

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**І. М. Меть, А. С. Моргун**

**МОДЕЛЮВАННЯ СУМІСНОЇ РОБОТИ  
КАРКАСНИХ БУДІВЕЛЬ З ОСНОВАМИ  
ТА ФУНДАМЕНТАМИ**

Монографія

Вінниця  
ВНТУ  
2013

УДК 624.044:624.15:624.94+519.642

ББК 38.112:38.58:38.53+22.161.6

М 54

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 9 від 25.04.2013 р.)

Рецензенти:

**І. П. Бойко**, доктор технічних наук, професор

**О. А. Савицький**, доктор технічних наук, старший науковий співробітник

**М. Ф. Друкований**, доктор технічних наук, професор

**Меть, І. М.**

М 54    Моделювання сумісної роботи каркасних будівель з основами та фундаментами / І. М. Меть, А. С. Моргун. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 142 с.

ISBN

В монографії наведено огляд сучасних методик врахування сумісної роботи системи «будівля–фундамент–основа», викладено теоретичні основи дослідження взаємодії такої системи, застосувавши метод граничних елементів з використанням дилатансійної моделі пластичної течії. Проведено числові дослідження взаємодії будівлі, фундаментних конструкцій та основи за методом скінчених елементів та методом граничних елементів. Монографія розрахована на науковий та інженерно-технічний персонал, який займається розрахунком будівельних конструкцій сучасними числовими методами, а також на студентів та аспірантів інженерно-будівельних спеціальностей.

**УДК 624.044:624.15:624.94+519.642**

**ББК 38.112:38.58:38.53+22.161.6**

**ISBN**

© І. Меть, А. Моргун, 2013

## ЗМІСТ

ЗМІСТ .....	3
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ .....	6
ВСТУП.....	7
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД РОБІТ З ДОСЛІДЖЕНЬ НДС СИСТЕМИ «НАЗЕМНА СПОРУДА–ФУНДАМЕНТ–ОСНОВА» .....	9
1.1 Сучасні числові методи розрахунку.....	9
1.2 Загальна характеристика існуючих програмних комплексів, що дозволяють виконувати математичне моделювання, їх переваги та недоліки .....	10
1.3 МСЕ як математична основа для числового моделювання висотних будівель .....	12
1.4 Стан питання з досліджень взаємовпливу НДС наземної та підземної частини будівель.....	15
1.5 Уявлення про теорії деформування ґрунтів. Теорії пластичності. ....	22
РОЗДІЛ 2 ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ РОЗРАХУНКУ НДС СИСТЕМИ «БУДІВЛЯ–ФУНДАМЕНТ–ОСНОВА».....	32
2.1 Основні критерії складання розрахункових моделей висотних будівель .....	32
2.2 Етапи створення конструктивної схеми будівель .....	39
2.3 Аналіз НДС ґрунтових основ будівель методом граничних елементів .....	42
2.3.1 Основне співвідношення МГЕ. Апроксимація інтегрального співвідношення.....	43
2.3.2 Загальний вигляд числової процедури розв’язання граничної задачі механіки твердого деформованого тіла. .	46

2.4 Елементи теорії пластичного деформування ґрунту.....	50
РОЗДІЛ 3 МЕТОДИ ВРАХУВАННЯ СУМІСНОЇ РОБОТИ НАЗЕМНОЇ ТА ПІДЗЕМНОЇ ЧАСТИН БУДІВЛІ.....	53
3.1 Визначальні фактори, що впливають на сумісну роботу наземної та підземної частини висотних будівель.....	53
3.2 Вплив техногенних факторів.....	53
3.3 Дослідження методом граничних елементів деформування круглих в плані фундаментів.....	65
РОЗДІЛ 4 ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВИЗНАЧАЛЬНИХ ФАКТОРІВ НА НДС СИСТЕМИ «БУДІВЛЯ–ФУНДАМЕНТ– ОСНОВА».....	68
4.1 Вплив величини осідання будівлі на перерозподіл зусиль в системі «будівля–фундамент–основа».....	68
4.2 Вплив жорсткості елементів наземних конструкцій на роботу системи «будівля–фундамент–основа».....	80
4.2.1 Вплив жорсткості горизонтальних елементів наземної частини на перерозподіл зусиль при врахуванні сумісної роботи системи «будівля–фундамент–основа».....	83
РОЗДІЛ 5 ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ РЕАЛЬНИХ БУДІВЕЛЬ.....	88
5.1 Дослідження НДС будівлі в м. Вінниці по вул., Пирогова, 89-А..	88
5.2 Дослідження просторової постановки сумісної роботи системи «будівля–фундамент–основа».....	97
5.3 Експериментальні дослідження осідання будівлі.....	104
5.4 Вплив напластунів ґрунтової основи на вибір фундаментної конструкції будівлі в м. Вінниці по вулиці Пирогова, 134.....	106
5.4.1. Плитний варіант фундаментів будівлі по вулиці Пирогова, 134 в м. Вінниці.....	106

5.5 Методи числової реалізації пошуку НДС системи «будівля– фундамент–основа» .....	112
5.5.1. Теоретичні засади розв’язання крайової задачі пошуку НДС в фундаментних конструкціях.....	112
5.5.2 Вибір оптимального варіанту фундаментних конструкцій з використанням МСР, МГЕ, МСЕ (ПП Plaxis 3D foundation). .....	114
5.6 Оптимізація пального поля десятиповерхової будівлі в м. Козятині.....	119
ЛІТЕРАТУРА.....	127

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ДБНіП	державні будівельні норми і правила
ЕОМ	електронно-обчислювальна машина
МГЕ	метод граничних елементів
МСЕ	метод скінченних елементів
МСР	метод скінченних різниць
НДС	напружено-деформований стан
ПК	програмний комплекс
САПР	системи автоматизованого проектування
СЕ	скінченний елемент
СЛАР	система лінійних алгебраїчних рівнянь

## ВСТУП

В сучасному міському будівництві домінує багатоповерхове житлове будівництво з чіткою тенденцією до збільшення поверховості будівель, яке піднімає навантаження на основи до 1 МПа. Несучим остовом таких будівель є каркас з монолітного залізобетону, робота якого з основами, з точки зору раціонального проектування, вивчена недостатньо. Тому сучасний проект споруди потребує тісної співпраці конструктора та геотехніка ще на етапі архітектурного вирішення з метою уникнення помилок, пов'язаних з недостатнім врахуванням властивостей ґрунтів. Успішне розв'язання задачі потребує використання новітніх інструментів розрахунку системи «будівля–фундамент–основа» з залученням пружно-пластичних моделей основи. Поняття «система» широко використовується майже у всіх областях науки і техніки, її описують набором математичних абстракцій із залученням математичних апаратів (диференціальні та інтегральні обчислення). Розрахункові рівняння стану системи (математична модель) мають слугувати для вивчення кола питань, пов'язаних з уявленнями про структуру, функціонування системи, взаємозв'язок між різними параметрами системи.

Сучасна методика проектування основ заснована на ідеї, що опір основи має перебільшувати напруження, які в них розвиваються без надмірних запасів міцності. Тому при вирішенні практичних задач фундаментобудування виникає необхідність якомога точніше оцінити міцність ґрунтів, вивчити їх напружено-деформований стан. Урахування сумісної роботи системи «будівля–фундамент–основа» є одним з основних принципів проектування основ і фундаментів в сучасних нормативних документах – ДБН В.2.1-10-2009 «Основи і фундаменти будівель та споруд», які включають прямі вказівки щодо необхідності проведення сумісних розрахунків. Адже будівля в процесі свого існування знаходиться в постійному контакті та взаємодії з ґрунтовою основою, яка є найбільш слабкою ділянкою в системі. Деформації ґрунтового середовища характеризуються одночасним протіканням великої кількості складових фізико-механічних процесів. Для пористого середовища ґрунту характерними є деформації зсувів та зміни об'єму,

які залежать від явищ контракції та дилатанції.

Як відомо, кошторисна вартість будівництва фундаментів сягає близько 40% загальної вартості будівлі. Тому надійне та економічне проектне вирішення фундаментних конструкцій може дати аналіз напружено-деформованого стану (НДС) системи «будівля–фундамент–основа» в цілому. Розв’язання такої багатофакторної контактної задачі взаємовпливу наземної та підземної частини будівлі можливе лише при орієнтації на нові технології розрахунку із застосуванням засобів числового моделювання та розгляду процесу деформування ґрунтової основи в нелінійній постановці. Оскільки сучасне числове моделювання є найбільш доступною якщо не єдиною технологією прогнозування зміни поведінки об’єкту при цілеспрямованій зміні входних параметрів нелінійної моделі.

Крім того, викладеними в ДБН методиками розрахунку не вичерпується вся різноманітність проблеми, яку висуває практика проектування в будівництві. Пластичні деформації та складні інженерно-геологічні умови призводять до значного перерозподілу зусиль, який нерідко здійснює значний вплив на НДС всієї системи, розвантажуючи окремі ділянки системи «будівля–фундамент–основа» та довантажуючи інші.

При дослідженні динамічних характеристик, в спектрі частот при врахуванні основи з’являються додаткові піки, що змінюють картину спектра, підтверджуючи наявність взаємодії наземної та підземної частин будівлі. Це обумовлює необхідність урахування в розрахункових моделях будівлі роботи ґрунтової основи, якій властива різка неоднорідність, дисперсність складу, значно менша жорсткість в порівнянні з наземною частиною.

Таким чином, споруда є чутливим індикатором зміни НДС однієї з її частин, тому врахування перерозподілу зусиль між складовими системи «будівля–фундамент–основа» сприятиме реалізації наявних резервів несучої здатності системи, при збереженні надійності, більш достовірній оцінці її експлуатаційних якостей і може вказувати на доцільність заходів покращення міцнісних та деформативних характеристик системи.



# РОЗДІЛ 1

## ОГЛЯД РОБІТ З ДОСЛІДЖЕНЬ НДС СИСТЕМИ «НАЗЕМНА СПОРУДА–ФУНДАМЕНТ–ОСНОВА»

### 1.1 Сучасні числові методи розрахунку

Сучасні числові методи розрахунків є своєрідним мостом між теорією споруд та механікою твердого деформованого тіла з однієї сторони та потребами практики проектування з іншої. Серед методів розрахунку конструкцій з використанням ЕОМ слід виділити основну групу – це методи розв’язання крайових задач будівельної механіки та механіки деформованого тіла: метод скінченних різниць (МСР), метод скінченних елементів (МСЕ), метод граничних елементів (МГЕ) а також їх модифікації.

Ці методи пропонують розглядати систему із 15 диференціальних рівнянь в частинних похідних одним із двох підходів. У першому випадку – застосовують апроксимацію диференціальних операторів в рівняннях більш простими алгебраїчними співвідношеннями (кінцево-різницевиими), що діють у вузлах дискретизованої області. Такий підхід отримав назву скінченних різниць. Цей метод є одним із перших числових методів розв’язання крайових задач. Його можна застосовувати до будь-якої системи диференціальних рівнянь, але врахування граничних умов задачі часто є громіздкою та важко програмованою задачею. Точність числового розв’язку залежить від кількості вузлів (кроку дискретизації), тому для отримання адекватних результатів доводиться мати справу з системами алгебраїчних рівнянь доволі високого порядку.

Другий підхід до розв’язання крайової задачі базується на використанні МСЕ, відповідно до якого суцільне середовище розбивається на ряд елементів, які можна розглядати як окремі частини. Цей метод може застосовуватись як на варіаційних принципах, так і на більш загальних виразах методу зважених нев’язок.

Альтернативним числовим методом є МГЕ, який використовує повернену дискретизацію досліджуваного об’єкта, тому для тривимірної задачі фундаментобудування це більш ефективний метод. МГЕ фактично став розвитком теорії потенціалу на основі сучасних методів апроксимації, що були удосконалені в рамках МСЕ. Розв’язок конкретних задач роз-

рахунку конструкцій та підвалин з використанням МГЕ можливий при наявності відповідного фундаментального розв'язку (точної або наближеної функції Гріна). Розрізняють два підходи до формулювання задачі для розв'язання МГЕ: прямий – формулювання на основі формули Сомільяни та непрямий – зведення розв'язання до знаходження щільності потенціалу. В тому чи іншому випадку задача зводиться до перетворення вхідних розрахункових диференціальних рівнянь в еквівалентну систему інтегральних рівнянь. Така операція дає можливість отримати систему рівнянь, що відноситься до границі області. Це приводить до того, що в МГЕ потрібно дискретизувати лише поверхню, а не всю область, як це потрібно робити при застосуванні МСЕ. МГЕ знайшов використання в задачах пов'язаних з теорією потенціалу, теорією пружності, пластичності, в'язкопластичності, в питаннях теорії теплопровідності, в розрахунках згинання тонких пластин, коливань деформованих тіл, розповсюдженні хвиль в середовищах, динаміці рідини та багатьох інших [146].

Таким чином, в зв'язку з можливістю використання ЕОМ в розрахунках підвалин та фундаментів, актуальним питанням є розробка методик використання МГЕ, які мають значні переваги в порівнянні з іншими числовими методами, особливо для областей з нескінченними границями [83, 95].

## **1.2 Загальна характеристика існуючих програмних комплексів, що дозволяють виконувати математичне моделювання, їх переваги та недоліки**

Можливість отримання точних розв'язків для прикладних задач теорії пружності обмежена. Як для плоских, так і для просторових задач точні розв'язки можна отримати для областей з геометрично простими границями. З цієї причини давно усвідомлена необхідність використання ефективних числових методів. Потужний сучасний метод досліджень – числовий експеримент (для деяких задач єдиноможливий) об'єднує фізичний зміст задачі, її математичне формулювання і числовий спосіб розв'язання. Проблему прогнозування поведінки сучасної висотної споруди (системи «будівля–фундамент–основа») можна вирішити лише засобами числового моделювання з використан-

ням швидкодійних електронних обчислювальних машин (ЕОМ) та сучасних числових методів розв'язання крайових задач – методу скінченних елементів (МСЕ) та методу граничних елементів (МГЕ).

Сучасні ЕОМ та інформаційні технології ліквідували бар'єр між проектувальником та програмним забезпеченням. Зараз ЕОМ виступає незмінним інструментом, без якого немислима робота інженера-будівельника. В першу чергу це програми для підготовки креслень та, звичайно, розрахункові програмні комплекси (ПК) [96, 108]. Сучасні ПК дають можливість глибокого аналізу конструктивних вирішень. Інколи задача проектування поставлена недостатньо чітко і можливі зміни під час проектування. Тому процес проектування досить часто має ітераційний характер, при виконанні цих ітерацій вирішуються проблеми економічності, міцності та безпеки споруди.

В даний час існує більше сотні програмних комплексів, в більшій або меншій мірі орієнтованих на розрахунок конструкцій [20, 26]. Всіх їх об'єднує реалізація МСЕ в переміщеннях. Це говорить про те, що ще не знайдена дієва альтернатива МСЕ в переміщеннях, хоча цей метод має деякі недоліки при розрахунках наземної частини споруди: не враховуються граничні умови на межі лінійного контакту сусідніх елементів, які відображають значення зусиль і напружень в цій же зоні, збіжність розв'язків по напруженнях значно менша, ніж по переміщеннях, навіть у разі, коли дослідника цікавлять параметри НДС в локальній зоні, у будь-якому випадку необхідно розглядати скінченно-елементну модель всієї конструкції [16].

Як наслідок, ейфорія від можливостей МСЕ характерна для перших етапів його розвитку вже давно пройшла.

Серед сучасних ПК можна виділити найбільш продуктивні ПК, більшість з яких дозволяє враховувати фізичну та геометричну нелінійність роботи матеріалу споруди: SCAD, ALLPLAN, STRUDL, ANSYS, ROBOT, DIANA, STARK, ЛІРА-САПР, АСНД «VESNA».

Для фахівця, що займається безпосередньо проектуванням будівельних об'єктів, безумовно, зручнішим у використанні буде ПК, що має конструктивні підсистеми, в яких реалізовані стандарти і норми того регіону, для якого фахівець виконує проектування [26]. Американські програми, що мають конструюючі підсистеми, в основному реалізу-

ють норми США і Канади. Європейські програми, включаючи програмні комплекси STARK і ЛІРА-САПР реалізують Єврокод. В програмних комплексах STARK і ЛІРА-САПР реалізовані також норми країн СНД, тому для цього регіону саме ці програмні комплекси є найпривабливішими.

Поява ЕОМ в кінці 80-их змістила акценти в процесі створення і функціонування проектуючих систем [37, 98]. У проектувальників з'явилась можливість виконувати проектування в режимі реального часу і в повній мірі використовувати переваги системи «інженер-комп'ютер».

ПК ЛІРА-САПР дозволяє досліджувати загальну стійкість моделей що розраховуються, перевірити міцність перерізів елементів за різними теоріями руйнувань, надає можливість проводити розрахунки з врахуванням фізичної і геометричної нелінійності, моделювати процес зведення споруди з урахуванням монтажу і демонтажу елементів. ПК ЛІРА-САПР має інформаційний зв'язок з найбільш поширеними графічними і архітектурними системами (AutoCAD, ArchiCAD, Allplan) [58].

### **1.3 МСЕ як математична основа для числового моделювання висотних будівель**

В сучасних ПК найбільш важливими в практиці проектування є метод скінченних елементів (МСЕ), реалізований у формі переміщень [110]. В МСЕ в формі переміщень шуканими функціями є переміщення, які визначаються із умови мінімуму функціоналу Лагранжа. Вибір саме цієї форми пояснюється простотою її алгоритмізації і фізичної інтерпретації, наявністю єдиних методів побудови матриць жорсткості і векторів навантажень для різних типів скінченних елементів, можливістю врахування довільних граничних умов і складної геометрії конструкції, що розраховується [57, 60, 69, 122, 132, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**]. Реалізований варіант МСЕ використовує принцип можливих переміщень Лагранжа який стверджує, що при переході пружної системи під дією зовнішнього навантаження з недеформованого стану в деформований врівноважений стан сумарна робота,

що здійснюється в цьому процесі зовнішніми і внутрішніми силами, дорівнює нулю. Звідси дійсна робота зовнішніх сил рівна роботі внутрішніх сил з протилежним знаком. Згідно з [37]:

$$a(u, v) = (f, v), \quad (1.1)$$

де  $u$  – шуканий точний розв’язок;  $v$  – будь-яке можливе переміщення;  $a(u, v)$ ,  $(f, v)$  – можливі роботи внутрішніх і зовнішніх сил.

Континуальне середовище розбивається на скінченні елементи  $\Omega$  (фрагменти), призначаються вузли і їх ступені вільності  $L_i$  (переміщення і кути повороту вузлів). Суть принципу фрагментації – взаємодія фрагменту з іншою конструкцією замінюється дією силових або деформаційних факторів в місцях примикання відокремленої частини.

Ступеням вільності відповідають базисні (координатні, апроксимуючі) функції  $\mu_i$ , відмінні від нуля тільки на відповідних вершинах елементів і, що задовольняють умову

$$L_j \mu_i = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases}. \quad (1.2)$$

Наближений розв’язок  $U_h$  шукається у вигляді лінійної комбінації базисних функцій

$$U_h = \sum_{i=1}^N u_i \mu_i, \quad (1.3)$$

де  $u_i$  – числа;  $N$  – кількість ступенів вільності.

Оскільки розв’язання нелінійних задач зводиться до послідовності лінійних, то виникає потреба розгляду основ розв’язку лінійної задачі [150].

Підставляючи в (1.1)  $U_h$  замість  $U$  і  $\mu$  ( $j=1, \dots, N$ ) замість  $v$ , отримаємо систему рівнянь МСЕ

$$\sum_{i=1}^N u_i a(\mu_i, \mu_j) = (f, \mu_j), i = 1, \dots, N. \quad (1.4)$$

Позначивши  $K$  матрицю жорсткості з елементами  $k_{i, j} = a(\mu_i, \mu_j)$ ,  $P$  – вектор навантажень, з елементами  $P_i = (f, \mu_i)$  і  $X$  – шуканий вектор з елементами  $u_i$ , запишемо систему (1.3) в матричній формі:

$$K \cdot X = P. \quad (1.5)$$

Таким чином, застосування МСЕ зводить задачу до розв’язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (1.5). Розв’язавши її, знаходи-

мо вектор  $X$ , потім з (1.2) – решту компонентів напружено-деформованого стану.

Важливою перевагою викладеного методу [37–41, 128] є те, що матрицю  $K$  і вектор  $P$  отримують підсумовуванням відповідних елементів матриць жорсткості і векторів навантажень, побудованих для окремих скінченних елементів.

Для МСЕ в переміщеннях відомі умови збіжності і оцінки похибки [47, 50]. Умовами збіжності є лінійна незалежність і повнота системи базисних функцій, а також їх сумісність, або умови, що компенсують несумісність. Сумісність означає, що всі базисні функції є можливими переміщеннями. Лінійна незалежність виходить з (1.1). Відомі умови, що легко перевіряються, дозволяють встановити повноту базисних функцій, їх спільність або виконання умов, що компенсують несумісність. Ці умови мають вигляд рівності, яку повинні задовольняти базисні функції на кожному скінченному елементі [67]. Така теоретична основа дозволяє не тільки досліджувати коректність застосування відомих скінченних елементів, але і розробити принципи конструювання нових сумісних і несумісних елементів і отримати для них оцінки похибки.

Після того, як задана конструкція представлена у вигляді скінченно-елементної схеми, завдання про визначення переміщень вузлів зводиться до розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$AX=B, \quad (1.6)$$

де  $A$  – симетрична позитивно визначена матриця розміром  $N \times N$ ;  $B$  – матриця правих частин (завантажень) розміром  $N \times k$  ( $k$  – кількість завантажень);  $X$  – шукана матриця переміщень розміром  $k \times N$ .

Для розв'язання системи (1.6) заздалегідь проводиться трикутне розкладання матриці  $A$ . Якщо в процесі трикутного розкладання матриці  $A$  з'ясується, що  $A$  вироджена, то проводиться автоматичне накладення зв'язків, які забезпечують геометричну незмінність. При цьому користувачеві надається інформація про номери вузлів і номери ступенів свободи, на яких проведено накладення зв'язків. В цьому випадку рекомендується уважно проаналізувати розрахункову схему і з'ясувати походження геометричної змінності конструкції [67].

Додатковим сервісним засобом є контроль розв'язання системи (1.6). При появі повідомлення про значну величину похибки розв'язку, яке як правило є наслідком поганої обумовленості матриці  $A$ , слід уважно проаналізувати величини переміщень вузлів і переконатися в тому, що отриманий розв'язок є прийнятним [37; 38].

#### **1.4 Стан питання з досліджень взаємовпливу НДС наземної та підземної частини будівель**

Складність розв'язання проблеми вдосконалення складання розрахункових схем висотних каркасних будівель, полягає не лише у використанні відповідного програмного комплексу, а насамперед в прийнятті обґрунтованої фізичної моделі, що коректно описує процеси деформування матеріалу середовищ, у виборі розрахункової схеми та реалізації алгоритмів розрахунку, які забезпечують достовірність результатів розрахунку.

Ситуація ускладнюється відсутністю універсального методу чи моделі, які можна застосовувати до будь-якого середовища. Кожна постановка задачі повинна включати аналіз та особливий підхід, що вимагає від сучасного проектувальника не лише вміння правильно розробити документацію, але й мати достатні навички та знання в питаннях чисельного моделювання та механіки ґрунтів [10, 11, 117].

Врахування можливостей сучасних ЕОМ та числових методів відкриває перспективи розв'язання цієї актуальної проблеми сьогодення. Отримання надійних результатів моделювання потребує використання нелінійних пружно-пластичних моделей.

На теперішній день згідно зі зміною № 1 до ДБН В.2.1–10–2009 рекомендується виконувати сумісні розрахунки НДС системи «будівля–фундамент–основа». Диференціація та розгляд окремих частин процесу деформування будівлі потребує врахування і взаємодії цих складових частин суцільного об'єкта «будівля–фундамент–основа» [103, 136].

Врахування сумісної роботи системи приводить до перерозподілу внутрішніх зусиль в системі. Взаємовплив ЕОМ, числових методів та інженерної практики створюють принципові передумови до переходу

від задач розрахунку окремих елементів споруди (перший крок в загальному ітераційному процесі розрахунку), до розгляду споруди як єдиної системи «будівля–фундамент–основа». Сучасні висотні будівлі створюють суттєві локальні навантаження (до 1 МПа) в наслідок значної маси залізобетонних конструкцій та великої парусності стін [9, 64].

Надійне та економічне проектне вирішення споруди може дати аналіз роботи цілісної системи «будівля–фундамент–основа», оскільки будівля знаходиться в постійному контакті та взаємодії з ґрунтовою основою.

При проектуванні фундаментів на натуральній основі за другим граничним станом – допустимих осіданнях, в залежності від конструкції будівлі, типу фундаменту, ґрунтових умов, зазвичай обмежуються середніми граничними величинами – 10–18 см, відносними прогинами – 0,006–0,0024 довжини ділянки, що згинається [103]. Будівлі при цих осіданнях нормально експлуатуються і ніяких деформацій конструкцій не спостерігається. Однак, при проектуванні пальових фундаментів із висячих паль їх несуча здатність до 1979-го року оцінювалась при осіданні 8–10 мм [8], а на теперішній час – при осіданнях 16–20 мм. Таким чином, гранично допустимі осідання фундаментів із висячих паль в 6–9 разів менші величини граничного значення середнього осідання будівлі (відповідно до ДБН В.2.1–10–2009 «Основи і фундаменти будівель та споруд»), отже прийнята на теперішній час методика визначення несучої спроможності висячих паль, при вище згаданих граничних осіданнях, дає значний запас.

Крім того, робота пального поля із висячих паль відрізняється від роботи одиночної палі. При роботі паль в пальному полі значно змінюється характер і закономірності передачі навантаження на ґрунт. На величину активної зони і осідання пального поля впливають відстань між палями, їх число, обпирання ростверку на ґрунт, зміна ґрунтових умов в активній зоні та багато інших факторів. Для палих фундаментів характерне плавне зростання осідань в міру збільшення навантажень.

Прогнозування можливих наслідків дії осідання основи на конструкції будівлі на етапі проектування об'єкта є складною багатофакторною задачею. На сьогоднішній день таке прогнозування можливе



лише при орієнтації на нові технології розрахунку із застосуванням засобів числового моделювання.

Сучасне діагностування будівельних об'єктів засновано на наукових платформах, які швидко розвиваються і дозволяють удосконалювати розрахункові схеми, піднімати рівень їх адекватності. Процедура моделювання поведінки будівлі в цій роботі реалізується на основі методу скінченних елементів (наземна частина) та методу граничних елементів (підземна частина). Розрахунок надземних конструкцій з використанням числових методів на теперішній час успішно ввійшло в повсякденну практику проектування. Для проектувальників стало звичним використовувати традиційні підходи до моделювання роботи наземних конструкцій. Конструкції наземної частини будівель моделюються стержневими і пластинчатими (оболонковими) елементами. Як вказано вище, існує велика кількість як вітчизняних, так і зарубіжних програм, що дозволяють розглядати конструкції, набрані із такого типу скінченних елементів із відповідної бібліотеки СЕ сучасних ПК.

При виконанні розрахунків в таких відомих програм як SCAD, ЛРА-САПР, ROBOT дуже важливою є можливість розрахункових схем вільно конвертуватись в середовище одне одного. Це ж відноситься і до креслень, виконаних в програмних комплексах AutoCAD, ArchiCAD, Компас.

Мотивацією розгляду сумісної роботи системи «будівля–фундамент–основа» став той факт, що використання традиційних нормативних методик розрахунку призводить до значних похибок.

В сучасних документах [103], що регламентують проектування основ висотних будівель, рекомендуються інженерні методики розрахунку осідань фундаментів на натуральній основі, які використовують схему «пошарового підсумовування». Такий підхід теоретично менш обґрунтований ніж використання тривимірного пружнопластичного підходу на основі МСЕ. Та при використанні МСЕ виникають відомі труднощі, починаючи від вибору моделі ґрунту і забезпечення її достовірними значеннями параметрів, закінчуючи вибором розмірів розрахункової області. В цьому випадку ефективність числового прогнозу залежить від низки важко визначуваних факторів.

На теперішній час проектування несучих конструкцій будівлі ба-

зується на припущенні, що споруда опирається на стискувану основу. В наслідок чого, підстилаючий ґрунт деформується від ваги споруди.

На відміну від припущень у застарілих нормах, в яких припускалось, що подошва споруди залишається плоскою і відповідно осідання усіх точок споруди практично однакове. Коли ж під вагою споруди навантажена поверхня основи прогинається, подошва фундаментної конструкції споруди теж стає зігнутою, це викликає деформування всієї системи. Додаткові напруження, що викликані цією деформацією, не враховувались при проектуванні наземних конструкцій, керуючись застарілими нормама. Та в багатьох випадках вони настільки значні, що можуть погіршити зовнішній вигляд будівлі, або викликати пошкодження в ній. В результаті складності механічних властивостей ґрунтів і впливу особливостей напластування основи, осідання будівлі може бути передбачене лише в окремих випадках, та теоретичний аналіз явища осідання необхідний. Досвід показав, що вертикальний (контактний) тиск може бути розраховано з достатньою точністю при припущенні, що основа будівлі є пружною та однорідною.

Після того як проектувальник визначив розміри фундаментів таким чином, щоб нерівномірність осідання не була дуже великою і загрозовою для споруди, він має розрахувати їх на міцність. Для цього визначаються згинальні моменти і поперечні сили в тих елементах фундаменту, що передають навантаження від будівлі на ґрунт. Тиск, що діє на подошві фундаментів чи фундаментної плити на ґрунт, називається контактним тиском.

В схемі «плита–жорсткий штамп» – поверхня деформованої під навантаженням основи має збігатися з подошвою штампа, тобто площиною. Хоч ця схема урахування жорсткості конструкцій будівлі в деякому сенсі є «найпростішою», вона в основному відображає реальність завантаження основи саме для висотних будівель, для яких плита більша 1...1,5 м забезпечує значну жорсткість конструкції в тому числі для перших поверхів. Подальше збільшення поверховості будівлі (зазвичай монолітно-каркасного типу) робить робочу схему взаємодії «штамповою» моделлю. Епюри контактних тисків по подошві жорсткого фундаменту для різних фундаментів на початковій фазі завантаження ( $p_1$ ) та коли навантаження на фундамент сягнуло граничного ( $p_{гр}$ ) мають різні окреслення (рис. 1.1а, б).

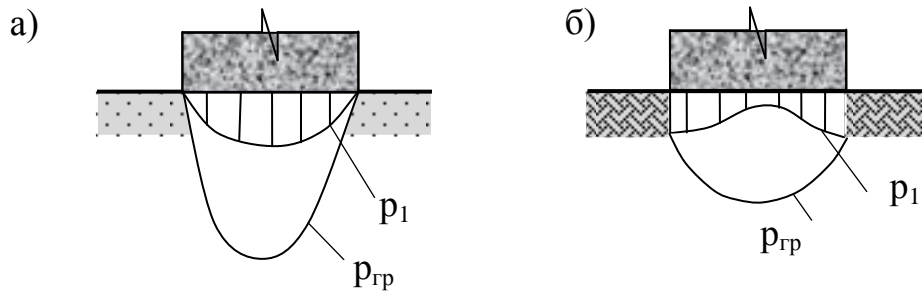


Рисунок 1.1 – Розподіл контактної тиску по підшві гладкого жорсткого фундаменту на основі із: піску без зчеплення (а); ґрунту проміжного між чисто зв’язними ґрунтами (глинами) та чисто сипучими (пісками) (б).

