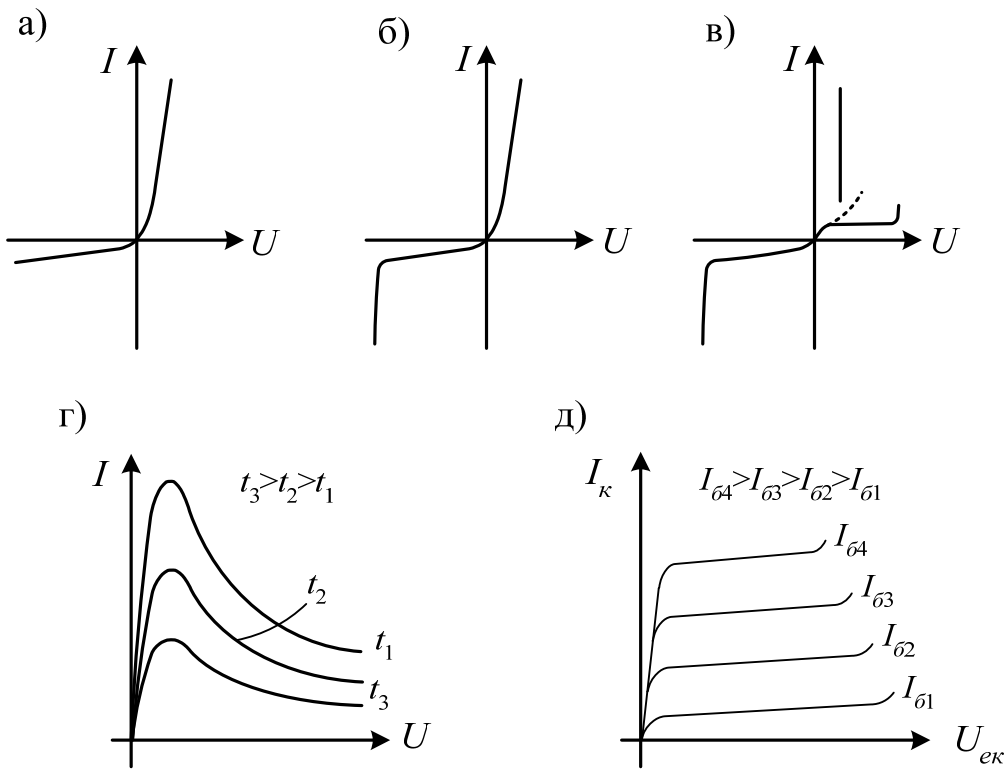


Рисунок 4.2 – ВАХ: а) – діода; б) – стабілітрона; в) – тиристора;  
г) –термістора; д) – транзистора

4. *Термістор* – резистор (рис. 4.1, г), опір якого залежить від температури навколишнього середовища. Його ВАХ наведена на рис. 4.2, г).

5. *Транзистор* – електроперетворювальний пристрій, який має два *p-n*-переходи і здатний підсилювати електричний сигнал. Крім того, він може працювати в режимі ключа. На рис. 4.1, д) показано біполярний транзистор, що має структуру *p-n-p*-переходу, а на рис. 4.2, д) – його ВАХ.

Характеристики нелінійних елементів визначаються експериментально й дають вичерпну інформацію про властивості елементів. Разом з тим при аналізуванні та проведенні розрахунків нелінійних кіл оперують поняттями параметрів нелінійних елементів, наприклад, поняттями статичного й динамічного опорів.

*Статичним опором НЕ*  $R_{cm}$  в заданій точці  $A$  його характеристики називають відношення напруги на елементі до його струму. Його можна визначити графічно як тангенс кута між прямою, проведеною з початку координат через дану точку  $A$  ВАХ (рис. 4.3), і віссю абсцис:

$$R_{cm} = \frac{U}{I} = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \alpha, \quad (4.1)$$

де  $m_U$  і  $m_I$  – відповідно масштаби напруги і струму.

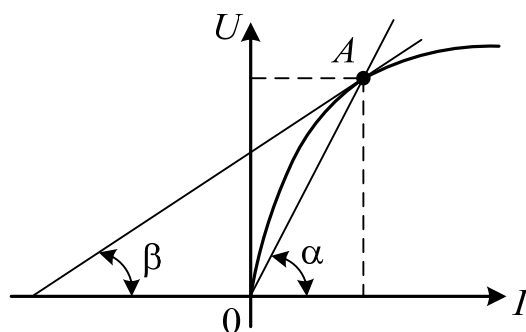


Рисунок 4.3 – Визначення статичного й динамічного опорів НЕ

**Динамічним опором**  $HE$   $R_{дин}$  в заданій точці  $A$  його характеристики називають відношення нескінченно малого приросту напруги до відповідного приросту струму. Його можна визначити графічно як тангенс кута між дотичною в даній точці  $A$  ВАХ (рис. 4.3) і віссю абсцис:

$$R_{дин} = \frac{dU}{dI} = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg}\beta. \quad (4.2)$$

Очевидно, що статичний і динамічний опори  $HE$  є функціями струму і напруги.

Оскільки аналітичні розрахунки простих нелінійних кіл трудомісткі, тому здебільшого використовують наближені методи розрахунку, в основу яких також закладені закони Ома й Кірхгофа.

## 4.2 Графічний метод розрахунку нелінійних кіл

В цьому методі струми та напруги в нелінійному колі визначаються за ВАХ елементів, що включені в дане коло. Ці характеристики одержують експериментально або із довідника для стандартних  $HE$ .

Розглянемо особливості розрахунків нелінійних електричних кіл при різних способах з'єднання  $HE$ .

1. **Послідовне з'єднання  $HE$ .** На ділянці кола з двома послідовно з'єднаними  $HE$  (рис. 4.4, а) відповідно до другого закону Кірхгофа прикладена напруга  $U$  визначається як

$$U = U_1 + U_2, \quad (4.3)$$

де  $U_1$  – напруга на елементі  $HE1$ ;

$U_2$  – напруга на елементі  $HE2$ .

Тому для побудови ВАХ  $U = f(I)$  ділянки додають напругу на елементах при заданому спільному струмі в колі  $I'$  (рис. 4.4, б).

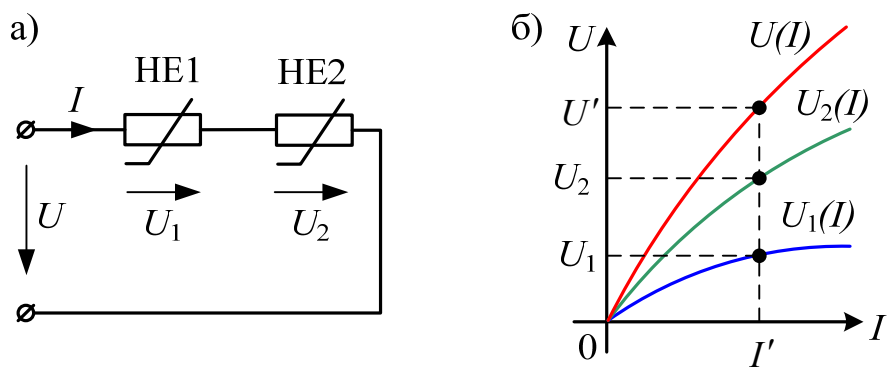


Рисунок 4.4 – Схема (а) і ВАХ (б) ділянки кола з послідовним з'єднанням двох НЕ

2. **Паралельне з'єднання НЕ.** При даному з'єднанні НЕ знаходяться від однієї напругою  $U$ , а струм  $I$  в нерозгалуженій ділянці кола за першим законом Кірхгофа дорівнює сумі струмів у вітках, тобто для схеми рис. 4.5, а):

$$I = I_1 + I_2, \quad (4.4)$$

де  $I_1$  – струм, що протікає через НЕ1;

$I_2$  – струм, що протікає через НЕ2.

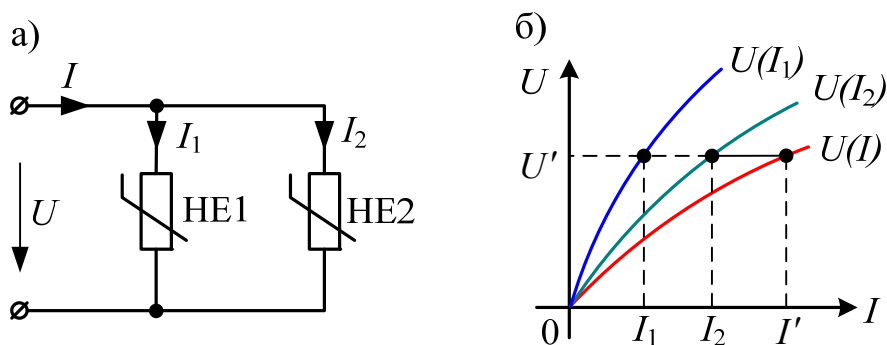


Рисунок 4.5 – Схема (а) і ВАХ (б) ділянки кола з паралельним з'єднанням двох НЕ

Точки ВАХ ділянки кола  $U = f(I)$  знаходяться додаванням абсцис залежностей  $U(I_1)$  і  $U(I_2)$  (рис. 4.5, б).



3. **Змішане з'єднання НЕ.** Таке з'єднання потрібно звести до послідовного з'єднання, для чого паралельно увімкнені елементи замінюються одним еквівалентним (його ВАХ будується так само, як і при паралельному з'єднанні НЕ), що вмикається послідовно з іншими (при цьому потрібно скласти ВАХ, як це було показано для послідовного з'єднання НЕ).

4. **Послідовне з'єднання НЕ з лінійним елементом.** В цьому випадку (рис. 4.6) робочу точку  $C$  визначають за другим законом Кірхгофа:

$$U_2 = U_m - R_1 I_1. \quad (4.5)$$

Це рівняння в координатах напруги  $U$  і струму  $I$  є прямою  $AB$  (рис. 4.6, б): якщо  $I = 0$ , то  $U_2 = U_m$  (точка  $A$ ); якщо  $U_2 = 0$ , то  $I = U_m / R_1$  (точка  $B$ ). Робоча точка  $C$  знаходиться на перетині ВАХ НЕ та прямої  $AB$ , що визначає рівняння кола.

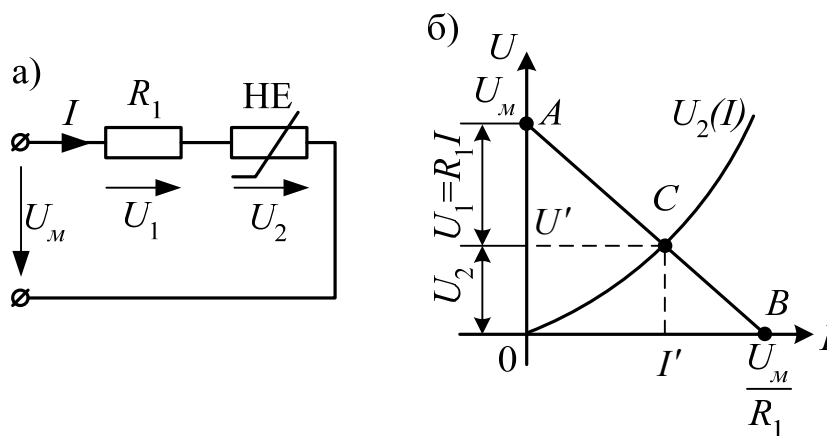


Рисунок 4.6 – До розрахунку кола, що містить послідовно з'єднані НЕ та лінійний резистор

Цю задачу можна розв'язати ще й в такий спосіб: спочатку побудувати ВАХ лінійного елемента  $R_1$  ( $U_1 = R_1 I$  – пряму лінію, яка проходить через початок координат), а потім задачу розв'язувати як і в попередніх задачах при послідовному з'єднанні елементів.

### 4.3 Графоаналітичний метод розрахунку нелінійних кіл

ВАХ НЕ іноді вдається апроксимувати аналітичними виразами. Це дає змогу електричний стан нелінійного кола описати математичними рівняннями, розв'язання яких дає числові значення струмів та напруг в нелінійному колі.

Один із графоаналітичних методів розрахунку нелінійних кіл полягає в тому, що ВАХ НЕ розділяють на декілька ділянок і кожен таку ділянку зображають вже прямою лінією. Для кожної із цих ділянок коло розраховують вже як лінійне, що має опір нелінійного елемента  $R = R_0 = dU / dI$  на цій ділянці. Потім розрахунки окремих ділянок аналітично стикують. Цей метод інколи називають *кусково-лінійною апроксимацією* ВАХ НЕ.

Обидва методи вимагають громіздкого числового розрахунку.

### 4.4 Приклади розв'язування задач

#### 4.4.1 Електричне коло з послідовним з'єднанням НЕ

Припустимо, що нелінійні опори  $r_1$  і  $r_2$  (рис. 4.7, а) мають ВАХ, зображені на рис. 4.7, б).

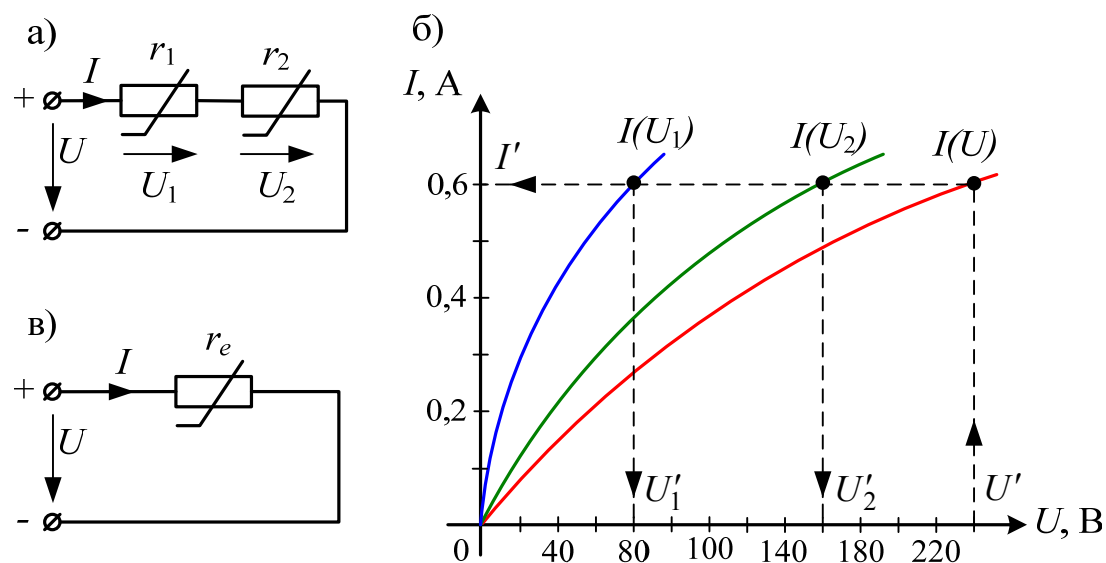


Рисунок 4.7 – До розрахунку електричного кола з послідовним з'єднанням НЕ: а) схема; б) ВАХ; в) еквівалентна схема

Оскільки опори з'єднані послідовно, то струм в них один і той самий, а напруги пов'язані співвідношенням:

$$U = U_1 + U_2 = Ir_1 + Ir_2. \quad (4.6)$$

Щоб визначити струм  $I$  і напруги  $U_1$  і  $U_2$ , роблять таким чином. Заміняють дане електричне коло еквівалентним колом (рис. 4.7, в) і будують для нього еквівалентну ВАХ  $I(U)$ , зображену на рис. 4.7, б). Знаючи, наприклад, що  $U = U' = 240$  В, по ВАХ  $I(U)$  визначають струм  $I = I' = 0,6$  А, а потім по ВАХ  $I(U_1)$  і  $I(U_2)$  знаходять напруги  $U_1 = U_1' = 80$  В і  $U_2 = U_2' = 160$  В.

Побудову ВАХ  $I(U)$  здійснюють в такому порядку. Задаються кількома значеннями струму  $I$  і за ВАХ  $I(U_1)$  і  $I(U_2)$  визначають напруги  $U_1$  і  $U_2$ . Знаючи  $U_1$  і  $U_2$ , для тих же струмів знаходять напругу  $U$  згідно з формулою (4.6).

Якщо електричне коло містить два опори, то для визначення струму й напруг можна скористатися методом графічного розв'язання двох рівнянь з двома невідомими.

Припустимо, що  $I(U_1)$  являє собою деяке рівняння, що пов'язує струм  $I$  та напругу  $U_1$ , якому відповідає ВАХ  $I(U_1)$ , зображена на рис. 4.8.

Друге рівняння, що пов'язує ті ж величини, може бути отримане з формули (4.6), звідки:

$$U_1 = U - U_2 = U - Ir_2. \quad (4.7)$$

Якщо відомо напругу  $U$ , наприклад,  $U = U' = 240$  В, то графік  $I = f(U_1)$ , що пов'язує струм  $I$  та напругу  $U_1$ , згідно з рівнянням (4.7) може бути побудоване в такій послідовності. Задаючись кількома значеннями струму  $I$ , за ВАХ  $I(U_2)$  знаходять напругу  $U_2$ . Знаючи напругу  $U_2$  і користуючись (4.7), при тих самих струмах визначають напругу  $U_1$ . Очевидно, струм  $I = I' = 0,6$  А і напруга  $U_1 = U_1' = 80$  В визначаються точкою  $A$  перетину ВАХ  $I(U_1)$  і графіка  $I = f(U_1)$ . Напруга  $U_2 = U_2'$  згідно з (4.7) рівна різниці

$$U' = U_1' = 240 - 80 = 160 \text{ (В)}. \quad (4.8)$$

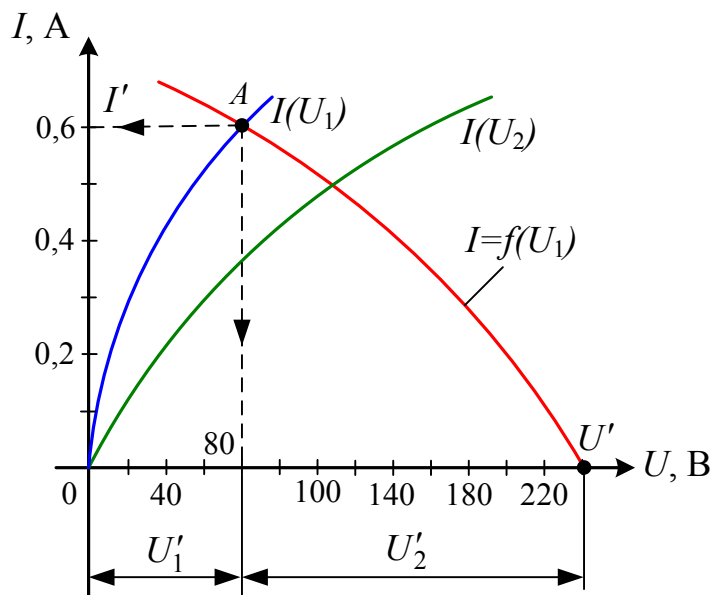


Рисунок 4.8 – ВАХ НЕ

Розглянутий метод особливо зручний в тому випадку, коли один з опорів, наприклад  $r_2$ , лінійний. В цьому випадку залежність  $I = f(U_1)$  можна побудувати за двома струмами.

#### 4.4.2 Електричне коло з паралельним з'єднанням НЕ

Визначення струмів при заданій напрузі  $U$  у випадку паралельного з'єднання нелінійних опорів (рис. 4.9, а) не являє собою великої складності. Якщо, наприклад,  $U_1 = U_1' = 80 \text{ В}$ , то по ВАХ  $I_1(U)$  і  $I_2(U)$ , зображеним на рис. 4.9, б, можна знайти струми  $I_1 = I_1' = 0,2 \text{ А}$  і  $I_2 = I_2' = 0,5 \text{ А}$ , після чого за першим законом Кірхгофа легко визначити струм  $I = I'$ :

$$\begin{aligned} I' &= I_1' + I_2' = \\ &= 0,2 + 0,5 = 0,7 \text{ (А)}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

В більш складних електричних колах, наприклад, при змішаному з'єднанні опорів, доводиться замінити паралельно з'єднані опори еквівалентним опором (рис. 4.9, в) і будувати еквівалентну ВАХ  $I(U)$ , наведену на рис. 4.9, в).

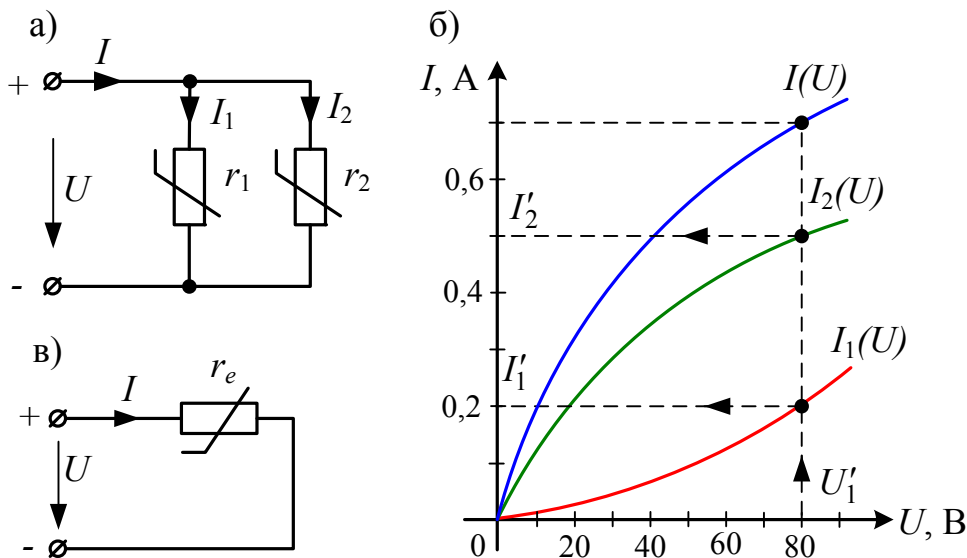


Рисунок 4.9 – До розрахунку електричного кола з паралельним з'єднанням НЕ: а) схема; б) ВАХ; в) еквівалентна схема

Побудову еквівалентної ВАХ проводять в такій послідовності. Для кількох значень напруг  $U$  за ВАХ  $I_1(U)$  і  $I_2(U)$  знаходять струми  $I_1$  і  $I_2$ . Струми для тих же напруг визначають за першим законом Кірхгофа.

#### 4.4.3 Електричне коло зі змішаним з'єднанням НЕ

Припустимо, що нелінійні опори  $r_1$ ,  $r_2$  і  $r_3$  (рис. 4.10, а) мають ВАХ  $I_1(U_{ab})$ ,  $I_2(U_{ab})$  і  $I_3(U_3)$ , зображені на рис. 4.10, б).

Розрахунок електричного кола зі змішаним з'єднанням опорів виконують в такій послідовності. Замінюють опір  $r_1$  і  $r_2$  еквівалентним опором  $r_e$  (рис. 4.10, в), для якого будують еквівалентну ВАХ  $I_3(U)$ . Знаючи, наприклад, що  $U = U' = 140$  В, за ВАХ  $I_3(U)$  визначають струм  $I_3 = I_3' = 0,7$  А. За струмом  $I_3 = I_3' = 0,7$  А, ВАХ  $I_3(U)$  і  $I_3(U_{ab})$  знаходять

напруги  $U_3 = U_3' = 40 \text{ В}$  і  $U_{ab} = U_{ab}' = 100 \text{ В}$ . Знаючи напругу  $U_{ab} = U_{ab}' = 100 \text{ В}$ , за ВАХ  $I_1(U_{ab})$  і  $I_2(U_{ab})$  визначають струми  $I_1 = I_1' = 0,2 \text{ А}$  і  $I_2 = I_2' = 0,5 \text{ А}$ .

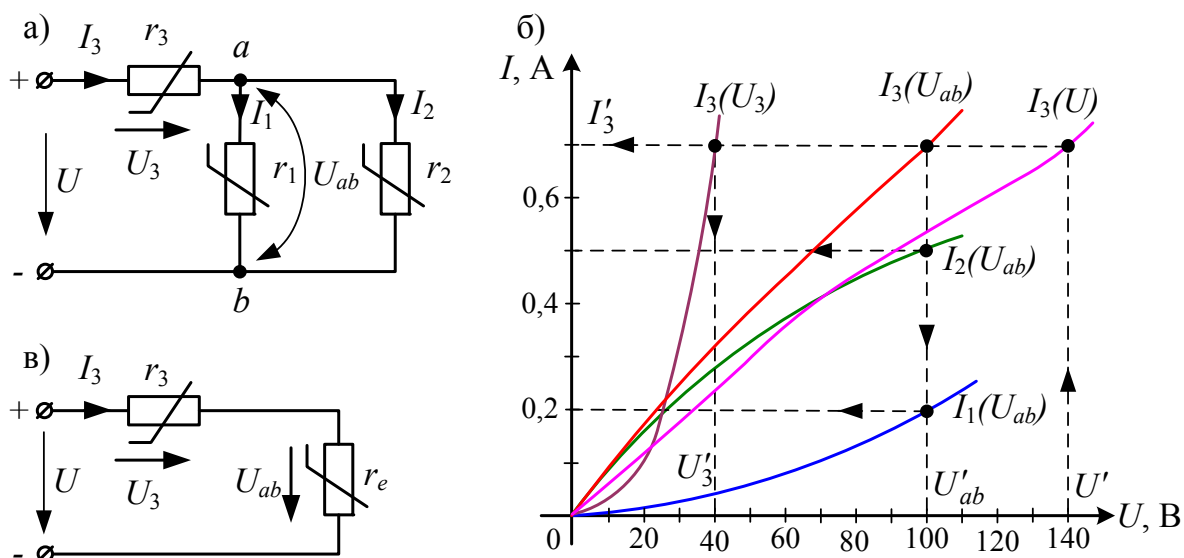


Рисунок 4.10 – До розрахунку електричного кола зі змішаним з'єднанням НЕ: а) схема; б) ВАХ; в) еквівалентна схема паралельних віток

Слід зауважити, що після заміни опорів  $r_1$  і  $r_2$  еквівалентними опорами можна скористатися викладеним вище методом графічного розв'язання двох рівнянь з двома невідомими.

## 5 ТРИФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА

### 5.1 Загальні відомості

*Трифазну систему* (threephase system) можна подати як сукупність трьох однофазних кіл синусоїдного змінного струму однакової частоти зі спільним джерелом енергії, причому ці однофазні кола електрично пов'язані між собою й називаються *фазами* [1, 12].

Трифазне коло, як і однофазне, складається з трьох основних елементів: генератора, лінії електропередач і приймача, який може бути як трифазним (наприклад, електродвигуни), так і однофазним (наприклад, лампи розжарювання).

Трифазний генератор відрізняється від однофазного тим, що в пазах його статора розміщена не одна, а три електричних, ізольованих одна від одної обмотки. В силу тотожності обмоток ЕРС, які в них наводяться, будуть однаковими за амплітудою, частотою, але зсунуті за фазою одна відносно іншої на третину періоду.

Якщо в трифазній системі діють електрорушійні сили, рівні за величиною та зсунуті за фазою на  $120^0$ , а повні опори всіх трьох фаз як за величиною, так і за характером однакові, то такий режим називається *симетричним*.

Миттєві значення ЕРС симетричної трифазної системи:

$$\begin{cases} e_A = E_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = E_m \cos \omega t; \\ e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) = E_m \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right); \\ e_C = E_m \sin\left(\omega t - \frac{5}{6}\pi\right) = E_m \cos\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right), \end{cases} \quad (5.1)$$

де  $e_A, e_B, e_C$  – відповідно ЕРС фаз  $A, B$  і  $C$ .

В символній формі ЕРС можна подати як

$$\begin{cases} \dot{E}_A = E_\phi e^{j\frac{\pi}{2}}; \\ \dot{E}_B = E_\phi e^{j\frac{\pi}{2}} e^{-j\frac{2}{3}\pi} = E_\phi e^{-j\frac{\pi}{6}}; \\ \dot{E}_C = E_\phi e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j\frac{4}{3}\pi} = E_\phi e^{j\frac{5}{6}\pi}, \end{cases} \quad (5.2)$$

де  $E_\phi$  – фазна ЕРС.

Якщо повернути осі координат на  $\pi/2$ , то вираз фазних ЕРС відповідно буде мати вигляд:

$$\begin{cases} e_A = E_m \sin \omega t; \\ e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right); \\ e_C = E_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) \end{cases} \quad (5.3)$$

або

$$\begin{cases} \dot{E}_A = E_\phi; \\ \dot{E}_B = E_\phi e^{-j\frac{2}{3}\pi}; \\ \dot{E}_C = E_\phi e^{j\frac{4}{3}\pi}. \end{cases} \quad (5.4)$$

Невиконання однієї із зазначених умов або обох разом (характерних симетричному режиму) є ознакою **несиметричного режиму**. Несиметричний режим створюється, як правило, за рахунок нерівномірного навантаження фаз.



В трифазних колах обмотки генератора (джерела живлення) і споживачів електричної енергії можуть з'єднуватися зіркою або трикутником.

## 5.2 Трифазна система, з'єднана зіркою

Електрично непов'язану трифазну шестипроводову систему (рис. 5.1) можна замінити чотирьохпроводовою системою, що містить нейтральний провід (рис. 5.2). При цьому спільний провід такої системи називається *нульовим (нейтральним) проводом* (midpoint conductor), а спільні точки  $0$  і  $0'$  – *нульовими (нейтральними) точками*. Тоді інші три проводи системи називаються *лінійними проводами* (line conductor).

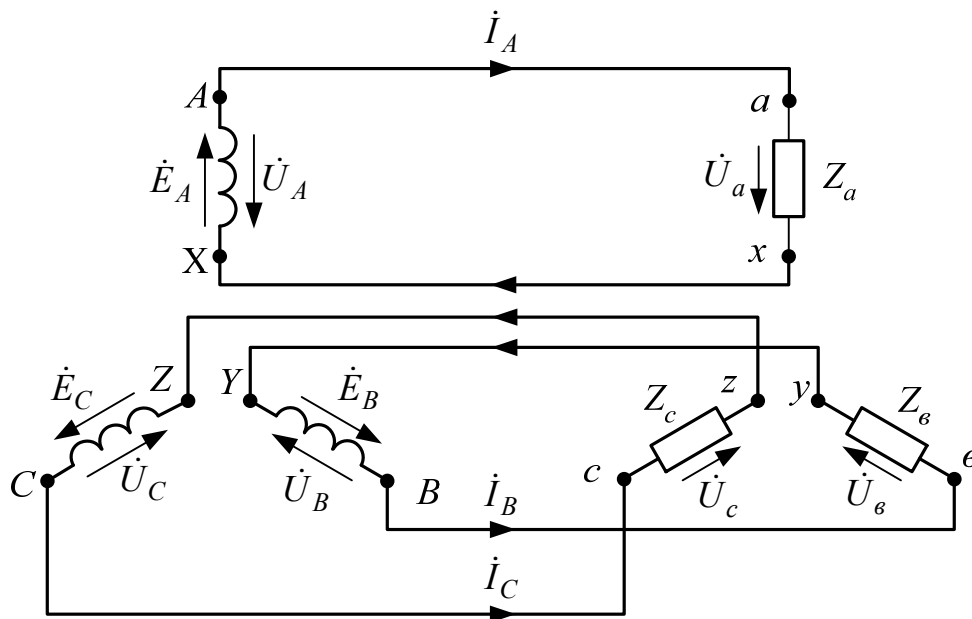


Рисунок 5.1 – Електрично непов'язана трифазна система

В трифазних системах розрізняють фазні та лінійні параметри. Перші відносяться до фазних обмоток генератора або до фаз приймача, другі – до проводів лінії.

*Фаза напруга* (phase voltage)  $U_\phi$  – напруга в генераторі між початком і кінцем фази його обмотки, на лінії – між нульовим і будь-яким

лінійним проводом чотирьохпроводової системи, в приймачі – на окремому фазному приймачі. На рис. 5.2 фазними напругами є  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C, \dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ . Для симетричної системи напруг генератора та споживачів їх векторне відображення показано на рис. 5.3, а), рис. 5.4.

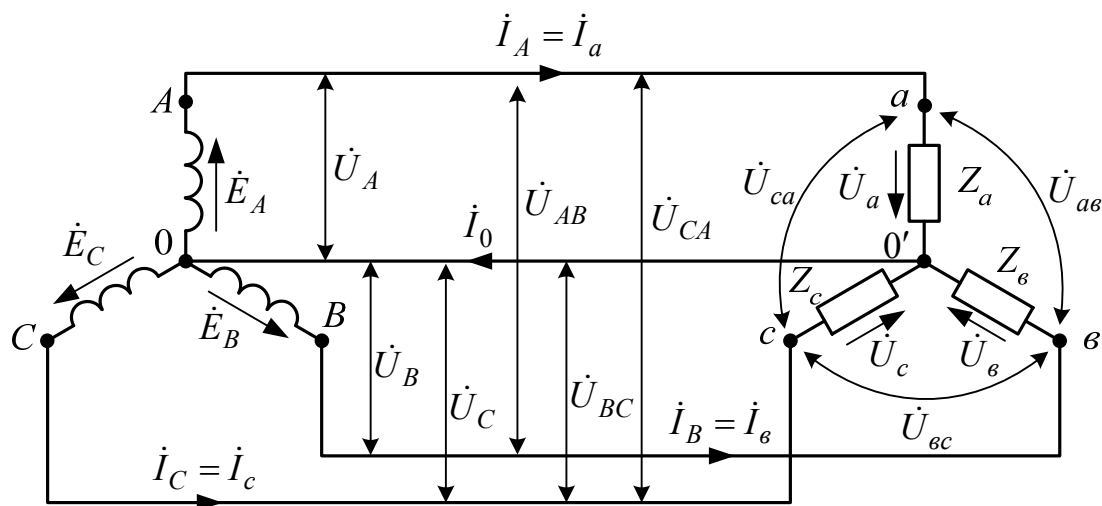


Рисунок 5.2 – З’єднання трифазної системи зіркою з нульовим проводом

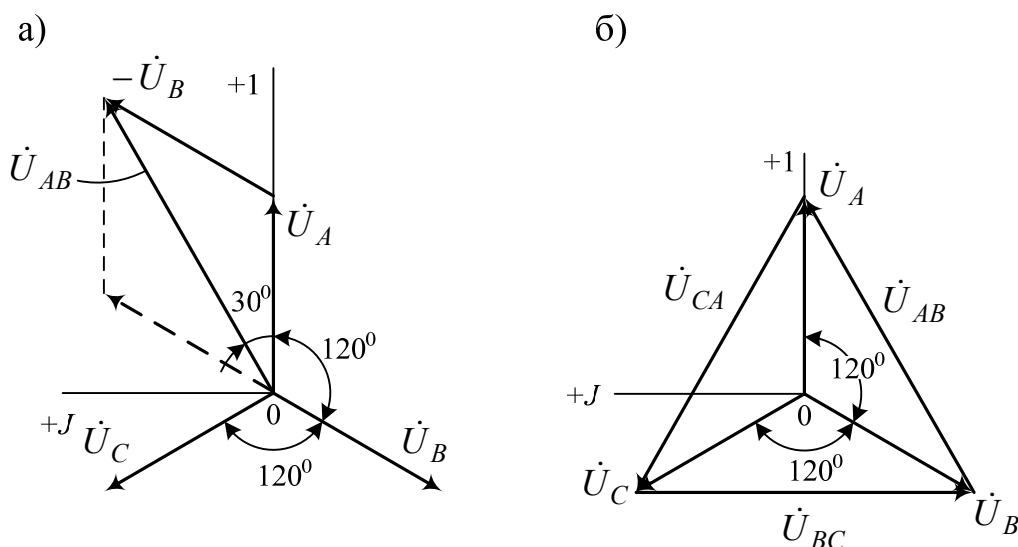


Рисунок 5.3 – Векторні діаграми напруг при з’єднанні генератора „зіркою”

**Лінійна напруга** (line voltage)  $U_L$  – напруга між кінцями будь-яких двох фаз генератора або приймача, а на лінії – між будь-якими двома

лінійними проводами. На рис. 5.2 лінійними напругами є  $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}, \dot{U}_{av}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$  (рис. 5.3, б), рис. 5.4).

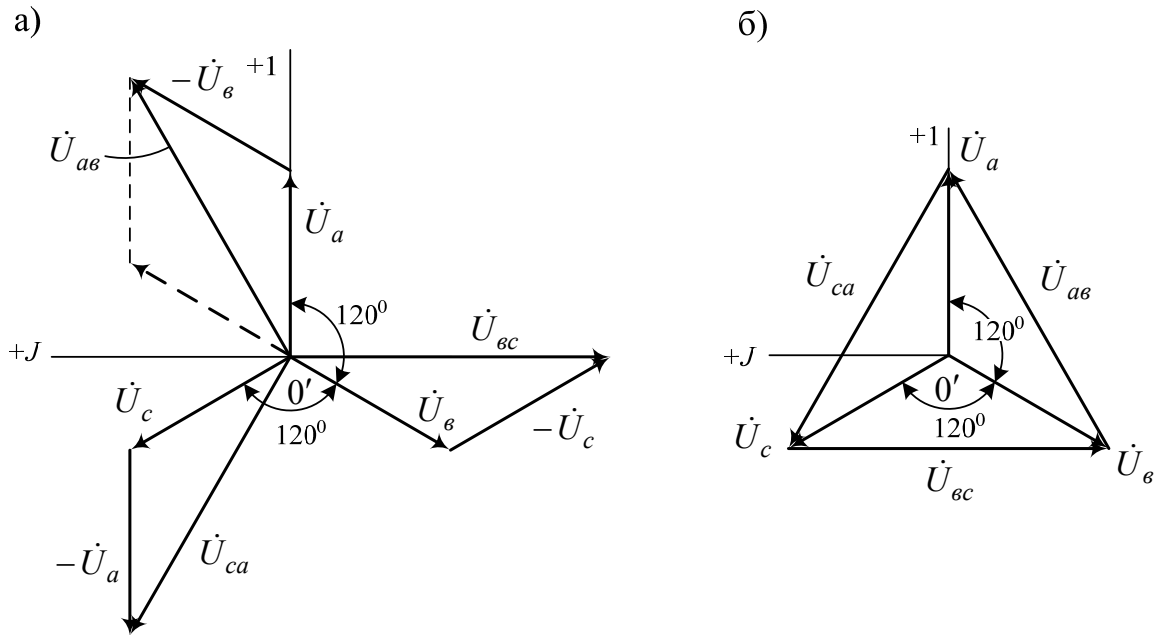


Рисунок 5.4 – Векторні діаграми напруг споживачів при з'єднанні їх зіркою

Співвідношення між лінійними та фазними напругами при підключенні генератора зіркою в загальному вигляді можуть бути записані такими виразами:

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \end{cases} \quad (5.5)$$

Для споживачів, з'єднаних за схемою зірка, співвідношення (5.5) справедливі також, потрібно лише змінити регістр літер в індексі (замість великих літер потрібно поставити маленькі).

Співвідношення між лінійною та фазною напругою для трифазної симетричної системи, виходячи із рис. 5.3, а), можна записати у вигляді:

$$U_{л} = \sqrt{3}U_{ф}. \quad (5.6)$$

**Фазний струм**  $I_{ф}$  – струм в фазі (генератора або споживача). Фазні струми, як і фазні напруги, позначаються за індексом своєї фази:  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C, \dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$  (рис. 5.2).

**Лінійний струм**  $I_{л}$  – струм в будь-якому лінійному проводі. Його позначення аналогічне до фазного струму.

При з'єднанні зіркою послідовно з фазою генератора вмикається відповідна фаза споживача (рис. 5.2). Тому виконується умова

$$I_{л} = I_{ф}. \quad (5.7)$$

**Струм нульового проводу**  $I_0$  – струм, що протікає в нульовому проводі. Він визначається за першим законом Кірхгофа:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C. \quad (5.8)$$

Його можна визначити і графічним способом шляхом додавання векторів струмів кожної з фаз (рис. 5.5).

При збільшенні несиметрії в навантаженні струм в нульовому проводі буде збільшуватися, а тому буде збільшуватися і несиметрія фазних напруг споживачів. При цьому точка  $0'$  на векторній діаграмі буде зміщуватися відносно точки  $0$  в ту чи іншу сторону залежно від навантаження (рис. 5.6).

Нульовий провід має більший переріз, ніж лінійний провід, причому настільки, що його опір у багато разів менший за опір навантаження будь-якої з фаз. При цьому провідність нейтрального проводу значно перевищує провідності окремих фаз.

У нульовому проводі чотирипровідної мережі забороняється встановлювати запобіжник або вимикач, тому що при його вимиканні фазні напруги на затискачах споживача стають неоднаковими і можуть призвести до аварійних ситуацій.

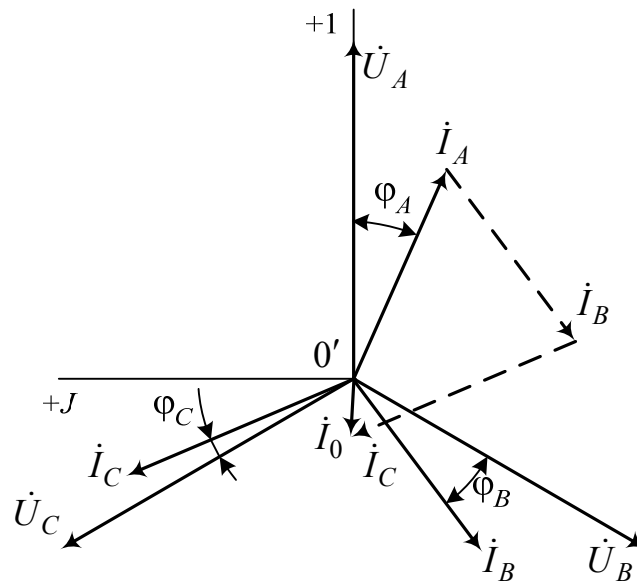


Рисунок 5.5 – Знаходження струму в нульовому проводі графічним способом

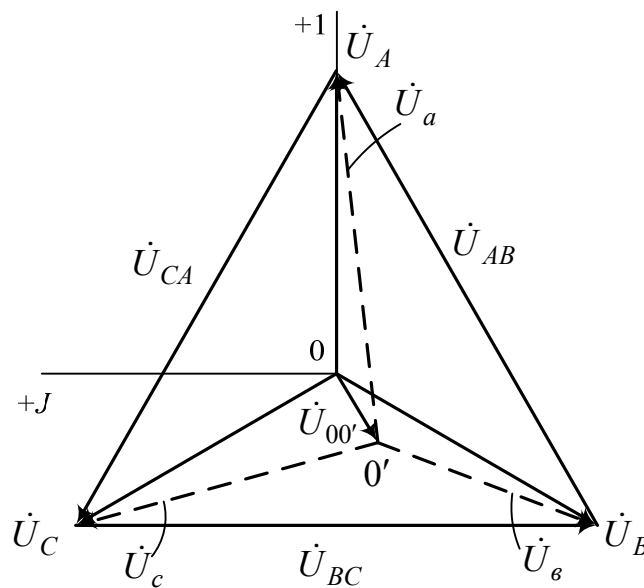


Рисунок 5.6 – Векторна діаграма несиметричної трифазної мережі, з'єднаної зіркою

Нульовий провід забезпечує симетрію фазних напруг приймача при несиметричному навантаженні.

Різниця потенціалів між нульовими точками генератора 0 та споживача 0' називається *напругою зсуву нейтралі* (voltage of neutrality displacement):

$$U_{00'} = \varphi_{0'} - \varphi_0, \quad (5.9)$$

де  $\varphi_{0'}$ ,  $\varphi_0$  – відповідно потенціали нульових точок споживача та генератора.

Напругу зсуву нейтралі також можна визначити із виразу:

$$U_{00'} = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_0}, \quad (5.10)$$

де  $Y_A$ ,  $Y_B$ ,  $Y_C$  – комплексні провідності фаз навантаження (з врахуванням опорів лінії);

$Y_0$  – комплексна провідність нульового проводу з комплексним опором  $Z_0$ :

$$Y_A = \frac{1}{Z_A}; \quad Y_B = \frac{1}{Z_B}; \quad Y_C = \frac{1}{Z_C}; \quad Y_0 = \frac{1}{Z_0}. \quad (5.11)$$

Для симетричного режиму навантаження напруга зсуву нейтралі дорівнює нулю, а тому і струм в нульовому проводі також буде дорівнювати нулю (рис. 5.7).

Напругу зсуву нейтралі можна визначити і графічним методом. Для цього з вершин трикутника лінійних напруг  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (рис. 5.8) роблять циркулем відмітки відповідно до фазних напруг  $\dot{U}_a$ ,  $\dot{U}_b$ ,  $\dot{U}_c$ . Точка перетину відміток дасть точку 0', сполучивши яку з точкою 0, отримаємо вектор напруги зміщення нейтралі  $\dot{U}_{00'}$ .

Фазний струм можна визначити з виразу

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi}, \quad (5.12)$$

де  $Z_\phi$  – фазний опір.

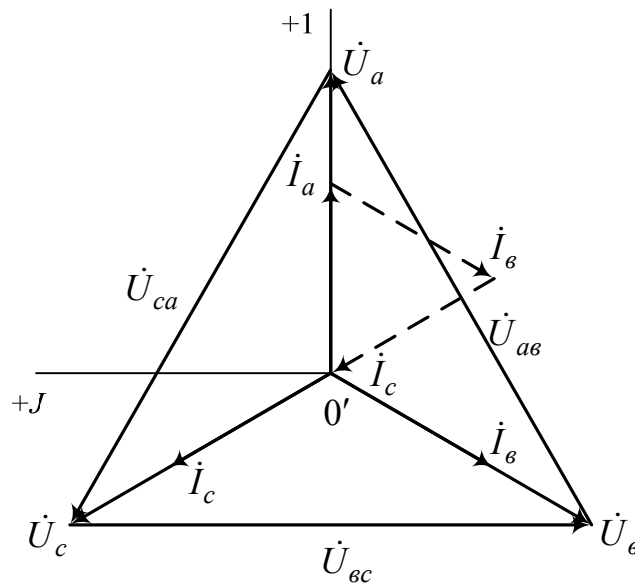


Рисунок 5.7 – Векторна діаграма трифазної симетричної мережі, з'єднаної зіркою

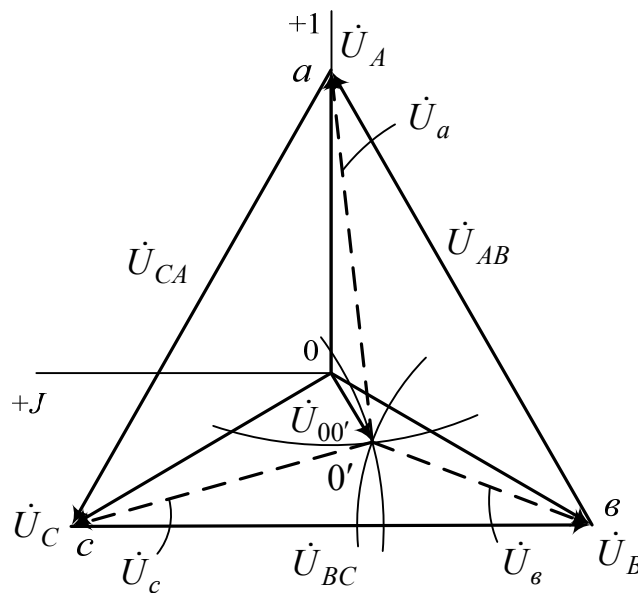


Рисунок 5.8 – До визначення напруги зсуву нейтралі графічним методом

В символній формі фазний струм визначається як

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi} e^{j\varphi}}{Z_{\phi}}, \quad (5.13)$$

де  $\varphi$  – кут зсуву фаз між напругою та струмом (рис. 5.5), який можна визначити за одним із наведених співвідношень:

$$\begin{aligned}\varphi &= \arccos \frac{R_\phi}{Z_\phi}, \\ \varphi &= \arctg \frac{X_\phi}{R_\phi},\end{aligned}\tag{5.14}$$

де  $R_\phi, X_\phi$  – відповідно активний та реактивний фазні опори.

Через напругу зсуву нейтралі струми в фазах визначаються таким чином:

$$\begin{cases} \dot{I}_A = (\dot{U}_A - \dot{U}_{00'}) \cdot Y_A; \\ \dot{I}_B = (\dot{U}_B - \dot{U}_{00'}) \cdot Y_B; \\ \dot{I}_C = (\dot{U}_C - \dot{U}_{00'}) \cdot Y_C; \\ \dot{I}_0 = \dot{U}_{00'} \cdot Y_0. \end{cases}\tag{5.15}$$

Одним із випадків несиметричного навантаження в трифазній чотирипроводовій системі, з'єднаній зіркою, є обрив одного із фазних проводів. В цьому випадку напруга на інших фазах споживача залишається незмінною, незмінними в цьому випадку залишаються і струми. Змінюється лише поняття величини струму нульового проводу. В розглянутому випадку несиметричного навантаження при обриві фази  $A$  векторна діаграма буде мати вигляд, як зображено на рис. 5.9. При цьому струм нульового проводу  $\dot{I}_0 = \dot{I}_B + \dot{I}_C$ .

Активну потужність трифазної мережі можна знайти як суму активних потужностей всіх трьох фаз:

$$P = P_A + P_B + P_C,\tag{5.16}$$

де  $P_A, P_B, P_C$  – відповідно потужності фаз  $A, B, C$ .



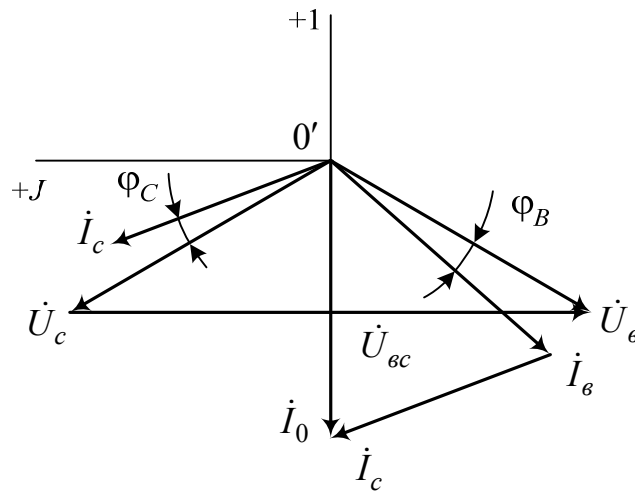


Рисунок 5.9 – Векторна діаграма трифазної мережі, з'єднаної зіркою, при обриві фази  $A$

При симетричному навантаженні вона визначається як

$$P = 3U_{\phi}I_{\phi}\cos\varphi = \sqrt{3}U_{л}I_{л}\cos\varphi,$$

а при несиметричному навантаженні –

$$P = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C. \quad (5.17)$$

Аналогічно визначається і реактивна потужність:

– при симетричному навантаженні:

$$Q = 3U_{\phi}I_{\phi}\sin\varphi = \sqrt{3}U_{л}I_{л}\sin\varphi; \quad (5.18)$$

– при несиметричному навантаженні:

$$Q = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C. \quad (5.19)$$

Повна потужність (absolute power) трифазної мережі визначається як

$$S = 3U_{\phi}I_{\phi} = \sqrt{3}U_{л}I_{л} \quad (5.20)$$

або ж як

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (5.21)$$

### 5.3 Трифазна система, з'єднана трикутником

В трифазних системах змінного струму крім схеми з'єднання зірка широкого застосування дістала схема з'єднання трикутником. При такому з'єднанні (рис. 5.10) також є по три фазних і по три лінійних напруги та струми. Їх визначення таке ж саме, як і при з'єднанні зіркою.