Основна різниця в рівні напружень спостерігається в місцях порушення неоднорідності структури. Якщо фундамент чи плита не є абсолютно жорсткими, то розподіл реакцій ґрунту залежить від жорсткості фундаменту на згин (рис. 1.2). Як видно із рис. 1.1 співвідношення між деформаціями основи і контактним тиском по підшві жорсткого фундаменту є далеко не простим. Коли ж фундамент гнучкий, то це співвідношення стає ще більш складним і, навіть, грубе визначення епюри дійсного контактної тиску є надто громіздким.

Та не знаючи хоча б наближеного контактної тиску, неможливо проектувати фундаментні плити. Тому загально прийнято визначати контактний тиск на основі спрощених допусків і корегувати похибку, викликану цими припущеннями, шляхом введення коефіцієнта запасу.

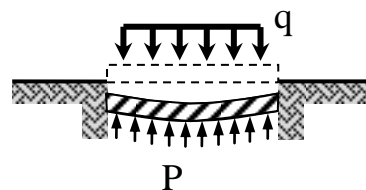


Рисунок 1.2 – Пружна плита на пружній основі під дією розподіленого навантаження

Спрощені прийоми в нормах, що діяли раніше, та класичних методиках розрахунку основ [21, 36, 62] засновані на припущенні, що осідання  $s$  будь-якого елемента навантаженої площі абсолютно не залежить від навантаження на прилеглі елементи. Далі приймається, на відміну від дійсності, що співвідношення (1.7) між інтенсивністю  $P$  тиску на елемент і відповідним осіданням  $s$  буде постійним і рівним  $K$  ( $\text{кН/м}^3$ ). На відміну від дійсного контактної тиску, який діє по пі-

дошві фундаменту, фіктивний тиск  $P$ , що задовольняє (1.7), називається реакцією пружної постелі. Коефіцієнт  $K$  називають коефіцієнтом постелі.

$$K = \frac{P}{S} \quad (1.7)$$

Двокомпонентна модель Пастернака, (наявність другого коефіцієнта постелі, що враховує розподільчу здатність ґрунту та вплив горизонтальних напружень) приводить до надмірного розвитку мульди осідання через значну ступінь спрощення роботи масиву ґрунту [62]. Спрощені моделі роботи основи не враховують нелінійність роботи ґрунту за межами його розрахункового опору з використанням традиційних характеристик, що визначаються при інженерно-геологічних вишукуваннях.

Коли розподіл навантаження по основі є надто нерівномірним, то додаткові напруження в конструкціях, обумовлені нерівномірністю осідання, можуть бути значно понижені в результаті розподілу споруди на блоки за допомогою суцільних вертикальних швів.

При дослідженні НДС споруд виникає необхідність урахування особливостей деформування комбінованих систем (складаються із стержнів, пластин, оболонок) та особливостей конструювання вузлів, що мають різну піддатливість при різних впливах. Регулювання НДС як окремих конструкцій, так і системи в цілому відкриває можливість оптимізації параметрів будівлі.

На теперішній час реалізація прийнятого конструктивного рішення здійснюється на основі одного з вищезгаданих програмних комплексів та включає такі етапи:

- аналіз прийнятого конструктивного рішення;
- компоновка адекватної розрахункової схеми;
- скінченно-елементне моделювання;
- реалізація обчислень, візуалізація та аналіз результатів розрахунку.

При діагностуванні наземної частини споруди крайова задача механіки замінюється задачею знаходження мінімуму функціоналу (виразу повної потенціальної енергії роботи системи, потенціалу Лагранжа). Координатні функції, що апроксимують шукані (функції стану), підбираються з точки зору забезпечення збіжності, точності, обу-

мовленості розв'язків. Це найвідповідальніший етап, оскільки саме він відповідає за збіжність методу.

На етапі дискретизації розміри сітки скінченних елементів зазвичай приймаються на основі двох попередніх розрахунків з послідовним згущенням триангуляційної сітки. Це дає можливість отримати уявлення про точність числового розрахунку. Відносна похибка результатів розрахунку з попередніми розмірами сітки, та наступними (згущення в 1,5 рази) не має перевищувати 1 %. Прийнята дискретна розрахункова схема обумовлювала знаходження НДС об'єкта з розв'язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) високого порядку.

Корені СЛАР дають переміщення у вузлах скінченних елементів, а за ними знаходиться решта компонент НДС. В процесі компоновки розрахункової схеми звертається увага на реалізацію з'єднань СЕ до вузлів системи, що мають різну жорсткість. З'єднання здійснюються за допомогою спеціальних елементів, що мають задану піддатливість по шуканому напрямку і безмежну жорсткість по решті напрямків. Методологія розрахунку наземної частини будівлі відображає основні тенденції сучасних САПР.

Сучасна практика розрахункового обґрунтування конструкцій будівель, що проектуються, їх фундаментів і основ передбачає проведення досліджень НДС повної системи «будівля–фундамент–основа» на обчислювальних комплексах, що в основному реалізують метод скінченних елементів.

З огляду на складність проектного сумісного розрахунку всієї системи, врахування взаємодії будівлі з ґрунтовою основою здійснюється за допомогою коефіцієнтів постелі основи, які визначаються за спрощеними нормативними методиками. А розрахунок ґрунтової основи при взаємодії з фундаментом здійснюється без урахування реальної жорсткості самої будівлі. Вищеназвані розрахунки виконуються з використанням спеціалізованих для розв'язання різних задач обчислювальних програм (програмних комплексів) і ніяк не пов'язані між собою.

В той же час, в реальних умовах розподіл вертикальних переміщень і коефіцієнтів постелі основи по площі фундаменту будівлі далеко не однорідний та залежить від жорсткості будівлі, характеру роз-

поділу навантаження, що передається на фундамент, інженерно-геологічних, міцнісних та деформативних характеристик ґрунтів і багатьох інших факторів.

Питання визначення епюри коефіцієнтів постелі під подошвою фундаменту розглядаються у низці робіт [25, 62].

При проектуванні будівлі основною задачею є забезпечення міцності наземних конструкцій, що безпосередньо залежить від ґрунтового масиву, параметри якого можуть змінюватись під дією різних факторів (сезонні впливи, технологія виконання підземних робіт, додаткове навантаження та ін.)

Переважає більшість сучасних висотних будівель монолітно-каркасного типу. До головної особливості таких будівель слід віднести: більш жорстку конструктивну схему будівлі в порівнянні із збірним каркасом; забезпечення спільної роботи усіх конструктивних елементів таких як колони, пілони, діафрагми, плити перекриття, фундаментні конструкції; наявність перерозподілу зусиль між конструктивними елементами. Правильне використання цих можливостей дозволяє значно поліпшити міцнісні властивості каркасу з одночасним зменшенням його матеріалоемності. Жорсткість фундаментної плити покращується через залучення в роботу міжповерхових перекриттів та вертикальних елементів.

## **1.5 Уявлення про теорії деформування ґрунтів. Теорії пластичності**

Механіка ґрунтів слугує теоретичною основою для розрахунків при виборі типу та розмірів фундаменту будівлі, а також при проектуванні ґрунтових споруд. Тому рівень розвитку механіки ґрунтів суттєво впливає на економічність та надійність прийнятих рішень. Інженери-проектувальники при необхідності врахування взаємодії споруди з ґрунтом стикаються з великою невизначеністю, емпірикою. Це пояснюється тим, що властивості конструкційних матеріалів і методи їх розрахунку розроблені краще. Оскільки ґрунти – це дисперсні утворення, тому вони характеризуються значною неоднорідністю будови,

суттєвою залежністю їх характеристик від рівня і характеру зовнішніх впливів, це природна субстанція [15, 23, 92, 113, 141].

Математична модель ґрунту може формулюватись в межах:

– деформаційної теорії пластичності, заснованої на співвідношеннях, що пов'язують кінцеві величини пластичних деформацій з кінцевими значеннями напружень. Ця теорія не може бути використана при довільних шляхах навантаження [105];

– теорії пластичної течії, розвитку якої сприяли роботи Друкера, Прагера [148]. Ця теорія базується на принципі максимуму швидкості дисипації механічної роботи (принцип максимуму Мізеса), визначає приріст компонентів тензора пластичної деформації, пропорційних градієнту деякої функції

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \left( \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \right) \quad (1.8)$$

яку називають пластичним потенціалом і ототожнюють з функцією навантаження при асоційованому законі пластичної течії, при цьому вектор пластичних деформацій  $\varepsilon_{ij}^p$  перпендикулярний до поверхні текучості  $f$ .

Вибір математичної моделі визначається складністю задачі, необхідністю урахування траєкторії навантаження (послідовності прикладання впливів на ґрунт), урахуванням системних розвантажень (суттєво при дії сейсмічних навантажень).

Математична модель, що засновується на теорії пластичної течії із зміцненням, конкретизується завданням пластичного потенціалу, а модель в рамках деформаційної теорії пластичності – на завданні модулів деформації.

Допустимі навантаження на ґрунтову основу оцінюються за деформаціями, небезпечними з точки зору експлуатації. При виборі математичної моделі для ґрунту необхідно пам'ятати, що ґрунт відрізняється від інших матеріалів своєю багатофазовістю і зміна його пористості пов'язана не лише з сумою головних напружень (ущільнюючим тиском) але з розвитком пластичних деформацій зсуву. Усі ці фактори можуть бути відображені лише за допомогою апарату нелінійної механіки ґрунтів.

Розглянемо теоретичні положення асоційованого та неасоційованого закону пластичної течії. Пружним деформаціям властиве повне відновлення недеформованого стану після зняття навантажень. Крім того пружні деформації залежать лише від величини напружень і не залежать від історії навантаження. Будь-яка деформація, яка виникає як відповідна реакція матеріалу на прикладені навантаження і не відповідає класичним законам теорії пружності (закону Гука), – це незворотна пластична деформація. Незворотні зміщення в результаті ковзання чи дислокації на атомному рівні, що ведуть до залишкових змін, – це пластичні деформації. Такі деформації мають місце лише при інтенсивності напружень, вище деякого порога, відомого як межа пружності, початок текучості.

Основні проблеми теорії пластичності – математичне формулювання співвідношень  $\varepsilon - \sigma$  (фізичних рівнянь стану) та визначення кількісних критеріїв переходу до пластичності.

В пружній області існує однозначна відповідність між  $\varepsilon - \sigma$  де в якості  $\varepsilon$  можна взяти звичайну (технічну) відносну деформацію [66]

$$\varepsilon = e = \frac{l - l_0}{l_0}, \quad (1.9)$$

чи натуральну (логарифмічну)

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln(1 + e) = e - \frac{e^2}{2} + 0(e^3). \quad (1.10)$$

Для малих деформацій ці дві міри майже рівні і часто допустиме нехтування різниці між ними [114].

Теоретичний аналіз порушень в середині ґрунтового масиву потрібно погоджувати з напруженнями. Нехай маємо систему узагальнених сил  $Q_i$  під дією яких виникають узагальнені переміщення  $q_i$ . Згідно I-му началу термодинаміки в процесі деформування має виконуватись закон збереження енергії

$$dA = dE + dG, \quad (1.11)$$

де  $dA = Q_i \cdot dq_i$  – робота зовнішніх сил,  $dE$  – робота внутрішніх сил;  $dG$  – кількість тепла, що отримала система. При адіабатичному та ізотермічному процесах  $dG = 0$ . Проінтегрувавши (1.11) по замкненому шляху деформування та врахувавши, що ми повернемося до по-



переднього значення внутрішньої енергії, інтеграл від  $dE$  рівний нулю, тоді відповідно отримаємо

$$\oint Q_i \cdot dq_i = 0, \quad (1.12)$$

а підінтегральний вираз  $Q_i \cdot dq_i$  – є повним диференціалом деякої функції  $U$ , названої потенціалом сил

$$Q_i = \frac{dU}{dq_i} \quad (1.13)$$

$U=E$  – внутрішня енергія пружного тіла (її ще називають потенціалом сил). Співвідношення (1.13) складає зміст теореми Лагранжа [118, 129]. Із міркувань термодинаміки незворотних процесів узагальнені переміщення можна записати

$$\dot{q}_i = \frac{d\Phi}{dQ_i} \quad (1.14)$$

де  $\Phi$  – потенціал переміщень.

Формула (1.14) складає суть теореми Кастільяно. Виходячи з формулювань основних термодинамічних потенціалів, можна впевнитись, що для адіабатичного стану функція  $\Phi$  являє собою ентальпію, для ізотермічного процесу – вільну ентальпію.

Таким чином фундаментальна залежність (1.12) стверджує, що якщо будь-яка система завантажена системою узагальнених сил  $Q_i$  то в граничному стані виконується умова

$$F(Q_i) = 0, \quad (1.15)$$

при  $F(Q_i) < 0$  течії нема, система є пружною, при  $F(Q_i) > 0$  – це рух, до рівнянь рівноваги потрібно додавати сили інерції. При цьому узагальнені швидкості переміщень  $\dot{q}_i$ , які відповідають узагальненим силам  $Q_i$ , визначаються асоційованим законом течії

$$\dot{q}_i = \lambda \frac{\partial F}{\partial Q_i}, \quad (1.16)$$

де  $\lambda$  – довільний множник.

Асоційований закон течії передбачає, що вектор швидкості деформацій  $\dot{q}_i$  перпендикулярний до поверхні текучості. Вираз (1.12) називають умовою нормальності, оскільки добуток двох перпендикуля-

рних векторів рівний нулю. Вираз  $\lambda \frac{\partial F}{\partial Q_i}$  є вектором швидкостей пе-

реміщень  $\dot{q}_i$ , тому він направлений перпендикулярно до поверхні течії. Тензор напружень  $T_\sigma$  можна прийняти за узагальнені сили, тоді відповідними їм узагальненими швидкостями переміщень буде тензор деформації  $\varepsilon_{ij}$ . Таким чином, пластичний стан середовища настає, коли поверхня текучості

$$f(\sigma_{ij}) = 0. \quad (1.17)$$

Цю умову можна геометрично інтерпретувати як рівняння поверхні в шести чи дев'ятивимірному просторі де компонентами слугують  $\sigma_{ij}$ . Гіперплощину (1.17) називають поверхнею текучості, яка через головні осі запишеться у вигляді

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0. \quad (1.18)$$

В цьому випадку геометрична інтерпретація виразу (1.18) зовсім наочна, тепер вираз описує поверхню в тривимірному евклідовому просторі. З огляду на те, що довільне сполучення напружень для цієї поверхні відповідає граничному стану, або стану руйнування, визначення її форми є дуже важливим. Основними принципами поверхні текучості (1.18) є невивігнутість та справедливність асоційованого закону пластичної течії. Якщо поверхня текучості  $f$  збігається з поверхнею пластичного потенціалу  $F$ , закон течії називають асоційованим, в іншому випадку неасоційованим. Поверхню текучості (1.18) в літературі часто називають критерієм текучості, функцією текучості, поверхнею текучості, законом текучості і позначаються  $f$ . З математичної точки зору критерій текучості – це співвідношення між компонентами напружень в точці, в якій настав пластичний стан. Це узагальнення на тривимірний напружений стан поняття границі текучості для одновісного розтягу [66, 118].

Серед множини критеріїв текучості найбільш математично прості, практично прийнятні та достатньо точні є критерії: Кулона, Мізеса, Мізеса–Шлейхера–Боткіна, Треска, Сен-Венана.

*Критерій текучості Кулона* [61] (максимальних дотичних напружень)

$$\tau_m = (\sigma_m + H) \sin \varphi, \quad (1.19)$$

використовуючи головні напруження його можна представити у вигляді

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi + 2c \cdot \cos \varphi. \quad (1.20)$$

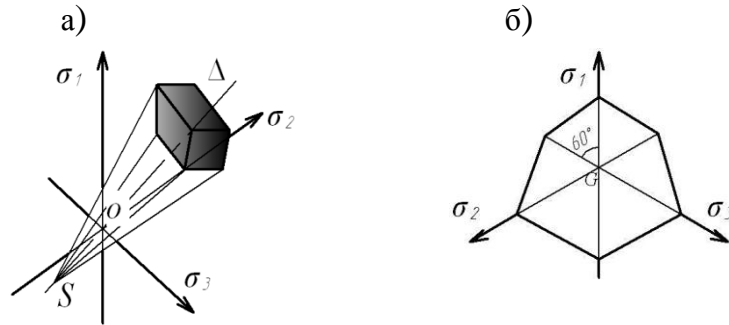


Рисунок 1.3 – Поверхня текучості Кулона, а) – гранична поверхня у вигляді піраміди з віссю симетрії  $\Delta$ ; б) – переріз граничної поверхні площиною перпендикулярною до осі симетрії  $\Delta$  [59]

За цим критерієм, руйнування ґрунту настає при досягненні максимальних дотичних напружень деякого граничного значення, після чого ґрунт переходить в пластичний стан.

Критерій текучості Мора–Кулона використано при описанні рівноваги ґрунту в сучасному програмному комплексі Plaxis.

*Критерій текучості Мізеса (енергетична теорія міцності)*

$$\tau_{(окм)max} = \frac{\sqrt{2}}{3} k = const, \quad (1.21)$$

через головні напруження критерій матиме вигляд:

$$(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = 6C_y, \quad (1.22)$$

тобто, за Мізесом руйнування настає, коли октаедричне дотичне напруження сягає критичного постійного значення. Ця форма критерію Мізеса була введена Надаї. Енергетична інтерпретація цього критерію була дана Генкі. На відмінну від критерію Треска критерій Мізеса залежить також і від проміжного головного напруження  $\sigma_{II}$ .

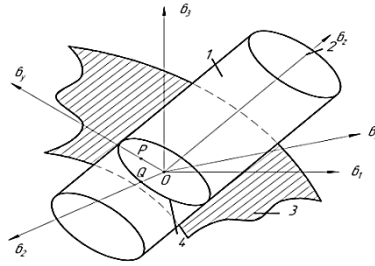


Рисунок 1.4 – Циліндрична поверхня текучості Мізеса: 1 – поверхня текучості; 2 – гідростатична вісь  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ; 3 – девіаторна площина  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ ; 4 – траєкторія руйнування

*Критерій текучості Треска:*

Згідно з цим критерієм пластична поведінка (руйнування матеріалу) починається тоді, коли максимальне дотичне напруження  $\tau_{max}$  сягає заданої величини  $C_Y$ . Запис в головних напруженнях

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = C_Y = const \quad (1.23)$$

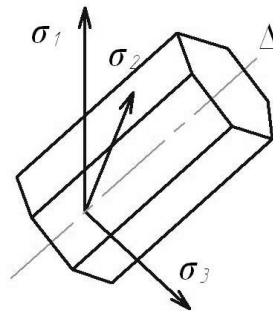


Рисунок 1.5 – Критерій текучості Треска

*Критерій текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна:*

В нашій роботі використано критерій текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна. Поверхня текучості вказує на те, що при пластичному стані ґрунту дотичне октаедричне напруження є функцією від нормального октаедричного напруження

$$\tau_{окт} = f(\sigma_{окт}); \quad f(\sigma, \tau) = 0. \quad (1.24)$$

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \operatorname{tg} \psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} \leq p_0; \\ f = T + p_0 \operatorname{tg} \psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} > p_0, \end{cases} \quad (1.25)$$

де  $T$  – інтенсивність дотичних напружень;  $\sigma_{окт}$  – гідростатичний тиск;  $\psi$  – кут тертя на октаедричній площині;  $\tau_s$  – параметр на октаедрич-

ній площині, аналогічний зчепленню;  $p_0$  – величина гідростатичного тиску коли ґрунт працює як суцільне середовище. Вектор деформацій ґрунтового масиву визначався за формулою

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \sum \varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^p \cdot \delta_{ij}, \quad d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon_{ij}^p(uar) + d\varepsilon_{ij}^p(oes) \quad (1.26)$$

де  $d\varepsilon_{ij}^p(uar) = \Lambda(\chi)d\gamma^p$  – додаткова чисто кінематична, дилатансійна умова В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка, використана в розрахунку замість ви-моги ортогональності вектора  $\bar{\varepsilon}^p$  до поверхні навантаження;  $\Lambda$  – кое-фіцієнт дилатансії;  $d\gamma^p$  – приріст деформацій зсуву.

*Принцип максимуму Мізеса і постулат Друккера.*

Нехай задано розподіл швидкостей деформацій  $\varepsilon_{ij}$ , якому відпові-дає поле напружень  $\sigma_{ij}$ . Величина дисипації має вигляд

$$D = \sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}. \quad (1.27)$$

Для істинного напруженого стану потужність дисипації не менша ніж для будь-якого допустимого стану  $\sigma_{ij}^*$ , тому мають виконуватись нерівності

$$\sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}^p \geq \sigma_{ij}^* \cdot \varepsilon_{ij}^p \text{ або } (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) \cdot \varepsilon_{ij}^p \geq 0, \quad (1.28)$$

отже, робота по замкнутому шляху не від’ємна  $\oint (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) \cdot d\varepsilon_{ij}^p \geq 0$ . Це доводить принцип не ввігнутості поверхні навантаження. Із постулату Друккера випливає  $\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$ , це асоційований закон течії, суть його

в тому, що цей закон міцно пов’язаний з умовою течії, тобто він асоці-йований з цією умовою. За умови врахування нестискуваності середо-вища функція текучості залежить лише від девіатора напружень

$$F(\sigma_1 - \sigma_2), (\sigma_2 - \sigma_3), (\sigma_3 - \sigma_1) \geq 0, \quad F(I_2 D_\sigma, I_3 D_\sigma) = 0, \quad I_1 D_\sigma = 0 \quad (1.29)$$

В такому випадку геометричною інтерпретацією функції текучості є циліндр з віссю рівнонахиленою до  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .

При навантаженні з утворенням пластичних деформацій зміню-ються межі пропорційності матеріалу та утворюються залишкові де-формації. Тому для наступного навантаження при встановленні зале-жності  $\sigma - \varepsilon$  потрібно знати передісторію навантаження. Однозначної

залежності  $\sigma - \varepsilon$  для пластичного матеріалу не існує, замість закону Гука застосовуються інші фізичні відношення, які ще називають рівняннями стану. Теорія пластичності встановлює цей зв'язок між  $\sigma - \varepsilon$ . Середовище може знаходитись під впливом великого рівностороннього стиснення і працювати пружно, за перехід в пластичний стан відповідає девіатор напружень.

Кінематичні співвідношення між  $\sigma - \varepsilon$  або рівняння стану при пластичній течії мають такий вигляд

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}, \text{ при умові } F \neq f. \quad (1.30)$$

В силу того, що  $\varepsilon_{ij}^p$  залежить від усієї історії навантаження, залежність між  $\sigma - \varepsilon$  формулюється через прирости пластичних деформацій – це так звана інкрементальна теорія або теорія пластичної течії.

Функцію напружень  $F$ , яка має властивість (1.29) називають також *пластичним потенціалом*. Для так званого стійкого пластичного матеріалу така функція існує і тотожно збігається з функцією текучості  $f$ .

На кафедрі ОіФ КНУБА проф. І. П. Бойко, к. т. н. В. О. Сахаров [17, 125, 147] проводять моделювання НДС багатопверхових будівель з урахуванням нелінійної роботи ґрунту при будівництві, реконструкції та в умовах прибудови. В розрахунках використовується пружно-пластична модель процесу нелінійного деформування ґрунту з урахуванням структурної міцності ґрунту. В основу моделі покладено узагальнений критерій пластичності І. П. Бойка [18], який поєднує критерії Мізеса–Шлейхера–Боткіна, Кулона–Мора та дилатансійні співвідношення В. М. Ніколаєвського [97].

Математична реалізація цієї моделі передбачає використання універсального полілінійного криволінійного скінченного елемента, розробленого на базі тензорних рядів і реалізованого в рамках АСНД "VESNA" [17, 18]. Цей універсальний скінчений елемент дає можливість моделювати поведінку як масивних, так і тонкостінних конструкцій складної структури, як інженерних конструкцій, так і ґрунтової основи. Розрахунок базується на кроковому методі продовження розв'язку по параметру. В межах одного кроку нелінійна задача розв'язується методом Ньютона–Канторовича або Ньютона–Рафсона. Так в

статті [124] автор при визначенні НДС багатоповерхової будівлі на нелінійній основі в умовах прибудови, отримав характерний перерозподіл зусиль: в периферійних зонах зусилля  $\approx$  в 2 рази перебільшують аналогічні величини в центральних зонах, що узгоджується з результатами експериментів.

На кафедрі МГОіФ МГСУ проф. В. В. Ореховим [104] проведено моделювання НДС 40-поверхової будівлі у взаємодії фундаменту цієї будівлі (залізобетонна фундаментна плита товщиною 1,2 м, та розмірами в плані 100×35 м) з ґрунтовою основою за МСЕ. Розрахунки виконувались з урахуванням поетапності робіт (природне НДС, улаштування котловану, спорудження фундаментної плити, спорудження будівлі).

Вплив жорсткості та характеру розподілення навантаження на фундамент здійснювався на основі включення в розрахункову модель суперелемента, створеного в програмі ANSYS для скінченно-елементної моделі будівлі. При цьому взаємодія суперелемента з ґрунтовою основою моделювалась за допомогою коефіцієнтів постелі, обрахованих за нормативними документами. Для опису поведінки ґрунту в розрахунках використовувалась математична модель Ю. К. Зарецького [49], що сформульована в рамках теорії пластичної течії із зміцненням. Параметри цієї моделі визначались при стандартних стабілометричних дослідженнях зразків ґрунтів. Розрахунки з урахуванням розподілення навантаження від будівлі на фундаментну плиту, прогнозують найбільший прогин в центральній частині плити (11 см), найменший – по краях фундаменту (3 см).

Розрахунки, виконані з урахуванням жорсткості будівлі, прогнозували значне зменшення прогину фундаментної плити (max – 6,8 см, min  $\approx$  5 см). Таким чином, ітераційні розрахунки, що моделюють зведення будівель з урахуванням жорсткості будівлі та характеру перерозподілу навантаження дають більш достовірний прогноз НДС системи «будівля–фундамент–основа».

Таким чином наведені дані розрахунків авторів підкреслюють що будівля є чутливим індикатором зміни властивостей системи при зміні НДС основи, з урахуванням нелінійності її деформування.

## РОЗДІЛ 2

### ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ РОЗРАХУНКУ НДС СИСТЕМИ «БУДІВЛЯ–ФУНДАМЕНТ–ОСНОВА»

#### 2.1 Основні критерії складання розрахункових моделей висотних будівель

Завдання теорії полягає в передбаченні НДС системи «будівля–фундамент–основа». Процес навантаження як конструкцій так і основи будівлі можна віднести до квазістатичного. Такі процеси характеризуються повільною течією, проходження цього процесу відповідає поступовим термінам забудови будівлі.

Розрахунок фізичної моделі каркасної будівлі неможливий без суттєвої її ідеалізації. Таким ідеалізованим, спрощеним зображенням реальної будівлі є її розрахункова схема [31, 107, 116, 118, 130].

Очевидно, що архітектурна модель будівлі не може бути повністю автоматично перетворена на її розрахункову схему. Наявність в ній «архітектурних надмірностей», які не завжди коректно сполучені з конструктивними елементами моделі, відсутність інформації про умови закріплення та завантаження, потребують доведення архітектурної моделі до рівня розрахункової схеми. Однак основні розміри, прив'язка колон та несучих стін, обриси перекриттів, розташування отворів, є базою на якій в подальшому будується розрахункова схема – сітка скінченних елементів, задаються умови опираючі та прилягання, описуються фізико-механічні характеристики матеріалів а також відомості про навантаження. Одним із відомих ПК для виконання розрахунків є ПК ЛПА-САПР, який дає можливість при формуванні розрахункової схеми здійснювати імпорту та експорту елементів розрахункової схеми з іншими розрахунковими та архітектурними комплексами, такими як: ArchiCAD, AutoCAD, SCAD, Robot Office та іншими.

Розрахунковий аналіз будівлі розпочинається із спроби встановити, що саме в ній є суттєвим, а чим можна знехтувати. Такого роду спрощення задачі здійснюється завжди. Реальна конструкція, звільнена від усіх несуттєвих особливостей – це і є розрахункова схема [3, 65, 131]. Деякі методи схематизації набули великого поширення і мають



спільний характер:

- ідеалізація матеріалу у вигляді суцільного середовища;
- припущення про однорідність матеріалу;
- приведення геометричної форми до стандартних скінченних елементів у вигляді стержнів, пластин та оболонок;
- схематизація зовнішніх сил.

Проте в усіх випадках вибір розрахункових схем – найважливіший елемент аналізу. Особливо важливим є питання про розбиття елементів розрахункової схеми на скінченні елементи. Надто густа сітка дискретизації може призвести до нестійкості процесу розрахунку, а при надмірному розрідженні сітки зростає можливість втрат точності результатів. Таким чином при дискретизації досліджуваної системи виникає необхідність задовольнити дві суперечливі вимоги: точність розрахунків потребує великої кількості розрахункових вузлів (більш густої сітки дискретизації), що в свою чергу веде до отримання СЛАР високого порядку, яку потрібно розв'язати.

Для відтворення цілісної роботи моделі СЕ з'єднуються у вузлах. Елементи і вузли схеми нумеруються. В опорні вузли слід ввести відповідні граничні умови (заборонити переміщення або кути повертання за відповідними ступенями вільності, або обмежити переміщення вузла скінченними елементами, що моделюють роботу зв'язку).

Розрахунок будівель виконується з врахуванням дії постійних навантажень: від власної ваги конструкцій; змінних статичних навантажень: зосереджених, розподілених, корисних навантажень; та впливів на будівлю, що викликані вимушеними переміщеннями, які враховують піддатливість ґрунтів в основі споруди в випадках, коли вона суттєво впливає на роботу конструкції; горизонтальних впливів – динамічних, сейсмічних і вітрових навантажень, а також навантажень, що викликані перепадом температур.

За характером врахування просторової роботи розрахункові схеми поділяються на одно-, дво- та тривимірні. При одновимірній розрахунковій схемі будівля розглядається, як стержень з деякими узагальненими характеристиками жорсткості, які визначають опір конструкції згину, зсуву, крученню. Така, найбільш проста розрахункова схема використовується, головним чином, для наближеного визначення ди-

намічних складових вітрового навантаження. При двовимірній розрахунковій схемі будівля розглядається як плоска конструкція, яка здатна сприймати тільки таке зовнішнє навантаження, яке діє в її площині. Такі розрахункові схеми дозволяють врахувати специфічні особливості взаємодії несучих конструкцій при їх згині і завдяки своїй простоті вони найчастіше застосовуються в практичних розрахунках. Однак, на основі двовимірних розрахункових схем неможливо отримати цілісну картину НДС будівлі, ці схеми не враховують просторову жорсткість будівлі. Просторова робота будівель в значній мірі визначається відносною жорсткістю перекриття по відношенню до вертикальних елементів. При тривимірних розрахункових схемах будівля розглядається як просторова розрахункова схема, яка здатна сприймати прикладену до неї просторову систему сил. Тривимірні розрахункові схеми найбільш точно враховують всі особливості взаємодії несучих конструкцій, але складні і тому мають обмежене застосування (наприклад, коли зовнішні горизонтальні навантаження викликають кручення). Використання дво- і тривимірних розрахункових схем, як правило, приводять до розрахунку складних статично-невизначених систем.

Статичні навантаження задаються у вигляді зосереджених сил і моментів як у вузли схеми (вузлове навантаження) по напрямках осей глобальної і локальної систем координат, так і на елементи (місцеве навантаження) по напрямках місцевої або глобальної систем координат.

Навантаження від споруди задається як власна вага конструкцій, навантаження від устаткування і т. д., при цьому допускається використання як місцевих, так і вузлових навантажень.

За наявності декількох завантажень може бути виконаний вибір найбільш небезпечних їх поєднань, які формують розрахункові сполучення зусиль (РСЗ), необхідні при конструюванні елементів схеми [24, 110].