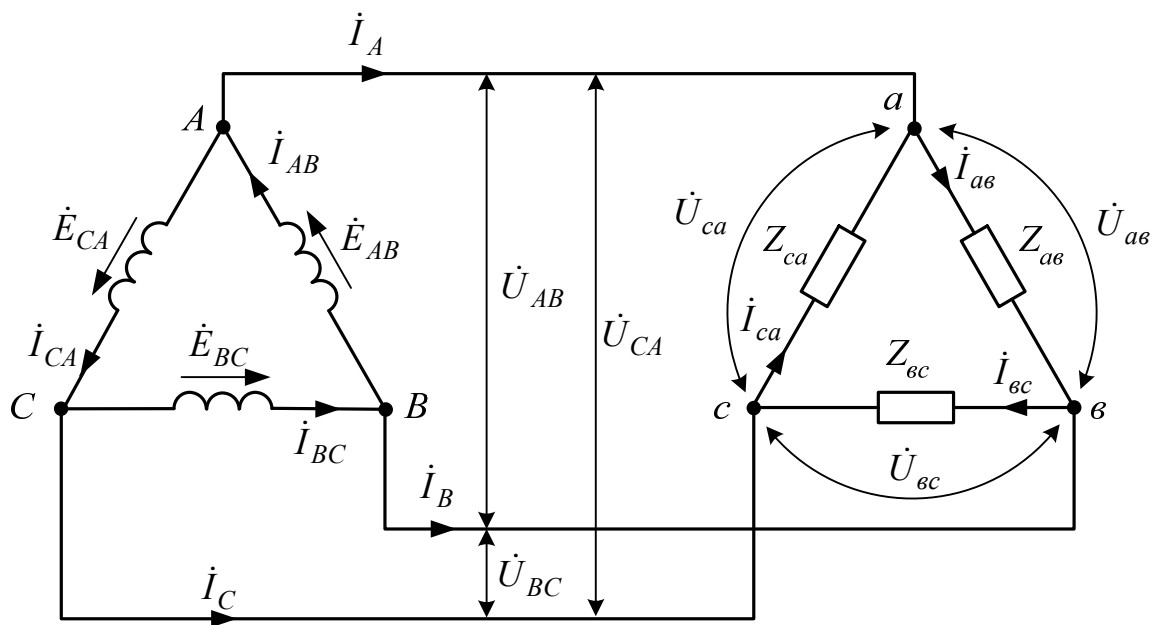


Рисунок 5.10 – Схема трифазного кола при з'єднанні трикутником генератора і приймачів

При з'єднанні трикутником фазні напруги, опори і струми позначаються індексом з двома буквами, що вказують на провід або фазу, до якого вони відносяться.

Із даної схеми (рис. 5.10) видно, що кожна фаза навантаження підключена до двох лінійних проводів. Тому незалежно від величини і характеру опору навантаження кожна фазна напруга при з'єднанні трикутником дорівнює, відповідно, лінійній напрузі:

$$U_{\phi} = U_L. \quad (5.22)$$

Відповідно до першого закону Кірхгофа вирази для визначення лінійних струмів схеми, з'єднаної в трикутник (рис. 5.10), в комплексній формі запишуться таким чином:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{av} - \dot{I}_{ca}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{av}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Проаналізувавши (5.23), можна зробити висновок, що при з'єднанні в трикутник сума комплексних лінійних струмів завжди дорівнює нулю, тобто

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0. \quad (5.24)$$

Якщо не враховувати опір проводів мережі, то напругу навантаження слід вважати рівною напрузі джерела (генератора), а саму трифазну систему – симетричною системою напруг. Виходячи із схеми з'єднання навантаження (рис. 6.1) та рівняння лінійних і фазних напруг (5.22) можна зробити висновок, що з'єднання в трикутник доцільно застосовувати тоді, коли кожна фаза трифазного навантаження або однофазні приймачі розраховані на лінійну напругу мережі. Розрахунок трифазних мереж при такому з'єднанні проводиться аналогічно до розрахунків кіл, з'єднаних за схемою зірка.

Розглянемо порядок розрахунку кіл, з'єднаних в трикутник, при симетричній системі напруг в мережі для випадків:

- а) симетричного навантаження;
- б) несиметричного навантаження;
- в) несиметричного режиму при обриві фази навантаження;
- г) несиметричного режиму при обриві лінійного проводу.

### 5.3.1 Симетричне навантаження

Нагадаємо, що симетричному навантаженню в трифазній системі повинна відповідати умова: навантаження фаз повинні бути однакові як за величиною, так і за характером ( $Z_{ав} = Z_{вс} = Z_{са}$ ).

Розглянемо симетричне активно-індуктивне навантаження (рис. 5.11).

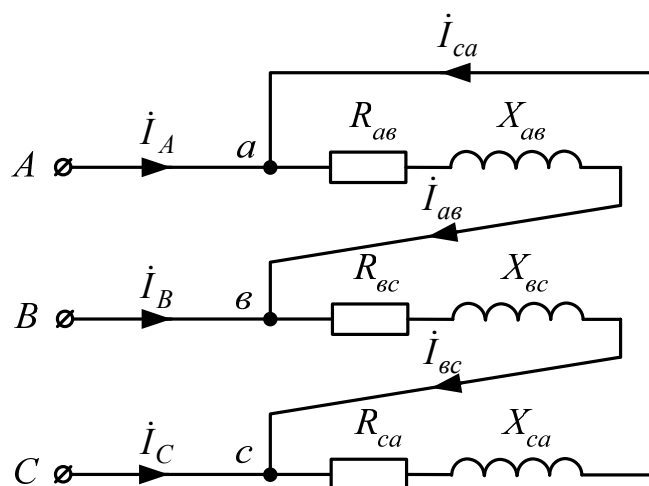


Рисунок 5.11 – Схема трифазного кола із симетричним активно-індуктивним навантаженням, з'єднаного трикутником

Оскільки навантаження симетричне, то справедливі рівності:

$$\begin{cases} R_{ав} = R_{вс} = R_{са} = R_{\phi}; \\ X_{ав} = X_{вс} = X_{са} = X_{\phi}. \end{cases} \quad (5.25)$$

Повний фазний опір можна визначити як

$$Z_{\phi} = \sqrt{R_{\phi}^2 + X_{\phi}^2}, \quad (5.26)$$

який в комплексній формі буде мати вигляд

$$Z_{\phi} = Z_{\phi} e^{j\varphi_{\phi}}, \quad (5.27)$$

де кут зсуву фаз

$$\varphi_\phi = \operatorname{arctg} \frac{X_\phi}{R_\phi}. \quad (5.28)$$

Фазні напруги в символній формі запису мають вигляд:

$$\begin{cases} \dot{U}_{av} = U_\phi; \\ \dot{U}_{bc} = U_\phi e^{-j120^\circ}; \\ \dot{U}_{ca} = U_\phi e^{j120^\circ}. \end{cases} \quad (5.29)$$

За таких умов фазні струми можна визначити із таких співвідношень:

$$\dot{I}_{av} = \frac{\dot{U}_{av}}{Z_\phi}; \quad \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_\phi}; \quad \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_\phi}. \quad (5.30)$$

Тоді лінійні струми можна визначати з виразів (5.22).

Векторну діаграму для даного типу навантаження можна побудувати на зірці фазних напруг (рис. 5.12) або трикутнику лінійних напруг (рис. 5.13).

З рис. 5.12 та рис. 5.13 випливає, що лінійний струм  $I_l = 2I_\phi \cos 30^\circ$ , тобто при симетричному навантаженні

$$I_l = \sqrt{3}I_\phi. \quad (5.31)$$

В силу рівності напруг, струмів та кутів зсуву фаз активна  $P_\phi$ , реактивна  $Q_\phi$  та повна  $S_\phi$  потужності для однієї фази визначаються за формулами:

$$\begin{cases} P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = I_\phi^2 R_\phi; \\ Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = I_\phi^2 X_\phi; \\ S_\phi = U_\phi I_\phi = I_\phi^2 Z_\phi = \sqrt{P_\phi^2 + Q_\phi^2}. \end{cases} \quad (5.32)$$

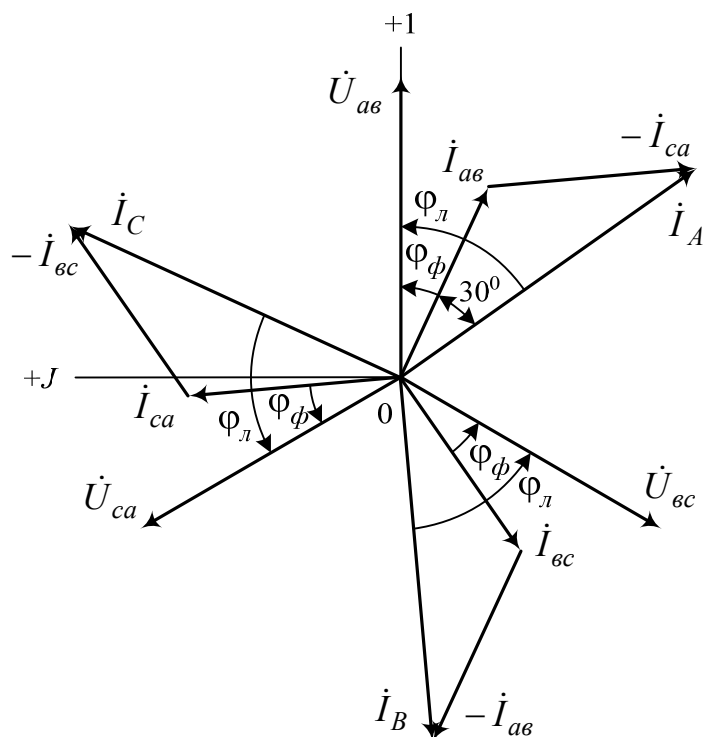


Рисунок 5.12 – Побудова векторної діаграми симетричної трифазної мережі при активно-індуктивному навантаженні на зірці фазних напруг

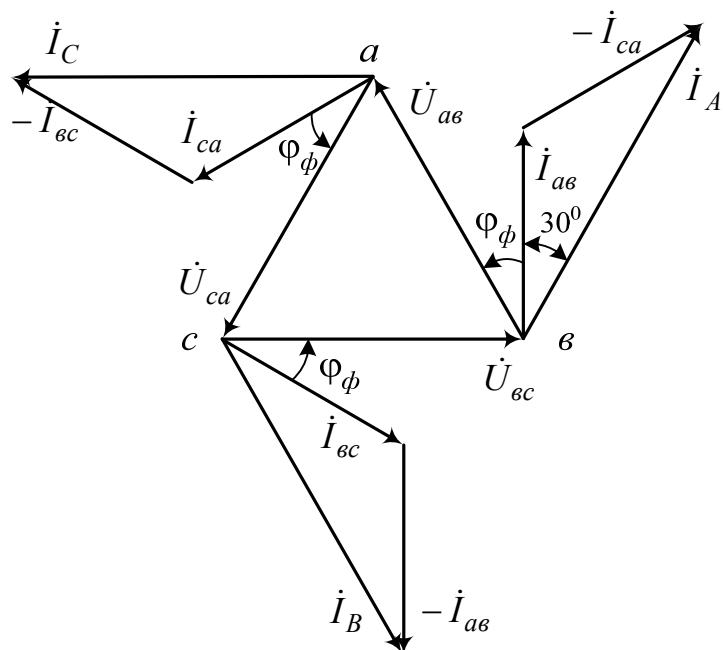


Рисунок 5.13 – Побудова векторної діаграми симетричної трифазної мережі при активно-індуктивному навантаженні на трикутнику лінійних напруг

Зрозуміло, що

$$\begin{cases} P_{\phi} = P_{ав} = P_{вс} = P_{са}; \\ Q_{\phi} = Q_{ав} = Q_{вс} = Q_{са}. \end{cases} \quad (5.33)$$

Таким чином потужності кола:

$$P = 3P_{\phi}; \quad Q = 3Q_{\phi}, \quad (5.34)$$

а повна потужність –

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3\sqrt{P_{\phi}^2 + Q_{\phi}^2} = 3S_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}. \quad (5.35)$$

При симетричному навантаженні розрахунок потужностей можна проводити і через лінійні напруги й струми:

$$\begin{cases} P = \sqrt{3}U_l I_l \cos\varphi_{\phi}; \\ Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin\varphi_{\phi}; \\ S = \sqrt{3}U_l I_l. \end{cases} \quad (5.36)$$

### 5.3.2 Несиметричне навантаження

При несиметричному навантаженні в загальному випадку опори всіх фаз різні як за величиною, так і за характером:  $Z_{ав} \neq Z_{вс} \neq Z_{са}$ .

Тому в загальному випадку при несиметричному навантаженні фазні струми, кути зсуву фаз і фазні потужності будуть також різні.

Для електричної системи з несиметричним навантаженням, з'єднаним за схемою трикутника (рис. 5.14), розрахунок фазних струмів проводять за формулами:

$$\dot{I}_{ав} = \frac{\dot{U}_{ав}}{Z_{ав}}; \quad \dot{I}_{вс} = \frac{\dot{U}_{вс}}{Z_{вс}}; \quad \dot{I}_{са} = \frac{\dot{U}_{са}}{Z_{са}}, \quad (5.37)$$

а лінійних – за формулами (5.22).

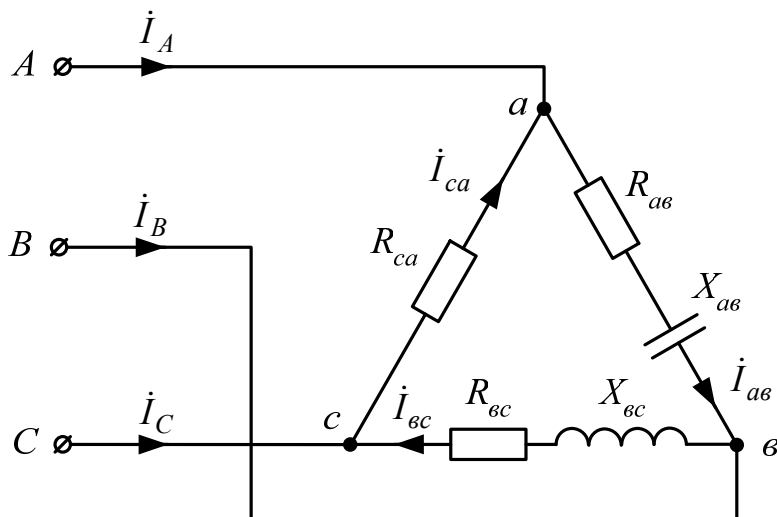


Рисунок 5.14 – Схема трифазного кола із несиметричним навантаженням, з'єднаного трикутником

Векторні діаграми для наведеної схеми (рис. 5.14) показані на рис. 5.15 (на зірці фазних напруг) та рис. 5.16 (на трикутнику лінійних напруг).

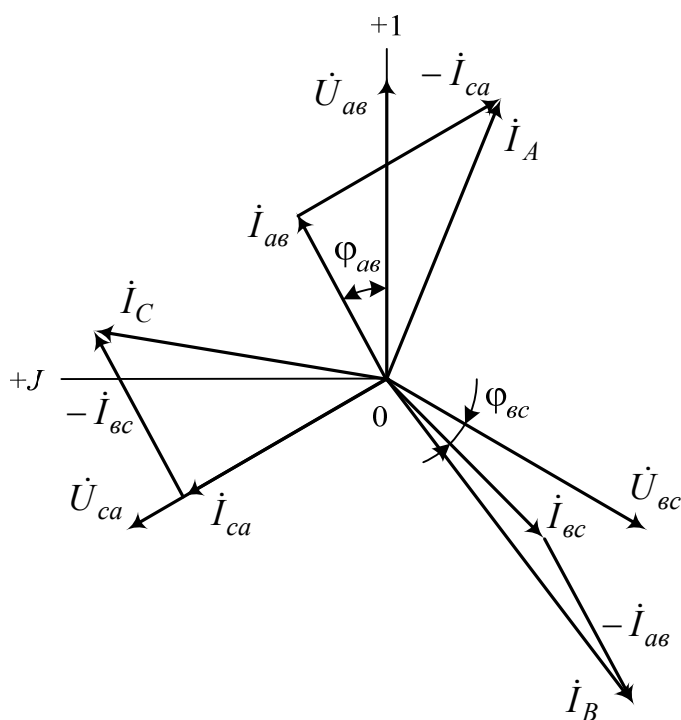


Рисунок 5.15 – Побудова векторної діаграми несиметричної трифазної мережі на зірці фазних напруг



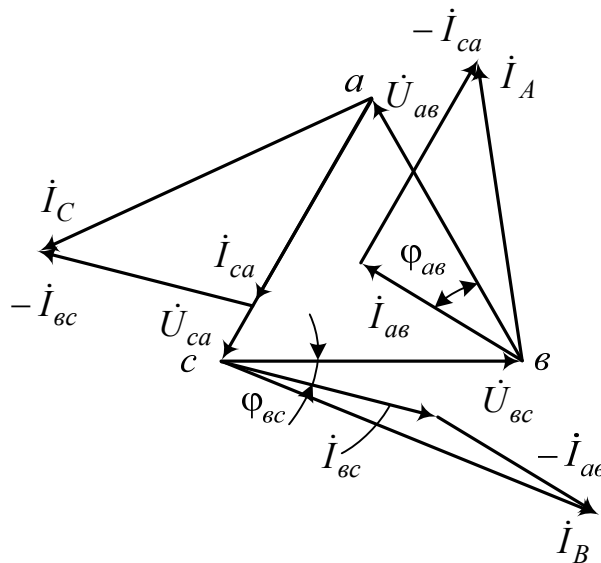


Рисунок 5.16 – Побудова векторної діаграми несиметричної трифазної мережі на трикутнику лінійних напруг

Потужності при несиметричному навантаженні визначаються для кожної фази окремо. Наприклад, для фази  $av$  вони запишуться у вигляді:

$$\begin{cases} P_{av} = U_{av} I_{av} \cos \varphi_{av} = I_{av}^2 R_{av}; \\ Q_{av} = U_{av} I_{av} \sin \varphi_{av} = I_{av}^2 X_{av}; \\ S_{av} = U_{av} I_{av} = I_{av}^2 Z_{av} = \sqrt{P_{av}^2 + Q_{av}^2}. \end{cases} \quad (5.38)$$

Повна потужність кола у комплексній формі має вигляд:

$$S_{av} = \dot{U}_{av} \dot{I}_{av} = S_{av} \cos \varphi_{av} + j S_{av} \sin \varphi_{av}. \quad (5.39)$$

Дійсна частина комплексу фазної потужності називається активною потужністю фази, а уявна – реактивною. У виразі (5.39) дійсна частина –  $S_{av} \cos \varphi_{av}$ , а уявна –  $j S_{av} \sin \varphi_{av}$ .

Загальна активна та реактивна потужності кола, відповідно, записуються у вигляді:

$$P = P_{av} + P_{bc} + P_{ca}, \quad (5.40)$$

$$Q = Q_{ав} + Q_{вс} + Q_{са}. \quad (5.41)$$

Для схеми, що розглядається (рис. 5.14), реактивна потужність фази  $са$  рівна нулю, тобто  $Q_{са} = 0$ .

Тоді повна потужність кола:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (5.42)$$

### 5.3.3 Обрив фази навантаження

Розглянемо випадок обриву фази для схеми, наведеної на рис. 5.17.

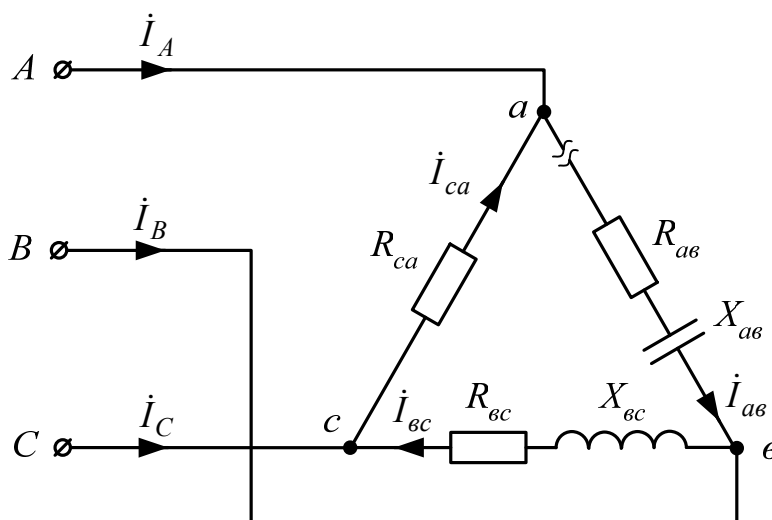


Рисунок 5.17 – Схема трифазного кола при обриві фази  $ав$

Для даного випадку фазні струми визначаються співвідношеннями:

$$\dot{I}_{ав} = 0; \quad \dot{I}_{вс} = \frac{\dot{U}_{вс}}{Z_{вс}}; \quad \dot{I}_{са} = \frac{\dot{U}_{са}}{Z_{са}}, \quad (5.43)$$

а лінійні струми –

$$\dot{I}_A = -\dot{I}_{са}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{вс}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{са} - \dot{I}_{вс}. \quad (5.44)$$

Векторні діаграми, побудовані на зірці та трикутнику фазних напруг для схеми рис. 5.17 наведені на рис. 5.18. та рис. 5.19, відповідно.

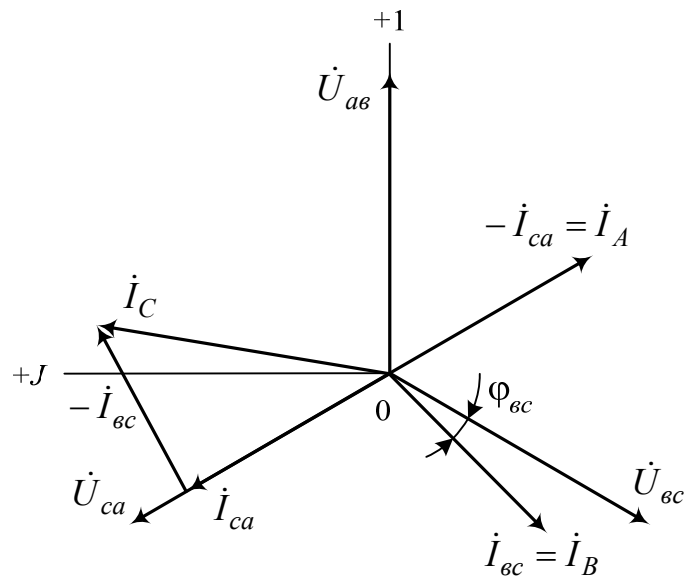


Рисунок 5.18 – Побудова векторної діаграми трифазної мережі при обриві фази на зірці фазних напруг

Потужності для даного кола визначаються аналогічно як і для несиметричного режиму роботи, що розглядався в пункті 5.3.2.

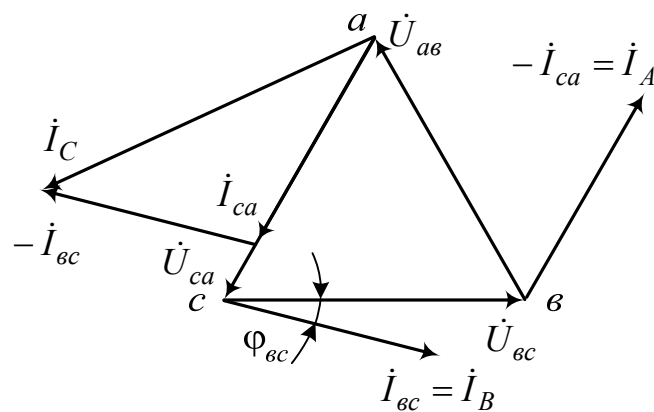


Рисунок 5.19 – Побудова векторної діаграми трифазної мережі при обриві фази на трикутнику фазних напруг

### 5.3.4 Обрив лінійного проводу

Розглянемо випадок обриву лінійного проводу для схеми, зображеної на рис. 5.20. Дану схему можна подати у вигляді схеми з паралельним з'єднанням елементів (рис. 5.21).