Питання оцінки точності розв'язку задачі є дуже складним, оскільки залежить від багатьох впливових чинників:

- крок дискретизації сітки – з одного боку, згущування сітки підвищує точність, з другого боку, необмежене згущування може спричинити слабку обумовленість матриці канонічних рівнянь і втрату точності;

- фізико-механічні властивості розрахункової моделі, її кінематичний аналіз;
- розрахункова схема не може бути близька до геометрично змінної, містити елементи з жорсткостями, що сильно відрізняються, це також спричиняє втрату точності;
- властивість скінченних елементів – використання високоточних елементів часто приводить до точнішого розв'язку, ніж використання простих елементів на значно густішій сітці [107].

Призначення сітки проводиться на основі багатьох інших чинників. Так, наприклад, густину сітки переважно збільшують лише в місцях передбачуваного великого градієнта напружень (вхідні вузли, місця зосередження навантажень і т. п.). Крім того, знання властивостей скінченних елементів також часто допомагає раціонально побудувати скінченно-елементну модель. Особливо ретельно потрібно підходити до побудови скінченно-елементної моделі в тому випадку, якщо схема споруди, що розраховується, має властивості, що провокують нестійкий розрахунок. Це відноситься до пологих мембран, конструкцій з гнучкими включеннями, з елементами, що мають малі розміри, але велику жорсткість.

Геометрія скінченних елементів також істотно впливає на точність розв'язку задачі. Рекомендується прагнути до того, щоб елементи були близькі до рівносторонніх [58].

Таким чином, сучасні технології розрахунку і проектування конструкцій автоматизовані. Вони засновані на технічних платформах і операційних системах комп'ютерів, які дуже швидко розвиваються. Це дозволяє інтенсивно вдосконалювати розрахункові схеми, піднімати рівень їх адекватності та ступінь коректності скінченно-елементних моделей. Сучасне моделювання, як правило, реалізується на основі МСЕ – числового наближеного методу математичної фізики. МСЕ знайшов широкий вжиток в розв'язаннях задач лінійної і нелінійної механіки деформованого твердого тіла, теорії конструкцій, а також в задачах регулювання і оптимізації параметрів будівельних систем. Прикладання МСЕ крім ознайомлення з його основними положеннями та формальними процедурами потребує вирішення питань збіжності рішень, стійкості, оцінки точності. Дослідження цих питань розг-

лядається в низці наукових робіт [41, 47]. Для питань розрахунку об'єктів будівництва актуальними є методи будівельної механіки.

Процедура розв'язання задач за МСЕ повністю відповідає методам будівельної механіки стержневих систем. Систему рівнянь

$$K \cdot q - P = 0, \quad (2.1)$$

до якої зводиться варіаційний метод знаходження мінімуму функціоналу виразу повної потенціальної енергії роботи системи, можна трактувати як рівняння рівноваги.

В (2.1)  $q$  – ступені вільності МСЕ (число незалежних параметрів, що повністю характеризують положення системи, вони наділяються фізичним змістом – це шукані значення переміщень і їх похідних у вузлах розрахункової сітки; визначаються із розв'язку системи (2.1);  $K, P$  – компоненти матриці жорсткості і вектора вузлових сил скінченних елементів.

Аналогом системи (2.1) в будівельній механіці стержневих систем є система канонічних рівнянь методу переміщень. Деяка відмінність МСЕ від будівельної механіки спостерігається лише в процедурі складання матриці жорсткості  $K$ . В МСЕ для отримання  $K$  використовується варіаційне обчислення, в стержневих системах матриця жорсткості будується на принципах будівельної механіки для визначення переміщень. Таким чином, зв'язок МСЕ з методами будівельної механіки стержневих систем здійснює взаємний вплив, оскільки використовується великий досвід методів розрахунку стержневих систем та засоби апарату числових досліджень МСЕ, що дає можливість з єдиної точки зору трактувати методи розрахунку як стержневих одновимірних систем, так і плитних двовимірних і тривимірних масивів. Цей зв'язок дає можливість в ПК реалізувати таку схему, яка однотипна для розрахунку стержневих систем, балок-стінок, згинальних пластин, оболонки, комбінованих систем.

Побудова матриці жорсткості і зведення місцевого навантаження до вузлового, здійснюється в місцевій системі координат, вибір якої має максимально спростити цю процедуру, яка в ПК автоматизована.

Канонічні рівняння МСЕ – це СЛАР високих порядків (число степенів вільності може сягати декількох сотень тисяч). Тому для розв'язання СЛАР зазвичай використовуються багаточисленні модифікації

методу Гаусса, які включають прийоми обходу нулів, мінімізації кількості звернень до зовнішньої пам'яті (оскільки цей час на 1–2 порядки більший часу арифметичної операції процесора), а також відомі схеми Зейделя, Халецького.

На теперішній час при розв'язаннях прикладних задач механіки та геомеханіки перевага надається методу Гаусса, незважаючи на його недолік, пов'язаний з необхідністю розв'язання всієї системи, навіть, тоді, коли потрібна обмежена інформація про НДС локальної області.

Алгоритмізація процесу знаходження коренів СЛАР і її успішне розв'язання визначають точність розрахунку. В результаті розв'язання СЛАР розрахункових рівнянь МСЕ в переміщеннях визначається вектор  $\vec{q}$  дискретних значень переміщень у вузлах розрахункової сітки в глобальній системі координат. Добуток вектора дискретних значень переміщень  $\vec{q}$  на матрицю напрямних косинусів СЕ дасть переміщення СЕ в місцевій системі координат. Коли відомі координатні функції (призначені раніше), вектор переміщень та матриця жорсткості  $K$ , можна побудувати всі компоненти НДС СЕ [37, 54, 67] переміщення, деформації:

$$u = \varphi \cdot q; \varepsilon = B \cdot u, \quad (2.2)$$

напруження

$$\sigma = D \cdot \varepsilon, \quad (2.3)$$

вузлові зусилля

$$P = K \cdot q, \quad (2.4)$$

де  $D$  – матриця пружності (класична матриця піддатливості будівельної механіки);  $B$  – матриця операцій диференціювання.

Необхідно відмітити, що значення НДС, отримані за числовим МСЕ обумовленні системою координатних функцій, прийнятих на початку розрахунку є наближеним, а не аналітичним розв'язком.

Для формування розрахункової схеми та опису скінченно-елементної моделі використовується широкий набір інструментальних засобів, операцій та функцій. Для опису пластинчатих об'єктів використовуються методи автоматизованої побудови сітки СЕ. Базові елементи з'єднуються, утворюються просторові розрахункові схеми. Після формування геометричної і топологічної схеми конструкції зада-

ється зовнішнє навантаження та впливи. Для того, щоб використовувати дані розрахунку для конструювання, автоматизовано вибираються небезпечні розрахункові сполучення зусиль (РСЗ). Для пластинчатих елементів РСЗ заснований на дослідженні потенціальної енергії деформацій в точці тіла.

В стержневих елементах визначаються екстремальні значення нормальних і дотичних напружень.

Після визначення напруженого стану в елементах будівельних конструкцій необхідно провести аналіз їх міцності. Так в розрахунковому ПК ЛІРА-САПР оцінка міцності здійснюється з врахуванням таких теорій міцності:

- максимальних головних напружень;
- максимальних головних деформацій;
- максимальних головних дотичних напружень;
- енергетична теорія;
- теорія Друккера–Прагера та інших.

Всі теорії міцності використовують головні напруження  $\sigma_1 > \sigma_2 \geq \sigma_3$  і є власними значеннями тензора напружень  $T\sigma$ , обраховуються за формулами Кардана пошуку коренів кубічних рівнянь

$$T\sigma = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}. \quad (2.5)$$

Розрахункові схеми і їх компоненти (канонічні рівняння і НДС) при виконанні розрахунків описуються в координатних осях трьох типів: глобальних, місцевих і локальних, для прикладу, в ПК ЛІРА-САПР усі названі системи – праві Декартові:

- глобальна система координат – відносно цієї системи координат орієнтуються положення вузлів і елементів, вузлове та розподілене навантаження, напрямки зв'язків;
- місцева система координат – система, що пов'язана з окремими скінченними елементами слугує для її описання, для одновимірних скінченних елементів вісь  $X1$  направлена від початку стержня (вузол з меншим порядковим номером); до кінця (вузол з більшим порядковим номером),  $Y1, Z1$  – головні центральні осі по-

перечного перерізу  $CE$ ;  $Y1$  – паралельна площині  $XOY$ ; в оболонкових  $CE$   $X1$  – направлена від першого вузла до другого (нумерація вузлів відповідає прийнятій в ПК ЛІРА-САПР). В плитних  $CE$   $Y1$  – знаходиться в площині  $CE$ , а в балці-стінці  $Z1$  – в площині  $CE$ , відносно місцевої системи координат задаються навантаження, оброблюються зусилля;

– локальна – пов'язана з вузлом, використовується у випадку коли навантаження та зв'язки не збігаються з напрямом глобальної системи координат.

## 2.2 Етапи створення конструктивної схеми будівель

Сучасні САПР займаються аналізом проектування технічних об'єктів за допомогою математичного моделювання (процес створення моделі і оперування нею з метою отримання відомостей про реальний об'єкт). Математичною моделлю наземної частини споруди на мікрорівні є система диференціальних рівнянь в частинних похідних, що описує процеси в суцільних середовищах з заданими крайовими умовами.

Та вибір розрахункової схеми — найважливіший елемент аналізу. На цьому етапі вирішується чи буде розрахунок лінійний, чи нелінійний, чи є потреба враховувати сили інерції. Прогнозування поведінки конструкції оцінюється на підставі накопиченого досвіду та інженерної інтуїції. Варіанти прийняття рішень аналізуються.

Після встановлення розрахункової схеми її потрібно описати у формі, придатній до виконання розрахунків на ЕОМ за існуючими програмними комплексами [109, 142].

Якщо в рівняннях стану можна проігнорувати часом, то задачу можна віднести до статичних і розглядати аналіз нерухомої системи. У випадках змінності під навантаженням геометрії системи чи структури задача стає нелінійною.

Створення загальної конструктивної схеми будівлі проводиться на основі проектного завдання, в якому наводиться інформація про властивості будівельного об'єкта: район будівництва, дані геологічних досліджень, глибина закладання фундаменту, кількість і висота повер-

хів, тип перекриття для кожного поверху, матеріали конструктивних елементів, їх конструктивні характеристики, дані оптимальних і максимальних відсотків армування, максимальні і мінімальні розміри елементів тощо [13, 14, 46, 56, 93, 94].

Досить багато розрахункових схем складаються із стержневих одновимірних скінченних елементів, які мають такі властивості:

- будь-який за формою переріз змінний або постійний по довжині стержня;
- будь-яке місцеве навантаження;
- різного роду примикання до вузлів за допомогою абсолютно жорстких вставок або шарнірів;
- можливість врахування зсуву;
- моделювання таких класів завдань як стержень ферми, рамний стержень, стержень балкового розверку у тому числі й на пружній основі [67].

Для моделювання двовимірних СЕ розрахункової схеми (плити, балки-стілки) з бібліотеки скінченних елементів сучасних ПК використовуються чотирикутні та трикутні СЕ площини. Для їх описання потрібно задати граничні умови, зовнішнє навантаження. Геометрія скінченних елементів та розрахункова схема описується в цілому в правій Декартовій системі координат (коли вісь  $X$  потрібно повернути на  $90^\circ$  проти годинникової стрілки для збігу з віссю  $Y$ , якщо дивитись з кінця осі  $Z$ ). Етапи побудови розрахункової схеми настільки звичні для інженера, що виконуються напівсвідомо. Розрахункова схема складається із СЕ, з'єднаних у вузлах, координати яких описуються в загальній – глобальній системі координат. Кожен вузол просторової схеми має 6 ступенів вільності (3 лінійних переміщення та 3 кути повороту відносно відповідних осей координат). Відповідно при розрахунку конструкції без врахування основи, на опорні вузли конструкції накладається заборона на усі 6 ступенів вільності.

Конструктивна система висотної багатофункціональної будівлі – це взаємозалежна сукупність її вертикальних та горизонтальних несучих конструкцій, які разом мають забезпечувати міцність, жорсткість та стійкість будівлі. Використовуючи архітектурні плани проектного завдання створюються сітки будівельних осей та координатно-модульних мереж. Наступний етап – створення моделей конструктив-



них схем поверхів. Використовуючи координатно-модульну мережу, проводиться розташування на плані поверху конструктивних елементів, що входять у цей поверх – стін, колон, балок, ригелів, діафрагм. Позначається контур плити перекриття та задаються отвори в плитах та діафрагмах. На площі поверху задаються вертикальні навантаження, місця їх прикладання та величини. Моделі конструктивних елементів містять інформацію про них. Розрахунок будівлі проводиться з врахуванням спільної роботи конструкцій всієї будівлі. Горизонтальні несучі конструкції будівель, що проектуються зазвичай однотипні – це жорсткі диски залізобетонні (монолітні, збірно-монолітні, збірні). Вертикальні несучі конструкції більш різноманітні. Вони бувають стержневі (каркасні) несучі конструкції, площинні (стіни, діафрагми), об'ємно-просторові внутрішні (ядра жорсткості), об'ємно-просторові зовнішні у вигляді тонкостінних оболонок.

Відповідно до застосованого виду вертикальних несучих конструкцій розрізняють основні конструктивні схеми висотних будівель – каркасну (рамну), стінову (без каркасну, діафрагмову), стовбурну і оболонкову.

Поряд з основними можуть використовуватись і комбіновані конструктивні системи де з'єднуються кілька типів вертикальних несучих елементів (стержневі, площинні, об'ємно-просторові) і схеми їхньої роботи (рамно-в'язева чи в'язева). При таких схемах роботи конструктивних систем повністю або частково диференціюються сприйняття навантажень і впливів (наприклад, горизонтальних – стінами жорсткості, а вертикальних – каркасом).

В будівлях з несучим каркасом окремі частини конструкцій чітко диференційовані. Фасади і перегородки виконують роль огорожувальних конструкцій, тепло- та звукоізоляції. З точки зору конструктора – вони є навантаженням для другої групи елементів каркасу, єдине призначення яких – сприймати зовнішнє навантаження [4].

В будівлях з несучими стінами руйнування стіни рівноцінне аварії. Теж можна сказати про крупнопанельні будівлі [28]. Перевагою каркасних конструкцій в тому, що вони мають каркас (скелет), створені за зразком природи. Скелет є ознакою вищих біологічних видів. Самостійне виділення несучих функцій серед усієї решти є корисним і досягається при наявності скелета. Статичний еквівалент скелета – рама.

Жорсткі кутові в'язі між окремими елементами просторової рами не є проблемою монолітного залізобетону. Такі будівлі здійснюють значний опір зовнішнім впливам, різняться великою жорсткістю і стійкістю при різного роду динамічних впливах, землетрусах [111].

Конструктивна схема будівлі має моделювати :

- рамну структуру (горизонтальні навантаження сприймаються лише рамою);
- в'язеву (горизонтальні навантаження сприймаються тільки діафрагмами);
- рамно-в'язеву структуру (горизонтальні навантаження сприймаються рамами і діафрагмами).

Таким чином можна виділити такі етапи інформаційних технологій розрахунку конструкцій за МСЕ:

- аналіз прийнятих конструктивних рішень;
- компоновка адекватних розрахункових схем, розподіл системи на скінченні елементи, призначення розрахункових вузлів, в яких визначаються розміри розрахункових координатних функцій;
- скінченно-елементне моделювання, побудова матриць жорсткості і зведення місцевого навантаження до вузлового для кожного СЕ;
- реалізація обчислень з використанням ПК, розв'язання канонічних рівнянь і визначення значень степенів вільності (значень переміщень та деформацій розрахункових функцій у вузлах);
- визначення компонентів НДС (переміщення, напруження) по області СЕ і всієї системи, по знайдених значеннях розрахункових функцій;
- візуалізація та аналіз результатів розрахунку.

### **2.3 Аналіз НДС ґрунтових основ будівель методом граничних елементів**

Рівень розвитку механіки ґрунтів суттєво впливає на економічність прийнятих рішень. Властивості конструкційних матеріалів вивчено краще і методи їх розрахунку розроблено повніше. Головною характерною особливістю поведінки ґрунтів є те, що їх деформування супроводжується пластичними деформаціями практично з самого по-

чатку їх навантаження.

Описання такої реальної поведінки ґрунтів здійснюється складними диференціальними рівняннями, розв'язання яких можливе наближеними методами. В сучасних наближених методах МСЕ, МГЕ диференціальне рівняння чи його інтегральний еквівалент задовольняється в середньому по області кожного скінченного елемента. В МСЕ використовується дискретне подання як самої області, так і її границі, в той час як МГЕ засновується на дискретному поданні лише зовнішньої границі. Як МСЕ так і МГЕ мають багато спільного, що видно із характеру апроксимацій, що в них використовуються. Апроксимуючі функції мають задовольняти всі граничні умови задачі і мати необхідну ступінь неперервності. Точність апроксимації визначається осередненими інтегральними характеристиками функцій нев'язок, основна задача яких різницю між пробними функціями і точним розв'язком задачі звести до мінімуму як всередині досліджуваної області, так і на її границі.

Загальним ідеям методу потенціалу [22, 27–29] (МГЕ) більше 100 років. Це роботи Бетті, Бусинеска, Сомільяни, Фредгольма, Перутті. Та складність цієї математичної теорії довго перешкоджала її застосуванню для розв'язання задач прикладної механіки. Необхідні були ще багатолітні наукові дослідження, щоб метод потенціалів став сучасною стрункою та достатньо закінченою теорією.

**2.3.1 Основне співвідношення МГЕ. Апроксимація інтегрального співвідношення.** Перший закон термодинаміки стверджує, що робота, яка витрачається на деформацію тіла, дорівнює внутрішній енергії тіла

$$W = \int_{\varepsilon_{ij}=0}^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}. \quad (2.6)$$

Якщо процес деформування зворотний, то деформування матеріалу пружне. Якщо робота внутрішніх сил не залежить від шляху і прийняти, що  $W=U$ , то  $U$  можна тлумачити як «пружний потенціал». Знаючи  $U$  можна отримати співвідношення між  $\sigma - \varepsilon$  (пружність за Гуком)

$$\frac{dU}{d\varepsilon_{ij}} = \sigma_{ij}. \quad (2.7)$$

Для добре вивчених адіабатичних та ізотермічних процесів питому потенціальну енергію деформацій  $U$  можна ототожнювати з відомими термодинамічними функціями стану – «потенціалами».

Узагальнюючи теорію пластичної течії, Друккер і Прагер ввели поняття «потенціалу пластичності», розуміючи під ним таку функцію напружень, частинна похідна від якої пропорційна приросту пластичних деформацій

$$d\varepsilon^p = d\lambda \cdot \frac{df}{d\sigma}. \quad (2.8)$$

Потенціал створюється джерелом, в теорії пружності джерело – це сила, що діє на конструкцію. Джерело має деяку інтенсивність, що генерує поле, яке утворює потенціал  $U$  та похідну потенціалу – потік  $\frac{du}{dr} = q$ . В теорії пружності потенціалом слугують переміщення в трьох взаємно перпендикулярних напрямках, а потоком – напруження.

Ідея зведення задач теорії потенціалу до розв'язання інтегральних рівнянь реалізована в загальну обчислювальну процедуру алгоритму МГЕ Ю. В. Верюжським, П. К. Бенерджі [27, 12, 81,85].

Кожне рівняння стану виражає експериментально установлений фізичний закон (зв'язок між  $\sigma - \varepsilon$ ).

Як відомо в рамках лінійної теорії пружності діє узагальнений закон Гука. В області малих деформацій він з достатньою для практики точністю описує стан багатьох реальних матеріалів, в даному випадку – ґрунтової основи будівлі.

Рівняння стану, що встановлює залежність між потенціалом і потоком на границі досліджуваного об'єкта, отримано К. Бреббія, Ж. Телесом, Л. Вроубелем [22, 79, 152] при реалізації числового методу граничних елементів

$$c_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x). \quad (2.9)$$

Це граничне інтегральне співвідношення відносно значень потенціалу  $u$  (переміщення в теорії пружності) і потоку  $q$  (напруження в теорії пружності) на границі. Саме ця обставина (взаємозв'язок на гра-

ниці) привертає увагу дослідників до цього рівняння оскільки воно найбільш підходяще для досліджень числовими методами.

Статичні граничні умови (рівняння на поверхні)

$$p_i = \sigma_{ij} \cdot n_j, \quad (2.10)$$

де  $p_i$  – напруження на довільній граничній площині. В 2.10 не входять об'ємні сили (власна вага). В задачах механіки ґрунтів вони здійснюють дуже малий вплив, це нескінченно малі третього порядку, тому в розрахунках ними знехтували.

Розв'язки граничних задач подають як:

- такі, що випливають із принципів взаємності (теорема Бетті);
- розв'язки, отримані із методу зважених нев'язок.

На основі теореми Бетті про взаємність робіт пов'язуються переміщення  $w$  всередині досліджуваної області ґрунту з навантаженнями і компонентами НДС на контурі (боковій поверхні і підшві фундаментної конструкції). Компоненти проміжного стану відзначено зірочкою.

Кожний інтеграл рівняння стану (2.9) являє роботу узагальненої сили одного стану та відповідних їм переміщенням другого стану. Рівняння (2.9) дійсне для зосередженого навантаження, прикладеного в точці  $\xi_i$  на границі.

Для усереднення функції нев'язок в досліджуваній області  $\Omega$  вводиться внутрішній добуток диференціального рівняння стану (в даній роботі – це рівняння Лапласа) на вагову функцію  $w$

$$\int_{\Omega} Z(u)w^* d\Omega = 0, \quad (2.11)$$

де  $W^*$  – фундаментальний розв'язок, який вибирається в якості вагової функції;  $u$  – базисна функція, яка є шуканим розв'язком.

В МГЕ для  $w^*$  використовується система базисних функцій, що обертає в нуль інтеграл по області, зводячи задачу до пошуку лише граничних функцій;  $w^*$  – функції, яким відповідають розв'язки однорідних рівнянь.

Відправною точкою МГЕ є поняття того, що фактично для всіх комплексних рівнянь механіки суцільних середовищ в наявності розв'язки, що відповідають одиничним збуренням, прикладеним у

внутрішніх точках однорідної необмеженої області. Це одиничні (фундаментальні) сингулярні розв'язки, чи функції Гріна. МГЕ дозволяє об'єднати такі розв'язки за допомогою принципу суперпозицій у високоефективну обчислювальну схему великої гнучкості.

Фундаментальні розв'язки дають значення потенціалу поля (термодинамічна функція стану)  $u$  та потоку  $q$  від дії на поле одиничного джерела. Фундаментальні розв'язки – це функції впливу Гріна. Розв'язки тривимірної пружної задачі тотожності Сомільяни були запропоновані Р. Міндліном ще в 1949 р. Він отримав напруження і відповідні їм переміщення від дії зосереджених одиничних сил, прикладених всередині півпростору.

При обчисленні задачі про взаємодію палі з пружним середовищем використано саме розв'язки Міндіна, оскільки тиск від фундаментів в ґрунті прикладається не до поверхні ґрунту, а на деякій глибині всередині масиву ґрунту.

Фундаментальні розв'язки, як універсальний допоміжний стан, еквівалентні потенціалу поля, утвореного одиничним джерелом. Для напівскінченної області з рівною нулю похідною потенціалу ( $\frac{du}{dn} = 0$ ) – нормальною компонентою потоку – її можна брати у вигляді такої логарифмічної функції:

$$u^*(\xi, x) = \frac{1}{2\pi} l_r(r, r''). \quad (2.12)$$

**2.3.2 Загальний вигляд числової процедури розв'язання граничної задачі механіки твердого деформованого тіла.** Аналітичний розв'язок рівняння (2.9) можна отримати лише для тіл простої геометрії та не складних граничних умов. Тому зазвичай переходять до числової реалізації задачі.

Дискретна форма (2.9)

$$c_i u_i + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} u q^* d\Gamma = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} u^* q d\Gamma, \quad (2.13)$$

де  $\Gamma_j$  – довжина  $j$ -го граничного елемента;  $u$ ,  $q$  – шукані значення потенціалу та його нормальної похідної на границі, які можна апроксимувати постійними, лінійними, квадратними залежностями.

Практика розрахунків показала, що достатньо хороші результати отримано коли фізичні залежності описуються постійними елементами. Функції  $u$  і  $q$  в цьому випадку призначаються в центральній точці і мають постійне значення по довжині граничного елемента. Постійні граничні елементи дають прийнятну точність і не потребують значних зусиль з точки зору числової реалізації.

У випадку прийняття в межах  $j$ -го граничного елемента  $u$  і  $q$  постійного значення, їх можна винести за знак інтеграла. Дискретне подання рівняння (2.13)

$$\frac{1}{2}u_i + \sum_{j=1}^N \left( \int_{\Gamma_j} q^* d\Gamma \right) u_j = \sum_{j=1}^N \left( \int_{\Gamma_j} u^* d\Gamma \right) q_j, \quad (2.14)$$

де  $i$  – граничний вузол;  $j$  – номер граничного елемента;  $q^*, u^*$  – фундаментальні розв'язки, в якості яких взято розв'язок Р. Міндліна.

$$\int_{\Gamma_j} q^* d\Gamma = H_{ij} = \frac{l_j}{2} \sum_{k=1}^k q_k^* w_k; \quad (2.15)$$

$$\int_{\Gamma_j} u^* d\Gamma = G_{ij} = \frac{l_j}{2} \sum_{k=1}^k u_k^* w_k, \quad (2.16)$$

де інтеграли  $H_{ij}$ ,  $G_{ij}$  обраховувались за допомогою числового інтегрування за Гауссом;  $u$ ,  $q$  – шукані невідомі на границі;  $c$  – для постійного граничного елемента поверхня завжди гладка і  $c=1/2$ ;  $w_k$  – вагові коефіцієнти в формулах числового інтегрування. Якщо поверхня не є гладкою в точці  $i$ , то діагональні елементи матриці  $H$  визначаються з тієї обставини, що коли по всій границі потенціал однаковий, значення потоку  $q = \frac{du}{dx}$  має бути рівним нулю. Це аналогічно в теорії пружності переміщенню тіла як цілого. При цьому

$$H \cdot I = 0. \quad (2.17)$$

Рівняння (2.17) означає, що

$$h_{ii} = -\sum_{i \neq j} H_{ij}, \quad (2.18)$$

звідки отримуємо, що коефіцієнт  $c$  можна не визначати у явному вигляді. Математична дилатансійна модель представлена у вигляді блок-схеми на рис. 2.1. [86]

Програма складається із декількох самостійних блоків:

- обчислення потенціалів – компоновка матриці впливу методу граничних елементів;
- побудова полів напружено-деформованого стану основ.

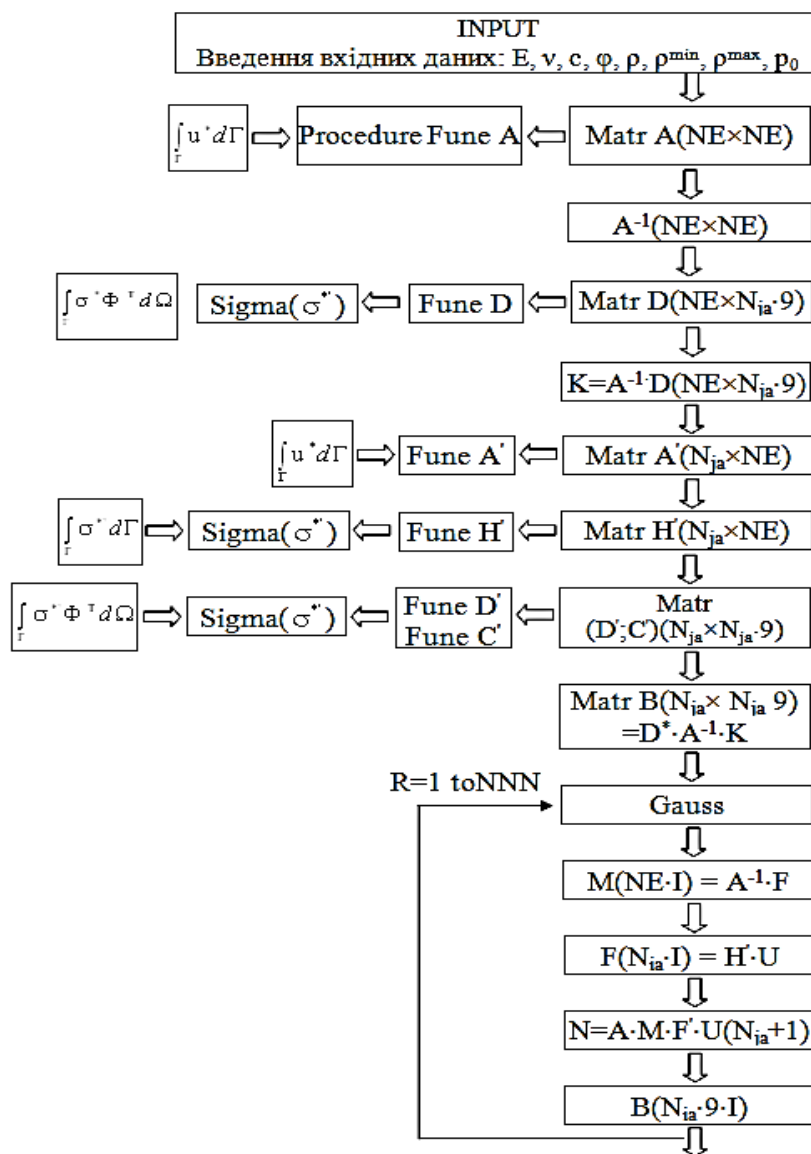


Рисунок 2.1– Блок-схема програми нелінійного розрахунку фундаментних конструкцій за МГЕ

Вибір фундаментальних розв'язків, що тотожно задовольняють умови на границі півпростору ( $\sigma = 0$ ) дає можливість уникнути дискретного подання цієї частини границі, що значно зменшує об'єм обчислювальних робіт, необхідних для розв'язання задачі.

Для збіжності розв'язків коефіцієнти головної діагоналі мають бути максимальними. Коли  $\sigma - \varepsilon$  – стан близький до граничного, математична модель губить зміст. Для кожного  $i$ -го вузла можна записати



матричне рівняння:

$$\begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{n1} & h_{n2} & \dots & h_{nn} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nn} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_n \end{vmatrix}, \quad (2.19)$$

де  $h_{ii} = \hat{h}_{ii} + c_i$ . Рівняння (2.19) можна подати в матричній формі:

$$H \cdot U = Q \cdot P. \quad (2.20)$$

Тоді діагональні коефіцієнти матриці впливу стають настільки малі, що не вдається через погану обумовленість матриці знайти відповідність між  $\sigma - \varepsilon$ .

Після перенесення невідомих в одну сторону у рівнянні 2.20 отримуємо СЛАР високих порядків

$$F = A \cdot Y, \quad (2.21)$$

де  $Y$  – шуканий вектор напружень на границі досліджуваного об'єкта;  $A = G$  – матриця піддатливості МГЕ переміщення від  $P = 1$ , компонується із розв'язків Р. Міндліна для півплощини.

Розв'язання рівняння (2.19) дає напруження на границі палі (на боковій поверхні і вістрі) [80].

Рівняння (2.21) відповідає статичним задачам теорії пружності.

Розрахункова схема активної зони основи навколофундаментної конструкції дискретизувалась системою трикутних скінченних елементів. Переміщення у внутрішніх точках навколо фундаментної основи визначались за формулою [12]

$$C_i U_i(\xi) = \int_{\Gamma} U_{ij}^*(\xi_1, x) p_j(x) \partial \Gamma(x) - \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi_1, x) U_j(x) \partial \Gamma(x) + \int_{\Omega} \dot{\sigma}_{ij}^*(\xi_1, x) \cdot \varepsilon_j^p(x) d\Omega(x), \quad (2.22)$$

де  $U_{ij}^*(\xi_1, x)$ ,  $p_{ij}^*(\xi_1, x)$  – переміщення та напруження, що виникають в точці  $x$  в  $j$ -му напрямку від одиничної зосередженої сили, що діє в  $i$ -му напрямку і прикладеної в точці  $\xi_1$ ;  $U_j(x)$ ,  $p_j(x)$  – переміщення та напруження, що виникають на границі фундаментної конструкції;  $\dot{\sigma}_{ij}^*(\xi_1, x)$  – похідні від розв'язку Р. Міндліна для напружень;  $\varepsilon_j^p$  – шуканий вектор деформацій.