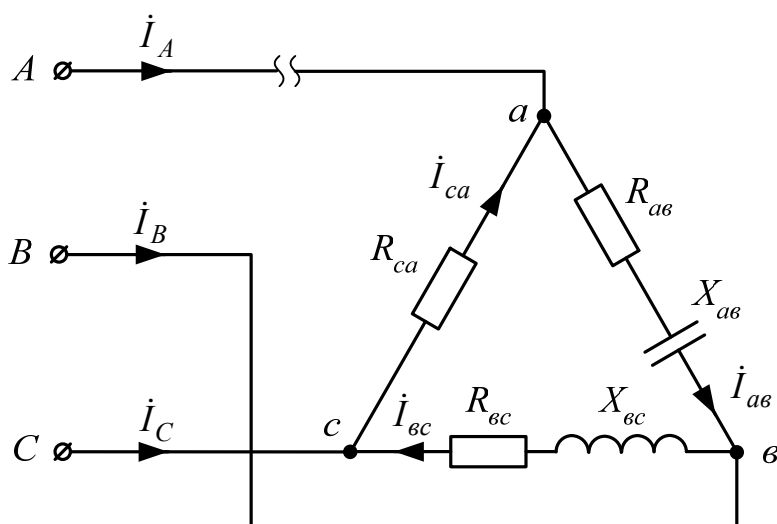


Рисунок 5.20 – Схема трифазного кола при обриві лінійного проводу

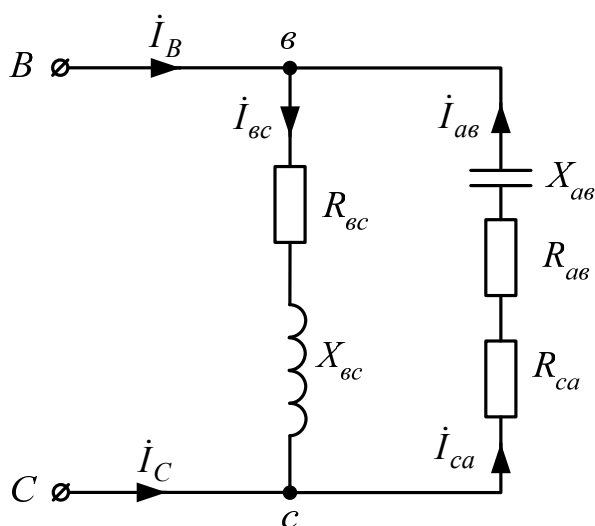


Рисунок 5.21 – Перетворена схема трифазного кола при обриві лінійного проводу

Фазні струми в цьому випадку можуть бути визначені з виразів:

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}}; \quad \dot{I}_{ca} = \dot{I}_{av} = -\frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{ca} + Z_{av}}, \quad (5.45)$$

а лінійні струми –

$$\dot{I}_A = 0; \quad \dot{I}_B = -\dot{I}_C = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{av}. \quad (5.46)$$

Векторна діаграма в цьому випадку будується як для електричного кола з паралельним з'єднанням елементів. Потужності в колі визначаються аналогічно попереднім двом випадкам.

#### 5.4 Приклад розв'язування задач



У трифазному колі, з'єднаному за схемою зірка з нульовим (нейтральним) проводом (рис. 5.22), задано: лінійна напруга  $U_l = 380$  В; опір фаз  $R_\phi = 4$  Ом і  $X_\phi = 3$  Ом (навантаження симетричне).

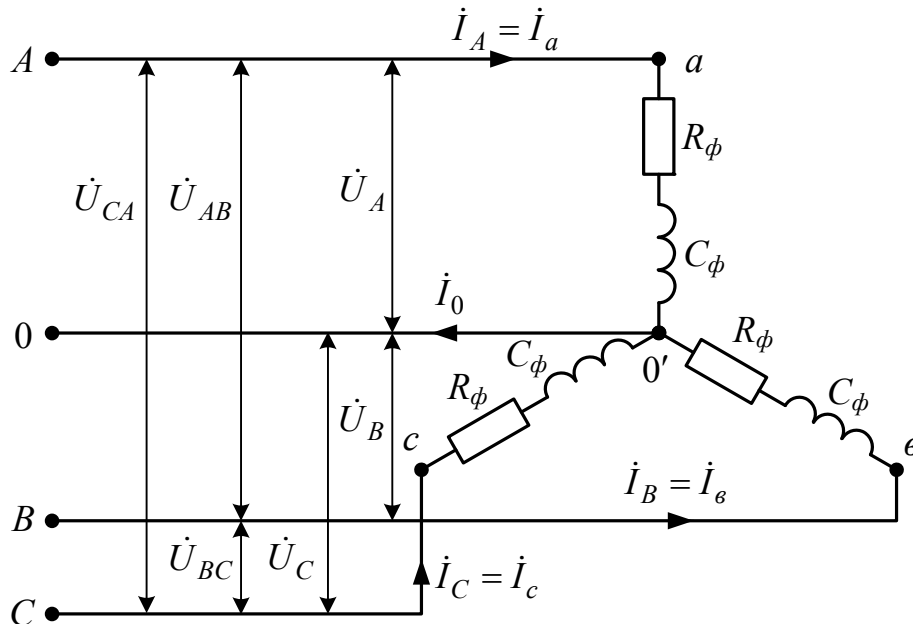


Рисунок 5.22 – Схема для розрахунку

Визначити потужність, що споживається з мережі (повну, активну, реактивну), фазний і лінійний струм, струм в нульовому проводі для випадків:

- 1) симетричного навантаження;
- 2) обриву фази  $A$ ;
- 3) короткого замикання фази  $A$ ;
- 4) обриву нульового проводу.

Побудувати діаграму напруг і сполучену з нею векторну діаграму струмів.

Задачу розв'язати символьним методом.

Покажемо можливість розв'язання даної задачі в програмі Mathcad.

Вихідні дані:

$$U_{AB} := 380 \text{ В} \quad R_{\phi} := 4 \text{ Ом} \quad X_{\phi} := 3 \text{ Ом}$$

Комплекси лінійних напруг

$$U_{BC} := 380 \cdot e^{i \cdot \left( -\frac{2 \cdot \pi}{3} \right)} \text{ (В)}$$

$$|U_{BC}| = 380 \text{ (В)}$$

$$\arg(U_{BC}) \cdot \frac{180}{\pi} = -120 \text{ (град)}$$

$$U_{CA} := 380 \cdot e^{i \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi}{3} \right)} \text{ (В)}$$

$$|U_{CA}| = 380 \text{ (В)}$$

$$\arg(U_{CA}) \cdot \frac{180}{\pi} = 120 \text{ (град)}$$

Комплекси фазних напруг:

$$U_A := \frac{U_{AB}}{\sqrt{3}} \quad U_A = 219.393 \quad (\text{В})$$

$$|U_A| = 219.393 \quad (\text{В})$$

$$\arg(U_A) \cdot \frac{180}{\pi} = 0 \quad (\text{град})$$

$$U_B := U_A \cdot e^{i \cdot \left(-\frac{2 \cdot \pi}{3}\right)} \quad U_B = -109.697 - 190i \quad (\text{В})$$

$$|U_B| = 219.393 \quad (\text{В})$$

$$\arg(U_B) \cdot \frac{180}{\pi} = -120 \quad (\text{град})$$

$$U_C := U_A \cdot e^{i \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right)} \quad U_C = -109.697 + 190i \quad (\text{В})$$

$$|U_C| = 219.393 \quad (\text{В})$$

$$\arg(U_C) \cdot \frac{180}{\pi} = 120 \quad (\text{град})$$

Комплексний опір фаз:

$$Z_\Phi := R_\Phi + i \cdot X_\Phi \quad Z_\Phi = 4 + 3i \quad (\text{Ом})$$

$$|Z_\Phi| = 5 \quad (\text{Ом})$$

$$\arg(Z_\Phi) \cdot \frac{180}{\pi} = 36.87 \quad (\text{град})$$

При з'єднанні зіркою лінійні струми рівні фазним.

### 1. Симетричний режим

Комплекси струмів визначаємо як

$$I_A := \frac{U_A}{Z_\phi}$$

$$I_A = 35.103 - 26.327i \text{ (A)}$$

$$|I_A| = 43.879 \text{ (A)}$$

$$\arg(I_A) \cdot \frac{180}{\pi} = -36.87 \text{ (град)}$$

$$I_B := \frac{U_B}{Z_\phi}$$

$$I_B = -40.351 - 17.236i \text{ (A)}$$

$$|I_B| = 43.879 \text{ (A)}$$

$$\arg(I_B) \cdot \frac{180}{\pi} = -156.87 \text{ (град)}$$

$$I_C := \frac{U_C}{Z_\phi}$$

$$I_C = 5.249 + 43.564i \text{ (A)}$$

$$|I_C| = 43.879 \text{ (A)}$$

$$\arg(I_C) \cdot \frac{180}{\pi} = 83.13$$

Комплекс струму в нульовому проводі:

$$I_0 := I_A + I_B + I_C$$

$$I_0 = 1.51 \times 10^{-14} - 7.105i \times 10^{-15}$$

Як видно з розрахунків, струм в нульовому проводі рівний нулю. Векторна діаграма напруг і струмів показана на рис. 5.23.



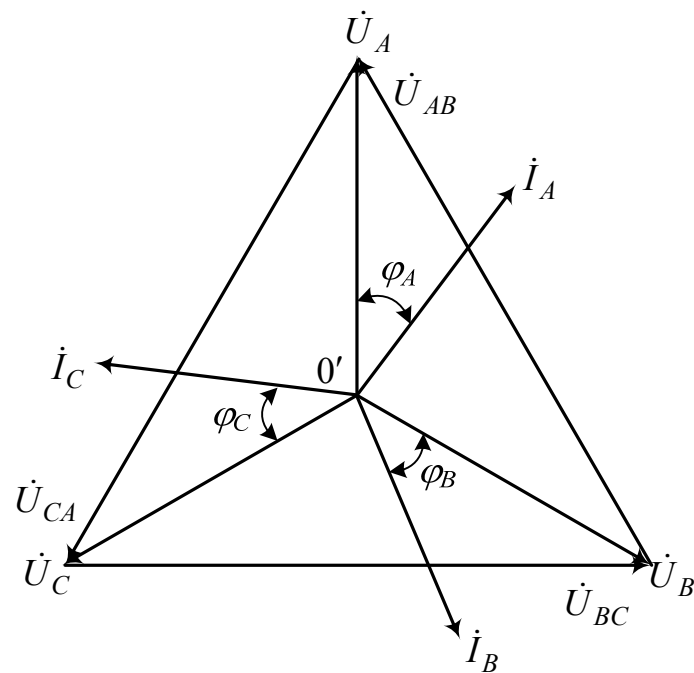


Рисунок 5.23 – Векторна діаграма напруг і струмів при симетричному навантаженні

Для потужностей запишемо спряжені струми:

$$I_{\bullet A} := |I_A| \cdot e^{i \cdot (-\arg(I_A))} \quad I_{\bullet A} = 35.103 + 26.327i \quad (\text{A})$$

$$|I_{\bullet A}| = 43.879 \quad (\text{A})$$

$$\arg(I_{\bullet A}) \cdot \frac{180}{\pi} = 36.87 \quad (\text{град})$$

$$I_{\bullet B} := |I_B| \cdot e^{i \cdot (-\arg(I_B))} \quad I_{\bullet B} = -40.351 + 17.236i \quad (\text{A})$$

$$|I_{\bullet B}| = 43.879 \quad (\text{A})$$

$$\arg(I_{\bullet B}) \cdot \frac{180}{\pi} = 156.87 \quad (\text{град})$$

$$I_{\bullet C} := |I_C| \cdot e^{i \cdot (-\arg(I_C))} \quad I_{\bullet C} = 5.249 - 43.564i \quad (\text{A})$$
$$|I_{\bullet C}| = 43.879 \quad (\text{A})$$
$$\arg(I_{\bullet C}) \cdot \frac{180}{\pi} = -83.13 \quad (\text{град})$$

Повні потужності, що споживаються з мережі кожною з фаз:

$$S_A := U_A \cdot I_{\bullet A} \quad S_A = 7.7013 \times 10^3 + 5.776i \times 10^3 \quad (\text{ВА})$$
$$|S_A| = 9.627 \times 10^3 \quad (\text{ВА})$$
$$\arg(S_A) \cdot \frac{180}{\pi} = 36.87 \quad (\text{град})$$

$$S_B := U_B \cdot I_{\bullet B} \quad S_B = 7.7013 \times 10^3 + 5.776i \times 10^3 \quad (\text{ВА})$$
$$|S_B| = 9.627 \times 10^3 \quad (\text{ВА})$$
$$\arg(S_B) \cdot \frac{180}{\pi} = 36.87 \quad (\text{град})$$

$$S_C := U_C \cdot I_{\bullet C} \quad S_C = 7.7013 \times 10^3 + 5.776i \times 10^3 \quad (\text{ВА})$$
$$|S_C| = 9.627 \times 10^3 \quad (\text{ВА})$$
$$\arg(S_C) \cdot \frac{180}{\pi} = 36.87 \quad (\text{град})$$

Оскільки навантаження симетричне, то повну потужність системи визначаємо як

$$S := 3 \cdot S_A \quad S = 2.3104 \times 10^4 + 1.7328i \times 10^4 \text{ (ВА)}$$

$$|S| = 2.888 \times 10^4 \text{ (ВА)}$$

$$\arg(S) \cdot \frac{180}{\pi} = 36.87 \text{ (град)}$$

Звідки визначаємо активну і реактивну потужності:

$$P := \operatorname{Re}(S) \quad P = 2.3104 \times 10^4 \text{ (Вт)}$$

$$Q := \operatorname{Im}(S) \quad Q = 1.7328 \times 10^4 \text{ (ВАр)}$$

## 2. Обрив фази А

В цьому випадку струм фази А рівний нулю, а інші струми визначаються як

$$I_A := 0$$

$$I_B := \frac{U_B}{Z_\phi} \quad I_B = -40.351 - 17.236i \text{ (А)}$$

$$|I_B| = 43.879 \text{ (А)}$$

$$\arg(I_B) \cdot \frac{180}{\pi} = -156.87 \text{ (град)}$$

$$I_C := \frac{U_C}{Z_\phi} \quad I_C = 5.249 + 43.564i \text{ (А)}$$

$$|I_C| = 43.879 \text{ (А)}$$

$$\arg(I_C) \cdot \frac{180}{\pi} = 83.13 \text{ (град)}$$

$$I_N := I_A + I_B + I_C$$

$$I_N = -35.103 + 26.327i \text{ (A)}$$

$$|I_N| = 43.879 \text{ (A)}$$

$$\arg(I_N) \cdot \frac{180}{\pi} = 143.13 \text{ (град)}$$

$I_N$  – струм в нейтральному (нульовому) проводі.

Таким чином, струми в фазах  $I_B = I_C = 43,879$  А.

Векторна діаграма при обриві фази  $A$  показана на рис. 5.24.

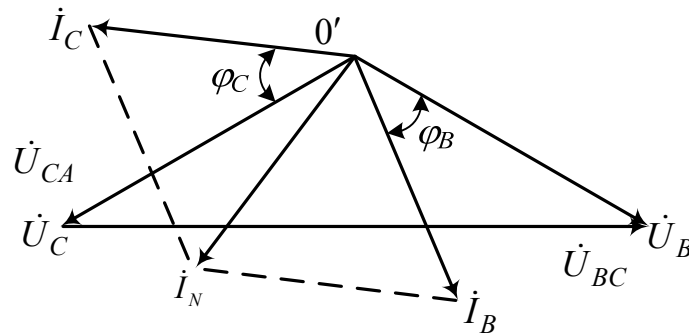


Рисунок 5.24 – Векторна діаграма напруг і струмів при обриві фази  $A$

Повну потужність системи визначаємо як

$$S_{\text{обр.ф}} := 2 \cdot S_B$$

$$S_{\text{обр.ф}} = 1.5403 \times 10^4 + 1.1552i \times 10^4 \text{ (ВА)}$$

$$|S_{\text{обр.ф}}| = 1.9253 \times 10^4 \text{ (ВА)}$$

$$\arg(S_{\text{обр.ф}}) \cdot \frac{180}{\pi} = 36.87 \text{ (град)}$$

Звідки визначаємо активну і реактивну її складові:

$$P_{\text{обр.}\phi} := \operatorname{Re}(S_{\text{обр.}\phi}) \quad P_{\text{обр.}\phi} = 1.5403 \times 10^4 \text{ (Вт)}$$

$$Q_{\text{обр.}\phi} := \operatorname{Im}(S_{\text{обр.}\phi}) \quad P_{\text{обр.}\phi} = 1.5403 \times 10^4 \text{ (ВАр)}$$

### 3. Коротке замикання фази А

В цьому випадку опір фази А рівний нулю:  $Z_a = 0$  ( $Y_a = \infty$ ), а  $Z_b = Z_c = Z_\phi$ . Тоді відповідно до (5.10)  $U_{00'} = \dot{U}_A$ .

$$U_{\text{Л}} := 380 \quad +$$

$$U_{\text{В}} := U_{\text{Л}} \cdot e^{i \cdot 150} \quad U_{\text{В}} = 265.715 - 271.653i$$

$$I_{\text{В}} := \frac{U_{\text{В}}}{Z_\phi} \quad I_{\text{В}} = 9.916 - 75.35i \text{ (А)}$$

$$|I_{\text{В}}| = 76 \text{ (А)}$$

$$\arg(I_{\text{В}}) \cdot \frac{180}{\pi} = -82.503 \text{ (град)}$$

$$U_{\text{С}} := U_{\text{Л}} \cdot e^{-i \cdot 150} \quad U_{\text{С}} = 265.715 + 271.653i$$

$$I_{\text{С}} := \frac{U_{\text{С}}}{Z_\phi} \quad I_{\text{С}} = 75.113 + 11.579i \text{ (А)}$$

$$|I_{\text{С}}| = 76 \text{ (А)}$$

$$\arg(I_{\text{С}}) \cdot \frac{180}{\pi} = 8.763 \text{ (град)}$$

$$I_{\text{н}} := I_{\text{В}} + I_{\text{С}} \quad I_{\text{н}} = 85.029 - 63.772i$$

$$|I_{\text{н}}| = 106.286 \text{ (А)}$$

$$\arg(I_{\text{н}}) \cdot \frac{180}{\pi} = -36.87 \text{ (град)}$$

$$I_{\bullet B} := |I_B| \cdot e^{i \cdot (-\arg(I_B))} \quad I_{\bullet B} = 9.916 + 75.35i \quad (\text{A})$$

$$|I_{\bullet B}| = 76 \quad (\text{A})$$

$$\arg(I_{\bullet B}) \cdot \frac{180}{\pi} = 82.503 \text{ (град)}$$

$$I_{\bullet C} := |I_C| \cdot e^{i \cdot (-\arg(I_C))} \quad I_{\bullet C} = 75.113 - 11.579i \text{ (A)}$$

$$|I_{\bullet C}| = 76 \text{ (A)}$$

$$\arg(I_{\bullet C}) \cdot \frac{180}{\pi} = -8.763 \text{ (град)}$$

$$S_B := U_B \cdot I_{\bullet B} \quad S_B = 2.3104 \times 10^4 + 1.7328i \times 10^4 \text{ (ВА)}$$

$$|S_B| = 2.888 \times 10^4 \text{ (ВА)}$$

$$\arg(S_B) \cdot \frac{180}{\pi} = 36.87 \text{ (град)}$$

$$S_C := U_C \cdot I_{\bullet C} \quad S_C = 2.3104 \times 10^4 + 1.7328i \times 10^4 \text{ (ВА)}$$

$$|S_C| = 2.888 \times 10^4 \text{ (ВА)}$$

$$\arg(S_C) \cdot \frac{180}{\pi} = 36.87 \text{ (град)}$$

$$P_{K3.\phi} := \operatorname{Re}(S_B) \quad P_{K3.\phi} = 2.3104 \times 10^4 \text{ (Вт)}$$

$$Q_{K3.\phi} := \operatorname{Im}(S_B) \quad Q_{K3.\phi} = 1.7328 \times 10^4 \text{ (ВАр)}$$

## 6 МАГНІТНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

### 6.1 Загальні відомості про магнітні кола

*Магнітне поле* входить до складу електромагнітного поля, яке характеризується дією на рухому електрично заряджену частинку з силою, пропорційною заряду частинки і її швидкості [1, 13, 14].

Під *магнітним колом* розуміють сукупність тіл і середовищ, в якому під впливом збудника магнітного поля виникає потік магнітної індукції.

Магнітне поле характеризується магнітною індукцією  $B$ , магнітним потоком  $\Phi$ , напруженістю магнітного поля  $H$ .

Під магнітним колом розуміють сукупність тіл і середовищ, в якому під впливом збудника магнітного поля виникає потік магнітної індукції.

*Магнітна індукція* – векторна величина, що визначає силу, яка діє на заряджену частинку зі сторони магнітного поля. Вектор магнітної індукції за напрямком в будь-якій точці є дотичним до магнітної силової лінії.

*Магнітний потік* – потік вектора магнітної індукції через будь-яку поверхню. Для однорідного поля він визначається як

$$\Phi = BS \cos \beta, \quad (6.1)$$

де  $\beta$  – кут між напрямком перпендикуляра до площадки  $S$  і вектором індукції.

Для неоднорідного магнітного поля магнітний потік

$$\Phi = \int_0^S B dS = \int_0^S B \cos \beta dS, \quad (6.2)$$

де  $\beta$  – кут між нормаллю до елементарної площадки  $dS$  і вектором індукції.

*Напруженість магнітного поля* – векторна величина, напрямком якої в ізотропному середовищі в будь-якій точці поля збігається з вектором магнітної індукції. Її можна визначити як

$$B = \mu_a H, \quad (6.3)$$

де  $\mu_a$  – абсолютна магнітна проникність:

$$\mu_a = \mu_0 \mu_m, \quad (6.4)$$

де  $\mu_0$  – магнітна постійна ( $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}$  Гн/м);

$\mu_m$  – відносна магнітна проникність.

Силкові лінії магнітного поля навколо провідника зі струмом  $I$  розміщуються у вигляді концентричних кіл, напрямок яких визначається за **правилом правого гвинта** (рис. 6.1): якщо поступовий рух правого гвинта збігається з напрямом струму в провіднику, то напрям обертання його рукоятки вказує напрям магнітних силових ліній навколо провідника зі струмом.

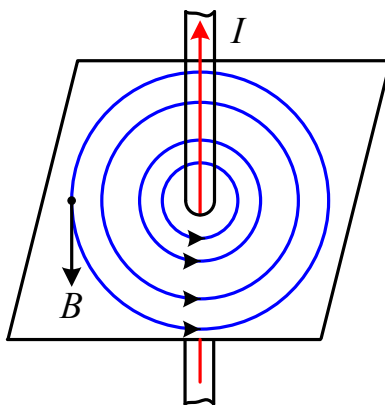


Рисунок 6.1 – Створення магнітного поля провідником зі струмом

Напрямок силових ліній котушки зі струмом визначається **правилом правої руки**: якщо долоню правої руки покласти на котушку зі струмом таким чином, щоб її чотири пальці збігалися з напрямом струму в витках, то витягнутий великий палець покаже на напрям магнітних силових ліній (рис. 6.2).

Відповідно до **закону повного струму** лінійний інтеграл вектора напруженості магнітного поля  $\mathbf{H}$  вздовж замкнутого контуру, що обмежує площадку  $S$ , яку пронизують провідники зі струмом, дорівнює алгебраїчній сумі цих струмів:



$$\oint H dl = \oint H dl \cos \alpha = \sum I, \quad (6.5)$$

де  $\alpha$  – кут між вектором напруженості  $\mathbf{H}$  і диференціальним елементом контуру інтегрування  $dl$ ;

$\sum I$  – повний струм, рівний алгебраїчній сумі всіх струмів.

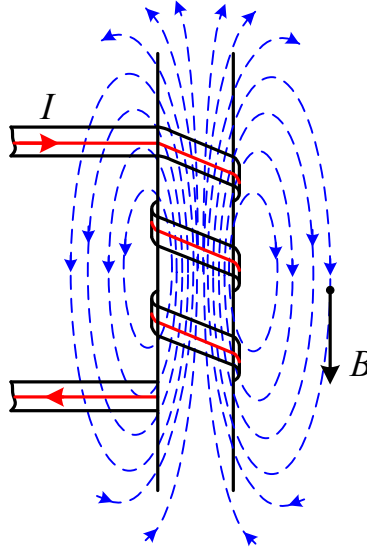


Рисунок 6.2 – Створення магнітного поля котушкою зі струмом

Для котушки, у якої  $w$  витків, наближений закон повного струму має вигляд:

$$\oint H dl \approx Hl \approx wI, \quad (6.6)$$

де  $l$  – довжина котушки.

Тоді напруга поля всередині котушки:

$$H \approx \frac{wI}{l}. \quad (6.7)$$

Напруженість магнітного поля, створеного струмом  $I$  прямого провідника, на відстані  $r$  від його осі:

$$H = \frac{I}{l} \frac{1}{2\pi r}. \quad (6.8)$$

Для кільцевого соленоїда напруженість магнітного поля визначається як

$$H = \frac{wI}{l} = \frac{wI}{2\pi r_p}, \quad (6.9)$$

де  $r_p$  – середній радіус тороїда,  
а для циліндричної котушки –

$$H = \frac{wI}{l_k}, \quad (6.10)$$

де  $l_k$  – довжина котушки.

Магнітні кола бувають *розгалужені* і *нерозгалужені*. Крім того, розрізняють магнітні кола однорідні і неоднорідні.

В *однорідних магнітних колах* напруженість магнітного поля по всій довжині магнітопроводу залишається постійною, а в *неоднорідних магнітних колах* – напруженість змінна.

*Поле розсіювання* називається частина магнітного поля котушки зі струмом, силові лінії якого частково відгалужуються від основного магнітного потоку і замикаються навколо витків котушки через повітря і частково через осердя.

Для виготовлення котушок використовують феромагнітні матеріали, що характеризуються залежністю їх магнітної індукції від напруженості магнітного поля  $B = f(H)$ . Цю залежність встановлюють експериментально.

## 6.2 Закони магнітного кола

*Перший закон Кірхгофа* – сума магнітних потоків віток розгалуженого магнітного кола, з'єднаних у вузол, дорівнює нулю:

$$\sum \Phi_k = 0. \quad (6.11)$$

*Другий закон Кірхгофа* – визначає співвідношення між магнітними напругами  $U_m$  і магніторушійними силами  $F$  в замкнутому контурі магнітного кола:

$$\sum U_m = \sum F_k. \quad (6.12)$$

*Закон Ома* – встановлює зв'язок між магнітним потоком і напругою на ділянці кола:

$$U(\Phi) = Hl = \frac{Bl}{\mu_a} = \frac{\Phi l}{S\mu_a}. \quad (6.13)$$

Після деяких перетворень отримаємо

$$\Phi = \frac{wI}{l / \mu_a S}. \quad (6.14)$$

Якщо ввести поняття *магнітного опору*

$$R_m = \frac{l}{\mu_a S}, \quad (6.15)$$

то магнітний потік можна записати як

$$\Phi = \frac{wI}{R_m}. \quad (6.16)$$

Магніторушійна сила нерозгалуженого неоднорідного магнітного кола дорівнює арифметичній сумі спадів магнітних напруг окремих його ділянок:

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots + H_n l_n = wI. \quad (6.17)$$

Для такого магнітного кола еквівалентний магнітний опір визначається сумою магнітних опорів окремих ділянок кола:

$$R_m = R_{m1} + R_{m2} + \dots + R_{mn}. \quad (6.18)$$

Залежність  $\Phi = f(wI)$  називається **вебер-амперною характеристикою магнітного кола**.