На основі (2.22) можна записати матричне співвідношення:

$$H \dot{U} = G \dot{P} + D \dot{\varepsilon}^p, \quad (2.23)$$

де  $H = \int_{\Gamma} p^* \Phi d\Gamma$ ,  $G = \int_{\Gamma} U^* \Phi d\Gamma$  – матриці заданих приростів зусиль і зміщень на границі;  $D = \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \Phi^T d\Omega$  – матриця характеристик пружно-пластичності, якій відповідають інтеграли, що включають непружні деформації [78].

Для визначення напружень у внутрішніх точках активної зони ґрунтової основи рівняння (2.22) диференціювалось з метою отримання деформацій та підставлялись у співвідношення закону Гука, що дало можливість отримати вираз для  $\sigma$ :

$$\vec{\sigma} = \bar{G}' \cdot P' - \bar{H}U' + (\bar{D}' + \bar{C}') \cdot \vec{\varepsilon}^p \quad (2.24)$$

Методика розрахунку задачі реалізована в ПК, що передбачає автоматизацію розв'язування, можливість багаторазового повторення розрахунку із зміною параметрів моделі.

## 2.4 Елементи теорії пластичного деформування ґрунту

Фундаменти є надзвичайно відповідальними конструкціями кожної будівлі. Пошкодження цих конструкцій приносять великі втрати. Збереженість і надійність фундаментних конструкцій залежать від якості основи та врахування її особливостей.

Процес деформування пластичного середовища супроводжується повзучістю, в'язкістю, релаксацією, ефектом Баушенгера, деформаційною анізотропією. Врахування всіх особливостей пластичного деформування – «тупиковий максималізм». Тому в практичних прикладаннях (в даному випадку до механіки ґрунтів) використовуються спрощені варіанти теорії пластичності. Основу поведінки модельних рівнянь при пластичній течії складає експериментальна інформація про реальну поведінку середовища. Модельні рівняння не мають суперечити законам збереження маси, кількості руху, енергії. В спрощених теоріях пластичності нехтують часом (повзучість, в'язкість, релаксація) та впливом швидкості навантаження. Відсутня деформаційна анізотропія, процес розвантаження ідеально пружний. При деформуванні ґрунтової основи більша частина (90–95 %) деформацій пластична. Цю нелінійну частину деформацій ґрунту враховано в ро-

боті з використанням теорії пластичної течії.

У використаній математичній моделі компоненти вектора приростів деформацій визначались згідно з теорією пластичної течії та розглядалися як сума приростів пружної та пластичної складових:

$$de_{ij} = de_{ij}^e + de_{ij}^p, \quad (2.25)$$

де  $de_{ij}^e$  – прирости пружної складової деформацій, що визначаються згідно з законом Гука.

Теорія пластичної течії передбачає існування поверхні навантаження. Для ґрунтів поверхня навантаження була конкретизована Друккером та Прагером. Вони ввели поняття потенціалу пластичності  $f$ , розуміючи під ним таку функцію напружень, частинна похідна від якої пропорційна приросту пластичних деформацій. Правило, що встановлює відповідність між  $\sigma - d\varepsilon^p$  має назву асоційований закон пластичної течії, де вектор  $d\varepsilon^p$  перпендикулярний до поверхні навантаження. Для випадку асоційованого закону пластичної течії

$$de_{ij}^p = d\lambda \frac{df}{d\sigma_{ij}}. \quad (2.26)$$

Вираз (2.26) називають умовою нормальності, оскільки  $\frac{df}{d\sigma_{ij}}$  є вектором, направленим перпендикулярно до поверхні течії в даній точці. Асоційований закон добре описує пластичну течію нестисливих тіл (рис. 2.2). Нестисливість є суттєвим кінематичним обмеженням, воно дозволяє в низці випадків течії безпористих матеріалів прогнозувати їх формозміну з достатньою точністю без залучення даних про вид напруженого стану. Наявність ущільнення приводить до суттєвої перебудови поля швидкостей  $e_{ij}^p$  і зміщень.



Рисунок 2.2 – Ілюстрація асоційованого закону пластичної течії

В роботі при моделюванні пористого середовища ґрунту використано неасоційований закон пластичної течії

$$de_{ij}^p = d\lambda \frac{df}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f; \quad (2.27)$$

$$de_{ij}^P = d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^P + d\varepsilon_{ij(\text{дев})}^P; \quad (2.28)$$

$$d\varepsilon_{ij(\text{дев})}^P = S_{ij} d\lambda. \quad (2.29)$$

Для корегування напрямку вектора приростів пластичних деформацій  $d\varepsilon_{ij(\text{дев})}^P$  використано співвідношення дилатансійної теорії ґрунтового середовища В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка [18, 82, 97,]

$$d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^P = \Lambda d\gamma^P, \quad (2.30)$$

де  $d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^P$  – приріст об’ємних деформацій при зсуві ґрунту;  $d\gamma^P$  – приріст інтенсивності зсуву;  $\Lambda$  – швидкість дилатансії.

Нелінійна задача деформування ґрунтової основи розв’язувалась числовим методом граничних елементів із залученням крокового ітераційного методу послідовних розв’язків О. А. Іллюшина [53, 139]. Поведінка ґрунту під навантаженням описувалась пружно-пластичною моделлю. Перехід ґрунту в пластичну стадію роботи описувала умова текучості  $f(\sigma) = 0$ . Цій умові в тривимірному просторі головних напружень  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  відповідає поверхня Мізеса–Шлейхера–Боткіна, яка подається в роботі в девіаторній площині. Поверхня текучості вказує на те, що при пластичному стані ґрунту дотичне октаедричне напруження  $\tau_{окт}$  є функцією від нормального октаедричного напруження

$$\tau_{окт} = f(\sigma_{окт}); \quad f(\sigma, \tau) = 0; \quad (2.31)$$

$$f = T + \sigma_{окт} \operatorname{tg} \psi - \tau_s = 0, \quad \sigma_{окт} \leq p_0; \quad (2.32)$$

$$f = T + p_0 \operatorname{tg} \psi - \tau_s = 0, \quad \sigma_{окт} > p_0, \quad (2.33)$$

де  $T$  – інтенсивність дотичних напружень;  $\sigma_{окт}$  – гідростатичний тиск;  $\psi$  – кут тертя на октаедричній площині;  $\operatorname{tg} \psi = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sin \varphi}{9 - \sin^2 \varphi}$ ;

$\tau_s$  – параметр на октаедричній площині, аналогічний зчепленню;  $p_0$  – величина гідростатичного тиску на девіаторній площині, коли ґрунт працює як суцільне середовище.

## РОЗДІЛ 3

### МЕТОДИ ВРАХУВАННЯ СУМІСНОЇ РОБОТИ НАЗЕМНОЇ ТА ПІДЗЕМНОЇ ЧАСТИН БУДІВЛІ

#### 3.1 Визначальні фактори, що впливають на сумісну роботу наземної та підземної частини висотних будівель

Згідно з ДБН В.2.1-10-2009 «Основи і фундаменти будівель та споруд» [103] фундаменти слід проектувати, виходячи з розрахункової схеми, що передбачає сумісне деформування споруди з основою [2, 118, 134]. Основною метою сумісного розрахунку є розподіл факторів впливу, виділення визначальних ознак та параметрів, якими можна управляти для збільшення терміну експлуатації будівлі, шляхом регулювання її НДС [30].

Сумісний розрахунок дає можливість оптимізувати затрати на будівництво на основі критерію  $s \leq s_u$ , тобто осідання має бути меншим допустимого, виходячи із діючих на фундамент навантажень.

В роботі із множини факторів впливу на сумісну роботу системи «будівля–фундамент–основа» розглянуто такі [100, 123]:

- вплив коефіцієнта водонасичення ґрунтової основи;
- прояви інженерно-геологічних властивостей ґрунту (структура, міцнісні та деформативні характеристики:  $\rho$ ,  $E$ ,  $\nu$ ,  $c$ ,  $\varphi$ ,  $\rho^{min}$ ,  $\rho^{max}$ ,  $\rho_{cr}$ ,  $p_0$ );
- характер та спосіб передачі навантаження у відповідності з розрахунковими схемами проектного розв'язку;
- жорсткість елементів наземних конструкцій;
- величина осідання фундаментних конструкцій;
- форма та жорсткість фундаментних конструкцій.

#### 3.2 Вплив техногенних факторів

Надійність будівель та споруд не можна розглядати окремо, ізолювано від їх ґрунтових основ, та цей розгляд ускладнений тим, що складові її елементи мають різну природу. Ґрунти – це природна субстанція, яку інженер-будівельник може змінити не завжди і дуже об-

межено. Грунтова основа є невід’ємною складовою системи «будівля–фундамент–основа», найбільш уразливий її елемент, адже 90 % аварійних ситуацій споруд завдячують саме його стану. По різноманіттю та міцності ґрунти не мають аналогів серед матеріалів, які використовуються людиною.

Сучасне числове моделювання є найбільш доступною, якщо не єдиною, технологією прогнозування зміни поведінки об’єкта при ціленаправленій зміні вхідних параметрів нелінійної моделі. За методом граничних елементів розглянуто взаємодію фундаментів з пружно-пластичною багат шаровою основою при досить типовому явищі – замокання основи. Дія води – один із найсуттєвіших техногенних факторів, що впливають на деформування ґрунтових основ. Плівки води розклинюють дисперсне середовище ґрунту, створюючи умови для додаткового його ущільнення. Крім того, вода розчиняє солі, що цементують частинки ґрунту, це веде до зміни структурних зв’язків. Особливо чутливі до порушення природної цілісності і зміни структурних властивостей лесові ґрунти, широке розповсюдження яких сприяє використанню їх в якості основ споруд. Лесові ґрунти при замоканні переходять в стан граничної рівноваги. Згідно з експериментальними дослідженнями М. Н. Гольдштейна [35], у замоченого лесового ґрунту кут внутрішнього тертя  $\varphi$  зменшується в 1,5–2 рази, зчеплення ґрунту  $C$  зменшується в 10 разів, коефіцієнт Пуассона  $\nu$  збільшується до 0,34–0,4. Навіть коли в умовах природного залягання лесовим ґрунтам властиві високі міцнісні і низькі деформативні показники, в випадку замокання їх відносна стисливість (від 3 до 5 см) при товщині шару 10 м дає осідання 30–50 см, що веде до крену та появи тріщин в споруді.

Задача механіки ґрунтів переходу від несучої спроможності фундаментів в ґрунтах природної вологості до несучої спроможності в замочених ґрунтах актуальна для сьогодення і потребує подальшого вирішення [43, 55, 120]. З метою об’єктивнішого та повнішого аналізу несучої спроможності ґрунтів і прогнозу потенційних деформацій необхідні розрахунки напружено-деформованого стану ґрунтів з використанням закономірностей нелінійної механіки ґрунтів. Дослідження типової ситуації «деградації» лесових ґрунтів через їх підтоплення в

роботі проведено з використанням математичної моделі, яка побудована на основі теорії пластичної течії [18, 77, 81, 83–87, 89, 90, 97] та на дилатансійній теорії В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка і узагальненому критерії Мізеса–Шлейхера–Боткіна (рис. 3.1). Розглянуто тестову задачу впливу замокання ґрунтової основи на несучу здатність фундаментної конструкції (палі С 6-30). Для порівняння числового моделювання за методом граничних елементів були використані експериментальні дані несучої здатності палі С 6-30 та фізико-механічні властивості ґрунтів, які наведені в опублікованій статті К. О. Янко, С. П. Школяр, В. А. Муха [145]. Для дослідження поставленої задачі використано числовий МГЕ. Адже математичні моделі дають можливість компактно та чітко дослідити процес методами числового аналізу. Запропонована модель на кожному кроці навантаження враховує зміну НДС основ, поверхню текучості, шлях навантаження, історію деформування, дилатансію та контрактацію ґрунту. Взаємозв'язок між швидкостями пластичних деформацій і напруженнями при роботі ґрунту в нелінійній стадії описувався за неасоційованим законом пластичної течії [147] згідно з 2.26.

Для розв'язання поставленої задачі модель було вдосконалено. Вплив замокання лесового ґрунту враховувався зміною характеристик параметрів ґрунту, значення яких безпосередньо залежать від вологи. Поведінка системи паля–основа в роботі вивчалась з врахуванням зміни властивостей її елементів, локальних складових – вхідних параметрів системи. Це фізико-механічні характеристики ґрунту:  $E$  – модуль деформацій;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\rho$  – щільність ґрунту;  $\rho^{\min}$  – мінімальна щільність ґрунту;  $\rho^{\max}$  – максимальна щільність ґрунту;  $C$  – зчеплення;  $\varphi$  – кут внутрішнього тертя;  $w$  – вологість ґрунту;  $e$  – коефіцієнт пористості;  $S_r$  – коефіцієнт водонасичення;  $p_0$  – величина напружень на октаедричній площині, коли ґрунт працює як суцільне середовище. Решта вхідних параметрів описують геометрію палі та форму дискретизації активної зони навколопальнової основи.

Багатошаровість структури ґрунтової основи, яка визначається генезисом відкладень, враховувалась середньозваженими характеристи-

ками ґрунтів. На відміну від конструктивних матеріалів, міцність і деформативність дискретного середовища ґрунту характеризується не мінімальними, а усередненими значеннями міцнісних характеристик, їх математичним очікуванням. Деформації і міцність дисперсних основ є результатом проявлення усереднених властивостей ґрунту в деякій області. Тому випадкові, інколи навіть значні, відхилення властивостей ґрунту в окремих точках не визначають поведінку масиву в цілому завдяки розподільчим властивостям ґрунтів.

Ґрунти, як відомо, навіть за незначних тисків отримують незворотні пружно-пластичні деформації, які залежать від історії навантаження. К. Бреббія [22] на основі методу зважених нев'язок отримано фундаментальне рівняння рівноваги ґрунту в інтегралах, яке встановлює співвідношення між зусиллями та переміщеннями, що виникають на границі палі (2.22):

$$c_{ij}u_j + \int_{\Gamma} \rho^*_{ij} u_{ij} d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \rho_i d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \varepsilon^p_{jk} d\Omega, \quad (3.1)$$

де  $u$  – заданий вектор переміщень, що виникають на границі палі;  $p$  – шуканий вектор напружень на поверхні досліджуваного об'єкта;  $u^*, p^*, \dot{\sigma}^*$  – ядра граничного рівняння, фундаментальні розв'язки Міндліна [153] для переміщень, напружень та похідних від напружень від дії  $P = 1$  в середині пружної півплощини; інтеграл по області  $\Omega$  в (3.1) включає вектор пластичних деформацій основи  $\varepsilon_p$ ;  $C_{ij}$  – матриця, що визначалась з умов руху тіла як цілого.  $\Gamma, \xi, x$  – відповідно границя палі, точка збурення, точка нагляду [83].

Для числової реалізації (3.1) дискретизувалась лише поверхня стикання фундаменту та ґрунту, оскільки розв'язок Р. Міндліна автоматично задовольняє граничні умови на вільній від напружень поверхні півпростору. Границя  $\Gamma$  розбивалась на ряд граничних лінійних елементів, очікувана зона деформацій дискретизувалась трикутними осередками, рис. 3.2.

Рівняння (3.1) записувалось в дискретній формі для кожного вузла  $\xi$  границі  $\Gamma$ :



$$c(\xi_i)U(\xi_i) + \sum_{j=1}^N \left( \int_{\Gamma} P^* \Phi^T d\Gamma \right) U^N = \sum_{j=1}^N \left( \int_{\Gamma} U^* \Phi^T d\Gamma \right) P^N + \sum_{k=1}^M \left( \int_{\Omega} \sigma^* \Phi^T d\Omega \right) \varepsilon^{P(k)}, \quad (3.2)$$

де  $i$  – граничний вузол, що розглядається;  $j$  – номер граничного вузла, який впливає на вузол  $i$  (вплив враховується окремим коефіцієнтом);  $k$  – номер внутрішнього осередку, що впливає на вузол  $i$ .

Рівняння (3.2) можливо записати у матричній формі (2.23).

Інтеграли по кожному граничному елементу обчислювались за схемами числового інтегрування двовимірних квадратур Гаусса [144]

$$H_{ij} = \int_{\Gamma_j} q^* d\Gamma = J \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (p^*)_k w_i w_j, \quad G_{ij} = \int_{\Gamma_j} u^* d\Gamma = J \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (u^*)_k w_i w_j, \quad (3.3)$$

де  $H_{ij} = \begin{cases} H_{ij}, i \neq j \\ H_{ij} + C_i, i = j; \end{cases}$ ;  $w_i, w_j$  – вагові коефіцієнти при числовому ін-

тегруванні;  $J$  – якобіан переходу від місцевої до глобальної системи координат, для лінійного граничного елемента  $J = l_i/2$ .

Інтеграл по внутрішніх осередках ґрунту  $\Omega$  обраховувався за схемою напіваналітичного інтегрування, запропонованого Ж. Теллесом, К. Бреббія [22] з використанням формули Хаммера:

$$\int_{\Omega} \sigma^* \Phi^T d\Omega = \sum_{k=1}^K (\sigma^* \Phi^T)_k W_k J_k, \quad (3.4)$$

де  $J_k$  – якобіан перетворення системи координат;  $W_k$  – вагові коефіцієнти методу Хаммера.

Ґрунтові основи в усіх випадках розраховуються по другій групі граничних станів, оскільки довговічність споруди залежить не від величини напружень в ґрунті, а від переміщень, що виникають в ґрунтовій основі. Цей розрахунок має забезпечити нормальну адаптацію споруди, обмеженість осідань  $s \leq [s]$ , кутів повертання. Математичний еквівалент поведінки ґрунтів під навантаженням має відповідати даним експериментальних досліджень. Для аналітичного розгляду цієї задачі залучено механіку суцільних та пористих середовищ. Оскільки ґрунти відносяться до дисперсних тіл, крім закономірностей деформування суцільних тіл була врахована зміна об'єму пор при стисканні згідно з дилатансійною теорією В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка. Нелінійний аналіз ґрунтових основ все більше використовується в бу-

дівельній проектній практиці. Його необхідність очевидна. Перехід на каркасно-монолітну схему приводить до росту будівель ввверх і вниз. Це збільшує тиск на основи і приводить до того, що найбільш важлива стадія роботи основ – це зміна структурної міцності – випадає з точки зору діючих ДБН. Запропонована модель на кожному кроці навантаження враховує зміну НДС основ, поверхню текучості, шлях навантаження, історію деформування, дилатансію та контрактацію ґрунту. Взаємозв'язок між швидкостями пластичних деформацій і напруженнями при роботі ґрунту в нелінійній стадії описувався на основі розвитку модифікованої моделі І. П. Бойка, яка ґрунтується на дилатансійній теорії В. М. Ніколаєвського, узагальненому критерію Мізеса–Шлейхера–Боткіна та з використанням неасоційованого закону пластичної течії (2.26).

Критерій переходу до граничного стану  $f$  (границя, що розмежовує пружну деформацію та текучість ґрунту) описувався поверхнею текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна (рис. 3.1), яка давала співвідношення між  $\sigma_{\text{окт}}$  та  $\sigma_i$  на октаедричній площині, визначаючи пороговий характер пластичних деформацій (2.31), (2.32).

Кут зсуву  $\varphi_m$  ґрунтової основи (нахил дотичної до кругів Мора) в моделі визначався за формулою:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{d\varepsilon_v}{d\gamma} = \Lambda, \quad \varphi_m = \varphi_f \pm \theta; \quad (3.5)$$

де  $\varphi_f$  – кут внутрішнього тертя ґрунту;  $\Lambda$  – швидкість дилатансії (додатковий параметр неасоційованої моделі пластичної течії) знаходиться в аналітичній залежності від щільності ґрунту  $\rho$  та величини критичної щільності ґрунту  $\rho^{cr}$ ,  $\Lambda = \Lambda(\rho, \rho^{cr})$ .

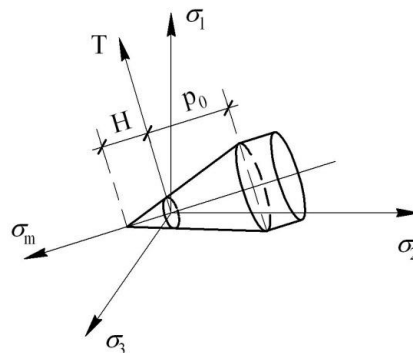


Рисунок 3.1 – Модифікований критерій текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна

В свою чергу  $\rho^{cr}$  залежить від гідростатичного тиску  $\sigma_m$ , параметра  $P_0$  та мінімального і максимального значення щільності ґрунту [98]

$$\rho^{cr} = f(\sigma_m, P_0, \rho_{\min}, \rho_{\max}). \quad (3.6)$$

В якості параметра зміцнення в розрахунковій моделі прийнято щільність ґрунту. Величина поточного значення щільності ґрунту на кожному кроці навантаження визначалась з формули:

$$\rho_i = \rho_0 / e^{\varepsilon_v}; \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_v = \ln V_i / V_0, \quad (3.8)$$

де  $\varepsilon_v$  – об’ємні деформації, для запису яких використано міру деформації Генкі;  $\rho_i$ ,  $V_i$  – поточне значення щільності та об’єму на  $i$ -му кроці навантаження;  $\rho_0$ ,  $V_0$  – початкові їх величини.

За МГЕ було змодельовано роботу одиночної палі на початку будівництва (1976 р.), через 12 років (1988р.) та через 27 років (2003р), в ґрунтах складених комплексом суглинистих порід лесової формації (важкі, легкі та пилюваті макропористі суглинки у твердому стані). Потужність просадкової товщі становить 6,2 м, яку підстилають червоно-бурі легкі суглинки та глини 1-го типу просадковості. Ці ґрунти зазнали замокання як зверху, внаслідок пошкоджень інженерних мереж, невідповідного відведення дощових вод, пошкодження вимощення навколо будівлі, так і знизу – підняття рівня ґрунтових вод на 4 м за період з 1976 по 2003 р.

Значення основних вхідних параметрів, які закладались в розрахунок, наведено в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Фізико-механічні характеристики ґрунтів

№ експ. досліджень	Рік проведення досліджень ґрунту	E, МПа	$\nu$	$\rho, \frac{m}{m^3}$	C, кПа	$\varphi$ , град	w	$S_r$	Несуча здатн. експерим., кН	Несуча здатн. за МГЕ, кН
1	1976 р.	17	0,35	1,986	3,1	8,82	0,19	0,47	893	827
2	1988 р.	14,3	0,358	1,947	1,23	7,51	0,20 4	0,65	669	590
3	2003 р.	8,9	0,362	1,894	0,35	7	0,24	0,83	380	345

Схему дискретизації активної зони основи та результати числового прогнозування несучої спроможності призматичної забивної палі

С 6-30 для коефіцієнта водонасичення ґрунту  $S_r = 0,47; 0,65; 0,83$  подано на рис. 3.2. Порівняння результатів числового моделювання з експериментальними даними дали задовільний збіг [145]. Згідно з експериментальними даними фактична несуча здатність забивних призматичних паль в лесових ґрунтах при повному їх водонасиченні знизилась приблизно в 2,2–2,4 рази.

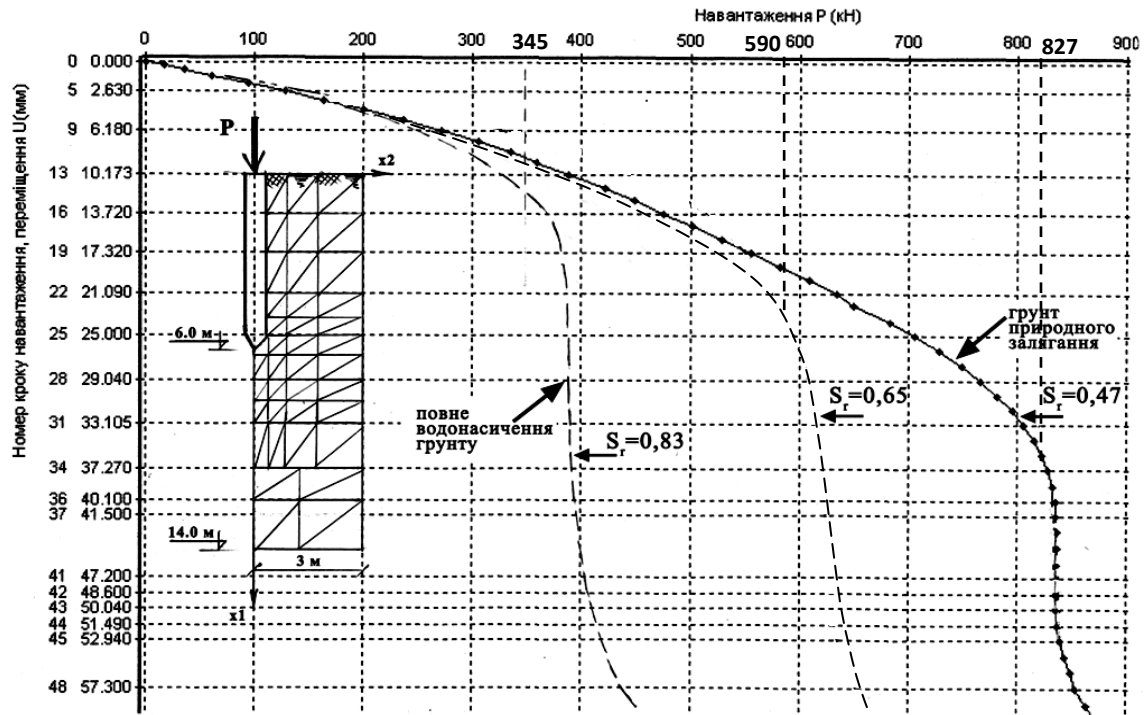


Рисунок 3.2 – Графіки навантаження–осідання. Результати моделювання

В числовому розрахунку МГЕ несуча здатність палі зменшилась в 2,27 рази при зміні коефіцієнта водонасичення ґрунту від  $S_r = 0,47$  в природному стані до  $S_r = 0,83$  після замокання.

З даних моделювання зниження несучої здатності відбулося через різке зниження несучої здатності палі по бічній поверхні (тобто, знизилась сила тертя по бічній поверхні через «деградацію» основи при замоканні, що призвело до втрати зчеплення і внутрішнього тертя ґрунту та розвитку значних пластичних областей). Так, при повному водонасиченні ґрунту (див. рис. 3.2) при  $P = 350$  кН ґрунт працює вже в третій фазі – фазі втрати міцності основи та прогресуючої течії ґрунту, а в ґрунтах природного залягання при такому ж навантаженні  $P = 350$  кН ґрунт ще працює в першій фазі – фазі ущільнення.

За даними числового моделювання МГЕ несуча спроможність палі

С 6-30 (див. рис. 3.2) при замоканні до повного водонасичення знизилась до 44 % у порівнянні з ґрунтами природного залягання. Результати моделювання підтвердили, що величини сил тертя в тонкозернистих лесових ґрунтах дуже чутливі до води і різко зменшуються при збільшенні вологості. Це веде до значного зменшення несучої спроможності фундаментів та відповідного збільшення НДС системи «будівля–фундамент–основа».

Числове моделювання МГЕ процесу деградації лесової основи при замоканні виявляє утворення значних пластичних областей внаслідок зміни об'єму ґрунту. Такі ґрунти, через розклинення плівками води, набухають, збільшуючись в об'ємі. Це призводить до підвищеної деформативності. Використання таких ґрунтів в якості основ будівель потребують врахування порушень їх структури при замоканні та прогнозу зниження несучої спроможності фундаментів шляхом залучення нелінійних методів механіки ґрунтів [85].

Будівництво промислових і житлових об'єктів викликає зміну гідрогеологічного режиму на забудованих територіях.

Зміна гідрогеологічних умов режиму масиву досить типове явище, що пов'язане з техногенними впливами – підтоплення ґрунтовими водами, негативною роботою дренажних споруд в період дощів, танення снігу, проникненням води із підземних водоносних комунікацій, розташованих поблизу будівлі і т.д. Замокання основи викликає негативні тенденції в поведінці більшості побудованих об'єктів, які можуть отримати зверх нормативні загрозливі деформації, нерівномірне осідання [115]. Неврахування цього явища може призвести до небажаних результатів. Так на рис. 3.3 зображено втрату стійкості дванадцятиповерхової будівлі в Шанхаї, причиною аварії якої є замокання основи.

З огляду на актуальність задачі проведено числовий прогноз методом граничних елементів та методом скінчених елементів потенційних деформацій та напружено-деформованого стану висотної будівлі (рис. 3.4) з використанням закономірностей нелінійної механіки ґрунтів при впливі техногенного фактору – дії води.

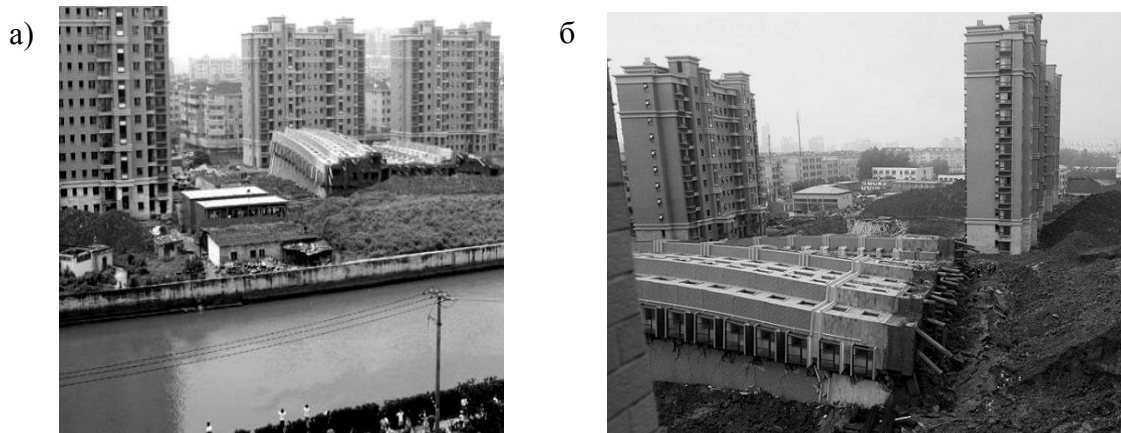


Рисунок 3.3 – Втрата стійкості 12-ти поверхової будівлі в Шанхаї

За МГЕ розглянуто взаємодію фундаментів будівлі (див. рис. 3.4) з пружно-пластичною багатошаровою основою для досить типового явища замокання основи.

Прийняття проектного вирішення будівлі потребує дослідження фізико-механічних характеристик ґрунтової основи. Вода різко змінює природний тиск ґрунту  $y_z$  та суттєво впливає на деформативні властивості основи. На рис. 3.5 для однієї із свердловин будівельного майданчика наведено епюру зміни вертикального тиску  $y_z$ , МПа, від власної ваги ґрунту, яка характеризує динаміку зміни ефективних напружень в ґрунтовій основі за умови коливання рівня ґрунтових вод [32].

Вхідними параметрами слугували:  $E_{\min} = 17,05$  МПа,  $E_{\max} = 29$  МПа,  $c = 1,61$  т/м<sup>3</sup>,  $c^{\min} = 1,88$  т/м<sup>3</sup>,  $\rho^{\max} = 2,06$  т/м<sup>3</sup>,  $C = 18,78$  кПа,  $\varphi = 0,4417$  радіан,  $\nu = 0,3207$ .