### 6.3 Розрахунок магнітних кіл

*Основна задача розрахунку магнітного кола* – визначення магніторушійних сил котушки зі струмом для створення заданого магнітного потоку або магнітної індукції.

#### 6.3.1 Розрахунок нерозгалужених однорідних магнітних кіл

Виконується графоаналітичним способом в такій послідовності:

- 1) визначають магнітну індукцію за заданим потоком

$$B = \frac{\Phi}{S}, \quad (6.19)$$

де  $S$  – площа перерізу провідника;

- 2) знаходять напруженість поля  $H$  за графіком кривої намагнічування  $B = f(H)$ ;
- 3) розраховують магніторушійну силу або струм

$$F = Hl = wI, \quad (6.20)$$

де  $l$  – довжина сердечника.

#### 6.3.2 Розрахунок нерозгалужених неоднорідних магнітних кіл

В такому колі, на відміну від попереднього, в контур магнітного кола входять декілька ділянок з різними магнітними властивостями.

Порядок розрахунку:

- 1) визначають магнітну індукцію

$$B_j = \frac{\Phi}{S_j} \quad (6.21)$$

на кожній ділянці магнітопроводу;

- 2) знаходять значення напруженості поля за кривою намагнічування  $B = f(H)$ ;
- 3) розраховують магніторушійну силу або струм

$$F = \sum_{j=1}^n H_j l_j = wI, \quad (6.22)$$

де  $n$  – число кусково-однорідних ділянок магнітопроводу;

$l_k$  – довжина окремої ділянки.

### 6.3.3 Розрахунок розгалужених магнітних кіл

Спочатку розраховують магнітний потік в нерозгалуженій частині магнітного кола:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n = \sum \Phi_k. \quad (6.23)$$

Далі здійснюють розрахунки за другим законом Кірхгофа:

$$\sum wI = \sum Hl. \quad (6.24)$$

Ці рівняння доповнюють законом Ома і складають систему алгебраїчних рівнянь, яку необхідно розв'язати.

### 6.4 Приклад розв'язування задачі



Котушка дроселя (рис. 6.3) має 500 витків і Ш-подібний сердечник з електротехнічної сталі марки 1512. Крайні стрижні і ярмо виконані квадратного перерізу  $S$  зі стороною  $b = 2$  см. Площа перерізу середнього стрижня з шириною  $2b$  в два рази більша. Ширина вікна  $a = 2$  см. Висота  $h = 4$  см.

Повітряний зазор  $l_0$  (всіх стрижнів) може змінюватися за допомогою немагнітних прокладок.

Визначити необхідний струм  $I$  для створення в зазорі середнього стрижня магнітного потоку  $\Phi = 7,2$  мВб при  $l_0$  рівним 0, 1 мм, 2 мм і 3 мм [5].

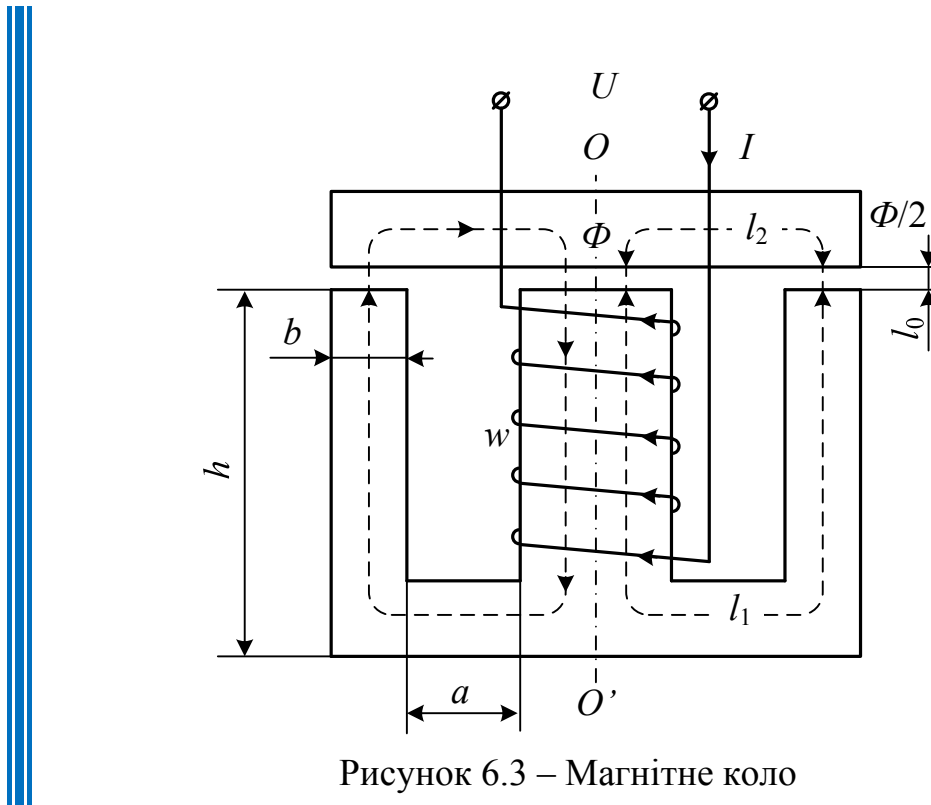


Рисунок 6.3 – Магнітне коло

Оскільки магнітна система дроселя симетрична відносно осі  $O-O'$ , то магніторушійну силу котушки зі струмом можна визначити для будь-якої однієї його вітки, наприклад для правої частини з потоком

$$\frac{\Phi}{2} = \frac{7,2}{2} = 3,6 \text{ (мВб)}.$$

Магнітна індукція в зазорі:

$$B_0 = \frac{\Phi/2}{S} = \frac{0,0036}{0,02^2} = 0,9 \text{ (Тл)}.$$

Для  $l_0 = 0$ :

$$F_{(0)} = H_1 l_1 + H_2 l_2 = 2,7 \cdot 14 + 2,7 \cdot 6 = 54 \text{ (А)}.$$

Напруженість магнітного поля  $H_1 = H_2 = 2,7$  А/см знаходиться по кривій намагнічування сталі (задається в довідниках), виходячи з умови  $B_{cm} = B_0 = 0,9$  Тл. Тому при відсутності повітряного зазору струм

$$I_0 = \frac{F_{(0)}}{w} = \frac{54}{500} = 0,108 \text{ (А)}.$$

Для  $l_0 = 1; 2$  і  $3$  відповідно отримуємо:

$$\begin{aligned} F_{(1)} &= H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_0 2l_0 = \\ &= 54 + 7200 \cdot 2 \cdot 0,1 = 1494 \text{ (А)}, \end{aligned}$$

де напруженість в зазорі

$$\begin{aligned} H_0 &= 0,8 B_0 = \\ &= 0,8 \cdot 0,9 \cdot 10^4 = 7200 \left( \frac{\text{А}}{\text{см}} \right). \end{aligned}$$

Звідси

$$I_1 = \frac{F_{(1)}}{w} = \frac{1494}{500} \approx 2,99 \text{ (А)};$$

$$F_{(2)} = 54 + 7200 \cdot 2 \cdot 0,2 = 2934 \text{ (А)},$$

$$I_2 = \frac{F_{(2)}}{w} = \frac{2934}{500} \approx 5,87 \text{ (А)};$$

$$F_{(3)} = 54 + 7200 \cdot 2 \cdot 0,3 = 4374 \text{ (А)},$$

$$I_3 = \frac{F_{(3)}}{w} = \frac{4374}{500} \approx 8,75 \text{ (А)}.$$

## ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ

### В.1 Електричні кола постійного струму

#### Задача В.1.1

В електричному колі, зображеному на рис. В.1, відомими є ЕРС джерела та опори резисторів. Знайти струми в усіх вітках і напругу  $U_{ab}$ . Варіанти завдань подані в табл. В.1.

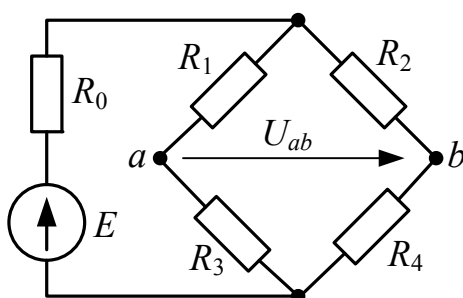


Рисунок В.1 – Схема до задачі В.1.1

Таблиця В.1 – Варіанти завдань до задачі В.1.1

№ варіанта	$E, \text{В}$	$R_0, \text{Ом}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$R_4, \text{Ом}$
0	50	5	10	8	20	30
1	20	1	2	3	1	5
2	100	20	30	50	10	10
3	10	1	2	1	2	2
4	50	1	1	3	3	2
5	40	10	20	20	5	10
6	30	5	10	20	5	10
7	80	5	10	5	10	10
8	10	2	16	3	2	2
9	25	5	5	8	3	2
10	50	5	10	8	5	20



Продовження таблиці В.1

№ варіанта	$E, В$	$R_0, Ом$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$
11	20	1	2	1	3	5
12	60	20	20	40	10	10
13	10	1	2	3	2	2
14	50	1	1	4	3	2
15	40	10	10	20	10	5
16	30	10	5	20	10	10
17	80	10	50	5	10	20
18	10	2	3	2	2	4
19	25	5	10	10	2	3
20	45	6	8	4	3	5
21	70	8	7	6	9	4
22	85	3	8	7	9	10
23	90	4	10	2	6	4
24	35	10	20	10	5	15

**Задача В.1.2**

Для електричного кола (рис. В.2) за заданими у табл. В.2 опорамі і ЕРС виконати таке:

- 1) скласти систему рівнянь, необхідних для визначення струмів за першим і другим законом Кірхгофа;
- 2) знайти сили всіх струмів, користуючись методом контурних струмів;
- 3) спростити схему, замінивши трикутник опорів еквівалентною зіркою (накреслити розрахункову схему з еквівалентною зіркою);
- 4) визначити покази вольтметра і скласти баланс потужностей для заданої схеми.

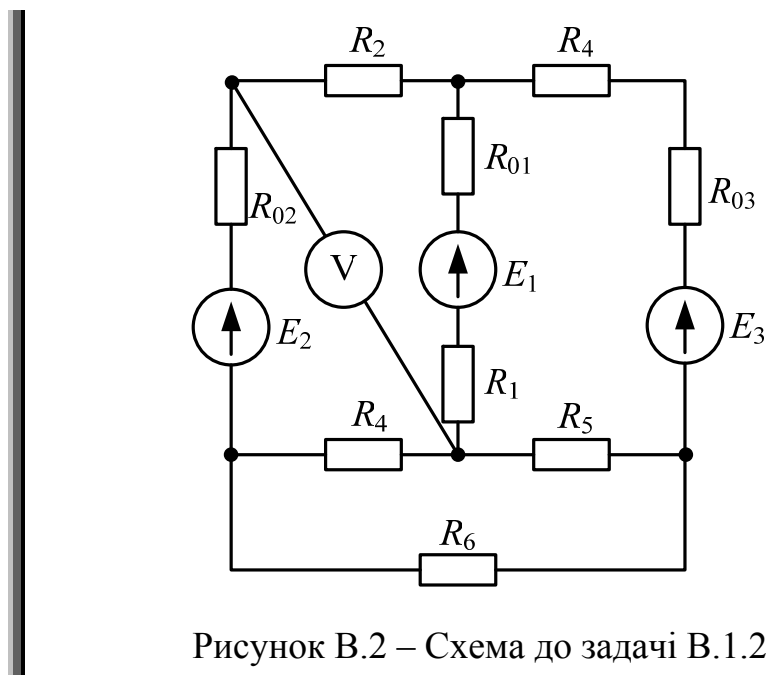


Рисунок В.2 – Схема до задачі В.1.2

Таблиця В.2 – Варіанти завдань до задачі В.1.2

№ вар.	Дані до задачі 1.2											
	$E_1$ , В	$E_2$ , В	$E_3$ , В	$R_{01}$ , Ом	$R_{02}$ , Ом	$R_{03}$ , Ом	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом	$R_5$ , Ом	$R_6$ , Ом
0	22	24	10	0,2	-	1,2	2	1	8	4	10	6
1	55	18	4	0,8	-	0,8	8	4	3	2	4	4
2	36	10	25	-	0,4	0,5	4	8	3	1	2	7
3	16	5	32	-	0,6	0,8	9	3	2	4	1	5
4	14	25	28	0,9	1,2	-	5	2	8	2	2	6
5	20	22	9	0,1	-	1,1	1	2	6	3	8	4
6	5	16	30	0,4	-	0,7	6	4	3	2	5	3
7	10	6	24	0,8	0,3	-	3,5	5	6	6	3	1
8	6	20	4	-	0,8	1,2	4	6	4	4	3	3
9	21	4	10	-	0,2	0,6	5	7	2	8	1	1
10	4	9	18	0,8	-	0,7	2,7	10	4	8	10	2
11	4	24	6	0,9	-	0,5	9,0	8	1	6	10	4
12	16	8	9	0,2	0,6	-	2,5	6	6	5	10	5

## Продовження таблиці В.2

№ вар.	Дані до задачі 1.2											
	$E_1,$ В	$E_2,$ В	$E_3,$ В	$R_{01},$ Ом	$R_{02},$ Ом	$R_{03},$ Ом	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R_3,$ Ом	$R_4,$ Ом	$R_5,$ Ом	$R_6,$ Ом
13	48	12	6	0,8	1,4	-	4,2	4	2	12	6	2
14	12	36	12	-	0,4	1,2	3,5	5	1	5	6	9
15	12	6	40	1,2	0,6	-	2,0	3	8	5	7	8
16	8	6	36	1,3	-	1,2	3,0	2	1	6	8	6
17	72	12	4	0,7	1,5	-	6,0	1	10	4	12	4
18	12	48	6	-	0,4	0,4	2,5	1	4	15	2	2
19	12	30	9	0,5	-	0,5	3,5	2	3	3	1	3
20	9	6	27	-	1,0	0,8	4,5	2	8	13	4	3
21	25	63	6	1,0	-	1,2	5,0	3	1	2	12	3
22	54	27	3	1,2	0,9	-	8,0	3	1	4	2	2
23	36	9	24	-	0,8	0,8	3,0	4	2	1	5	1
24	3	66	9	-	0,7	1,2	1,0	4	2	2	7	3

**Задача В.1.3**

Для електричного кола, схема якого зображена на рис. В.3, за заданими у табл. В.3 опорами і ЕРС виконати таке:

- 1) скласти систему рівнянь, необхідних для визначення струмів за першим і другим законам Кірхгофа;
- 2) знайти всі струми, користуючись методом контурних струмів;
- 3) перевірити правильність розв'язку, застосувавши метод вузлової напруги. Попередньо спростити схему, замінивши трикутник опорів  $R_4$ ,  $R_5$  і  $R_6$  еквівалентною зіркою. Накреслити розрахункову схему з еквівалентною зіркою і показати на ній струми;

- 4) визначити покази вольтметра і скласти баланс потужностей для заданої схеми;  
 5) побудувати в масштабі потенціальну діаграму для зовнішнього контуру.

Таблиця В.3 – Варіанти завдань до задачі В.1.3

Номери		$E_1,$	$E_2,$	$E_3,$	$R_{01},$	$R_{02},$	$R_{03},$	$R_1,$	$R_2,$	$R_3,$	$R_4,$	$R_5,$	$R_6,$
вар.	рис. 1.3	В	В	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
0	1	22	24	10	0,2	-	1,2	2	1	8	4	10	6
1	2	55	18	4	0,8	-	0,8	8	4	3	2	4	4
2	3	36	10	25	-	0,4	0,5	4	8	3	1	2	7
3	4	16	5	32	-	0,6	0,8	9	3	2	4	1	5
4	5	14	25	28	0,9	1,2	-	5	2	8	2	2	6
5	1	20	22	9	0,1	-	1,1	1	2	6	3	8	4
6	6	5	16	30	0,4	-	0,7	6	4	3	2	5	3
7	7	10	6	24	0,8	0,3	-	3,5	5	6	6	3	1
8	8	6	20	4	-	0,8	1,2	4	6	4	4	3	3
9	9	21	4	10	-	0,2	0,6	5	7	2	8	1	1
10	10	4	9	18	0,8	-	0,7	2,7	10	4	8	10	2
11	11	4	24	6	0,9	-	0,5	9,0	8	1	6	10	4
12	12	16	8	9	0,2	0,6	-	2,5	6	6	5	10	5
13	13	48	12	6	0,8	1,4	-	4,2	4	2	12	6	2
14	14	12	36	12	-	0,4	1,2	3,5	5	1	5	6	9
15	15	12	6	40	1,2	0,6	-	2,0	3	8	5	7	8
16	16	8	6	36	1,3	-	1,2	3,0	2	1	6	8	6
17	17	72	12	4	0,7	1,5	-	6,0	1	10	4	12	4
18	18	12	48	6	-	0,4	0,4	2,5	1	4	15	2	2
19	19	12	30	9	0,5	-	0,5	3,5	2	3	3	1	3
20	20	9	6	27	-	1,0	0,8	4,5	2	8	13	4	3

Продовження таблиці В.3

Номери		$E_1,$	$E_2,$	$E_3,$	$R_{01},$	$R_{02},$	$R_{03},$	$R_1,$	$R_2,$	$R_3,$	$R_4,$	$R_5,$	$R_6,$
вар.	рис. 1.3	В	В	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
21	21	15	63	6	1,0	-	1,2	5,0	3	1	2	12	3
22	22	54	27	3	1,2	0,9	-	8,0	3	1	4	2	2
23	23	36	9	24	-	0,8	0,8	3,0	4	2	1	5	1
24	24	3	66	9	-	0,7	1,2	1,0	4	2	2	7	3

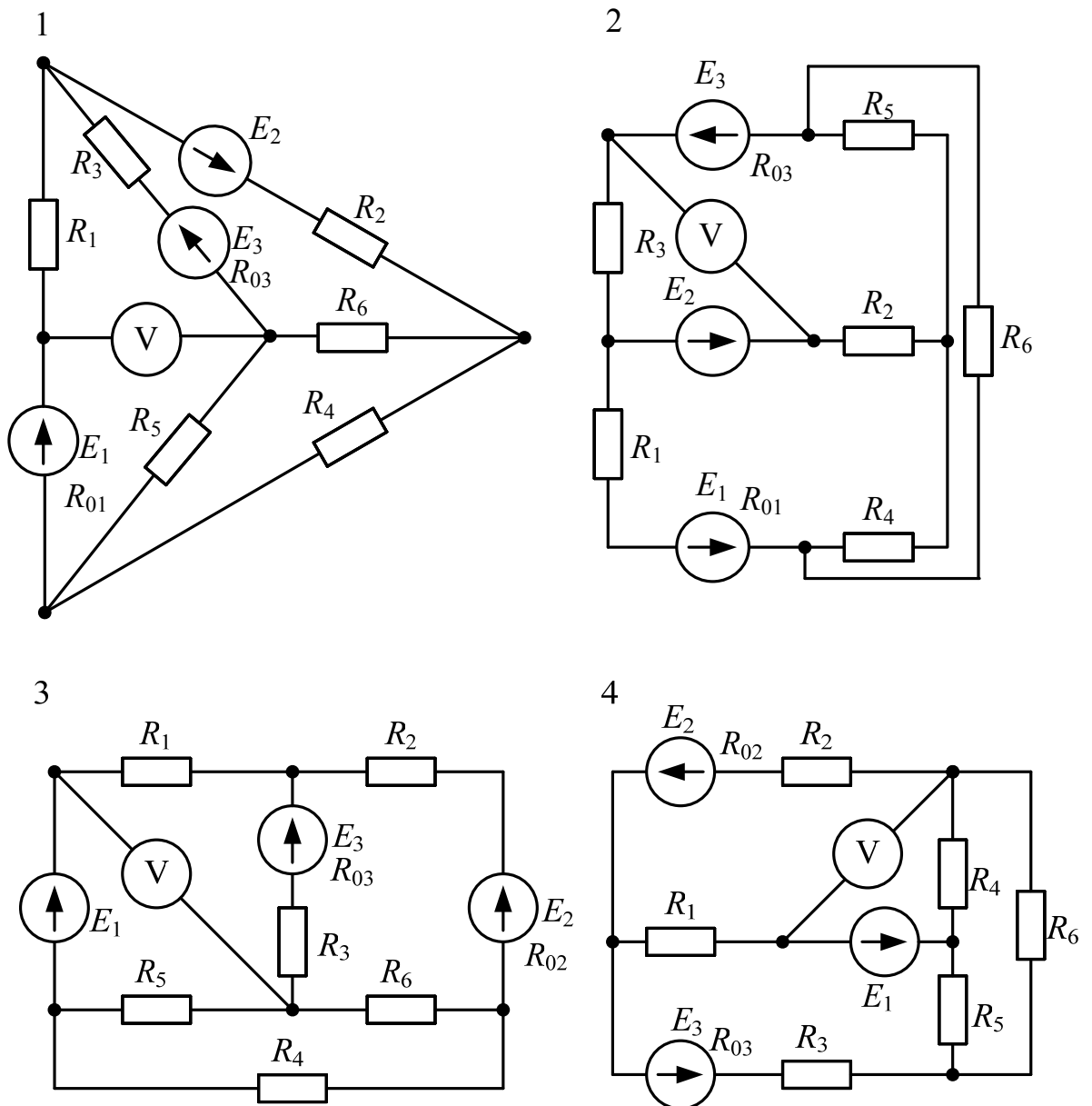


Рисунок В.3 – Схеми до задачі В.1.3

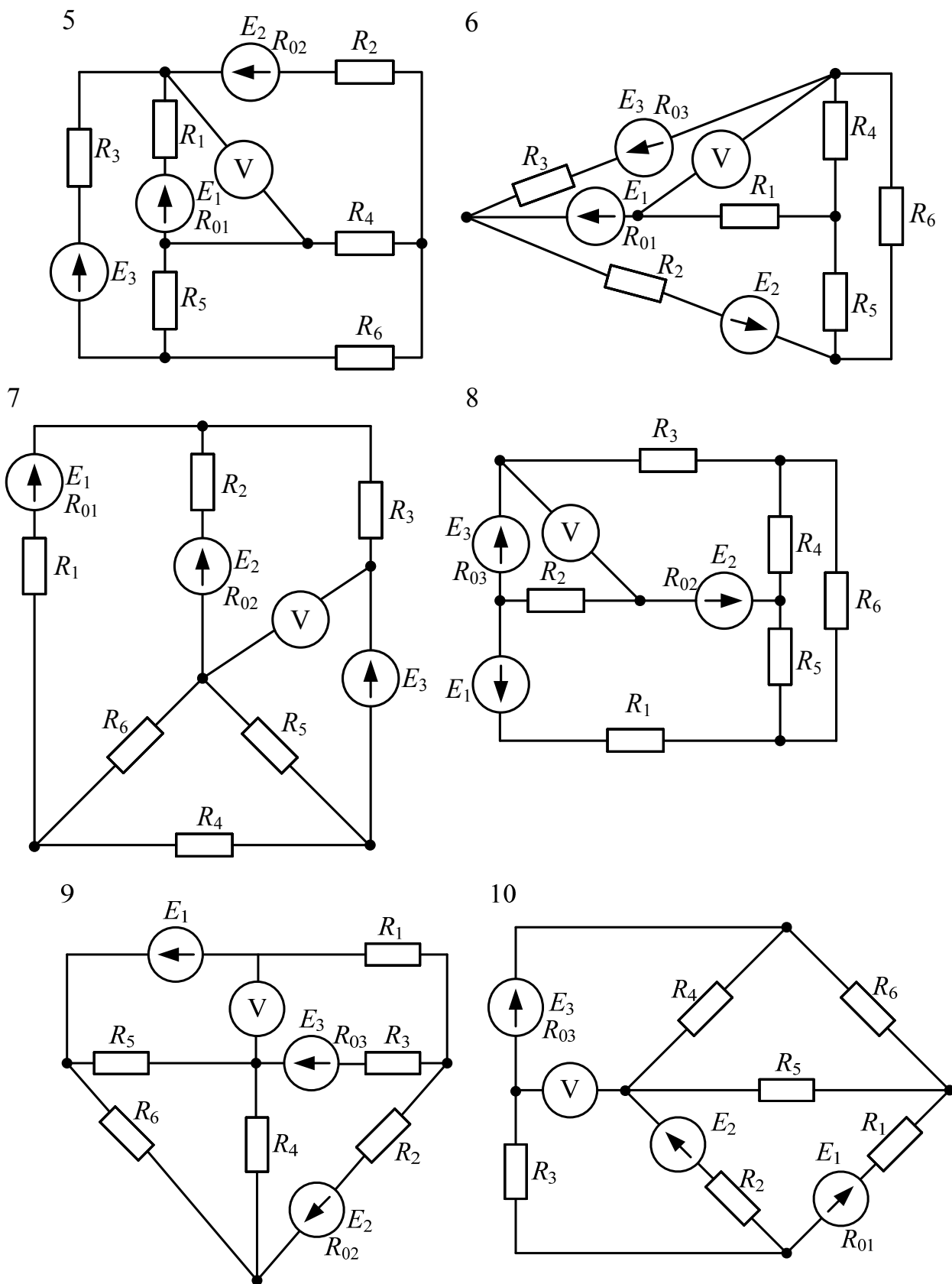


Рисунок В.3, аркуш 2

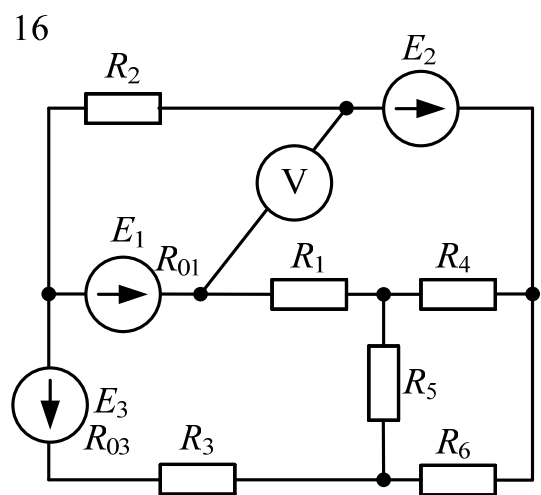
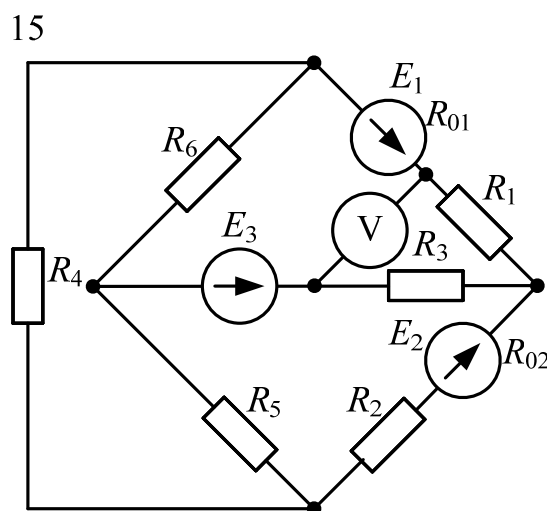
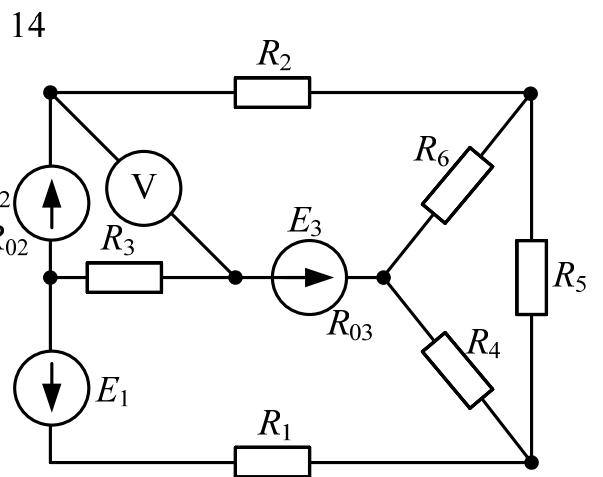
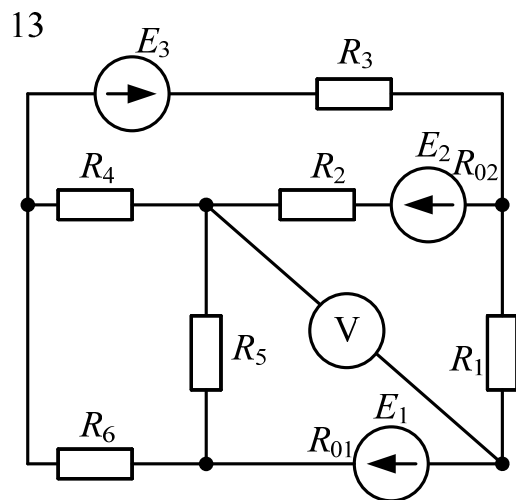
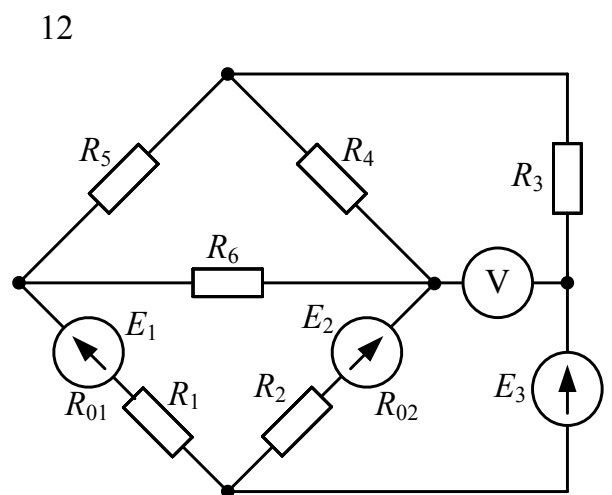
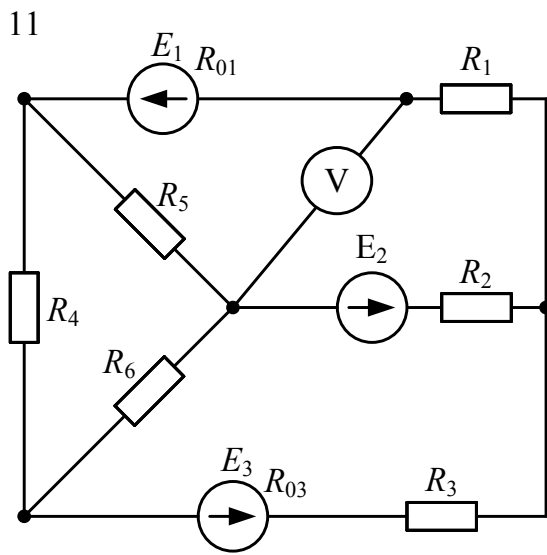


Рисунок В.3, аркуш 3

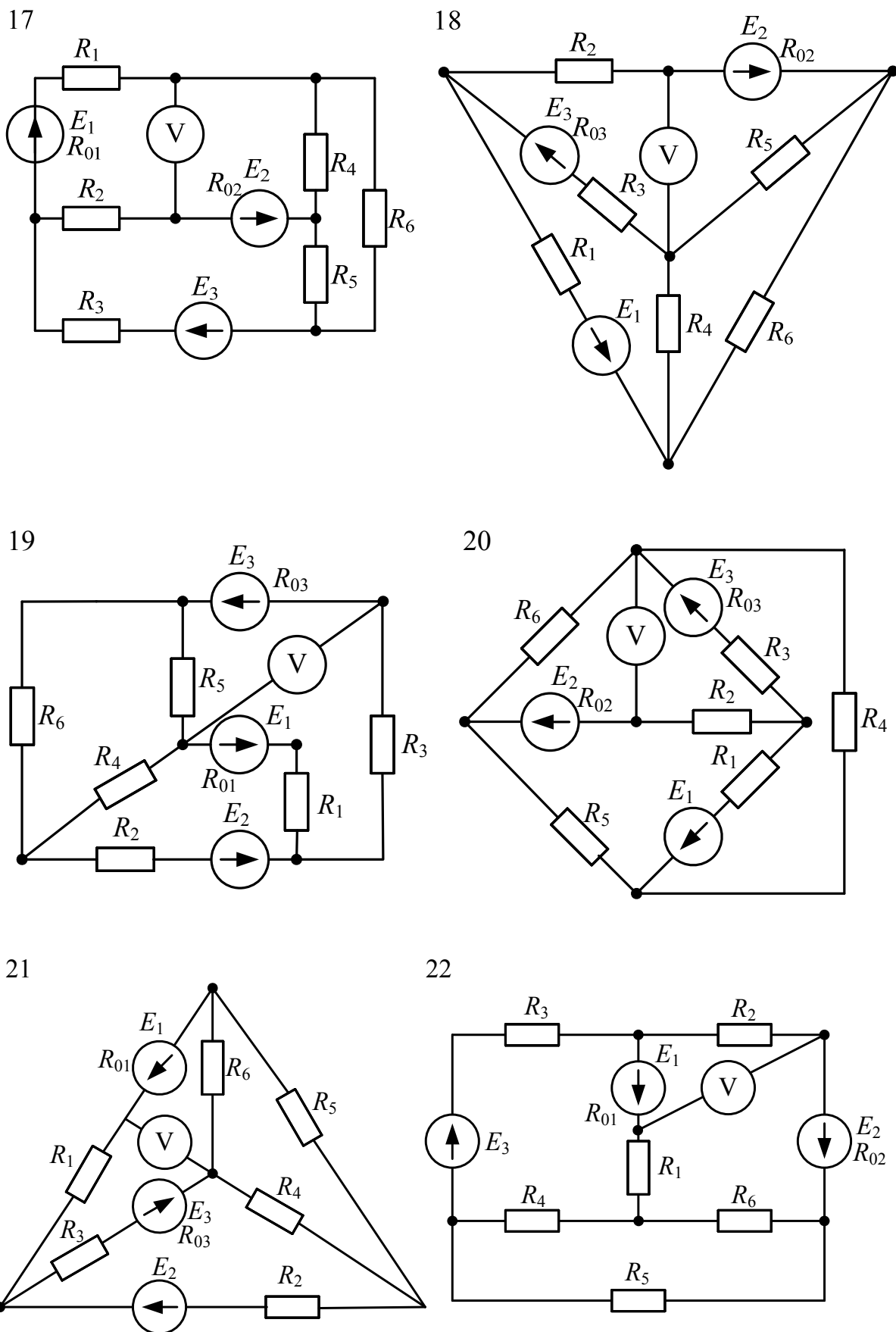


Рисунок В.3, аркуш 4



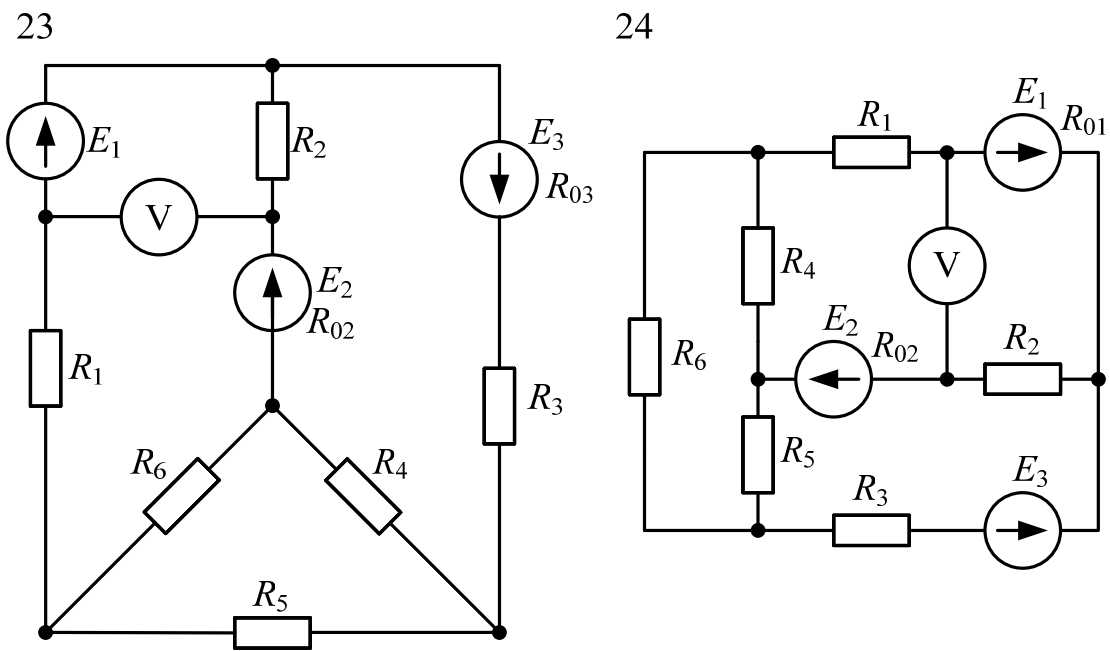


Рисунок В.3, аркуш 5

## В.2 Нелінійні електричні кола постійного струму

### Задача В.2

Використовуючи ВАХ, задані в табл. В.4 НЕ, зображених на рис. В.4 і значення  $R$  та  $U$ , розрахувати нелінійні кола при:

- а) послідовному з'єднанні;
- б) паралельному з'єднанні;

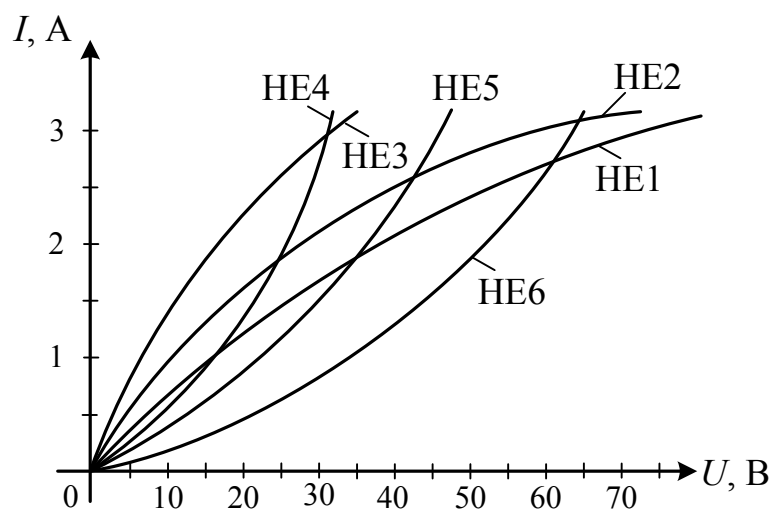


Рисунок В.4 – ВАХ НЕ до задачі В.2

в) змішаному з'єднанні елементів (опір  $R$  включений в нерозгалужену ділянку кола).

Таблиця В.4 – Варіанти завдань до задачі В.2

Елементи схеми	Варіанти							
	0	1	2	3	4	5	6	7
$R$ , Ом	4	6	8	10	12	15	18	20
$U$ , В	15	20	30	40	12.5	25	35	27
Перший елемент схеми	HE6	HE1	HE4	HE3	HE6	HE5	HE2	HE1
Другий елемент схеми	HE4	HE6	HE2	HE1	HE3	HE1	HE6	HE3

Продовження таблиці В.4

Елементи схеми	Варіанти							
	8	9	10	11	12	13	14	15
$R$ , Ом	2	7	5	3	11	16	14	19
$U$ , В	18	23	34	17	32	37	27	40
Перший елемент схеми	HE1	HE4	HE1	HE6	HE2	HE6	HE4	HE6
Другий елемент схеми	HE4	HE3	HE3	HE4	HE4	HE2	HE6	HE5

Продовження таблиці В.4

Елементи схеми	Варіанти							
	16	13	14	15	16	17	18	19
$R$ , Ом	22	16	14	19	22	20	15	18
$U$ , В	22	37	27	40	22	15	25	30
Перший елемент схеми	HE3	HE6	HE4	HE6	HE3	HE6	HE1	HE5
Другий елемент схеми	HE6	HE2	HE6	HE5	HE6	HE4	HE2	HE4

Продовження таблиці В.4

Елементи схеми	Варіанти					
	20	21	22	23	24	25
$R, \text{ Ом}$	25	30	50	40	25	30
$U, \text{ В}$	36	40	50	32	28	26
Перший елемент схеми	HE6	HE5	HE1	HE2	HE3	HE4
Другий елемент схеми	HE2	HE6	HE6	HE1	HE2	HE6

### В.3 Магнітні кола

#### Задача В.3.1

Розрахувати магніторушійну силу і струм котушки електромагніту (рис. В.5), що забезпечує створення зусилля стиску  $F_1$  (табл. В.5). Крива намагнічування  $B = f(H)$  магнітопроводу задана на рис. В.6.

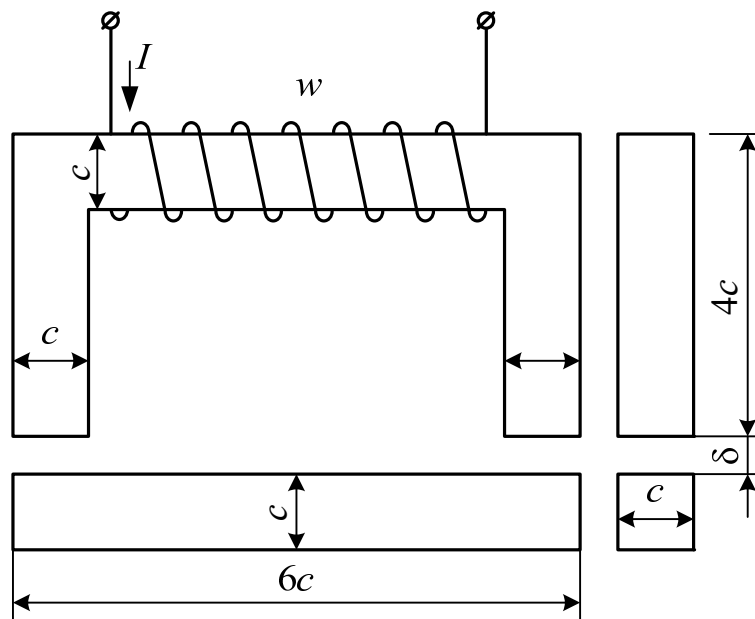


Рисунок В.5 – Котушка електромагніту (до задачі В.3.1)

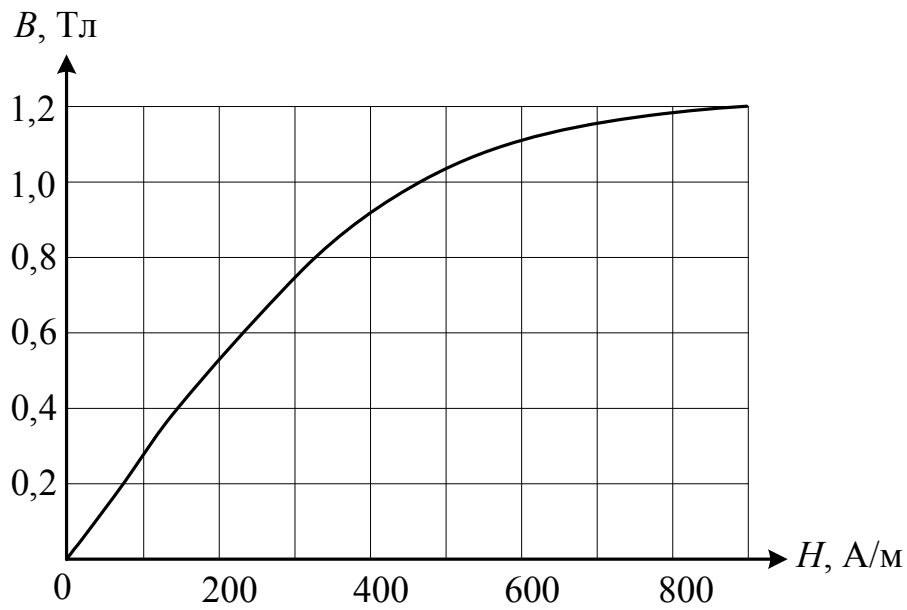


Рисунок В.6 – Крива намагнічування  $B = f(H)$  (до задачі В.3.1)

Таблиця В.5 – Варіанти завдань до задачі В.3.1

Варіант	$c$ , мм	$\delta$ , мм	$F_1$ , Н	W
0	30	2.0	1000	200
1	35	2.5	1500	300
2	40	3.0	2000	400
3	45	3.5	2500	500
4	50	2.5	3000	600
5	55	2.0	3500	700
6	60	1.5	4000	800
7	65	1.0	4500	900
8	70	0.5	5000	1000
9	75	1.0	5500	1100
10	70	1.5	6000	1200
11	65	2.0	6500	1300
12	60	2.5	7000	1400
13	55	3.0	7500	1500
14	50	3.5	8000	1600
15	145	4.0	7500	1700

Продовження таблиці В.5

Варіант	с, мм	$\delta$ , мм	F1, Н	W
16	40	3.5	7000	1800
17	35	3.0	6500	1900
18	30	2.5	6000	2000
19	25	2.0	5500	2100

## Задача В.3.2

В магнітному колі (рис. В.7) сила намагнічування котушки дорівнює  $F$ . Матеріал сердечника – електротехнічна сталь. У лівому стержні сердечника є повітряний зазор довжиною  $L_0$ .

Визначити магнітну індукцію у повітряному зазорі при двох значеннях довжини повітряного зазору:  $L_0 = 0,5$  мм і  $L_0 = 1$  мм.

Дані варіантів наведені в табл. В.6, а крива намагнічування – на рис. В.8.

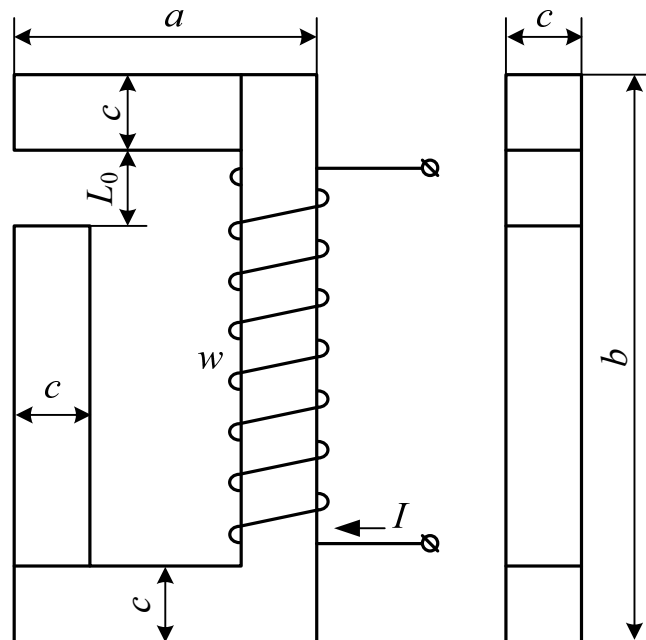


Рисунок В.7 – Котушка електромагніту (до задачі В.3.2)

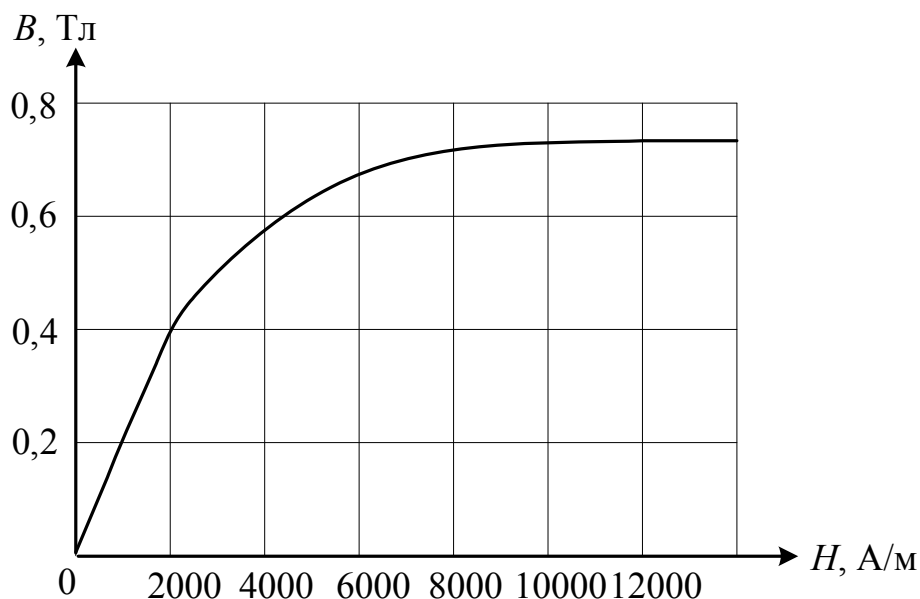


Рисунок В.8 – Крива намагнічування  $B = f(H)$  (до задачі В.3.2)

Таблиця В.6 – Варіанти завдань до задачі В.3.2

Величина	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a$ , мм	90	120	150	150	160	180	190	210	220	240
$b$ , мм	120	160	180	200	220	240	260	280	300	320
$c$ , мм	30	40	45	50	55	60	65	70	75	80
$F$ , А	750	800	850	900	950	1000	1050	1100	1100	1100

### Задача В.3.3

У магнітному колі (рис. В.9) котушки мають однакове число витків. Матеріал сердечника – електротехнічна сталь. Довжини повітряних зазорів  $L_0 = 1$  мм. При з'єднанні між собою затискачів  $b$  і  $f$  живленні кола котушок постійною напругою, магнітна індукція в повітряних зазорах дорівнює  $B_0$ .

Визначити: силу намагнічування котушки; величину магнітної індукції в повітряних зазорах,

якщо при збереженні колишнього значення сили намагнічування з'єднати із затискачем  $b$  замість затискача  $f$  затискач  $d$ .

Дані варіантів наведені в табл. В.7.

Вказівка: скористатися кривими намагнічування, наведеними на рис. В.6, В.8.