Рисунок 3.4 – Досліджувана будівля

В початковому варіанті розрахунку в якості фундаментної конструкції для будівлі на рис. 3.4 та ґрунтів природного залягання з  $E = 17,051$  МПа,  $S_r = 0,45$  взято фундаментну плиту висотою  $h = 0,7$  м.

Для дослідження НДС підземної частини будівлі використано дилатансійну модель [89].

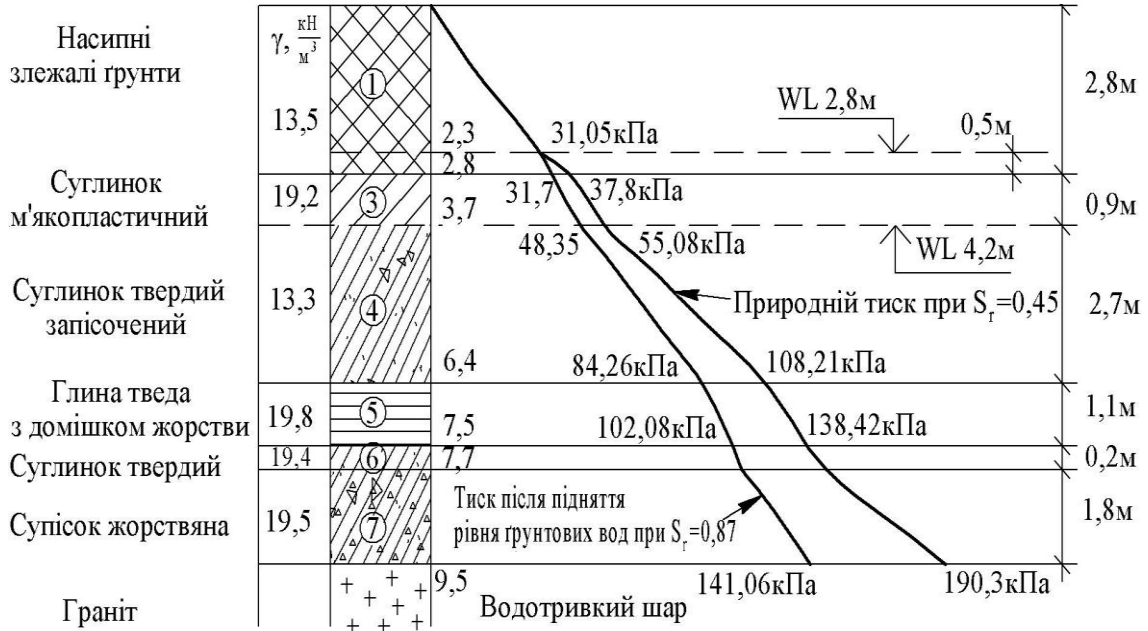


Рисунок 3.5 – Епюри стискаючих напружень від власної ваги ґрунту  $\sigma_z$ , МПа (природний тиск шарів ґрунту)

До глибини 19,5 м майданчик складається зі слабких глинистих ґрунтів (рис. 3.5), під якими граніт. Прогнозована величина осідання будівлі під навантаженням 85000 кН (вага будівлі обрахована програмним комплексом «ЛІРА-САПР») склала  $s = 6,3$  см (рис. 3.6). З метою зменшення осідання будівлі висоту фундаментної плити збільшено до  $h = 1$  м, осідання склало  $s = 4,7$  см (див. рис. 3.6), а 10 см підсіпки з гравію підняли середньозважену величину модуля деформацій ґрунтової основи до  $E = 22$  МПа.

З підняттям частки заповнення пор дисперсного ґрунту до  $S_r = 0,65$  осідання будівлі на фундаментній плиті  $h = 1$  м сягає 7 см, а при збільшенні  $S_r$  до 0,87 (практично повного водонасичення ґрунту) осідання більше 15 см, що перевищує нормативно допустиму величину осідання висотних будівель 10 см.

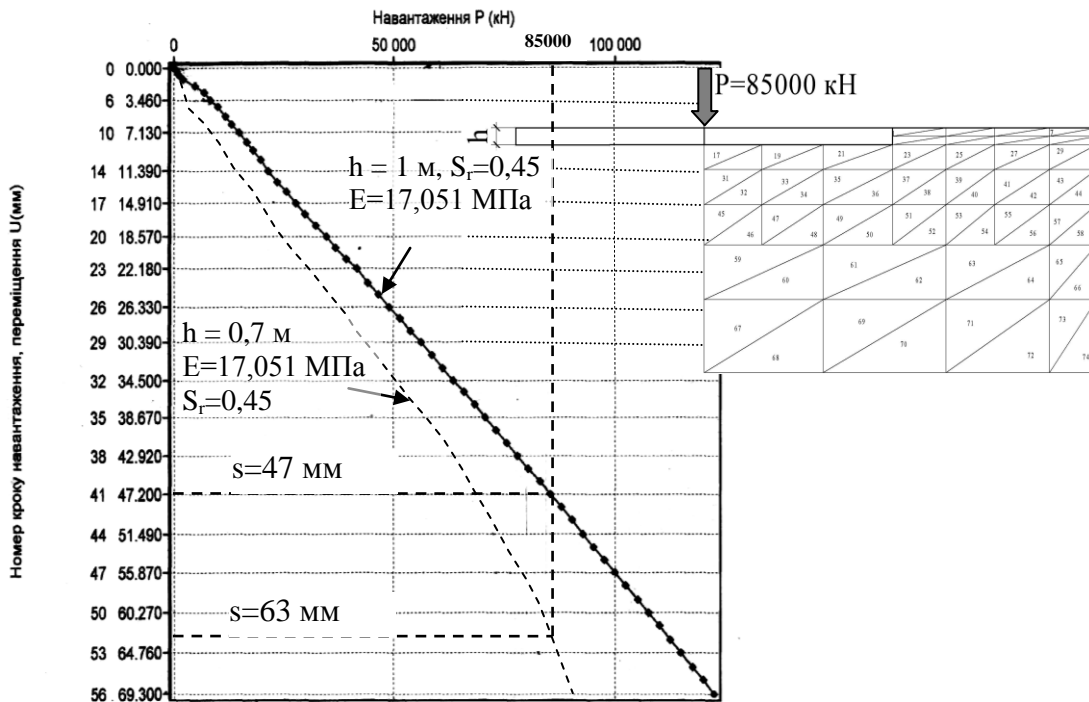


Рисунок 3.6 – Графік залежності осідання-навантаження при різній товщині плити із зображенням дискретизації навколоплитного простору

Очікуване осідання будівлі склало  $s = 3,73$  см (рис. 3.7) при коефіцієнті водонасичення ґрунту природного залягання  $S_r = 0,45$ . Результати числового моделювання процесу замочання наведено на рис. 3.7.

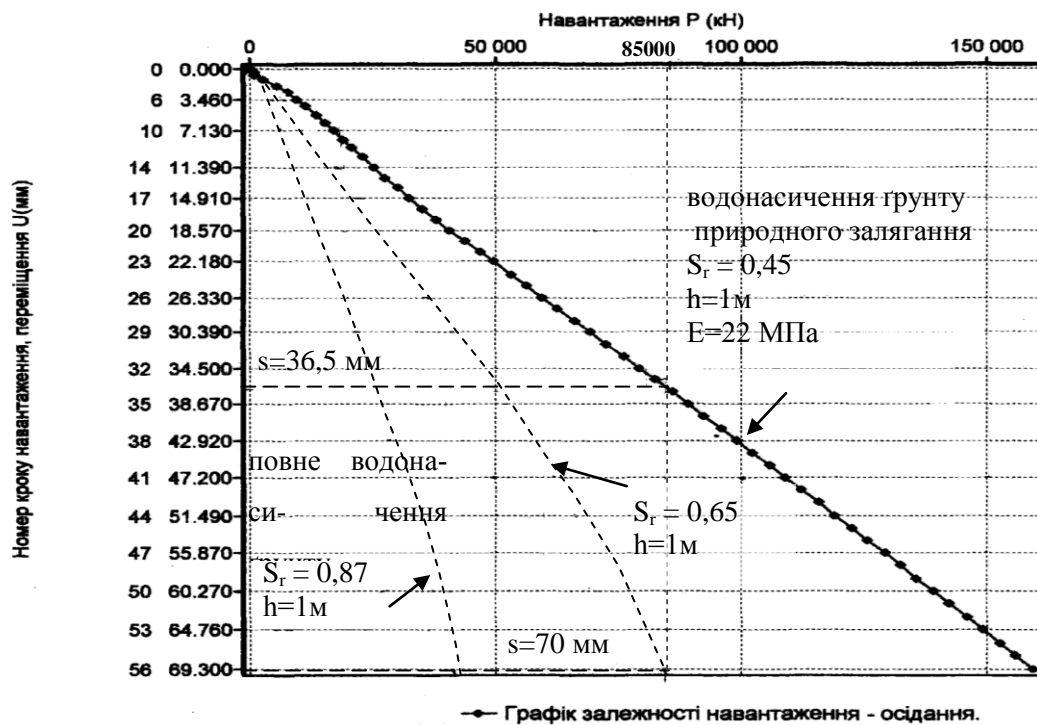


Рисунок 3.7 – Графік залежності осідання-навантаження при різному коефіцієнті водонасичення з врахуванням підсіпки з гравію



Отже, за даними числового моделювання МГЕ деформативність висотної будівлі на рис. 3.4 збільшилась при замоканні основи до повного водонасичення в 4,02 рази, підвівши її до аварійного стану.

Результати моделювання підтвердили, що величина сили тертя в ґрунтах дуже чутлива до води і різко зменшується при збільшенні вологості, що призводить до значного зменшення несучої спроможності фундаментів.

### **3.3 Дослідження методом граничних елементів деформування круглих в плані фундаментів**

Останнім часом спостерігається інтенсивне спорудження будівель та споруд, які в основі мають форму круга. Стінки круглих в плані споруд працюють в основному на розтяг, вони є більш економічними з усіх інших форм, тому отримали найбільше розповсюдження. Круглі фундаменти – це відповідальні фундаментні конструкції, особливості роботи яких визначають експлуатаційні характеристики усієї інженерної споруди. Тому прогноз сумісної роботи таких фундаментів з основами є актуальною задачею. Сфера їх раціонального використання достатньо повно відкоригована: це фундаменти сучасних зернових елеваторів, димових труб, електростанцій, шарових газгольдерів, днищ резервуарів, кесонів та багатьох інших відповідальних інженерних споруд. Проектування фундаментів для конкретних основ будівельного майданчика – найскладніша задача серед усього об'єму проектування споруди через необхідність комплексної оцінки множини факторів впливу: неоднорідність та пористість ґрунту, низька міцність в порівнянні з матеріалами конструкцій наземної частини будівлі, висока деформативність, значний вплив коефіцієнта водонасичення і т. д. В роботі розглянуто контактну нелінійну задачу круглої плити, що лежить без зчеплення на дисперсному середовищі ґрунтової основи. Як відомо, ні одному із будівельних матеріалів (в тому числі для бетону) не властивий такий ступінь зміни під навантаженням своїх фізико-механічних властивостей як дисперсному ґрунту. Дані результатів компресійних і штампових досліджень ґрунтів свідчать, що вони ведуть себе як нелінійно-деформовані тіла.

На теперішній час абсолютно жорсткі фундаменти на лінійно-деформованому півпросторі розраховують різними методами, в основі яких гіпотези про пропорційність залежностей між тиском на ґрунт та його деформацією. Та ці гіпотези не відображають реальних характеристик взаємодії плити з ґрунтовою основою.

Ця задача виконана з метою підвищення якості проектування круглих в плані фундаментних плит та зниження перевитрат при їх виготовлені. З метою створення передумов для більш раціонального проектування виконано числові комплексні дослідження взаємодії круглої фундаментної конструкції (плита товщиною  $h = 0,8$  м) з ґрунтовою основою. Об'єктом проектування є елеватор для зберігання зерна у м. Хмільник. Фізико-механічні характеристики ґрунтової основи такі: модуль деформацій  $E = 21483$  кПа; коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,337$ ; щільність  $\rho = 1,803$  т/м<sup>3</sup>; щільність мінімальна  $\rho^{min} = 1,4345$  т/м<sup>3</sup>; щільність максимальна  $\rho^{max} = 2,229$  т/м<sup>3</sup>; питоме зчеплення  $c = 5,67$  кПа; кут внутрішнього тертя  $\varphi = 0,273$  рад;  $p_0 = -1940$  кПа.

Проведено розрахунок моделі круглого фундаменту за кінематичною схемою навантаження з різними розмірами граничних елементів та трикутної сітки, що дискретизувала навколоплитний простір ґрунту (рис. 3.10) з метою виявлення достовірності числового експерименту.

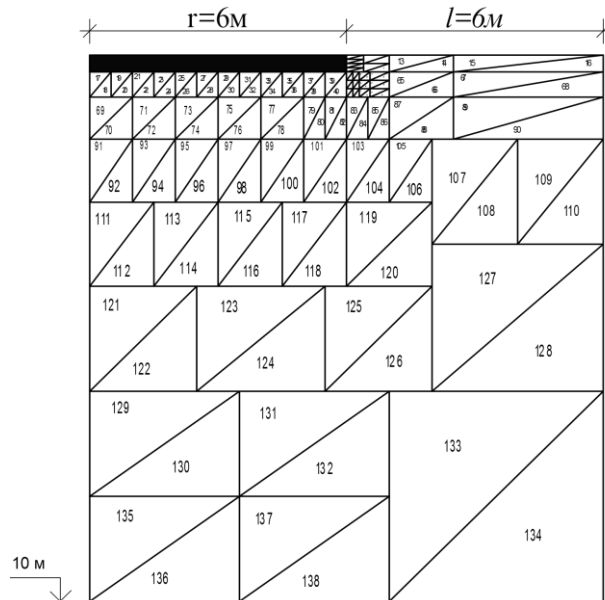


Рисунок 3.10 – Схема дискретизації круглого фундаменту елеватора

В першому варіанті числового розрахунку за математичною моделлю, наведеною в підрозділі 2.3, підшву та бокову поверхню плити дискрети-

зували за допомогою 10 граничних елементів, активну зону – 134 трикутних осередків. У другому варіанті сітку дискретизації було згущено і прийнято по 20 граничних елементів по підшві та боковій поверхні та 200 трикутних осередків в активній зоні.

Циліндрична по формі виробнича будівля елеватора має висоту 9 м, діаметр 12 м та місткість 625 м<sup>3</sup>. Навантаження від власної ваги такого елеватора становить 1970 кН, корисне навантаження 6730 кН.

Результати числового прогнозу несучої спроможності круглої фундаментної плити при більш густій сітці дискретизації в лінійній фазі роботи фундаментної конструкції практично збігаються та відрізняються в межах 3-ох відсотків у фазі утворення пластичних зсувів (рис. 3.11).

Отримані результати числового моделювання дилатансійних явищ зміцнення та знезміцнення ґрунту в фазі структурних змін та граничному стані по 2-х варіантах наведено на рис. 3.11.

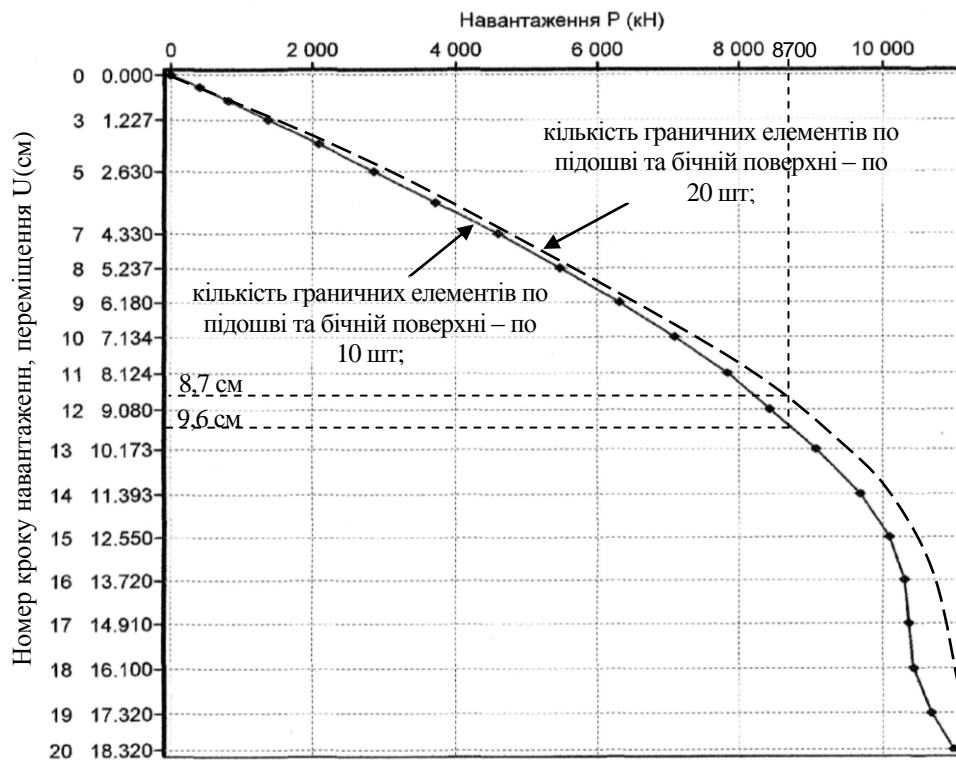


Рисунок 3.11 – Графік залежності «осідання-навантаження» круглого фундаменту елеватора

Таким чином метод граничних елементів дає змогу достовірно спрогнозувати несучу здатність фундаментних плит на усьому проміжку їх навантаження. А впровадження сучасних методів розрахунку – один із шляхів здешевлення фундаментних конструкцій [74].

## РОЗДІЛ 4

### ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВИЗНАЧАЛЬНИХ ФАКТОРІВ НА НДС СИСТЕМИ «БУДІВЛЯ–ФУНДАМЕНТ–ОСНОВА»

#### 4.1 Вплив величини осідання будівлі на перерозподіл зусиль в системі «будівля–фундамент–основа»

Традиційний розрахунок зусиль в статично невизначених конструкціях базується на засадах, що конструктивні елементи ідеально пружні та їх жорсткості не залежать від величини і тривалості дії сили та малість деформацій дозволяє вважати незмінними геометричні величини, що входять в умови рівноваги. В залізобетонних наземних конструкціях та ґрунтових основах споруд спостерігаються крім пружних також пластичні деформації, а також деформації текучості, пластичності, повзучості, усадки, температурні та інші.

В силу цих обставин НДС будівель як в умовах експлуатації, так і на межі вичерпання несучої спроможності суттєво відрізняється від стану, визначеного із розрахунку цієї ж системи як пружної. При рості навантажень пропорційно одному параметру, НДС системи зростає в більшості випадків не пропорційно цьому параметру. Співвідношення між різними напруженнями та деформаціями змінюються в доволі широких межах. Пластичні деформації призводять до перерозподілу зусиль, який нерідко здійснює значний вплив на несучу спроможність конструкцій, жорсткість та тріщиностійкість.

Конструкції висотних будівель мають чинити опір не лише стискаючим зусиллям, а також згинальним, крутним моментам та поперечним силам. Такими властивостями опору може характеризуватись каркас з металу та залізобетону, для якого характерним є перерозподіл зусиль.

Перерозподіл зусиль веде до підвищення несучої спроможності системи, тому врахування цього розподілу може призвести до економії матеріалів. З іншої сторони, пластичні деформації наземної та підземної частини будівель, утворення тріщин, ковзання частинок ґрунту, як правило, знижують жорсткість. Обумовлена цим явищем затримка росту зусиль в одних елементах за рахунок прискореного росту

зусиль, в інших може мати наслідки як утворення, так і запобігання утворенню тріщин чи їх розкриття. Таким чином, врахування перерозподілу зусиль сприяє більш точній оцінці експлуатаційних якостей системи і може вказувати на доцільність заходів, що покращують властивості елементів системи для підняття жорсткості та тріщиностійкості [121, 75, 135]. Аналітичний розв'язок проблеми взаємовпливу складових системи отримати доволі складно, оскільки потрібно врахувати багато факторів: жорсткісні характеристики споруди, міцнісні та деформативні характеристики ґрунтів активної зони, реологію ґрунтів, історію навантаження масиву ґрунту а також активні зони фундаментів існуючих поряд будівель.

Розв'язання контактної задачі взаємовпливу наземної та підземної частини будівлі розглядається у великій кількості публікацій [1, 5, 9, 17, 33, 51, 106, 112]. Якщо розглянути цю проблему в нелінійній постановці – число публікацій менше. Це пояснюється значними розрахунковими ускладненнями при врахуванні фізичної нелінійності основи та потребує кошторисного системного моніторингу будівлі.

Подальше зростання потужності будівельної галузі, обумовлене загальними тенденціями розвитку народного господарства, викликає необхідність вдосконалення методів сумісного розрахунку системи «будівля–фундамент–основа». Сучасна практика розрахункового обґрунтування конструкцій будівлі, що проектуються, передбачає проведення досліджень НДС повної системи «будівля–фундамент–основа». Найслабкішою ланкою в такій досліджуваній системі є ґрунтова основа. Питання про характер зв'язку або взаємодії між різними частинами системи «будівля–фундамент–основа» розглядається в рамках однієї задачі. Кожній частині такої системи відповідає своя область (наземна та підземна частини будівлі) для розгляду якої використано незалежний числовий спосіб розв'язання (МСЕ для верхньої, наземної частини та МГЕ для підземної області) [149].

Демонстрація та числові дослідження особливостей сумісної роботи з основами каркасних конструкцій висотних будівель наводиться на конкретних числових прикладах тестового характеру. Спочатку розглянуто плоскі системи, на яких простіше виявити та проаналізувати ефекти взаємодії наземної та підземної частини будівель. Виявлені ви-

значальні фактори відслідковано на просторових моделях висотних будівель. Розрахунки проведено класичним методом переміщень, достовірність розрахунків перевірено з використанням ПК ЛІРА-САПР.

Розгляд питання сумісної роботи наземної та підземної частин будівлі розпочато з розгляду двовимірної задачі – плоских рам та балок, які слугують скелетом будівлі. Це спрощення є зручною відправною точкою для подальших викладок, оскільки дозволяє проілюструвати послідовність розрахунку на конкретних числових прикладах, виявити найбільш вагомні ефекти взаємовпливу, оскільки в складних просторових моделях надмірність елементів розрахункової схеми перешкоджає відслідкувати тенденцію такого впливу.

Осідання ґрунту величиною 1–2 см практично відповідає ще лінійній стадії роботи ґрунту (фаза ущільнення), тим більше лінійній роботі наземних залізобетонних конструкцій, зусилля в яких на цьому етапі підкоряються закону Гука та принципу суперпозицій. Жорсткість стійок прийнята  $EI = 20,25 \text{ т}\cdot\text{м}^2$ , жорсткість ригеля прийнято у 2 рази більша. При аналітичному розрахунку класичним методом будівельної механіки – методом переміщень, досліджено вплив осідання основи (2 см) на перерозподіл внутрішніх зусиль в рамах [45, 78]. Епюри зміни внутрішніх зусиль  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  в результаті врахування осідання основи подано на рис. 4.1, 4.2.

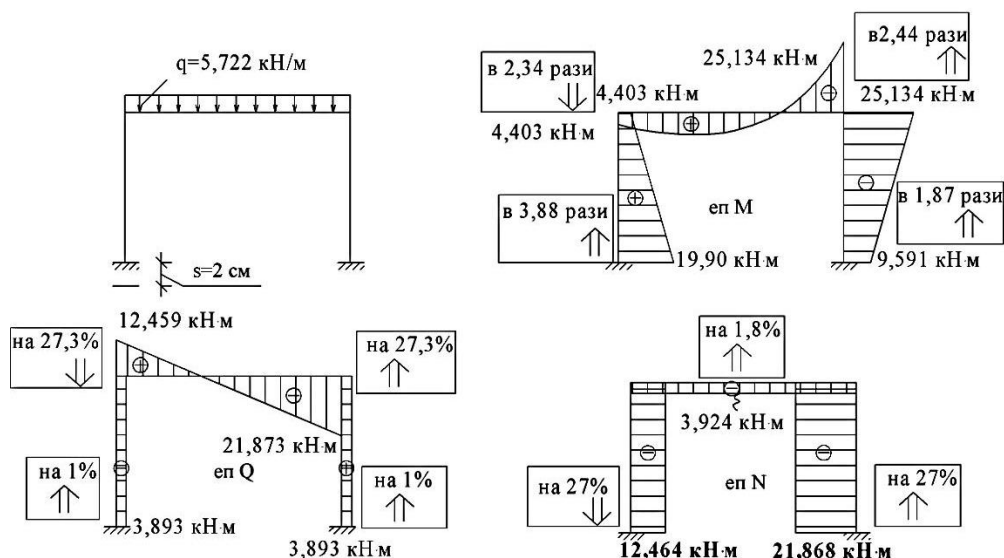


Рисунок 4.1 – Епюри зміни внутрішніх зусиль  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  одноповерхової однопритної рами в результаті врахування осідання основи при жорсткому закріпленні опор

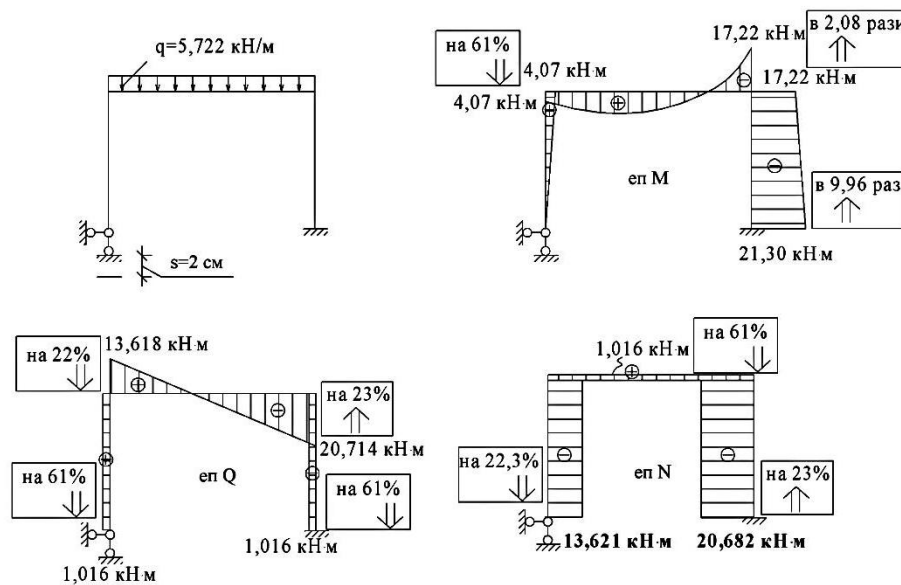


Рисунок 4.2 – Епюри зміни внутрішніх зусиль  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  одноповерхової однопролітної рами в результаті врахування осідання основи при шарнірному закріпленні лівої опори

На рис. 4.1 та 4.2 розглядалась поведінка одноповерхової однопролітної рами в різних умовах закріплення лівої стійки (жорстке, шарнірне). В одноповерховому однопролітному каркасі вертикальне осідання лівої стійки жорстко закріпленої рами на  $s = 2$  см, призвело до зменшення поздовжньої сили  $N$ , в стійці, що просіла, на 27 %, та збільшення на стільки ж в протилежній стійці. В ригелі зі сторони осілої колони поперечна сила  $Q$  зменшилась на 27,3 % і відповідно на стільки ж збільшилась на протилежній стороні ригеля. Поперечна сила в стійках майже не змінилась, оскільки осідання було у вертикальному напрямку. Згинальний момент  $M$  в стійці, що просіла, збільшився в 3,9 рази за умови її жорсткого закріплення.

Варіант шарнірного з'єднання лівої стійки з абсолютно жорстким фундаментом (можливість кута повертання в лівій стійці) уже призводить до зменшення епюр  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  в більшості елементів рами (рис. 4.2).

Поздовжня зусилля  $N$  в осілій стійці зменшилась на 22,3 % та збільшилась приблизно на стільки ж (23 %) в протилежній стійці, що не просіла. Поперечна сила  $Q$  перерозподілилась, в ригелі (на 22 % зменшилась зі сторони осілої колони і на 23 % збільшилась зі сторони неосілої колони). В обох стійках поперечна сила  $Q$  змінилась на 61 %. Спостерігається розвантаження згинальних моментів  $M$  в осілій час-

тині рами на 61 % та значне довантаження епюри M на протилежній неосівшій частині рами (в 9,96 раз). Врахування осідання будівлі (сумісної роботи наземної та підземної частини) приводить до зменшення епюри N, Q, M в осілій частині та появи додаткових N, Q, M в протилежній частині рами.

Результати числових досліджень НДС двопролітної плоскої рами фіксують зменшення N у середній стійці, що просіла ( $s = 2$  см) на 38–54,5 % та значне збільшення поздовжніх сил в крайніх колонах, до 5 разів. Поздовжня сила N в горизонтальних елементах рам, перпендикулярних напрямку осідання (в горизонтальних елементах), збільшується на порядок ( $\approx$  в 10 разів). Поперечна сила Q в ригелі збільшилась в 3,11 рази, спостерігається суттєве ( $\approx$  в 10 разів) збільшення поперечної сили в пролітній частині ригеля та колонах.

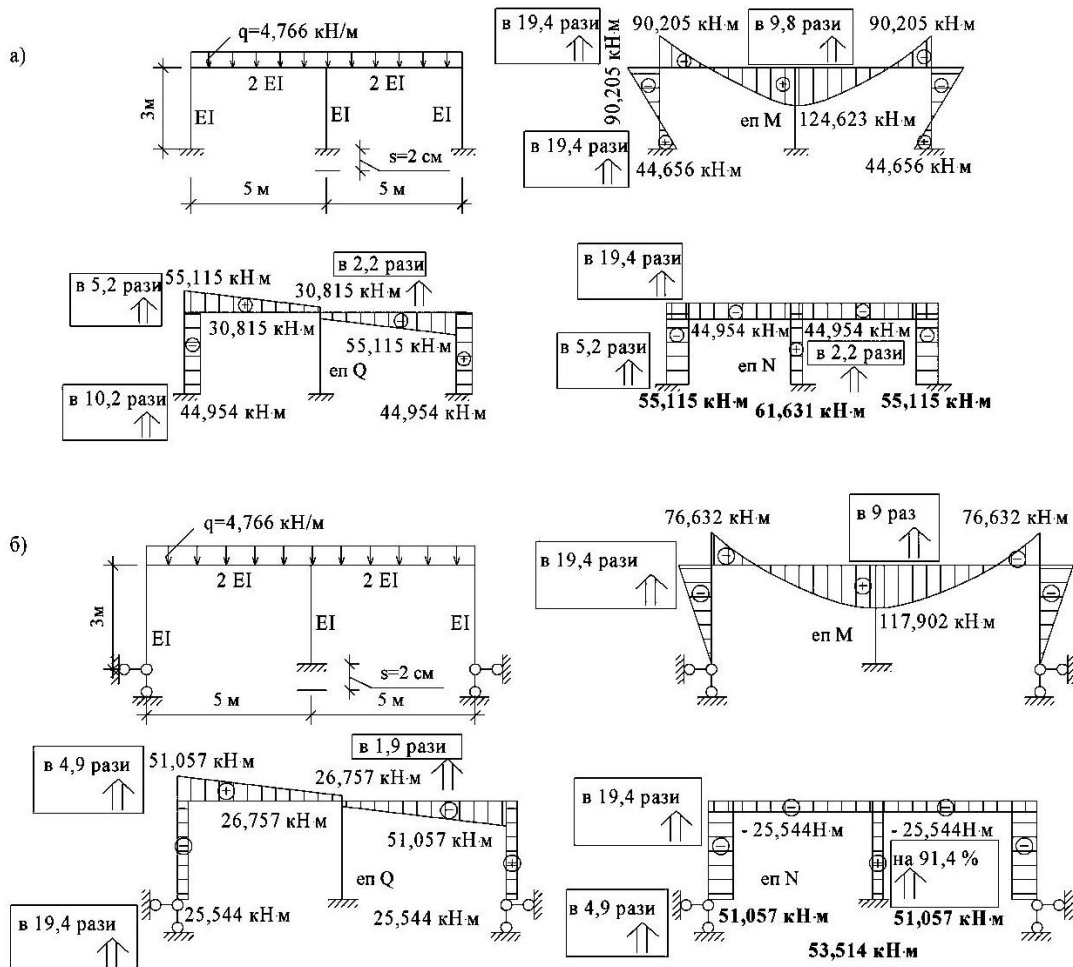


Рисунок 4.3 – Епюри зміни внутрішніх зусиль M, Q, N двопролітної рами в результаті врахування осідання основи при жорсткому (а) та шарнірному (б) закріпленні лівої опори



Значення згинального моменту  $M$  в ригелі біля стійки, що осіла, збільшився в 4,34 рази. При осіданні середньої опори на 2 см спостерігається різке збільшення згинальних моментів  $M$  в опорній частині ригеля та колонах (в 10,18 разів) незалежно від виду закріплення крайніх колон.