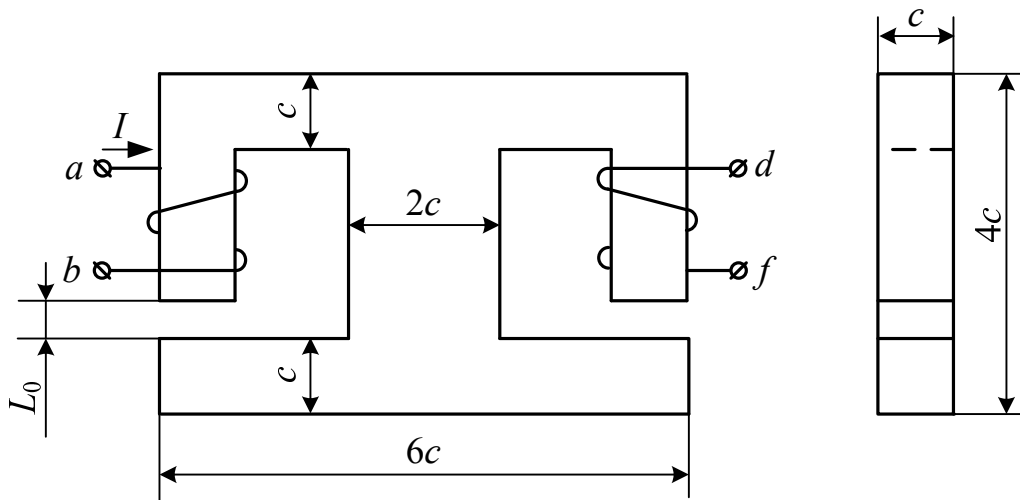


Рисунок В.9 – Котушка електромагніту (до задачі В.3.3)

Таблиця В.7 – Варіанти завдань до задачі В.3.3

Величина	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$c$ , см	30	40	45	50	55	60	65	70	75	80
$B_0$ , мм	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,25	1,3

### Задача В.3.4

Піднімальний електромагніт має підковоподібний сердечник прямокутного перерізу (рис. В.10). Матеріал сердечника і якоря – електротехнічна сталь. На середньому стержні розташована котушка, що має  $w$  витків. Між поверхнями стрижнів сердечника і якоря передбачаються повітряні зазори довжиною

$L_0 = 0,5$  мм. Електромагніт повинен розвивати піднімальну силу  $F$ .

Визначити необхідну величину струму в котушці. Дані варіантів наведені в табл. В.8.

Вказівка. Піднімальна сила електромагніту (на один полюс сердечника) виражається формулою:

$$F_n = \frac{B^2 S}{2\mu_0},$$

де  $S$  – площа перерізу повітряного зазору під полюсом.

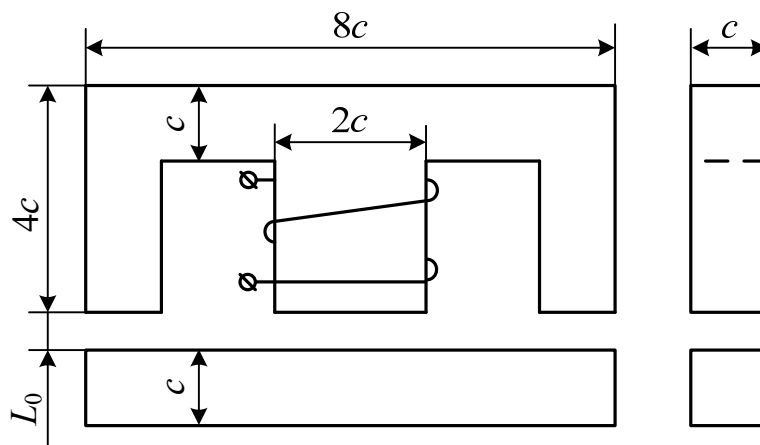


Рисунок В.10 – Котушка електромагніту (до задачі В.3.4)

Таблиця В.8 – Варіанти завдань до задачі В.3.4

Величина	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$c$ , см	3	3,5	4	1,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5
$w$	200	200	300	400	500	600	700	800	800	1000
$F$ , Н	1500	2000	2500	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000



### В.4 Електричні кола однофазного синусоїдального струму

#### Задача В.4.1

В коло синусоїдального струму з частотою  $f = 50$  Гц (рис. В.11) включені послідовно дві котушки і конденсатор.

Визначити струм, напруги на окремих елементах кола, скласти баланс активних і реактивних потужностей, якщо відомі напруга на вході і параметри елементів (табл. В.9). Визначити резонансну частоту. Побудувати топографічну векторну діаграму.

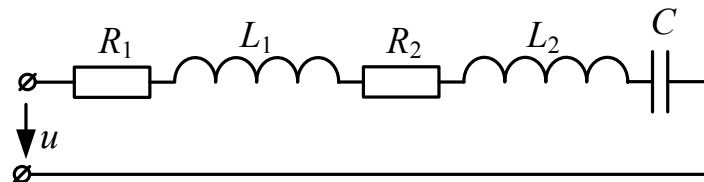


Рисунок В.11 – Схема до задачі В.4.1

Таблиця В.9 – Варіанти завдань до задачі В.4.1

Варіант	$U$ , В	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$L_1$ , Гн	$L_2$ , Гн	$C$ , мкФ
0	50	4	5	0,0127	0,0127	320
1	40	3	4	0,0127	0,032	500
2	50	4	5	0,032	0,016	400
3	30	5	3	0,016	0,0127	400
4	60	6	6	0,016	0,032	320
5	70	3	3	0,032	0,016	500
6	40	5	4	0,0127	0,032	400
7	30	6	5	0,016	0,032	500
8	50	4	6	0,032	0,0127	400
9	60	5	4	0,0127	0,032	320
10	70	4	6	0,032	0,032	320
11	30	4	5	0,0127	0,019	630

Продовження таблиці В.9

Варіант	$U$ , В	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$L_1$ , Гн	$L_2$ , Гн	$C$ , мкФ
12	20	6	3	0,016	0,032	400
13	40	3	4	0,019	0,0127	600
14	50	8	4	0,0127	0,0096	750
15	60	5	6	0,032	0,019	680
16	100	7	5	0,038	0,0096	320
17	120	6	3	0,019	0,019	500
18	90	5	4	0,096	0,38	400
19	80	3	6	0,0127	0,032	320

Задача В.4.2

Для кола синусоїдального струму згідно з рис. В.12 за даними табл. В.10 підібрати таку ємність конденсатора  $C$ , щоб у вітках з котушкою ( $L_K$ ,  $R_K$ ) спостерігався режим резонансу напруг. Визначити в цьому режимі струм у вітці з котушкою і напругу на затискачах котушки при двох положеннях вимикача  $SA$ : замкнутому і розімкнутому. Побудувати для цих двох випадків топографічну діаграму напруг і показати на ній вектори струмів. Частота  $f = 50$  Гц.

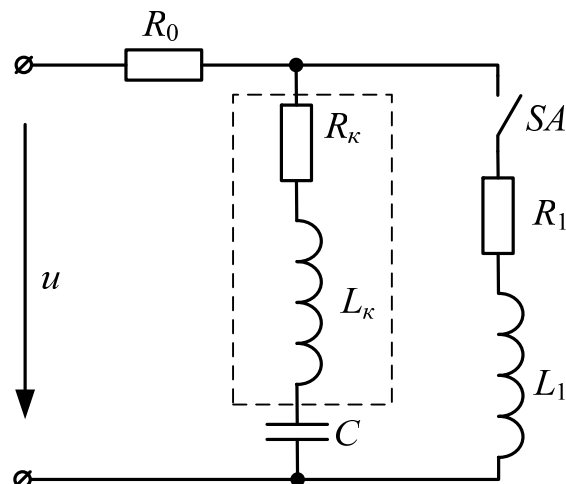


Рисунок В.12 – Схема до задачі В.4.2

Таблиця В.10 – Варіанти завдань до задачі В.4.2

Номер варіанта	Дані до задачі 3.2					
	$U$ , В	$R_0$ , Ом	$L_k$ , Гн	$R_k$ , Ом	$R_1$ , Ом	$L_1$ , Гн
1	50	2	0,0127	3	4	0,095
2	60	3	0,0127	3	4	0,016
3	70	4	0,0254	6	6	0,032
4	80	5	0,0254	6	2	0,016
5	90	10	0,095	40	10	0,032
6	100	15	0,095	40	20	0,009
7	110	20	0,127	30	20	0,01
8	120	25	0,127	30	10	0,02
9	130	15	0,127	30	25	0,016
10	140	25	0,127	10	15	0,095

**Задача В.4.3**

У колі (рис. В.13) струм, напруги на затискачах кола і конденсатора відповідно  $I$ ,  $U$ ,  $U_C$  (табл. В.11). У колі відбувається режим резонансу напруг. Частота  $f = 50$  Гц.

Визначити: напругу на затискачах котушки  $U_k$ ; ємність  $C$  конденсатора, активний опір  $R_k$  і індуктивність  $L_k$  котушки. Побудувати векторну діаграму.

Таблиця В.11 – Варіанти завдань до задачі В.4.3

Номер варіанта	Параметри		
	$U_C$ , В	$U$ , В	$I$ , А
1	20	100	5,0
2	24	144	6,0
3	26	130	4,0

Продовження таблиці В.11

Номер варіанта	Параметри		
	$U_c, \text{В}$	$U, \text{В}$	$I, \text{А}$
4	28	112	7,0
5	30	112	7,5
6	32	128	4
7	35	105	5
8	36	108	6
9	18	90	6
10	25	100	10

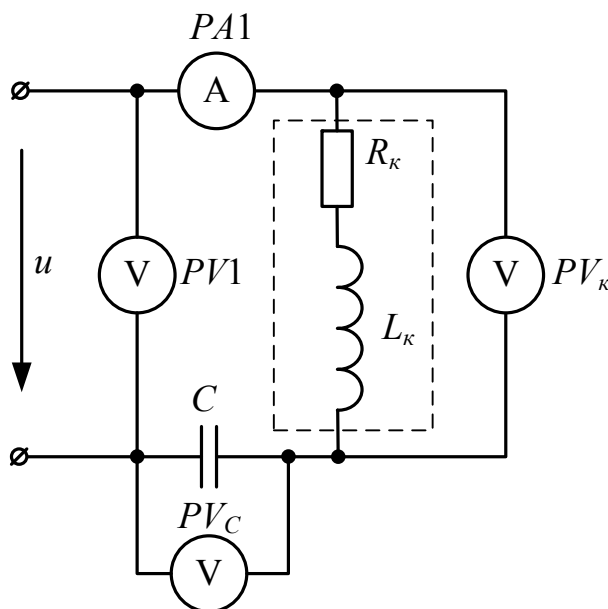


Рисунок В.13 – Схема до задачі В.4.3

#### Задача В.4.4

Миттєві значення напруги і струму, на затискачах приймача відповідно  $U = U_m \sin(314t + \Psi_u)$ ,

$$i = I_m \sin(314t + \Psi_i).$$

Скласти вирази для комплексних діючих значень напруги і струму, наведених у табл. В.12. Побудувати векторну діаграму і подати розкладання векторів

напруги і струми на активні й реактивні складові; на основі цього записати вирази для миттєвих значень активних і реактивних складових напруги і струму. Визначити параметри приймача  $R$  і  $X$  у припущенні послідовного з'єднання цих елементів. Скласти вирази потужності, що споживається приймачем; визначити активну, реактивну й повну потужності.

Таблиця В.12 – Варіанти завдань до задачі В.4.4

Номер варіанта	Дані до задачі 3.3			
	$U_1$ , В	$I_1$ , А	$\Psi_u$ , град	$\Psi_i$ , град
1	100	10	10	-20
2	110	11	15	45
3	120	6	20	-10
4	130	5	-10	20
5	140	14	-15	-75
6	150	20	-30	30
7	160	32	20	-10
8	170	17	25	-35
9	180	9	30	-30
10	200	20	45	15

**Задача В.4.5**

Відповідно до табл. В.13 напруга живлення електричного кола складає  $U$ . Відомі комплексні опори  $Z_1$ ,  $Z_2$  і  $Z_3$ , включені:

- а) послідовно;
- б) паралельно;
- в)  $Z_2$  і  $Z_3$  – паралельно,  $Z_1$  – послідовно.

Накреслити схему з'єднань, розрахувати струми і потужності кола.

Таблиця В.13 – Варіанти завдань до задачі В.4.5

Номер варіанта	Параметри			
	$U, В$	$Z_1, Ом$	$Z_2, Ом$	$Z_3, Ом$
1	100	$1+j$	$2+j3$	$3+j4$
2	120	$1+j2$	$1+j4$	$2-j2$
3	140	$2+j$	$3+j2$	$3+j4$
4	80	$2+j2$	$2+j3$	$4-j$
5	90	$3+j$	$2+j4$	$1+j3$
6	100	$1+j3$	$3+j$	$2+j2$
7	120	$2+j4$	$1+j2$	$3-j2$
8	140	$4+j2$	$2+j2$	$2+j4$
9	100	$3+j3$	$4+j2$	$3-j3$
10	80	$3+j2$	$4+j3$	$4+j$

**Задача В.4.6**

Для електричного кола, схема якого зображена на рис. В.14, за заданими у табл. В.14 параметрами та ЕРС джерела визначити струми у всіх вітках кола і напруги на окремих ділянках. Скласти баланс активної й реактивної потужностей. Побудувати в масштабі на комплексній площині векторну діаграму струмів і потенціальну діаграму напруг для зовнішнього контуру. Визначити покази вольтметра й активну потужність, що вимірюється ватметром.

Таблиця В.14 – Варіанти завдань до задачі В.4.6

Номери		$E, В$	$f, Гн$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$C_3, мкФ$	$L_1, мГн$	$L_2, мГн$	$L_3, мГн$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$
вар.	рис. В.14											
0	1	150	50	637	300	-	-	-	15,9	2	3	4
1	2	100	50	-	-	100	15,9	9	15,9	8	3	4

Продовження таблиці В.14

Номери		$E$ , В	$f$ , Гц	$C_1$ , мкФ	$C_2$ , мкФ	$C_3$ , мкФ	$L_1$ , мГн	$L_2$ , мГн	$L_3$ , мГн	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом
вар.	рис. В.14											
2	3	120	50	637	-	-	-	15,9	15,9	8	3	4
3	4	200	50	-	300	-	15,9	-	15,9	8	3	4
4	5	220	50	637	-	100	-	47,7	-	8	-	4
5	1	50	50	100	159	-	-	-	115	10	4	100
6	6	100	50	100	300	-	15,9	-	115	10	-	100
7	7	120	50	-	-	100	15,9	-	115	-	4	100
8	8	200	50	-	159	-	-	-	115	10	4	100
9	9	220	50	-	318	-	15,9	-	-	10	4	100
10	10	50	50	-	627	-	15,9	-	6,37	5	-	8
11	11	100	50	637	-	100	-	15,7	-	-	10	8
12	12	120	50	-	300	100	31,8	-	-	5	-	8
13	13	200	50	-	-	100	31,8	-	-	5	10	8
14	14	220	50	637	-	200	-	15,9	-	5	10	8
15	15	150	50	100	-	200	-	15,9	-	10	2	10
16	16	100	50	-	1600	200	31,8	-	-	-	8	10
17	17	120	50	100	-	200	-	15,9	-	10	8	10
18	18	200	50	637	-	200	-	31,8	-	-	8	10
19	19	220	50	-	1600	-	31,8	-	95	10	8	-
20	20	50	50	-	159	-	31,8	-	95	15	10	10
21	21	100	50	-	159	200	15,9	-	-	15	-	10
22	22	120	50	-	159	200	15,9	-	-	-	10	20
23	23	200	50	637	159	200	-	31,8	95	15	10	20
24	24	220	50	637	159	-	-	-	95	-	10	20

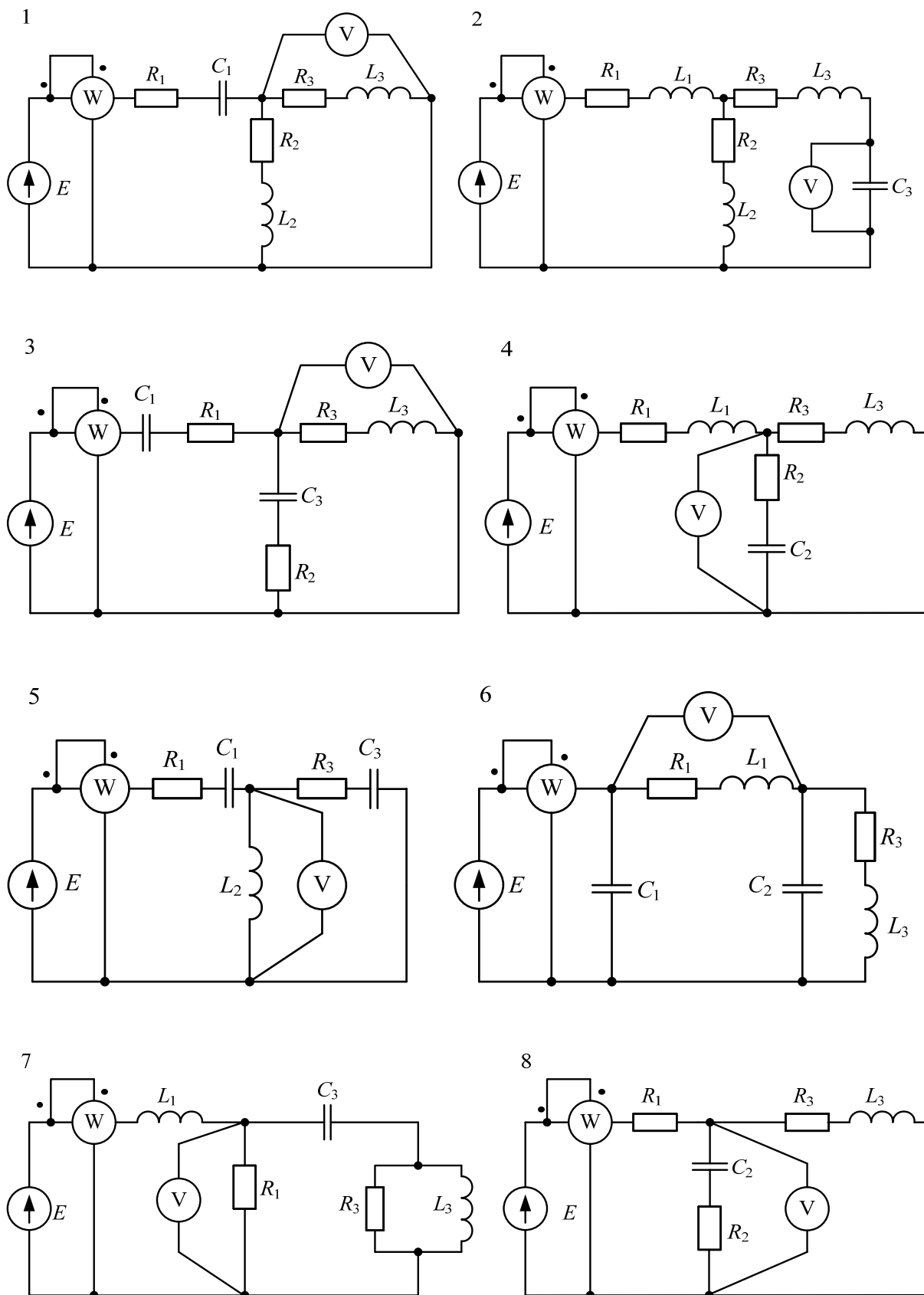


Рисунок В.14 – Схеми до задачі В.4.6



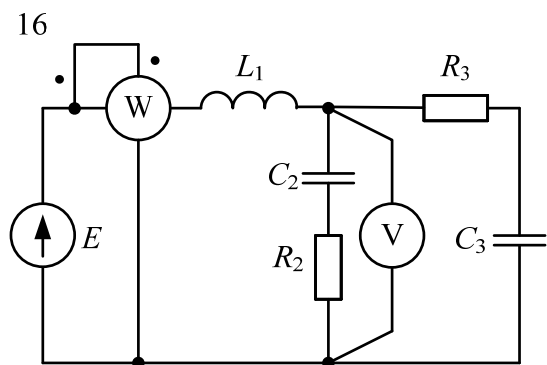
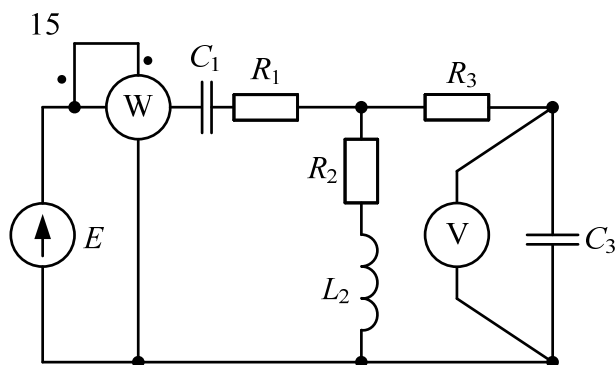
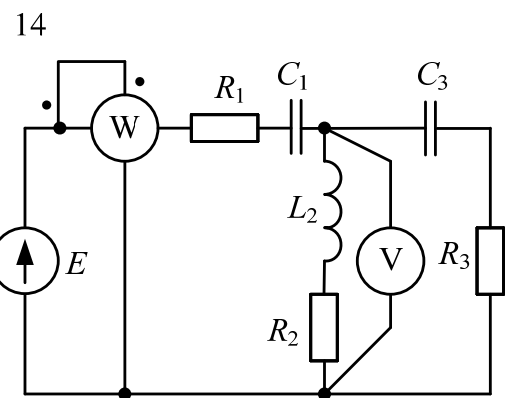
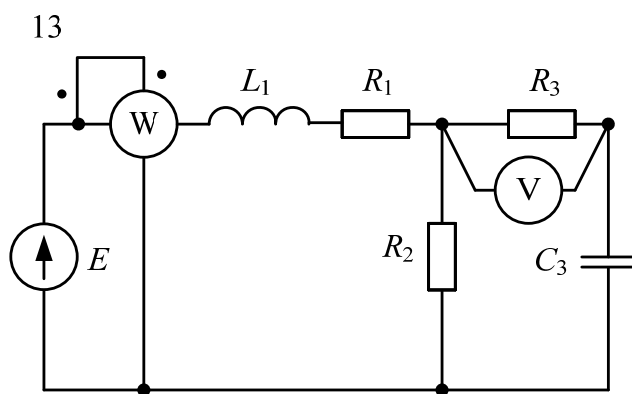
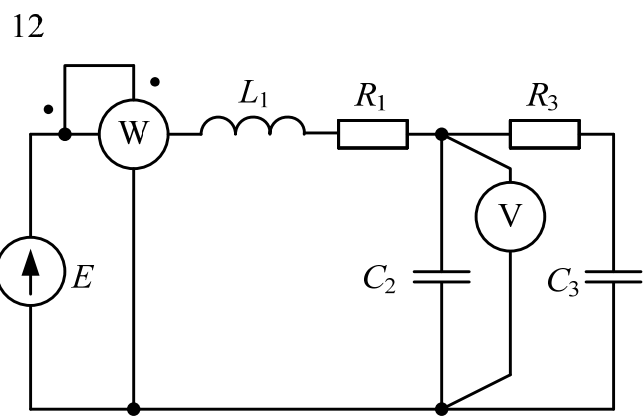
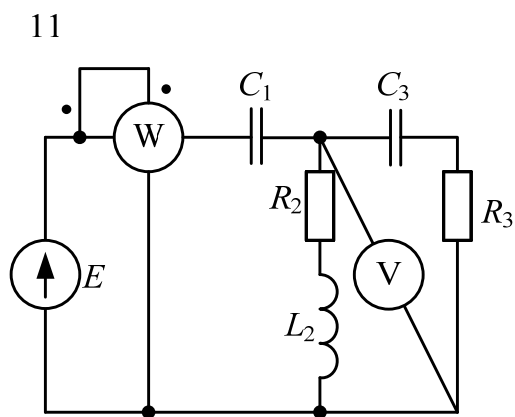
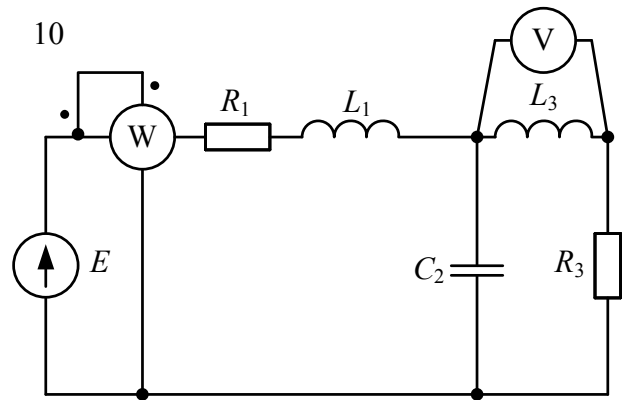
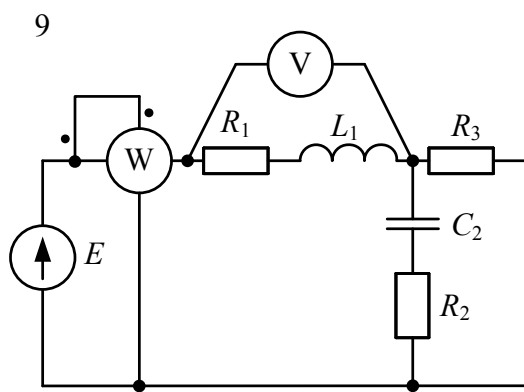


Рисунок В.14, аркуш 2

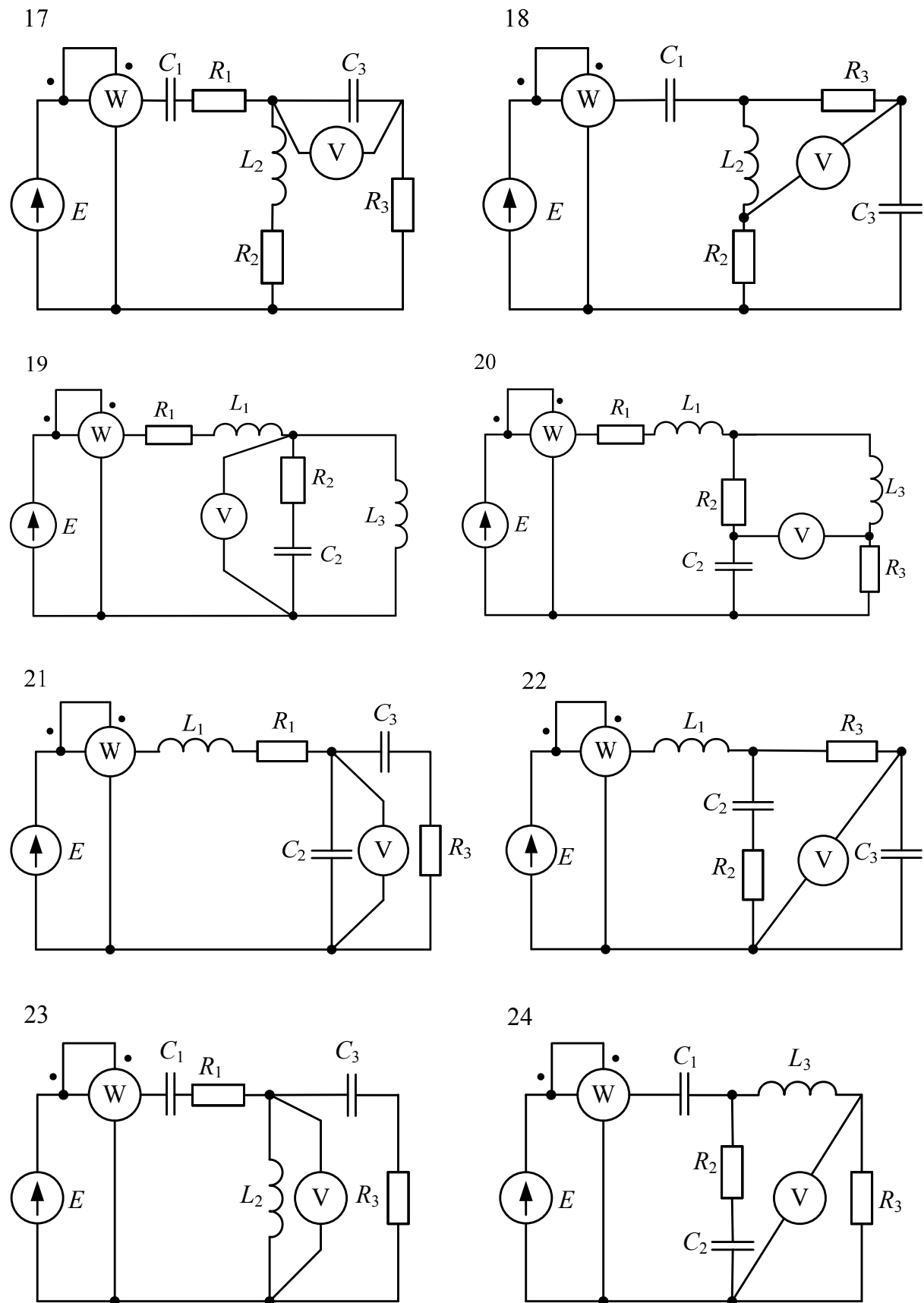


Рисунок В.14, аркуш 3

**Задача В.4.7** До розподільного пристрою будівельного майданчика підведена напруга по двожильному кабелі, переріз і допустиме навантаження за струмом якого наведені в табл. В.15. Напруга мережі складає  $U = (220 \pm 5\%) \text{ В}$ , частота струму мережі  $f = 50 \text{ Гц}$ .

Таблиця В.15 – Варіанти завдань до задачі В.4.7

Номер варіанта	Переріз струмопровідної жили, мм <sup>2</sup>	Допустимий струм, А
1	10	55
2	16	70
3	25	90
4	35	105
5	50	135
6	70	165
7	95	200
8	120	230
9	10	55
10	16	70
11	25	90
12	35	105
13	50	135
14	70	165
15	95	200
16	120	230
17	10	55
18	16	70
19	35	105
20	50	135

Продовження таблиці В.15

Номер варіанта	Переріз струмопровідної жили, мм <sup>2</sup>	Допустимий струм, А
21	70	165
22	95	200
23	120	230
24	10	55
25	16	70
26	25	90

Для покращення умов виконання робіт і побуту робітників на будівельному майданчику необхідно виконати ряд заходів, пов'язаних з покращенням освітлення побутових кімнат і площадки, обігрівом кімнат, нагріванням води і т.ін. Для цього потрібно підключити до мережі додаткові освітлювальні навантаження, опалювальні електропечі або електричні водонагрівачі.

Можливе і комбіноване підключення перерахованих споживачів залежно від потреб на об'єкті (табл. В.16). Режим роботи кабелю близький до номінального і складає 98%.

Таблиця В.16 – Дані до задачі В.4.7

Номер варіанта	Коефіцієнт потужності, $\cos\phi$	Потужність освітлювальних пристроїв $P_1$ , Вт	Потужність електро- радіаторів $P_2$ , кВт	Потужність електроводо- нагрівача $P_3$ , кВт
1	0,6	4 × 75	1,6	0,5
2	0,57	4 × 100	1,6	0,5

Продовження таблиці В.16

Номер варіанта	Коефіцієнт потужності, $\cos\varphi$	Потужність освітлювальних пристроїв $P_1$ , Вт	Потужність електро- радіаторів $P_2$ , кВт	Потужність електроводо- нагрівача $P_3$ , кВт
3	0,63	4 × 150	2 × 1,6	1,0
4	0,58	4 × 100	3 × 1,6	2 × 1,0
5	0,62	4 × 150	2 × 1,6	3 × 2,0
6	0,65	2 × 200	2 × 2,0	4 × 2,0
7	0,55	75	-	18
6	0,68	100	-	21
9	0,48	2 × 150	1,6	2 × 0,5
10	0,49	4 × 100	1,6	2 × 0,5
II	0,50	4 × 160	2 × 1,6	1,0
12	0,51	5 × 100	3 × 1,6	2 × 1,0
ІЗ	0,52	4 × 150	2 × 1,6	3 × 2
14	0,53	2 × 220	2 × 2,0	4 × 2
15	0,54	100	1,6	18
16	0,55	150	-	21
17	0,57	3 × 75	1,6	0,5
18	0,58	3 × 100	1,6	0,5
19	0,59	3 × 150	2 × 1,6	1,0
20	0,61	3 × 150	2 × 1,6	2 × 1,0
21	0,62	3 × 200	2 × 1,6	3 × 2,0
22	0,63	2 × 75	2 × 2,0	18
23	0,64	2 × 100	2 × 2,0	21
24	0,65	5 × 75	2	0,5
25	0,66	5 × 100	2	0,5
26	0,67	5 × 150	2	1

При такому режимі роботи до мережі додаткове навантаження підключити не можна. При відповідних змінах у коефіцієнті потужності при номінальній напрузі  $220 \pm 5\% \text{ В}$  (табл. В.15) переважає індуктивна складова. Знаючи фізичні процеси, що протікають у колі з паралельним з'єднанням котушки індуктивності і конденсаторів, потрібно розрахувати струм цього кола, щоб при одночасному підвищенні коефіцієнта потужності і включенні додаткового навантаження сила струму в кабелі не перевищила 98% номінального значення струму, що протікає по жилах кабелю (табл. В.17).

Параметри батарей конденсаторів наведені в табл. В.17.

Таблиця В.17 – Параметри конденсаторів до задачі В.4.7

Тип конденсатора	Номінальна ємність, мкФ	Тип конденсатора	Номінальна ємність, мкФ
КС1-0,22-6-3УЗ	397	КС1-0,5-18-3УЗ	230
КС2-0,22-12-3УЗ	794	КС2-0.5-36-3УЗ	460
КС1-0,38-18-3УЗ	397	КС1-0,66-20-3УЗ	146
КС2-0,38-36-3УЗ	794	КС1-0.66-25-3УЗ	183
КС2-0,38-50-УЗ	П02	КС1-0,66-40-3УЗ	292
КС1-0,66-50-3УЗ	366		

## В.5 Трифазні електричні кола

### Задача В.5.1

До трифазної лінії з лінійною напругою (рис. В.15) підключений симетричний трифазний приймач, з'єднаний за схемою „трикутник”. Опори кожної з фаз приймача дорівнюють  $Z_{\phi} = R_{\phi} + jX_{\phi}$ .

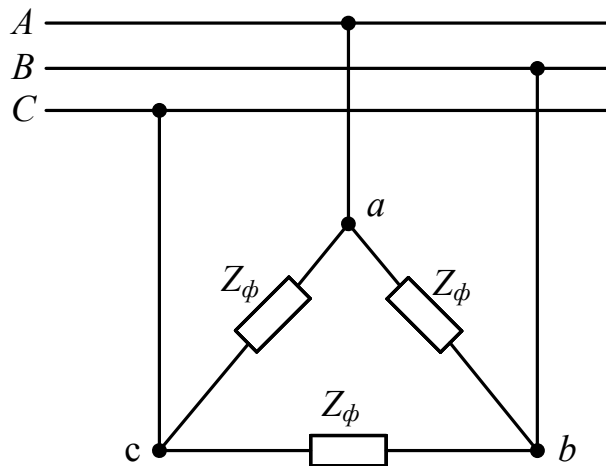


Рисунок В.15 – Схема до задачі В.5.1

Визначити струм у фазах приймача й у лінійних проводах, а також активну потужність, що споживається, у таких режимах:

- в симетричному трифазному;
- при обриві однієї фази приймача;
- при обриві лінійного проводу.

Побудувати для всіх трьох випадків топографічні діаграми напруг і на них показати вектори струмів. Для симетричного трифазного режиму визначити реактивну потужність і ємність батареї конденсаторів у мкФ, необхідні для збільшення коефіцієнта потужності до величини:

- $\cos\varphi = 0,95$ ;
- $\cos\varphi = 1$  (табл. В.18).

Таблиця В.18 – Варіанти завдань до задачі В.5.1

Варіант	$U_{л}, \text{В}$	$R_{\phi}, \text{Ом}$	$X_{\phi}, \text{Ом}$
0	127	3	4
1	220	8	6
2	380	8	15
3	127	4	3

Продовження таблиці В.18

Варіант	$U_n$ , В	$R_\phi$ , Ом	$X_\phi$ , Ом
4	220	6	8
5	380	15	8
6	127	9	12
7	220	12	9
8	380	16	30
9	127	8	6
10	220	19	12
11	380	4	3
12	127	30	16
13	220	12	16
14	380	30	16
15	127	16	12
16	220	16	30
17	380	12	9
18	127	8	15
19	220	15	8

### Задача В.5.2

У чотирипровідну трифазну мережу включені три групи ламп розжарювання однакової потужності, що з'єднані за схемою „зірка”. Кількість ламп, що одночасно горять у кожній фазі  $n_A$ ,  $n_B$  і  $n_C$ , потужність однієї лампи  $P_\lambda$  і лінійна напруга мережі  $U_\lambda$  наведені в табл. В. 19.

Завдання:

- 1) накреслити схему електричну принципову мережі і приймача, де необхідно установити ватметри для вимірювання активної потужності всієї системи;
- 2) лінійні струми  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ ;



- 3) активну потужність трифазної системи і побудувати векторні діаграми напруг і струмів;
- 4) за векторною діаграмою визначити струм у нейтральному проводі.

Таблиця В.19 – Варіанти завдань до задачі В.5.2

Номер варіанта	$n_A$	$n_B$	$n_C$	$P_L$ , Вт	$U_L$ , В
1	25	20	30	500	380
2	30	50	25	150	220
3	10	20	40	300	380
4	60	30	45	100	220
5	20	40	60	200	380
6	20	10	30	300	200
7	25	30	15	200	380
8	30	50	20	150	220
9	40	20	10	500	380
10	50	40	60	100	220

**Задача В.5.3**

У трифазну мережу включені за схемою трикутник три групи ламп. Лінійна напруга мережі  $U_L$  і опори кожної групи  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$  наведені в табл. В.20.

Визначити фазні значення струмів і напруг для двох випадків:

- мережа симетрична;
- мережа несиметрична – обрив однієї з фаз.

Для випадку а) накреслити в масштабі векторну діаграму струмів, з якої графічно визначити лінійні струми. Накреслити схеми електричні принципові для двох випадків, де необхідно позначити лінійні й фазні струми.

Таблиця В.20 – Варіанти завдань до задачі В.5.3

Номер варіанта	$U_L$ , В	$R_A$ , Ом	$R_B$ , Ом	$R_C$ , Ом	У якій фазі розплавилася вставка
11	220	10	5	7,5	А
12	380	12	18	10	В
13	220	4	6	8	С
14	380	20	15	10	А
15	220	5	10	4	В
16	380	16	10	20	С
17	220	10	10	10	А
18	380	19	38	38	В
19	220	10	4	5	С
20	380	20	30	40	А

**Задача В.5.4**

У трифазну мережу з лінійною напругою  $U_L$  включені три однакових резистори опором  $R$ , з'єднані за схемою зірка. Потім резистори перез'єднали в трикутник і включили в мережу з лінійною напругою  $U_L$ .

Визначити, в скільки разів змінилися лінійні струми і потужності, що споживаються з мережі.

Накреслити в масштабі векторну діаграму кола при лінійній напрузі мережі  $U_L$ .

Дані наведені в табл. В.21.

Таблиця В.21 – Варіанти завдань до задачі В.5.4

Номер варіанта	$R$ , Ом	$U_L$ , В
21	11	380
22	25,4	220
23	14,7	220
24	22	380
25	20	220
26	10	220
27	3,5	127
28	5	380
29	12,7	220
30	14,5	380

**Задача В.5.5**

Для електричного кола, схема якого зображена на рис. В.16 за заданими у табл. В.22 параметрами і лінійною напругою, визначити фазні і лінійні струми, струм у нейтральному проводі (для чотирипровідної схеми), активну потужність усього кола і кожної фази окремо. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг на комплексній площині.

Таблиця В.22 – Варіанти завдань до задачі В.5.5

Номера		$U_L$ , В	$R_a$ , Ом	$R_b$ , м	$R_c$ , Ом	$X_a$ , Ом	$X_b$ , Ом	$X_c$ , Ом	$R_{ab}$ , Ом	$R_{bc}$ , Ом	$R_{ca}$ , Ом	$X_{ab}$ , Ом	$X_{bc}$ , Ом	$X_{ca}$ , Ом
вар.	рис. В.16													
0	1	127	8	8	8	6	6	6	-	-	-	-	-	-
1	1	220	8	8	8	6	6	6	-	-	-	-	-	-

Продовження таблиці В.5.5

Номера		$U_{Л, В}$	$R_a, Ом$	$R_b, м$	$R_c, Ом$	$X_a, Ом$	$X_b, Ом$	$X_c, Ом$	$R_{ab}, Ом$	$R_{bc}, Ом$	$R_{ca}, Ом$	$X_{ab}, Ом$	$X_{bc}, Ом$	$X_{ca}, Ом$
вар.	рис. В.16													
2	1	380	8	8	8	6	6	6	-	-	-	-	-	-
3	2	127	3	4	6	4	3	8	-	-	-	-	-	-
4	2	220	8	4	6	4	3	8	-	-	-	-	-	-
5	2	380	8	4	6	4	3	8	-	-	-	-	-	-
6	3	127	4	8	6	3	4	8	-	-	-	-	-	-
7	3	220	4	8	6	3	4	9	-	-	-	-	-	-
8	3	380	4	3	6	8	4	8	-	-	-	-	-	-
9	4	127	16.8	8	8	14.2	6	4	-	-	-	-	-	-
10	4	220	16.8	8	8	14.2	6	4	-	-	-	-	-	-
11	4	380	16.8	8	8	8	6	4	-	-	-	-	-	-
12	5	127	10	-	-	-	10	10	-	-	-	-	-	-
13	5	220	10	-	-	-	10	10	-	-	-	-	-	-
14	5	380	10	-	-	-	10	10	-	-	-	-	-	-
15	6	127	-	-	-	-	-	-	8	8	8	6	6	6
16	6	220	-	-	-	-	-	-	8	8	8	6	6	6
17	6	380	-	-	-	-	-	-	8	8	8	6	6	6
18	7	127	-	-	-	-	-	-	8	4	6	4	3	8
19	7	220	-	-	-	-	-	-	8	4	6	4	3	8
20	7	380	-	-	-	-	-	-	8	4	6	4	3	8
21	8	127	-	-	-	-	-	-	4	8	6	3	4	8
22	8	220	-	-	-	-	-	-	4	8	6	3	4	8
23	8	380	-	-	-	-	-	-	4	8	6	3	4	8
24	8	127	-	-	-	-	-	-	16.8	8	3	14.2	6	4

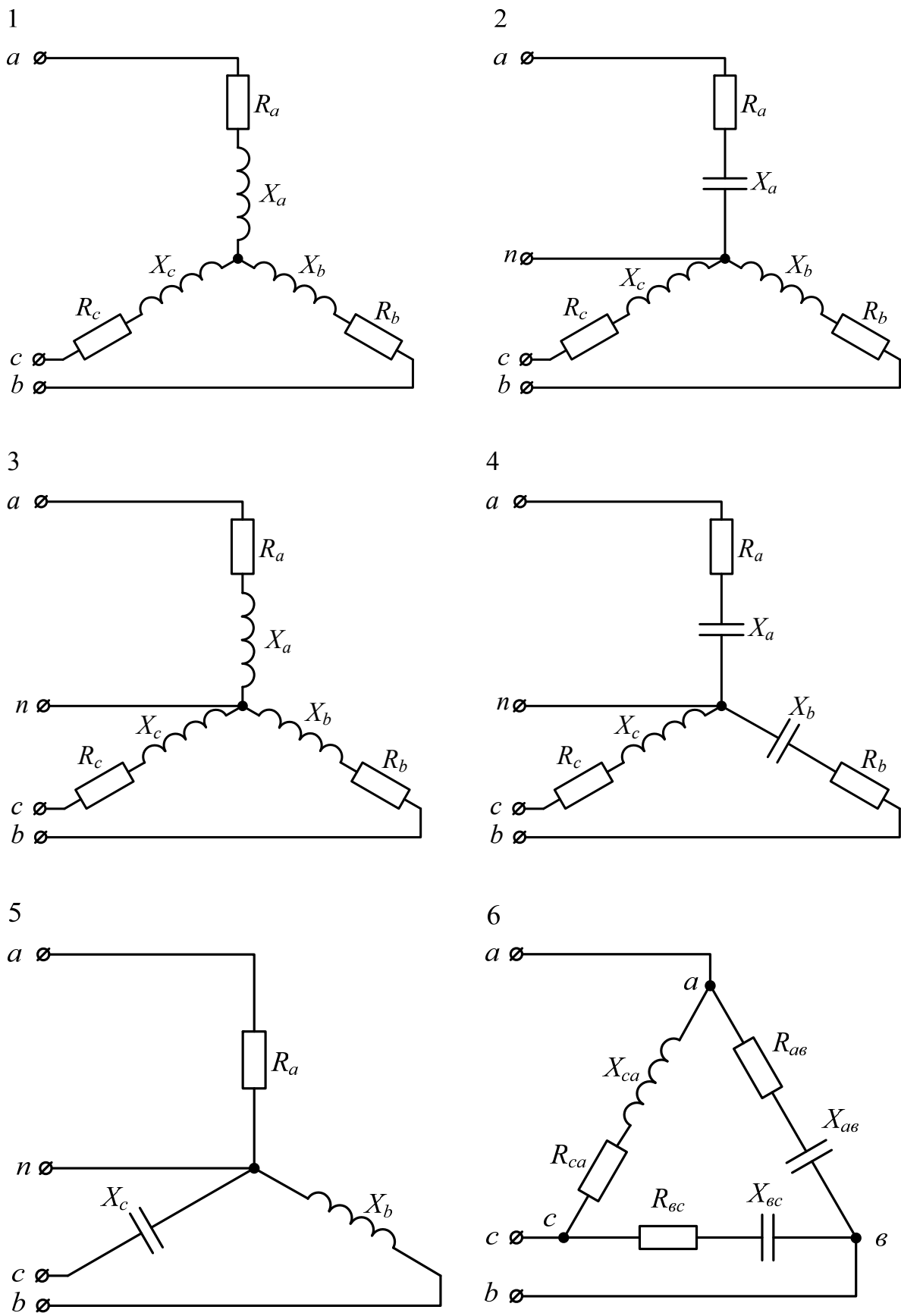


Рисунок В.16 – Схеми до задачі В.5.5

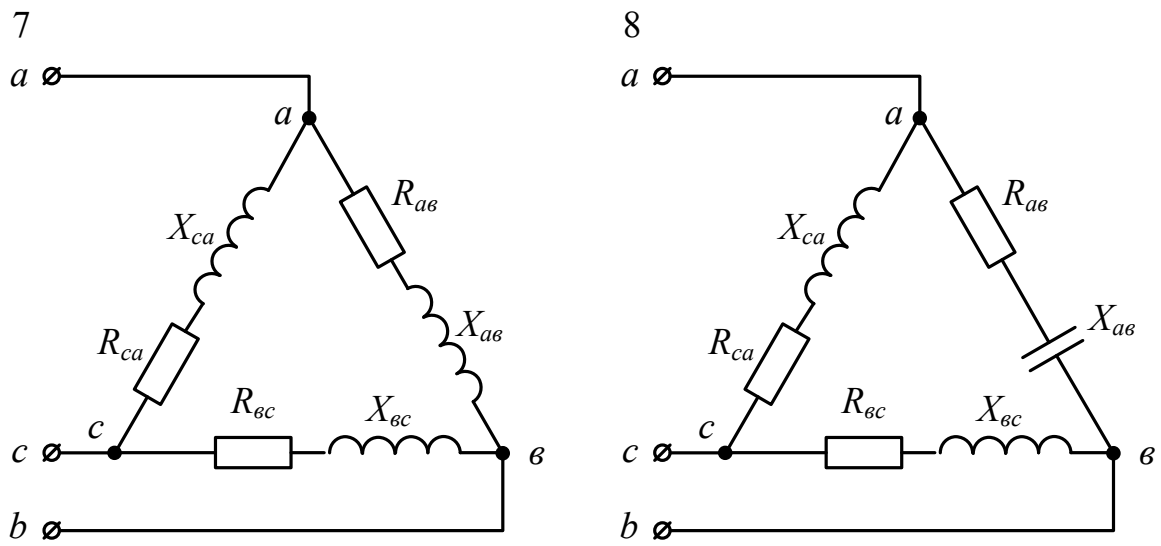


Рисунок В.16, аркуш 2

---

**Література**

1. Розводюк М. П., Блінкін Є. Я., Ткач В. С.. Електротехніка. Частина І. Дослідження електричних кіл. Навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2006. – 206 с.
2. Паначевний Д. І. Курс електротехніки. – Харків: ХАІ, 1999. – 88 с.
3. Борисов Ю. М., Клепатов В. М., Зорин Ю. М. Электротехника. – М.: Высшая школа, 1985. – 552 с.
4. [http://toe.stf.mrsu.ru/Demo\\_versia/book/index.htm](http://toe.stf.mrsu.ru/Demo_versia/book/index.htm) – Електронний учебник по електротехнике и электронике
5. Трегуб А. П. Электротехника / Под ред. Э. В. Кузнецова. – К.: Вища школа, Головное изд-во, 1987. – 600 с.
6. Баланівський С. М. Загальна електротехніка. – Львів, 2003.
7. Паначевний Д. І. Курс електротехніки. – Харків: ХАІ, 1999. – 88 с.
8. Мурзін В. К. Загальна електротехніка. – Полтава, Кременчук, 2001. – 323 с.
9. Паначевний Д. І., Звергун Ю. С. Загальна електротехніка. Теорія і практика. – К.: Каравела, 2003. – 438 с.
10. <http://energo.vstu.vinnica.ua/tepe/posibniks.htm> – Карпов Ю. О., Магас Т. Є., Ведміцький Ю. Г. Перехідні процеси в лінійних електричних колах
11. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. Учебник для вузов / К. С. Демирчан, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2003. – 576 с.
12. Кузовкин В. А. Теоретическая электротехника. Учебник/ – Москва: Логос, 2005.- 480 с.
13. <http://www.techno.edu.ru/db/msg/2839.html> – Электронный учебник: Электротехника
14. <http://elib.ispu.ru/library/electro1/index.htm> – К. В. Куликов. ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА (Часть I)

## Глосарій

- Активна потужність – active power  
Активний опір – active resistance  
Векторна діаграма – vectorial diagram  
Вольт-амперна характеристика – volt-ampere  
Вузлові потенціали – main potential  
Діючий – working, in force  
Електричне коло – electric circle  
Електрорушійна сила – electro-motive force  
Електротехніка – electric engineering, electrotechnology  
Ємність – capacity  
Закон Кірхгофа – Kirgoff's law  
Закон Ома – Ohm's law  
Індуктивність – inductance  
Коефіцієнт потужності – power factor  
Комплексна амплітуда – complex amplitude  
Комутація – commutation  
Контурний струм – contour current  
Кутова частота – pulsatance  
Лінійна напруга – line voltage  
Лінійний провід – line conductor  
Метод комплексних величин – method of complex values  
Миттєвий – instantaneous  
Напруга – voltage  
Напруга зсуву нейтралі – voltage of neutrality displacement  
Нейтральний провід – midpoint conductor  
Нелінійний елемент – nonlinear element  
Опір – resistance  
Перехідний процес – transitional process  
Повна потужність – absolute power  
Провідність – conductivity



Реактивна потужність – reactive power, jet power

Резонанс напруг– power resonance

Резонанс струмів – current resonance

Середньоквадратичне значення – average quadratic value

Струм – current

Трифазна система – threephase system

Фаза – phase

Фазна напруга – phase voltage

Навчальне видання

**Михайло Петрович Розводюк**

**Євген Якович Блінкін**

## **Електротехніка**

**Контрольні та розрахунково-графічні роботи для студентів  
неенергетичних спеціальностей**

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлено М. П. Розводюком

Редактор Т. О. Старічек

Науково-методичний відділ ВНТУ

Свідоцтво Держкомінформу України

серія ДК №746 від 25.12.2001 р.

21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ

Підписано до друку

Формат 29,7 x 42 ¼

Гарнітура Times New Roman

Папір офсетний

Друк різнографічний

Тираж \_\_\_\_\_ прим.

Зам № \_\_\_\_\_

Ум. друк. арк.

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі

Вінницького національного технічного університету

Свідоцтво Держкомінформу України

серія ДК №746 від 25.12.2001 р.

21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