На рис. 4.4 подано аналіз зміни НДС в двопролітній рамі, де  $\frac{M_{\Delta}}{M}$ ,  $\frac{Q_{\Delta}}{Q}$ ,  $\frac{N_{\Delta}}{N}$  – градієнти зміни внутрішніх зусиль;  $M_{\Delta}$ ,  $Q_{\Delta}$ ,  $N_{\Delta}$  – внутрішні зусилля з урахуванням осідання;  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  – без урахування осідання [143].

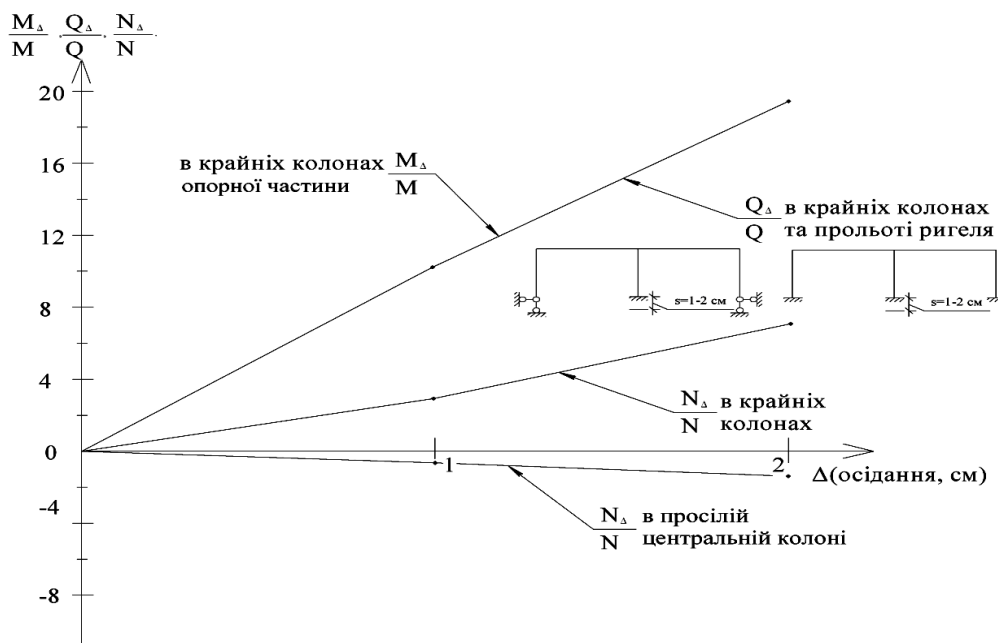


Рисунок 4.4 – Динаміка зміни градієнтів внутрішніх зусиль в двопролітній рамі

Результати розрахунку однопролітного двоповерхового каркасу подані на рис. 4.5. При аналізі результатів розрахунку спостерігається збільшення згинальних моментів, особливо на першому поверсі приблизно в 10 разів, та зменшення в 2 рази на другому поверсі, порівняно з розрахунком рам без вимушеного осідання. Поперечна сила збільшується в прольоті ригеля в 20 разів та незначно збільшується в колонах. Поздовжня сила в осілих колонах зменшується до 12 %, а в горизонтальних елементах рам  $N$  збільшується в 2 рази на першому поверсі та на 13 % в елементах другого поверху. Отже, можна відмітити, що осідання колон однопролітного двоповерхового каркасу найбільш впливає на НДС елементів першого поверху.

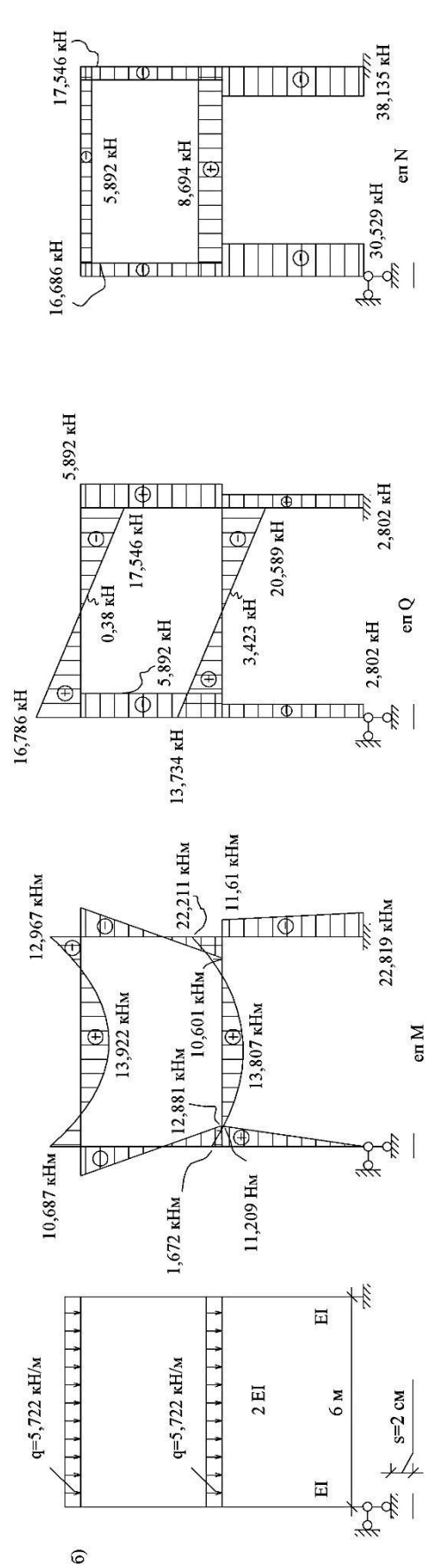
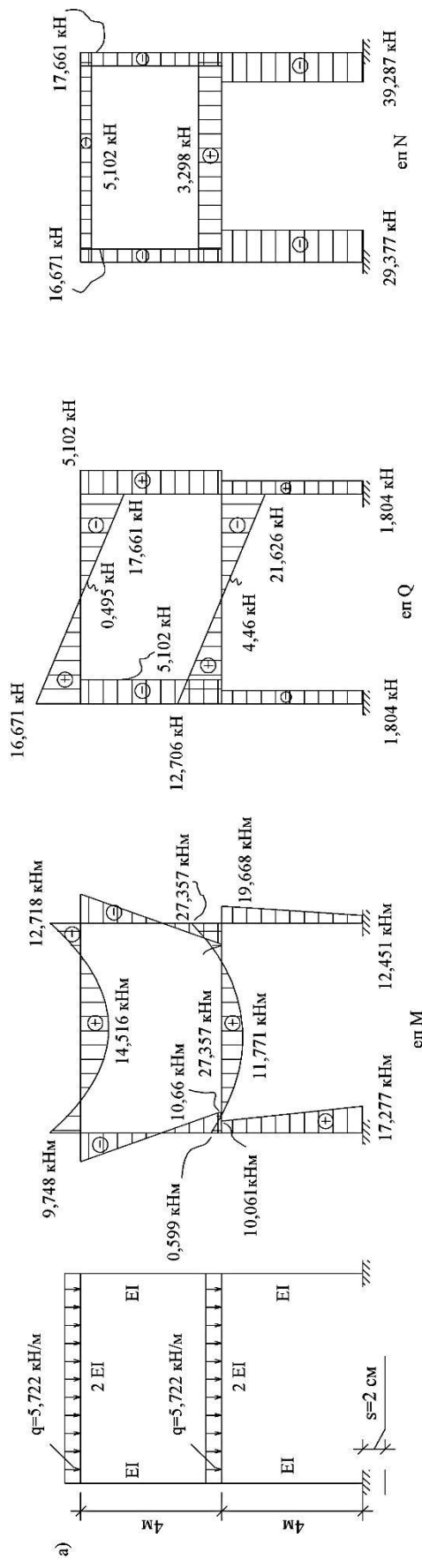


Рисунок 4.5 – Епюри внутрішніх зусиль M, Q, N однопролітної двоповерхової рами при врахуванні осідання основи при жорсткому (а) та шарнірному(б) закріпленні лівої опори

З математичної точки зору градієнт – це вектор, направлений в сторону найшвидшого збільшення функції та рівний за величиною її похідній у цьому напрямку. Градієнт вказує напрям найбільшого зростання руху процесу досліджуваної функції, в чому і полягає суть градієнтного методу оптимізації – наукового підходу до дослідження процесу взаємодії складових частин будівлі.

Градієнти характеризують додатні чи від’ємні прирости параметрів напруженого стану елементів будівлі, отримані при врахуванні взаємодії наземної та підземної частини будівлі по відношенню до аналогічних параметрів із розрахунку жорсткого закріплення будівлі.

Коли градієнт  $> 0$  – знак внутрішніх зусиль не змінюється (рис. 4.6):

- при градієнті  $> 1$  внутрішні зусилля збільшуються за умови просідання;
- при градієнті  $< 1$  внутрішні зусилля зменшуються за умови просідання.

Зміна знаку градієнта це перехід зусилля при осіданні з одного знаку на інший. При від’ємному значенні градієнта змінюється характер роботи конструктивного елемента, від деформованого стану – згин з’являється на протилежному напрямку, що є найбільш небажаним результатом роботи елемента.

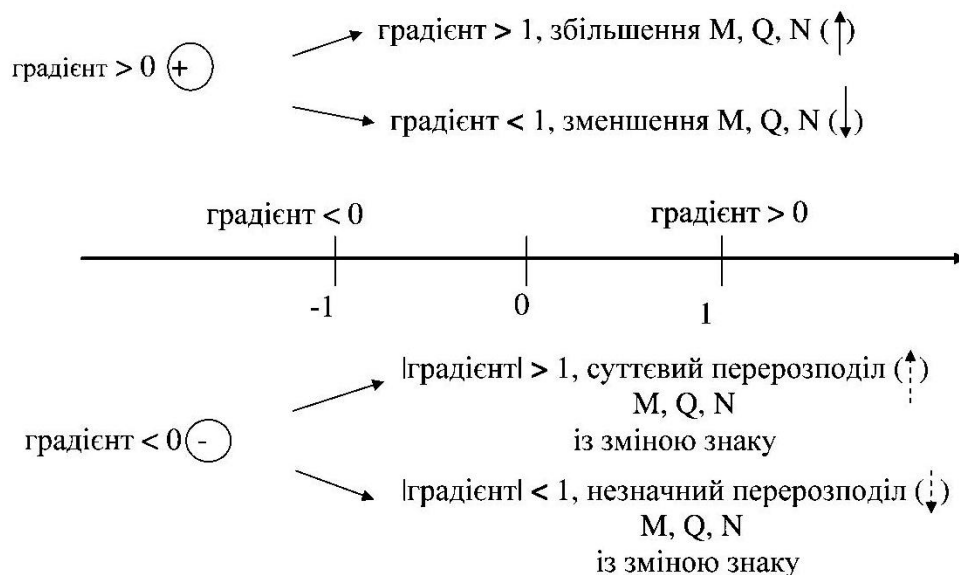


Рисунок 4.6 – Варіанти зміни градієнта та аналіз варіацій внутрішніх зусиль в конструктивних елементах будівлі

Результати розрахунків градієнтів (рис. 4.7–4.9) для внутрішніх

зусиль зведено в таблиці, аналогічній табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Градієнти  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  для однопролітної одноповерхової рами

№ ха- ракт. перет.	$M_{\text{урах. осід}}$	Градi- єнт	$Q_{\text{урах. осід}}$	Градi- єнт	$N_{\text{урах. осід}}$	Градi- єнт
	$M_{\text{без урах. осід}}$		$Q_{\text{без урах. осід}}$		$N_{\text{без урах. осід}}$	
1	$\frac{19,9}{5,29}$	19,9	$\frac{-3,893}{-3,854}$	1,01	$\frac{-12,464}{-17,161}$	0,73
2	$\frac{4,403}{10,287}$	-0,43	$\frac{-3,893}{-3,854}$	1,01	$\frac{-12,464}{-17,161}$	0,73
3	$\frac{4,403}{10,287}$	-0,43	$\frac{12,459}{17,161}$	0,73	$\frac{-3,924}{-3,854}$	1,02
4	$\frac{8}{15,465}$	0,52	$\frac{-4,707}{0}$	$\infty$	$\frac{-3,924}{-3,854}$	1,02
5	$\frac{-25,134}{-10,287}$	2,44	$\frac{21,873}{17,161}$	1,27	$\frac{-3,924}{-3,854}$	1,02
6	$\frac{-25,134}{-10,287}$	2,44	$\frac{3,891}{3,854}$	1,01	$\frac{-21,868}{-17,161}$	1,28
7	$\frac{-9,951}{5,129}$	-1,87	$\frac{3,891}{3,854}$	1,01	$\frac{-21,868}{-17,161}$	1,28

В таблиці в чисельнику наведено значення епюр  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  з урахуванням вимушеного осідання опор, в знаменнику – величини епюр  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  без врахування вимушеного осідання опор.

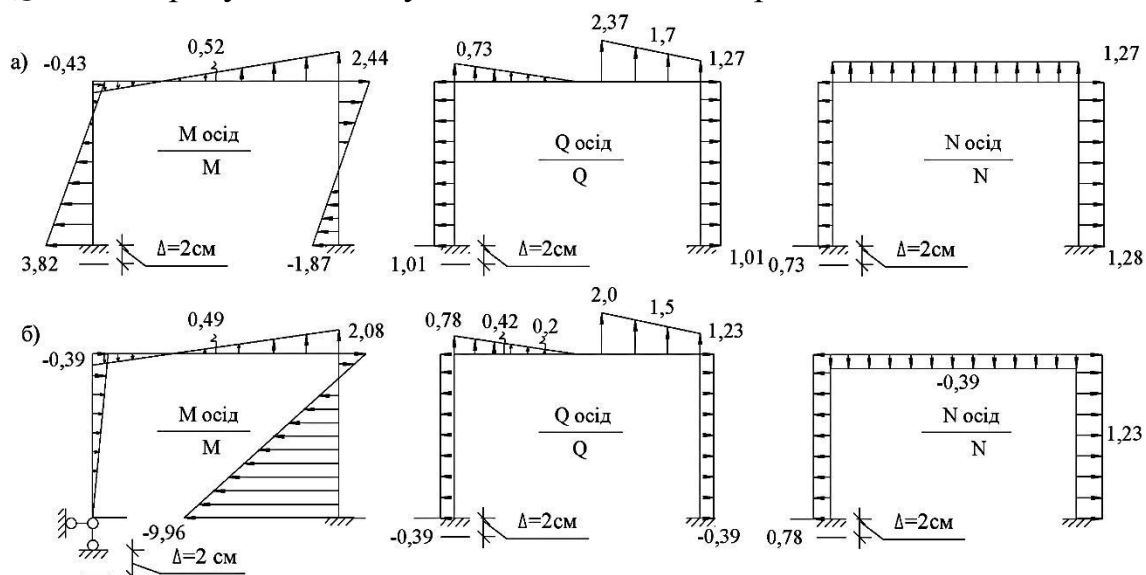


Рисунок 4.7 – Градієнт внутрішніх зусиль для однопролітної одноповерхової рами при жорсткому закріпленні (а) та при шарнірному закріпленні (б) лівої стійки

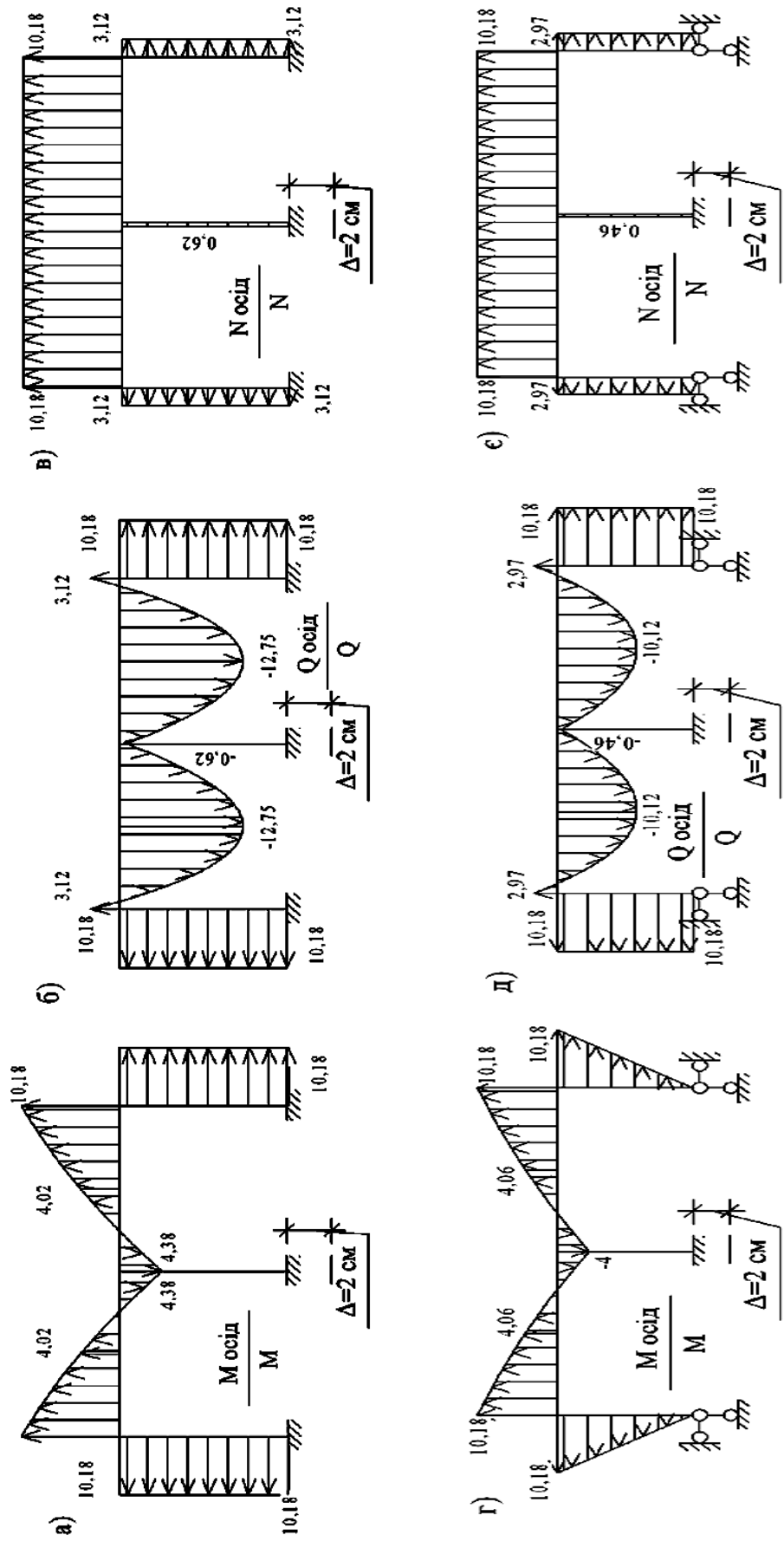


Рисунок 4.8 – Градієнти зміни внутрішнього зусилля ( $M, Q, N$ ): а, б, в – при жорсткому заземленні стійок; г, д, е – при шарнірному закріпленні лівої стійки одноповерхової двопролітної рами

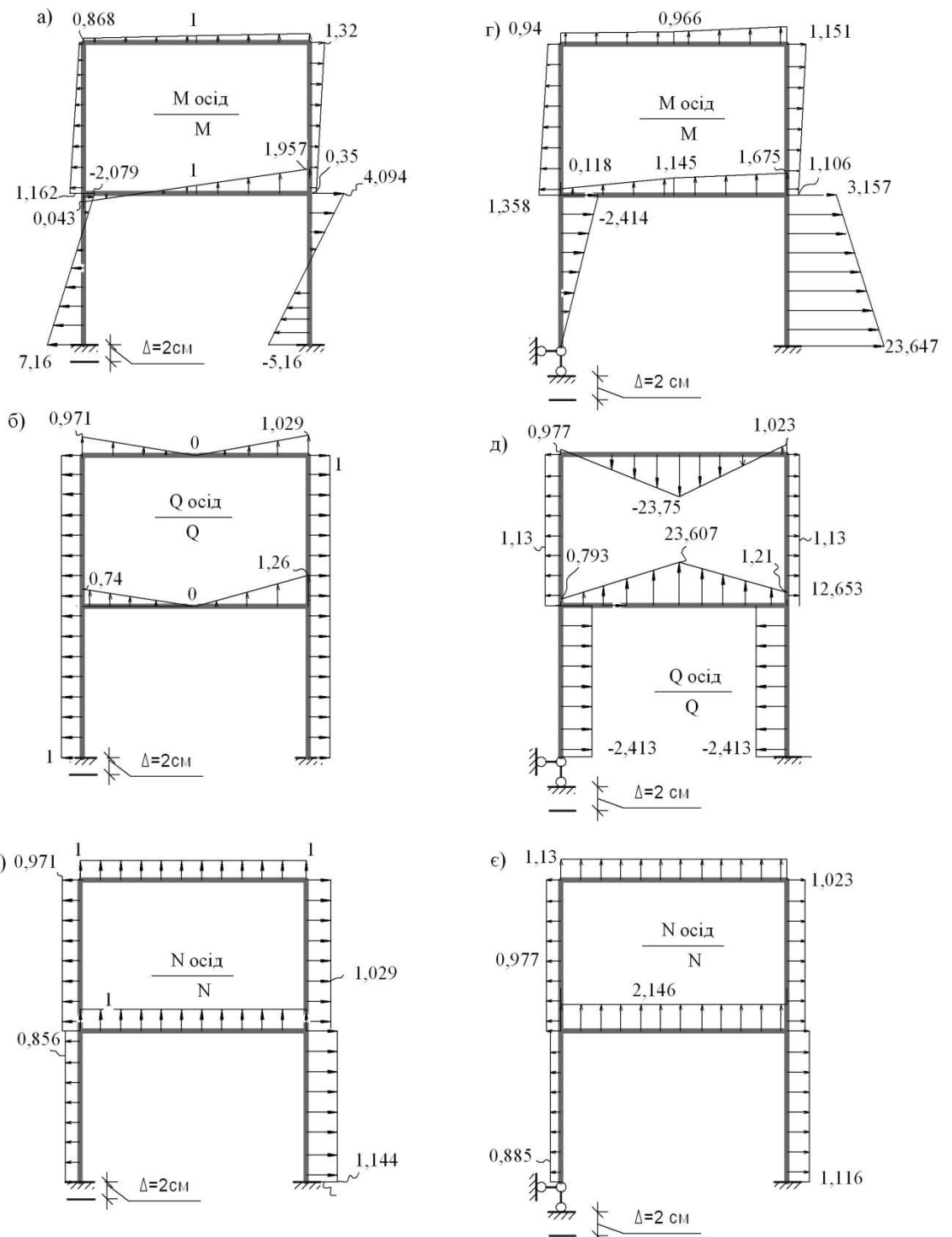


Рисунок 4.9 – Градієнти зміни внутрішнього зусилля ( $M$ ,  $Q$ ,  $N$ ): а, б, в – при жорсткому защемленні стійок; г, д, е – при шарнірному закріпленні лівої стійки однопролітної двоповерхової рами

Таке відношення слугує своєрідною частинною похідною (градієнтом) функції зміни епюри  $M$ ,  $Q$  або  $N$  по відношенню до розрахунку рамного каркасу без врахування роботи підземної частини будівлі.

Саме цей градієнт (співвідношення) дає загальну характеристику поведінки досліджуваної функції (зміни  $M$ ,  $Q$ ,  $N$ ) в околі конкретного характерного перерізу. Його напрям показує напрям найшвидшого зростання чи зменшення функції ( $M$ ,  $Q$ ,  $N$ ).

Аналізуючи результати дослідження зміни градієнта внутрішніх зусиль для однопролітної та двопролітної одноповерхової, однопролітної двоповерхової рам, слід відзначити таке:

- осідання колон будівлі веде до значного перерозподілу зусиль;
- перерозподіл зусиль поздовжньої сили  $N$  практично не залежить від виду закріплення колон (жорстке чи шарнірне) та сприяє зменшенню  $N$  в колонах, що осідають, перерозподіляючи зусилля  $N$  на крайні колони, що осідають менше;
- осідання будівлі (врахування сумісної роботи наземної та підземної частини) призводить до появи додаткових згинальних моментів  $M$ , які стрімко зростають в 2 і більше рази, та відповідного збільшення поперечних сил на периферійних зонах;
- найбільший перерозподіл згинального моменту  $M$  в двоповерховому каркасі виникає в колонах та ригелі першого поверху, менше впливаючи на елементи другого поверху;
- проектування споруд з урахуванням перерозподілу зусиль є актуальним для сьогодення, оскільки дозволяє виявити запаси міцності споруди та ефективніше використовувати матеріали, за умови зростання їхньої кошторисної вартості.

Поясненню значного збільшення поздовжніх сил в периферійній частині каркасу будівлі можуть слугувати цікаві дослідження Д. В. Тейлора, наведені в книзі «Основи механіки ґрунтів» [133]. Досліджувався вплив осідання одного із окремих фундаментів на величину довантажень на інші фундаменти, тобто впливу нерівномірного осідання на перерозподіл реакцій в опорах балки (рис. 4.10).

Саме цей випадок виникає в реальній роботі каркасу будівлі за умов врахування осідання основи. При значному осіданні центральної опори (крайня ситуація, рис. 4.6д) може виникнути випадок виключення з роботи центральної опори, що призведе до зависання балки на крайніх опорах.

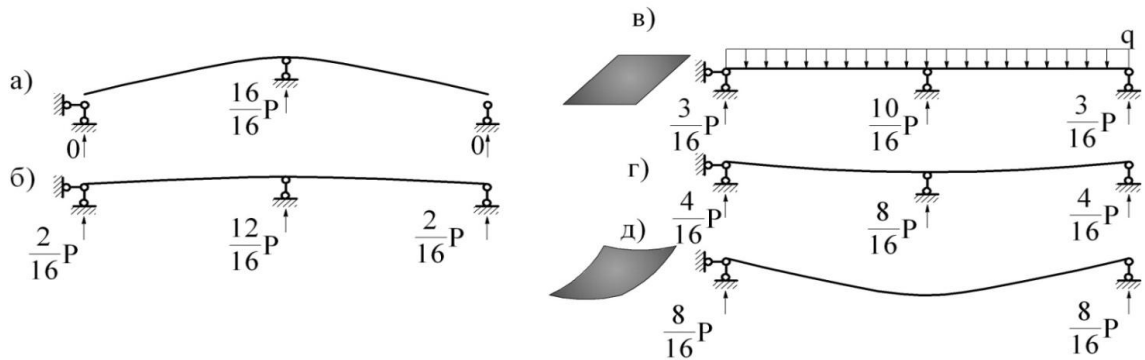


Рисунок 4.10 – Перерозподіл зусиль в опорах балках залежно від рівня розташування опор: відрив від крайніх опор (а); незначне підняття середньої опори (б); усі опори на одному рівні (в); незначне опускання середньої опори (г); зависання на крайніх опорах

На рис. 4.10а, б відображено випадок підняття рівня середньої опори над крайніми, що може призвести до протилежної картини – зависання балки на середній опорі. В обох випадках наявність нерівномірності осідання (підняття) опори викликає значний перерозподіл зусиль, що і підтверджують дані числового моделювання каркасу будівлі. Вплив цього ефекту за висновком О. С. Городецького [118] «приводить в здивування фахівців, які визначають зусилля у вертикальних елементах за вантажними площами, а сумісний розрахунок з ґрунтовою основою показує значні відхилення».

#### 4.2 Вплив жорсткості елементів наземних конструкцій на роботу системи «будівля–фундамент–основа»

З метою дослідження впливу фактора жорсткості елементів однопролітної двоповерхової плоскої рами на перерозподіл внутрішніх зусиль було використано раніше розглянуту розрахункову схему двоповерхової однопролітної плоскої рами. Вплив фактора жорсткості елементів рами на НДС за умови осідання лівої опори ( $\Delta = 2$  см) варіювався по 4-ох варіантах. Перший варіант – зміна жорсткості ригелів рами від  $EI$  до  $2,2 EI$  при жорсткості стійок  $EI$  (рис. 4.11а, б, в). Другий варіант – зміна жорсткості стійок від  $EI$  до  $1,5 EI$  при однаковій жорсткості ригелів –  $2 EI$  (рис. 4.11г, д, е).



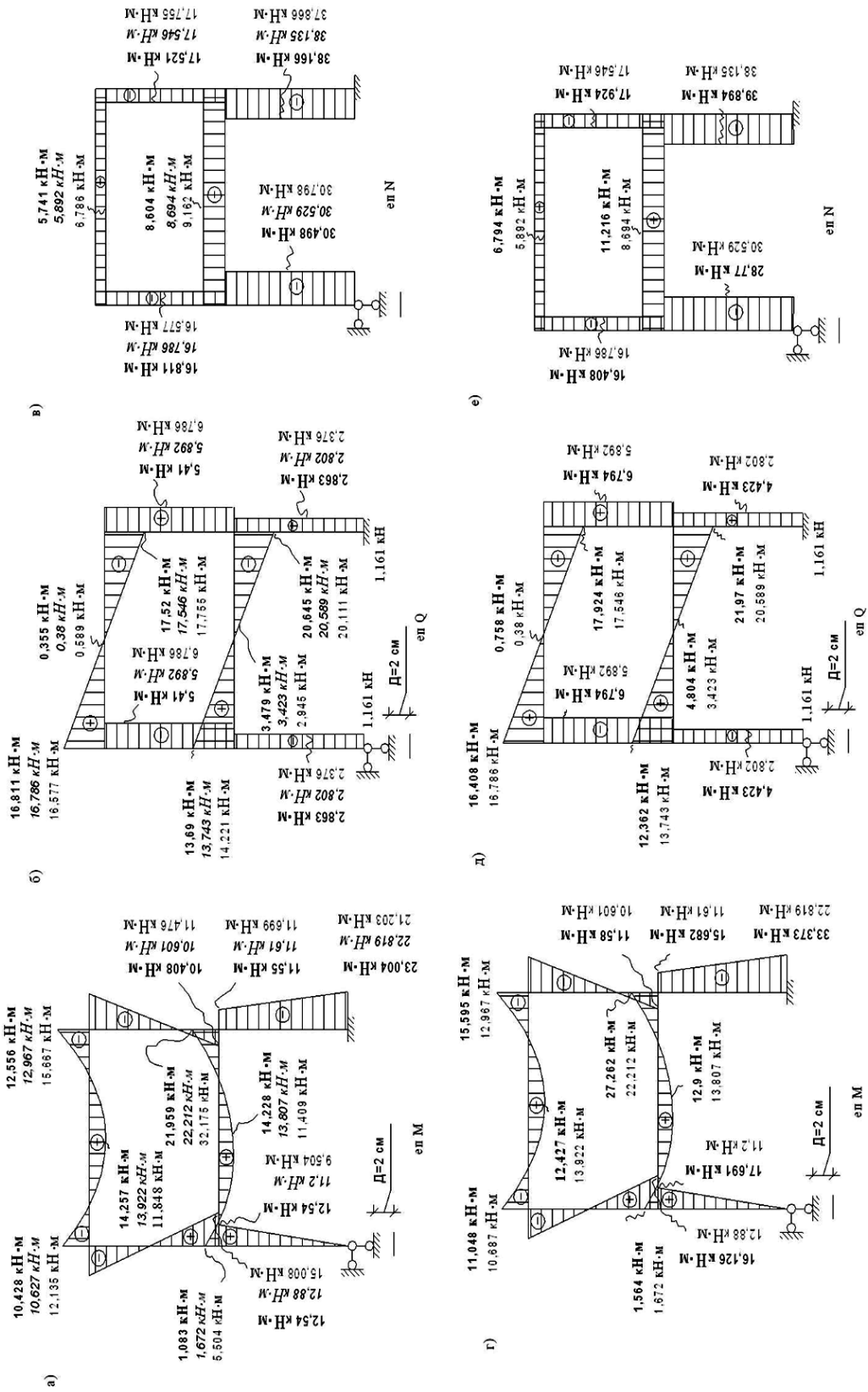


Рисунок 4.11 – Елюри внутрішніх зусиль ( $M, Q, N$ ): а, б, в – при зміні ригеля ( $EI, 2EI, 2,2EI$ ); г, д, е – при зміні жорсткості колон ( $EI, 1,5EI$ )

Результати розрахунку показали таку картину перерозподілу зусиль.

***При збільшенні жорсткості ригеля від EI до 2,2 EI :***

– в горизонтальних елементах згинальний момент  $M$  зменшується з обох сторін в опорній частині і збільшується в пролітній частині, суттєвіше зменшення згинальних моментів в елементах II-го поверху;

– у вертикальних елементах першого поверху згинальний момент  $M$  суттєво збільшується, особливо в колоні, що просіла, в колонах другого поверху проходить розвантаження зусиль згинальних моментів;

– в горизонтальних елементах поперечна сила  $Q$  не значно змінюється в елементах обох поверхів;

– у вертикальних елементах поперечна сила  $Q$  зростає в колонах I-го поверху (58 %) та зменшується в елементах II-го поверху;

– в горизонтальних елементах поздовжня сила  $N$  в основному збільшується;

– у вертикальних елементах спостерігається розвантаження (зменшення  $N$ ) у просілій колоні та відповідне довантаження (збільшення  $N$ ) у периферійних колонах.

***При збільшенні жорсткості колон від EI до 1,5 EI:***

– в горизонтальних елементах згинальний момент  $M$  збільшується в опорній частині і зменшується в пролітній частині;

– у вертикальних елементах I-го поверху в обох колонах момент зростає більш суттєво на I-му поверсі (на 32 %);

– в горизонтальних елементах поперечна сила  $Q$  зростає зі сторони непросілої колони, зменшується зі сторони просілої колони. Більш значний вплив перерозподілу  $Q$  спостерігається в елементах I-го поверху.

– у вертикальних елементах збільшення поперечної сили спостерігається в елементах I-го поверху та незначне збільшення в елементах II-го поверху.

– в горизонтальних елементах спостерігається збільшення поздовжньої сили  $N$ , особливо в елементах I-го поверху;

– у вертикальних елементах в просілій колоні поздовжня сила стало зменшується, при цьому на стільки ж збільшується в протилежній, неосілій колоні;

Таким чином при збільшені жорсткості елементів споруди (як вертикальних, так і горизонтальних) спостерігається тенденція відповідного збільшення внутрішніх зусиль в них. Тому значне підняття жорсткості елементів будівлі не завжди є раціональним конструктивним вирішенням. Збільшення жорсткості сприяє більш значному перерозподілу зусиль.

**4.2.1 Вплив жорсткості горизонтальних елементів наземної частини на перерозподіл зусиль при врахуванні сумісної роботи системи «будівля–фундамент–основа».** З метою уточнення впливу жорсткості горизонтальних елементів просторової будівлі, поведінка горизонтальних елементів розглядалась окремо, у вигляді одно- та двопролітних плоских балок. Виконано дослідження впливу жорсткості конструктивних горизонтальних елементів будівлі з різними варіантами їх розрахункових схем та граничними умовами (рис. 4.12–4.14). За класичним методом переміщень проведено аналітичні розрахунки таких розрахункових схем нерозрізних балок, які моделюють роботу горизонтальних елементів каркасу будівлі.

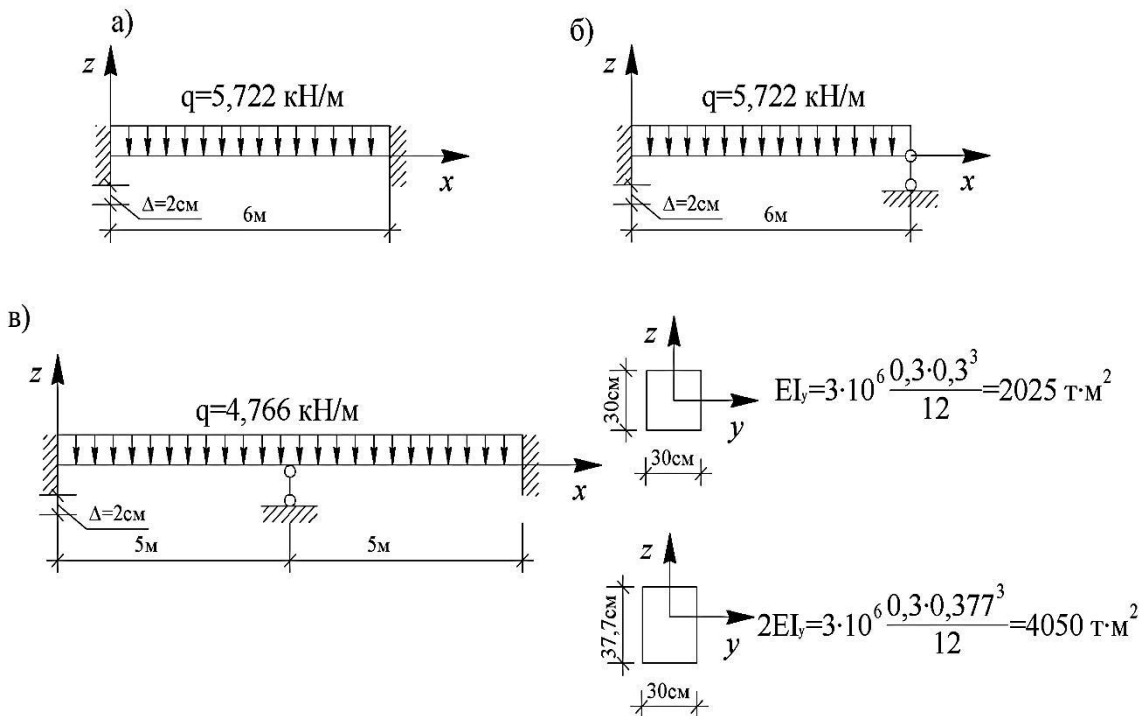


Рисунок 4.10 – Розрахункові схеми нерозрізних балок

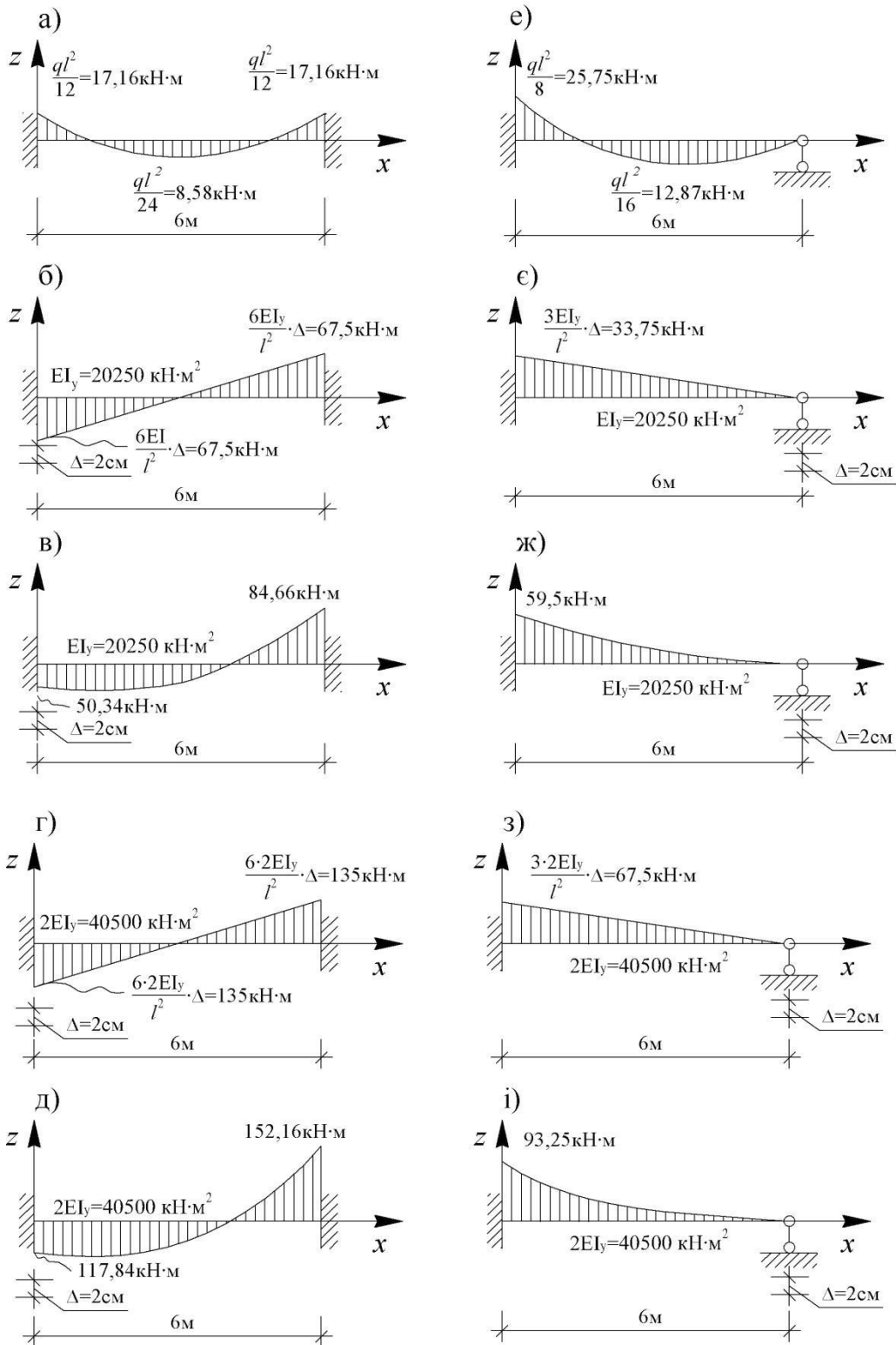


Рисунок 4.11 – Епюри згинальних моментів: а, е – від власної ваги; б, е – від вимушеного осідання опори  $\Delta = 2 \text{ см}$  при жорсткості  $EI_y = 20250 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$ ; в, ж – від власної ваги та вимушеного осідання опори  $\Delta = 2 \text{ см}$  при жорсткості  $EI_y = 20250 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$ ; г, з – від вимушеного осідання опори  $\Delta = 2 \text{ см}$  при жорсткості  $EI_y = 40500 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$ ; д, і – від власної ваги та вимушеного осідання

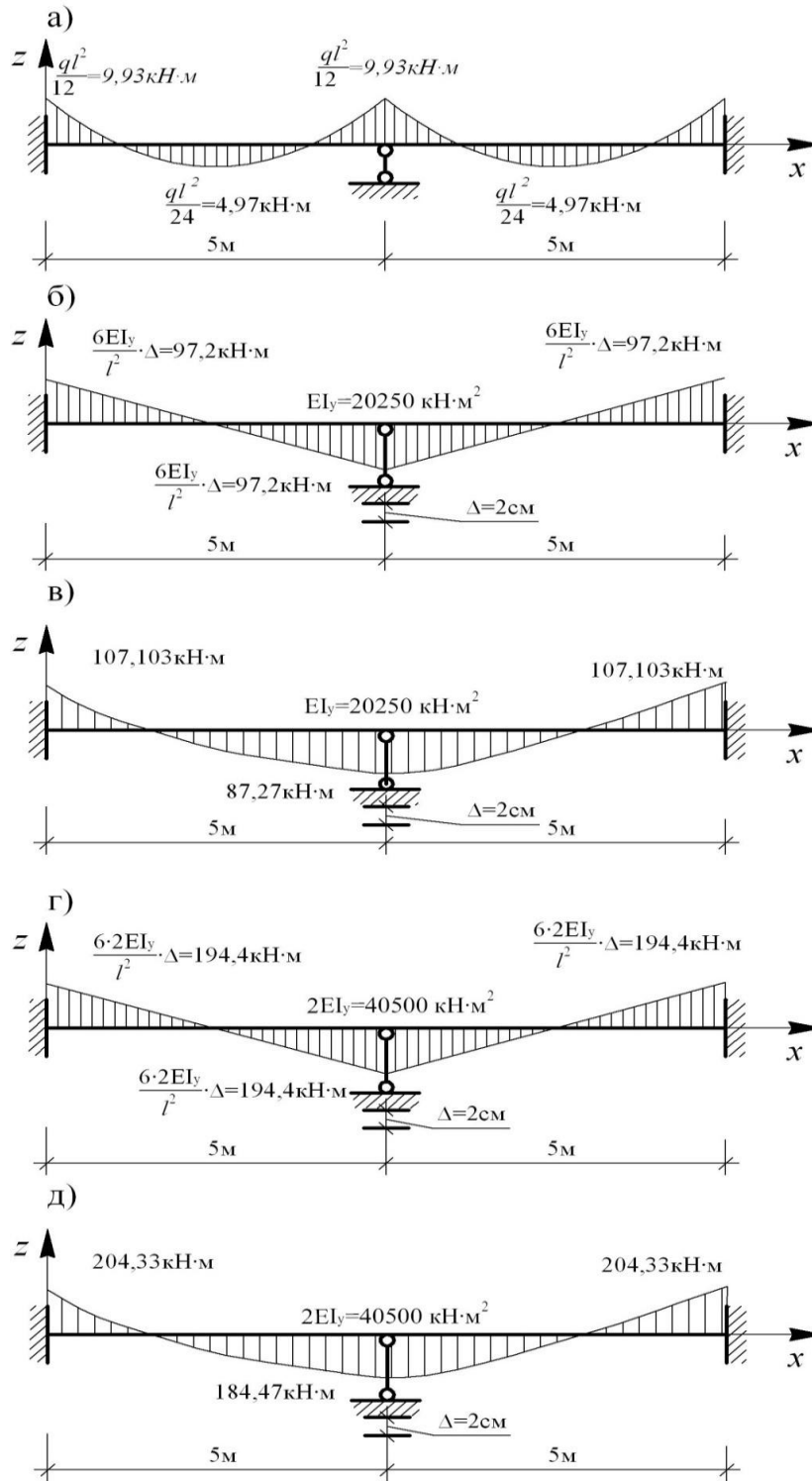


Рисунок 4.12 – Епюри згинальних моментів: а – від власної ваги; б – від вимушеного осідання опори  $\Delta = 2$  см при жорсткості  $EI_y = 20250$  кН·м<sup>2</sup>; в – від власної ваги та вимушеного осідання опори  $\Delta = 2$  см при жорсткості  $EI_y = 20250$  кН·м<sup>2</sup>; г – від вимушеного осідання опори  $\Delta = 2$  см при жорсткості  $EI_y = 40500$  кН·м<sup>2</sup>; д – від власної ваги та вимушеного осідання опори  $\Delta = 2$  см при жорсткості  $EI_y = 40500$  кН·м<sup>2</sup>

З метою порівняння даних аналітичних розрахунків горизонтальних елементів каркасу будівлі, було проведено їх числовий розрахунок за сучасним ПК ЛІРА-САПР, 25-ти поверхової будівлі (рис. 4.13) [2, 119]. Розрахунок був проведений на основі розгляду фрагмента цієї будівлі, висотою поверху  $h = 3,3$  м, та прольотом  $l = 6$  м [38]. Було виконано два варіанти розрахунку цієї будівлі: при жорсткому защемленні в основі та при врахуванні основи, і виконано аналіз отриманих результатів. За результатами розрахунків врахування просідання основи для конструктивних елементів з більш жорсткими граничними умовами сприяють виникненню більших внутрішніх зусиль.

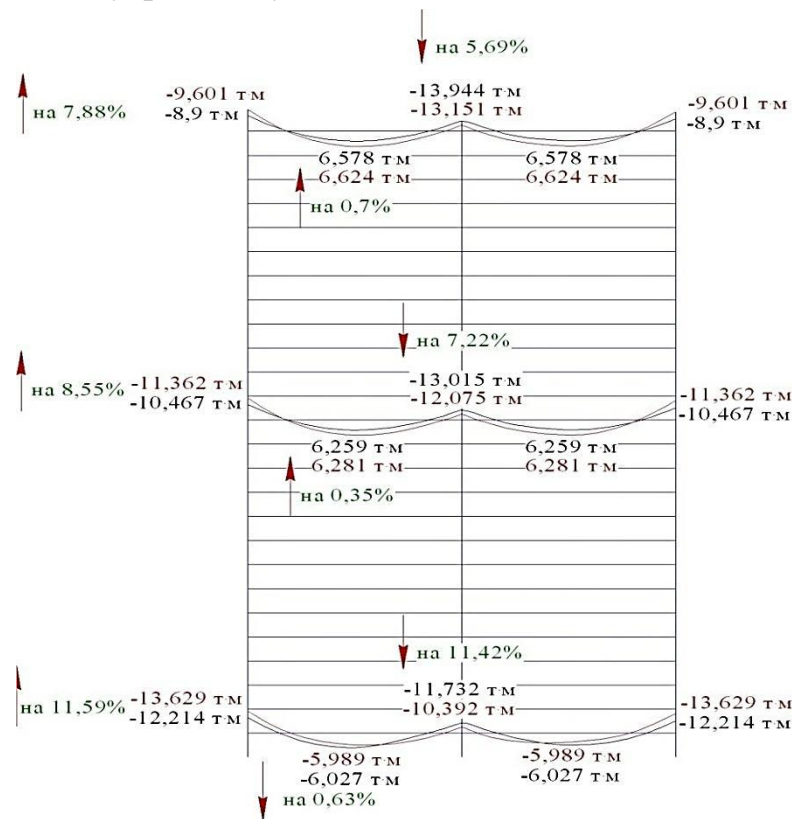


Рисунок 4.13 – Тенденція зміни згинальних моментів в міжповерхових балках при врахуванні взаємодії наземної та підземної частини будівлі

Головною характеристикою наземної частини споруди є жорсткість її елементів, тому система «будівля–фундамент–основа» є чутливим індикатором зміни властивостей її складових.

Величини згинальних моментів посередині прольоту міжповерхової балки по висоті будівлі практично не залежить від граничних умов схеми, а згинальні моменти  $M$  біля опор та величини перерізуючих зусиль  $Q$  залежать від граничних умов. Так згинальні моменти та пе-

рерізуючі зусилля біля крайніх опор мають значення вищі в середньому на 11,59 % і менші в середньому на 11,42 % біля середньої опори при врахуванні характеристик підвалин, при чому вплив ґрунтової основи послаблюється на вищих поверхах.

Таким чином на згинальні моменти  $M$  в горизонтальних елементах каркасу будівлі в значній мірі впливає вимушене осідання, згинальний момент біля осілої опори зменшується (розвантаження), а згинальний момент поблизу неосілих опор збільшуються в 4 рази при шарнірному опиранні та в 20 разів при жорсткому закріпленні, при розгляді плоских горизонтальних елементів.

Збільшення жорсткості горизонтальних елементів каркасу будівлі в 2 рази, при врахуванні сумісної роботи наземної та підземної частини будівлі, більш суттєво посилює перерозподіл згинальних моментів ( $\approx$  в 9–20 разів).

## РОЗДІЛ 5 ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ РЕАЛЬНИХ БУДІВЕЛЬ

### 5.1 Дослідження НДС будівлі в м. Вінниці по вул., Пирогова, 89-А

Будівля є чутливим індикатором зміни властивостей системи при зміні НДС основ, нелінійності їхнього деформування в окремих зонах.

Принципова зміна загальної картини НДС потребує прийняття конструктивних рішень, що забезпечать міцність та надійність елементів і будівлі в цілому. Необхідність урахування сумісної роботи диктується можливістю збільшення терміну безпечної експлуатації будівлі, шляхом регулювання їхнього НДС.

Якість прогнозування величини осідання будівлі залежить від точності визначення інженерно-геологічних властивостей ґрунтової основи. Відмічено в Єврокодi, що значення фізико-механічних характеристик ґрунтових умов залежить від об'єму та якості ґрунтових вишукувань. Такі знання і контроль виконання робіт важливіші для виконання фундаментальних вимог, ніж точність розрахункових моделей. В цьому випадку компактність будівлі в плані (рис. 5.1) і відносно сприятливі інженерно-геологічні умови ( $E = 15058$  кПа;  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 1,8811$  т/м<sup>3</sup>;  $\varphi = 0,2973$  рад.;  $c = 14,202$  кПа; на глибині 6,5 м – жорстка з пісчаним заповнювачем,  $R_0 = 20$  МПа) будівельного майданчика дозволили розглядати варіант улаштування фундаментів на природній основі (суцільній монолітній залізобетонній плиті).

Характер роботи фундаментів таких будівель наближається до роботи жорсткого штамп. Під краями спостерігається локальний розвиток класичних зон пластичних деформацій, а під будівлею утворюється жорстке ядро. З огляду на неоднорідне напластування ґрунтів розрахункова оцінка осідань може бути виконана лише з використанням ефективних числових методів та програмних комплексів. Як відомо, навантаження на фундаментну конструкцію може визначатись за гранично допустимим осіданням будівлі. Числовий прогноз осідання цієї споруди проведено за МГЕ.



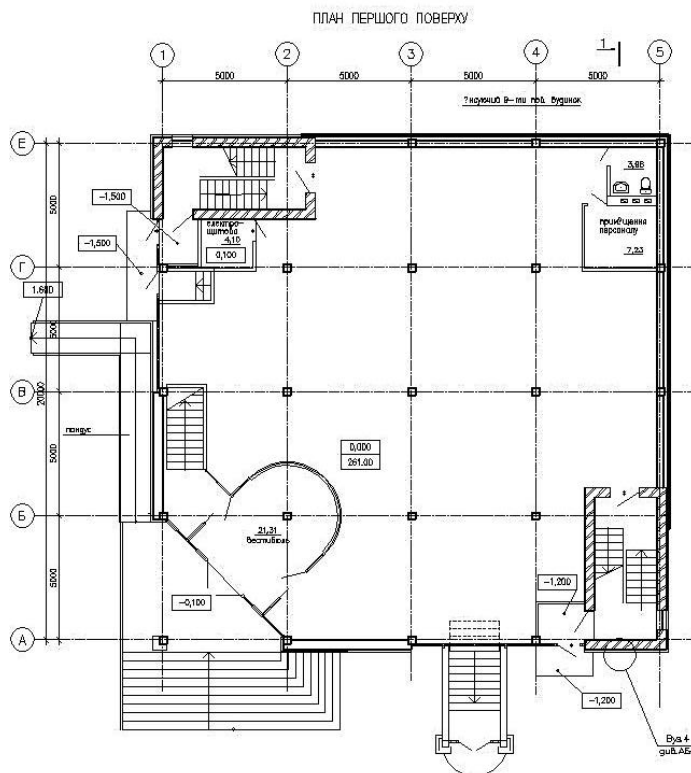


Рисунок 5.1 – План цокольного поверху будівлі

Для розв'язання прийнято алгоритм, який базується на кроковому методі, коли на наступному кроці використовуються дані з попереднього. Визначення за МГЕ осідання будівлі на природній основі подано на рис. 5.2 для фундаментної плити 30 см.

Попередній розрахунок на ПК «ЛІРА-САПР» НДС наземної частини будівлі у випадку жорсткого защемлення основи, визначено навантаження від будівлі  $P = 24437$  кН а середній тиск на основу склав  $61,1$  кН/м<sup>2</sup>. За графіком на рис. 5.2  $s = f(p)$  при такому навантаженні основи осідання фундаментної плити товщиною 30 см перевищує нормативно допустиме для громадських будівель  $s = 8$  см. Відповідно було прийнято рішення заміни 1 м ґрунту під фундаментом споруди (суглинку м'якого) на 1 м гравію з фізико-механічними показниками:  $E=40$  кПа,  $c = 1$  кПа,  $\varphi = 40^\circ$ , з метою покращення властивостей ґрунту активної зони. Середньозважені характеристики ґрунту з урахуванням підсіпки 1 м гравію:  $E = 23730$  кПа;  $c = 12,9$  кПа;  $\varphi = 0,4109$  рад. На рис. 5.3 подано графік залежності  $s = f(p)$  для такої основи.

При навантаженні  $P = 24437$  кН очікуване осідання  $s = 5,9$  см, що  $< 8$  см. Таким чином фундаментна плита товщина 30 см та підсіпка 1 м гравію забезпечує нормативне осідання будівлі.

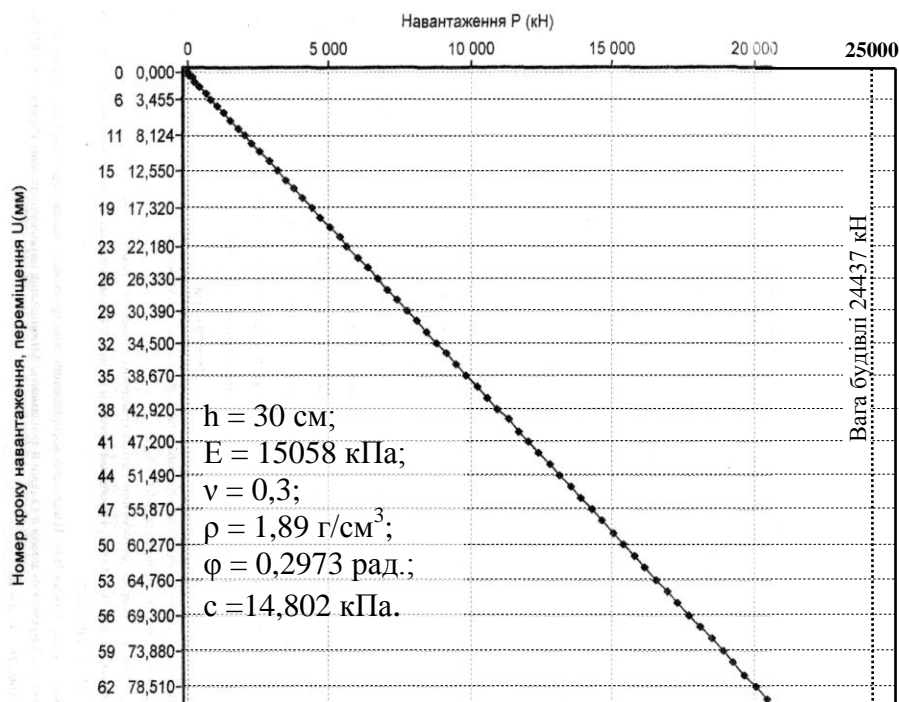


Рисунок 5.2 – Графік навантаження–осідання будівлі на фундаментній плиті  
 Математична модель роботи нелінійного середовища ґрунту описувалась інтегро-диференціальним рівнянням Вольтера II-го роду.

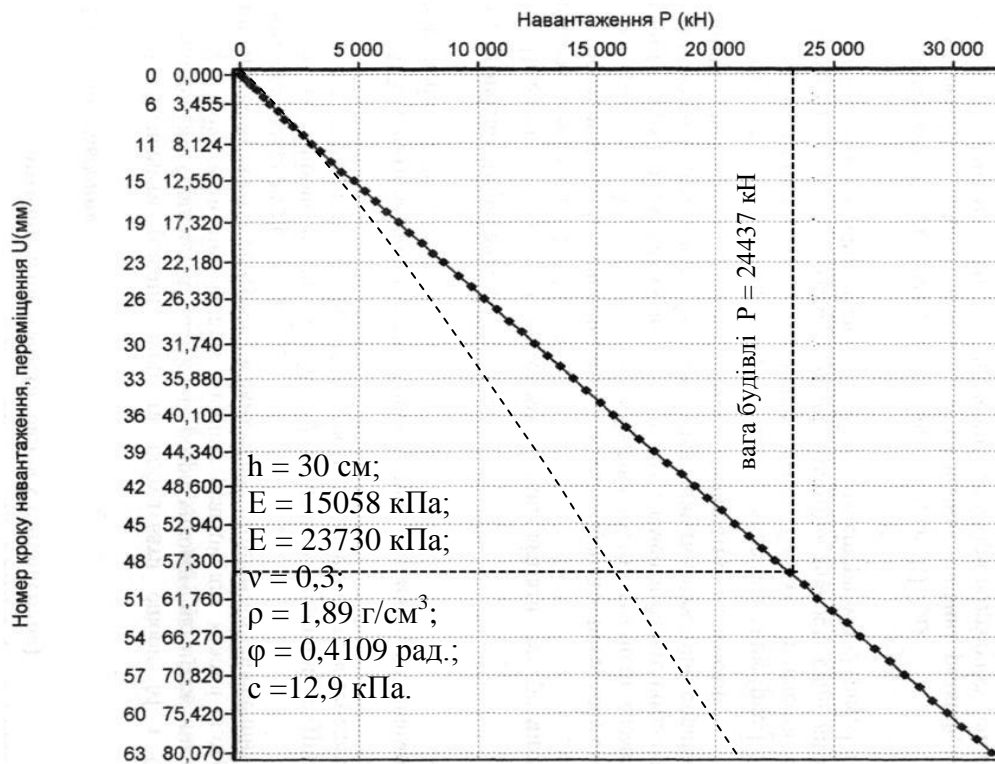


Рисунок 5.3 – Графік навантаження–осідання будівлі на фундаментній плиті  
 $h = 30$  см при заміні 1 м ґрунту гравієм фракції 2–10 мм

Моделювання НДС наземної частини системи здійснено в тривимірній постановці числовим МСЕ за допомогою ПК ЛІРА-САПР, скінченно-елементну модель будівлі подано на рис. 5.4. Як відомо, розподільча здатність реальних ґрунтів сприяє виникненню навколо фундаменту воронки осідання. НДС наземної частини будівлі було змодельовано з урахуванням осідання ґрунтової основи, яка моделювалась у вигляді вимушених переміщень, отриманих за таким алгоритмом:

– а) визначення навантаження від будівлі, що передається на ґрунтову основу та НДС наземної частини будівлі за умови її жорсткого закріплення;

– б) прогнозування за МГЕ очікуваного осідання будівлі при конкретних фізико-механічних характеристиках ґрунтів будівельного майданчика та конкретному навантаженні від будівлі;

– в) перерахунок НДС наземної частини будівлі з урахуванням очікуваних осідань основи;

– г) підбір необхідних розмірів конструктивних елементів системи «будівля–фундамент–основа» та необхідного їхнього армування під величини визначених зусиль з урахуванням отриманого перерозподілу.

При моделюванні більш слабкої частини системи (підземної) – для отримання проектної воронки осідання будівлі використано МГЕ та такі положення. Як відомо, в ґрунтах при навантаженнях, близьких до граничних, спостерігається значна не співвісність тензорів напружень і деформацій. Для моделювання нелінійної ділянки роботи ґрунту в роботі використано теорію пластичної течії як такої, що не потребує співвісності та подібності тензорів напружень, та тензорів деформацій з введенням коефіцієнта дилатансії  $\Lambda$  – додаткового параметра неасоційованої моделі пластичної течії.

Граничне інтегральне рівняння, отримане К. Бреббія [22] :

$$c_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x) d\Gamma(x), \quad (5.1)$$

де  $u_j$  – заданий вектор переміщень на границі (граничні умови типу Діріхле);  $p_j$  – шуканий вектор зусиль на границі;  $u_{ij}^*$ ,  $p_{ij}^*$  – ядра граничного рівняння, матриці впливу Гріна;  $\Gamma$ ,  $\xi$ ,  $x$  – відповідно границя, точка збурення, точка нагляду;  $c_{ij}$  – матриця, визначалась з умови руху

тіла як цілого.

Для числової реалізації (5.1) дискретизувалась лише поверхня стикання плити та ґрунту, оскільки розв'язок Р. Міндліна автоматично задовольняє граничні умови на вільній від напружень поверхні півпростору.

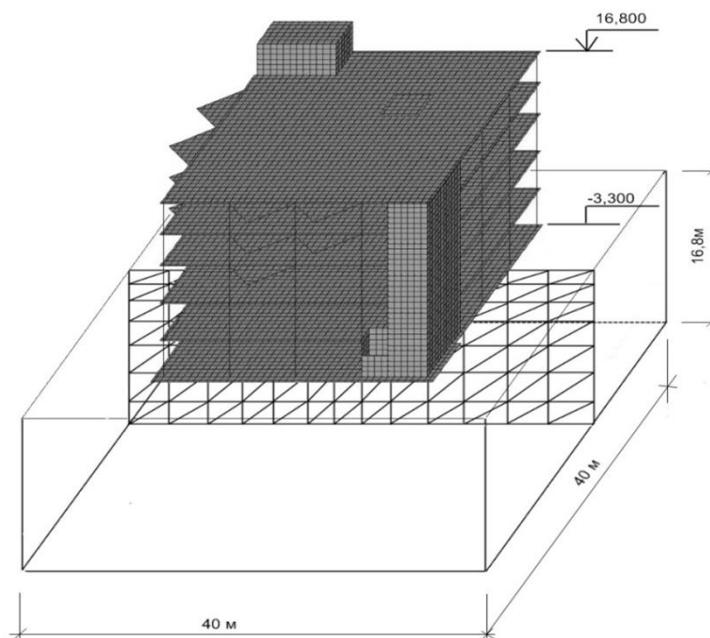


Рисунок 5.4 – Скінченно-елементна модель досліджуваної системи

Ядра інтегрального рівняння визначають внутрішні властивості цієї математичної моделі, це переміщення  $u_{ij}^*$  та напруження  $p_{ij}^*$  в точці спостереження від дії одиничної сили  $P = 1$  в точці прикладання навантаження  $\xi$ . В якості ядер в (5.1) використовувались фундаментальні розв'язки Р. Міндліна для півпростору. Фундаментальні розв'язки склали основу всього наступного аналізу роботи підземної частини системи.

В рамках лінійної залежності  $\varepsilon$ – $\sigma$  використовувався закон Гука. Перехід ґрунту в пластичний стан характеризувався поверхнею текучості (потенціалом текучості) Мізеса–Шлейхера–Боткіна. Це границя, що розділяла область пластичних деформацій, що продовжуються, від області де вони відсутні. За межами поверхні текучості основні фізичні співвідношення записувались між напруженнями та приростами деформацій згідно з неасоційованим законом пластичної течії (2.27–2.30). При визначенні вектора приросту в пластичних деформаціях враховувались

дилатансійні властивості ґрунтів [81].

Проведено комп'ютерну реалізацію математичного апарату в середовищі Delphi. При побудові алгоритму розв'язання нелінійної задачі розрахунку підземної частини споруди використано кроковий метод О. А. Іллюшина з розв'язком на кожному кроці лінійної задачі з різними правими частинами.

Навантаження від будівлі обраховано при жорсткому опиранні її на основу склала 24437 кН, що дає максимальний прогин воронки осідання 5,8 см (рис. 5.3). Експериментальні дослідження осідання будівлі показали величину максимального осідання будівлі  $s = 5,6$  см. Послідовність проведення експериментальних досліджень викладено в підрозділі 5.3.

Числові дослідження сумісної роботи будівлі з ґрунтовою основою проведено за таким алгоритмом:

- а) визначення навантаження, що передається на ґрунтову основу, та НДС наземної частини будівлі за умови її жорсткого закріплення за допомогою МСЕ та сучасних програмних комплексів (ЛРА-САПР, Scad, Robot...);
- б) прогнозування за МГЕ очікуваного осідання будівлі при конкретних фізико-механічних характеристиках ґрунтів будівельного майданчика та конкретному навантаженні від будівлі;
- в) перерахунок НДС наземної частини будівлі з урахуванням очікуваних осідань основи;
- г) підбір необхідних розмірів конструктивних елементів системи «будівля–фундамент–основа» та необхідного їхнього армування під величини визначених зусиль з урахуванням взаємодії.

Аналіз сумісної роботи системи реальної будівлі підтверджує, що осідання будівлі викликає появу в наземній частині додаткових згинальних моментів (рис. 5.11–5.13), поперечних та поздовжніх сил (табл. 5.1), які зумовлюють зміну НДС будівлі. В таблиці 5.1 та на рис. 5.6, 5.11 наведено динаміку перерозподілу поздовжніх сил для центральної, середньої бокової та кутової колон.

Таблиця 5.1 – Перерозподіл зусиль в колонах скінченно-елементної моделі реальної будівлі

Розташування колони	Осідання /зусилля, S, см / N, т			
	Центральна колона № СЕ 6951	0 -75,432	2,9 - 74,146	5,8 -67,308
Середня бокова колона № СЕ 374	0 -41,636	1,45 -52,87	2,9 -58,84	2,9 - 59,469
Кутова колона № СЕ 364	0 -17,848	0,1 -37,18	0,1 -52,886	0,2 - 51,453

Відношення значення поздовжніх сил в центральній, середній боковій та кутовій колонах до поздовжньої сили N в середній боковій колоні після врахування осідання підземної частини будівлі наведено на рис. 5.7 [149].

Відмічена в плоских рамах тенденція перерозподілу зусиль спостерігається і при розгляді епюр M, Q, N реальної будівлі в просторовій постановці. Спостерігається перерозподіл вертикальних навантажень, розвантажуються центральні колони (в точці максимальної глибини воронки осідання будівлі, яку було отримано з результатів пластичного розрахунку за МГЕ ґрунтової основи) та довантажуються периферійні колони.

Основне сполучення навантажень  
Епюра N, Одиниці вимірювання - т

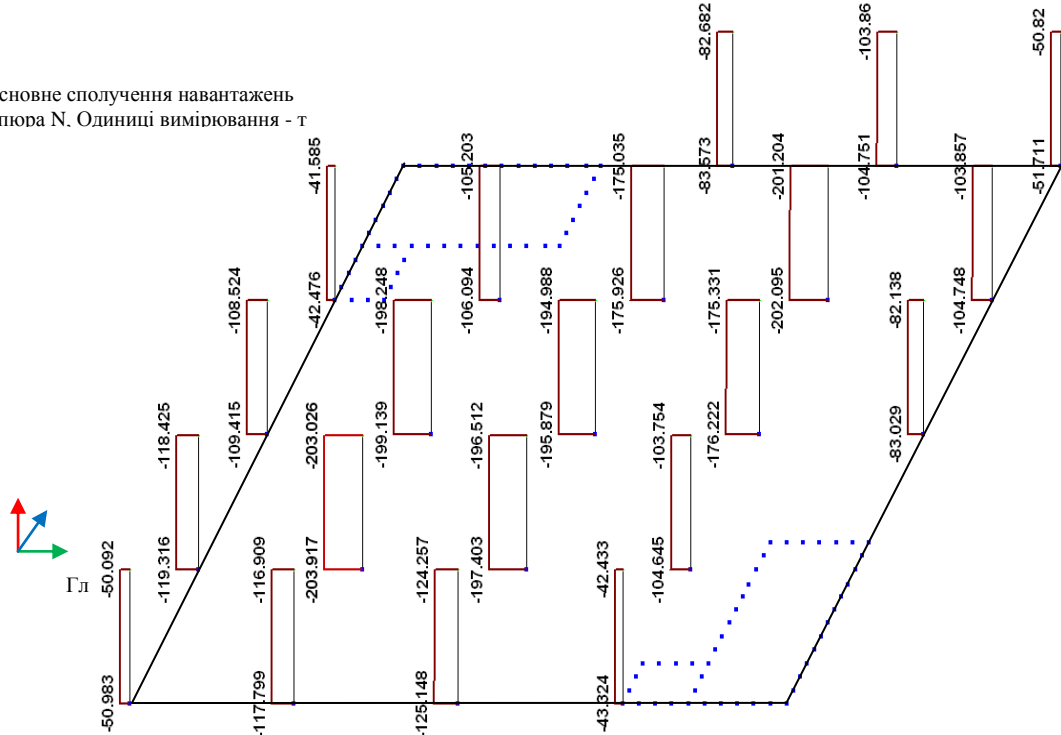


Рисунок 5.5 – Епюри поздовжніх сил N в колонах при їх жорсткому защемленні

Основне сполучення навантажень  
Епюра N, Одиниці вимірювання - т

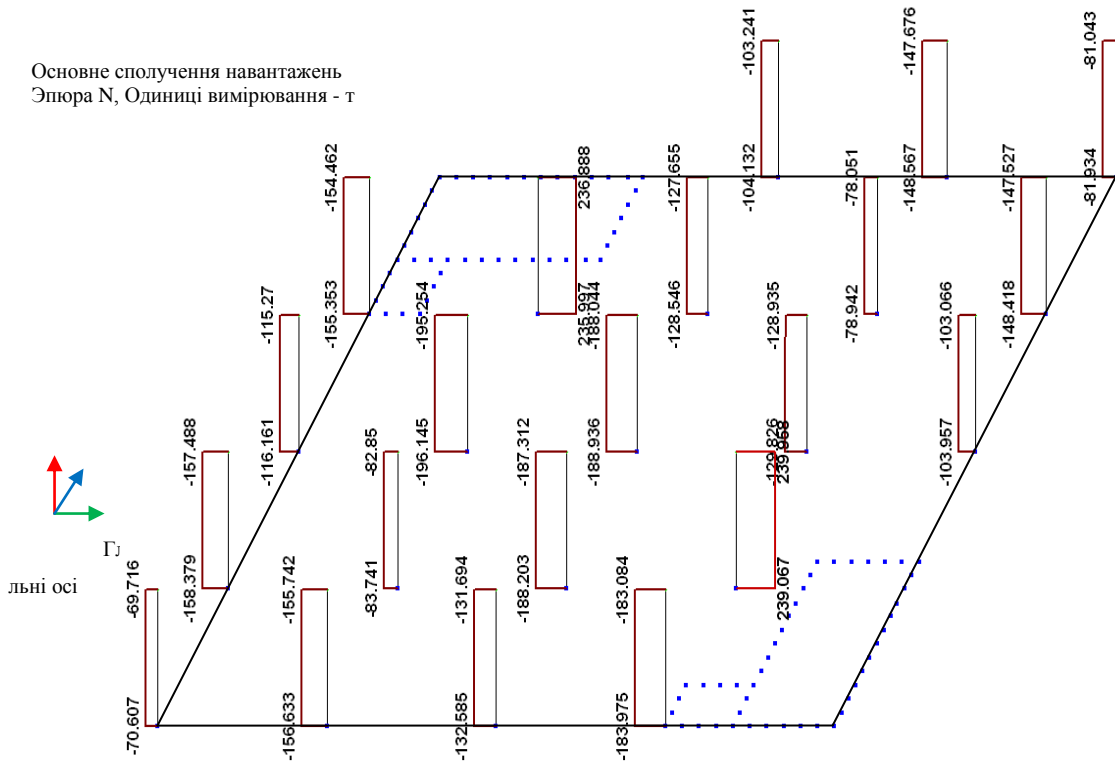


Рисунок 5.6 – Епюри поздовжніх сил N в колонах при врахуванні основи

В просторовій постановці поздовжні сили N у вертикальних елементах I-го поверху в кутових колонах збільшуються в 2,04 рази, в се-

редніх бокових колонах збільшуються в 1,13 рази, а центральні коло-ни розвантажуються, їх зусилля складає 62 % від результатів жорстко-го розрахунку. Отримані результати числових досліджень зусиль в центральних та периферійних колонах будівлі адекватні висновкам експериментальних та числових досліджень (за МСЕ) роботи фунда-менту будівлі, отримані проф. І. П. Бойком та В. О. Сахаровим [125] з огляду на сумісність роботи наземної та підземної частин будівлі.

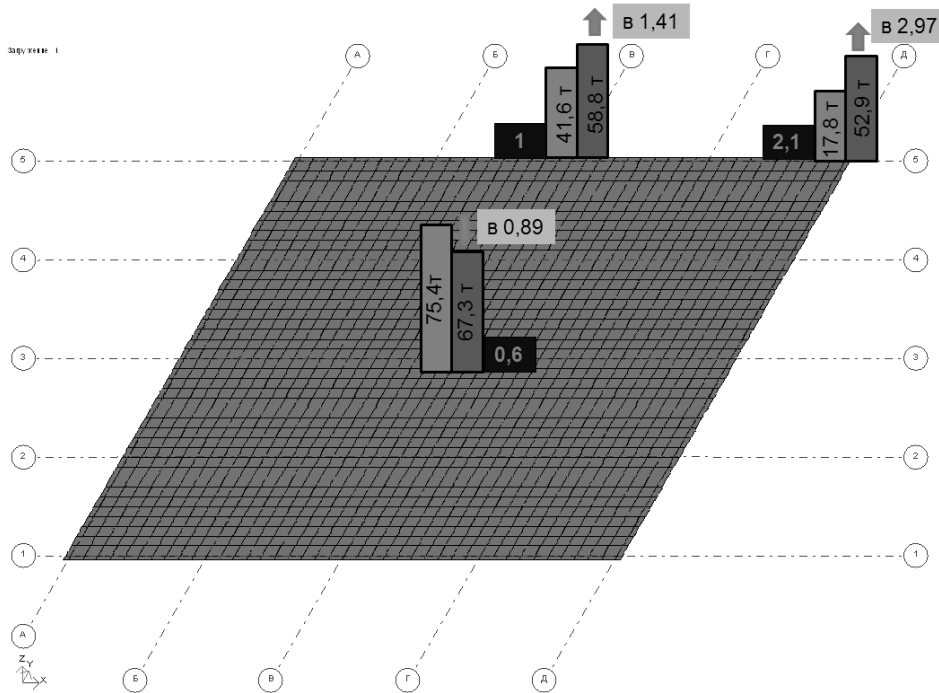


Рисунок 5.7 – Картина перерозподілу поздовжніх сил в колонах будівлі з врахуванням реальної роботи основи

Отже, перерозподіл  $N$  в колонах наземної частини будівлі відтворює картину перерозподілу зусиль в фундаментних конструкціях, резерви ефективності і якості роботи системи «будівля–фундамент–основа» можуть бути знайдені шляхом більш повного використання будівельних властивостей ґрунтів основ будівель, а воронка осідання будівлі значно змінює НДС системи в порівнянні з розрахунком жорстко закріпленої моделі споруди (тобто без врахування роботи підземної частини споруди). Воронка осідання призводить до зменшення поздовжньої сили  $N$  в колонах центральних (де осідання будівлі значне) та збільшення  $N$  в колонах, крайових зон.

Аналогічні результати перерозподілу зусиль отримано проф. М. Л. Зоценком [52]. За даними розрахунків при проектуванні силос-



них корпусів Радомишелського пивзаводу, піддатливість плитнопального фундаменту та висока жорсткість силосу викликала перерозподіл зусиль у колонах у бік зменшення (у колонах середнього ряду) на 34 % та у бік збільшення (у колонах крайнього ряду) на 70 % від попереднього навантаження, яке визначалось за вантажними площами: попереднє навантаження в колонах складало 2400 кН і 1200 кН а фактичне після перерозподілу обраховане за МСЕ складає відповідно 1600 кН і 2000 кН.

Подібну картину перерозподілу НДС системи виявлено професором В. М. Уліцким [137], в наземних конструкціях урахування сумісної роботи фіксує збільшення напружень у крайових зонах несучих стін, що пояснюється опором будівлі згину. Поздовжні сили в цих крайових зонах збільшуються в 3 рази і майже в 3 рази зменшуються в середній частині будівлі. Таким чином, згідно з даними числових досліджень нашої роботи, досліджень В. Д. Тейлора (розділ 4), І. П. Бойка, В. О. Сахарова [124], М. Л. Зоценка, В. М. Уліцкого та інших фахівців в області розрахункового проектування будівель, урахування воронки осідань реальної будівлі пояснює причину наявності значного перерозподілу зусиль.

## **5.2 Дослідження просторової постановки сумісної роботи системи «будівля–фундамент–основа»**

Вимогою сьогодення є забезпечення надійності та довговічності будівель з позицій сумісної роботи ґрунтової основи з її неоднорідністю і жорсткістю, та будівлі з різними конструктивними схемами і матеріалами. Роботу матеріалів, які є складовими системи «будівля–фундамент–основа» подано на рис 5.9 [34]. Ґрунти досліджувались при постійній швидкості деформування [68, 133].

Тому досить актуальним є пошук нових конструктивних рішень сучасних висотних будівель з удосконаленням методів контролю їх технічного стану (моніторингу), який дозволяє виявити найбільш вагомі питання перерозподілу зусиль системи «будівля–фундамент–основа» та визначити напрями їх розв'язку.

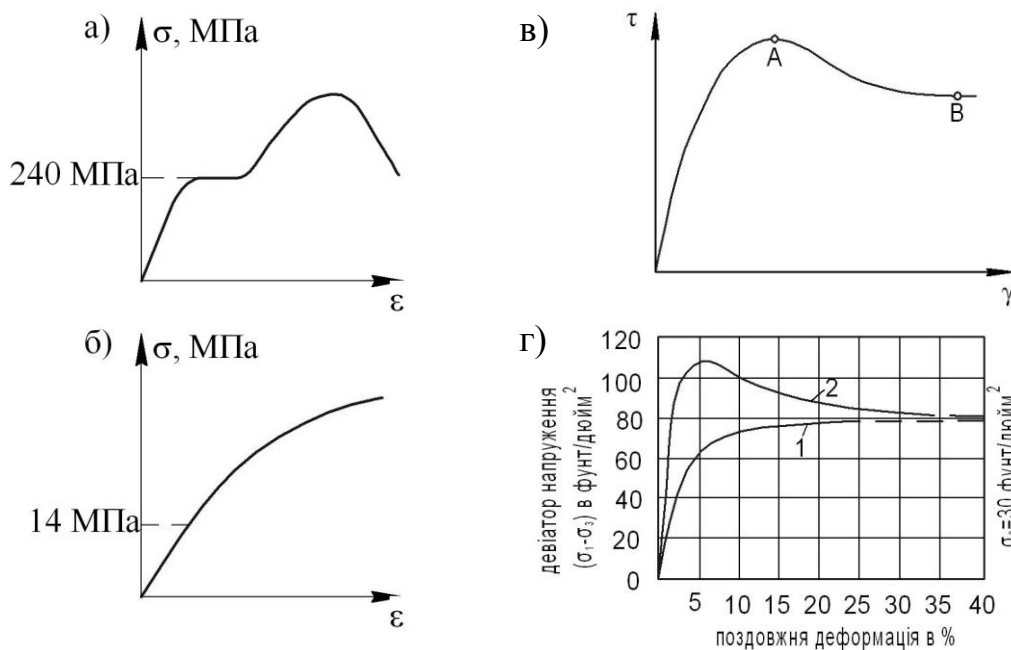


Рисунок 5.9 – Діаграми роботи матеріалів складових системи «будівля– фундамент–основа»: а) маловуглецева сталь А 240С; б) бетон; в) глина; г) вплив щільності на зміну об’єму та девіатора напружень в піщаних ґрунтах, 1 – рихлий пісок, 2 – щільний пісок

Досвід моніторингу будівель дозволяє виявити також невідомі раніше особливості сумісної роботи наземної частини споруди з ґрунтами основи, в тому числі появу, так званої, приєднаної маси ґрунту до фундаменту після спорудження будівлі. Сучасні ЕОМ відкривають дорогу до розрахунку споруд як єдиної просторової системи. А саме метод скінченних елементів (МСЕ) став інструментом числового аналізу міцності і надійності конструкцій ще з кінця 70-их років минулого століття. МСЕ дозволяє аналізувати міцність будівельних конструкцій на основі математичних моделей максимально наближених до дійсної роботи споруди, за однотипною методикою проводити розрахунки як плоских, так і просторових стержневих систем, плит та комбінованих систем, які відображають сумісну роботу наземної та підземної частин будівлі з врахуванням відповідного перерозподілу зусиль між цими блоками.

В роботі в інтерактивному графічному середовищі ПК ЛІРА-САПР проведено міцнісні розрахунки п’ятиповерхової будівлі, скінченно-елементна модель якої зображена на рис. 5.4. Оскільки при числових дослідженнях та даних літературних джерел, екстремальні зусилля виника-

ють в нижніх поверхах, тому особливу увагу при дослідженні НДС будівлі приділено елементам I-го поверху. Числове дослідження НДС п'ятиповерхової будівлі продемонструвало особливості роботи каркасних конструкцій висотних будівель.

Фундаментна плита товщиною  $h = 30$  см та жорстко закріплені у фундаментних конструкціях елементи першого поверху (колони разом з плитами перекриття першого поверху) у висотній будівлі утворюють дуже жорстку конструкцію, яка в свою чергу викликає появу ефекту просторової ферми Веренделя – зовнішнє навантаження в цьому випадку перерозподіляється невідповідно до вантажних площ [38, 76]. Це явище приводить до відповідного перерозподілу внутрішніх зусиль. Тому робота фундаментної конструкції висотної будівлі наближається до роботи жорсткого штампу. Жорсткість наземної частини набагато перебільшує жорсткість ґрунтової основи, що приводить до більш рівномірного розподілу напружень в основі. Згідно з нормативними документами [103, 102] маємо очікувати суттєвий перерозподіл зовнішніх навантажень, що спричинить відповідний перерозподіл внутрішніх зусиль. Розрахунок осідання досліджуваної будівлі [див. рис. 5.4] виконано в нелінійній постановці за МГЕ та наведено в підрозділі 5.1, максимальний прогин воронки осідання становить 5,8 см. Навантаження від будівлі визначалось за допомогою ПК ЛПА-САПР і становить  $P = 24437$  кН, з урахуванням коефіцієнта запасу згідно з ДБН. Значення навантажень від власної ваги вивчено більше (для них в ДБН коефіцієнт запасу  $1,05 \div 1,2$ ). Для вітру та сейсміки коефіцієнти запасу носять яскраво виражений ймовірнісний характер і сягають значення до  $\gamma_{fm} = 1,45$ .

При розгляді першого поверху розрахункової схеми будівлі в просторовій постановці (рис. 5.10–5.13), було проаналізовано перерозподіл та характер зміни внутрішніх зусиль у вертикальних елементах.

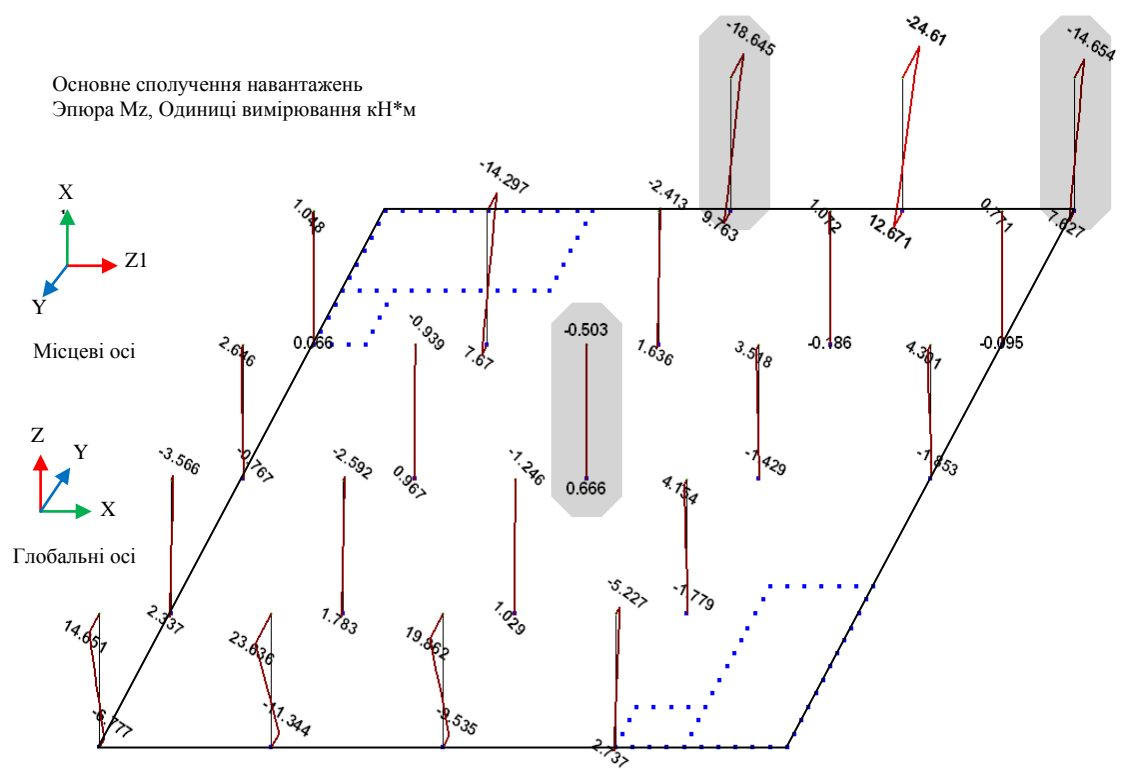


Рисунок 5.10 – Епюри згинальних моментів Mz в колонах при їх жорсткому зашечпленні

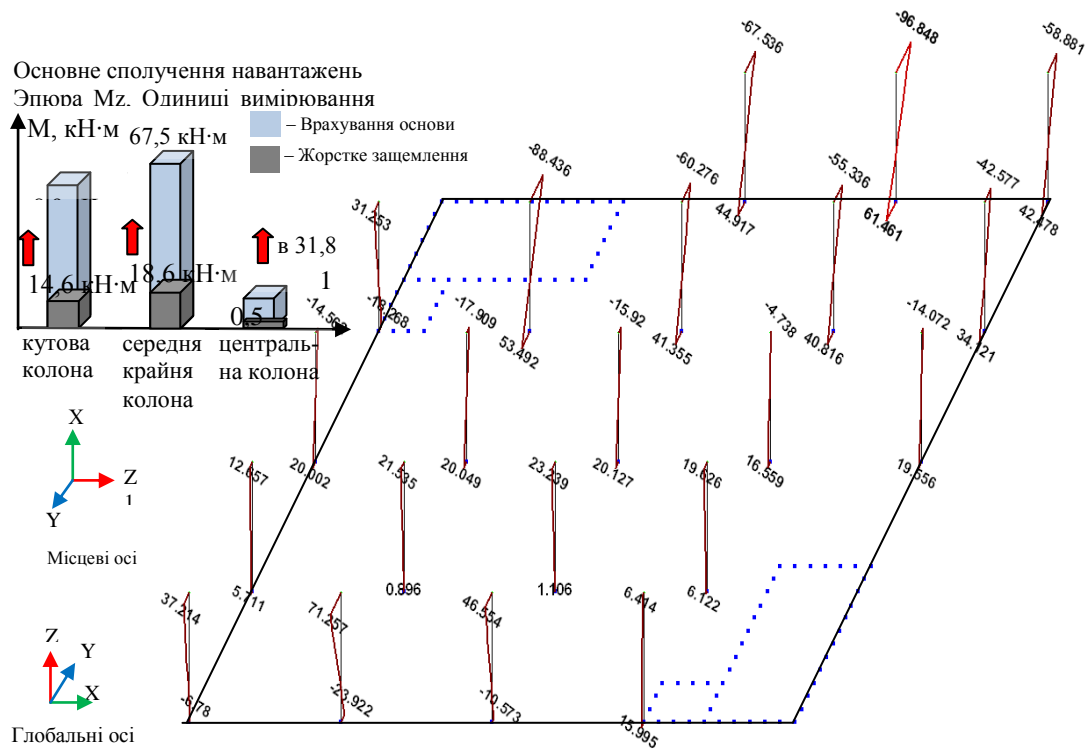


Рисунок 5.11 – Епюри згинальних моментів Mz в колонах при врахуванні основи

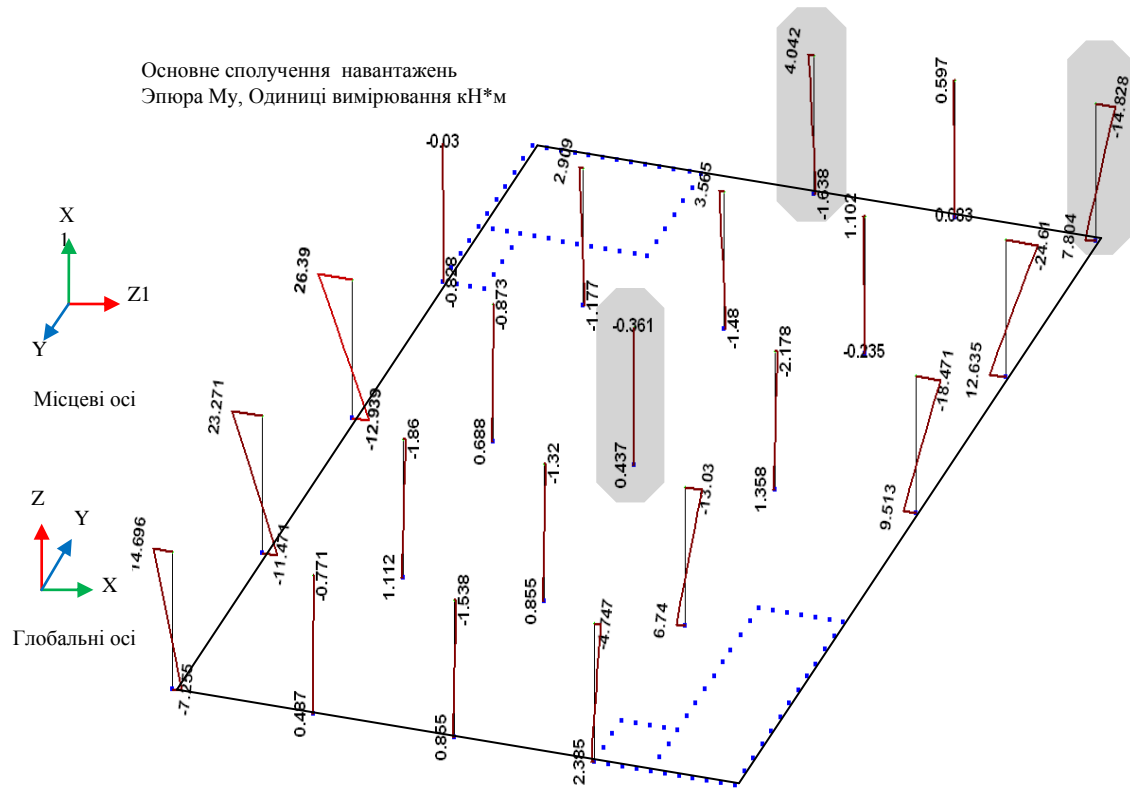


Рисунок 5.12 – Епюри згинальних моментів  $M_u$  в колонах при їх жорсткому защемленні

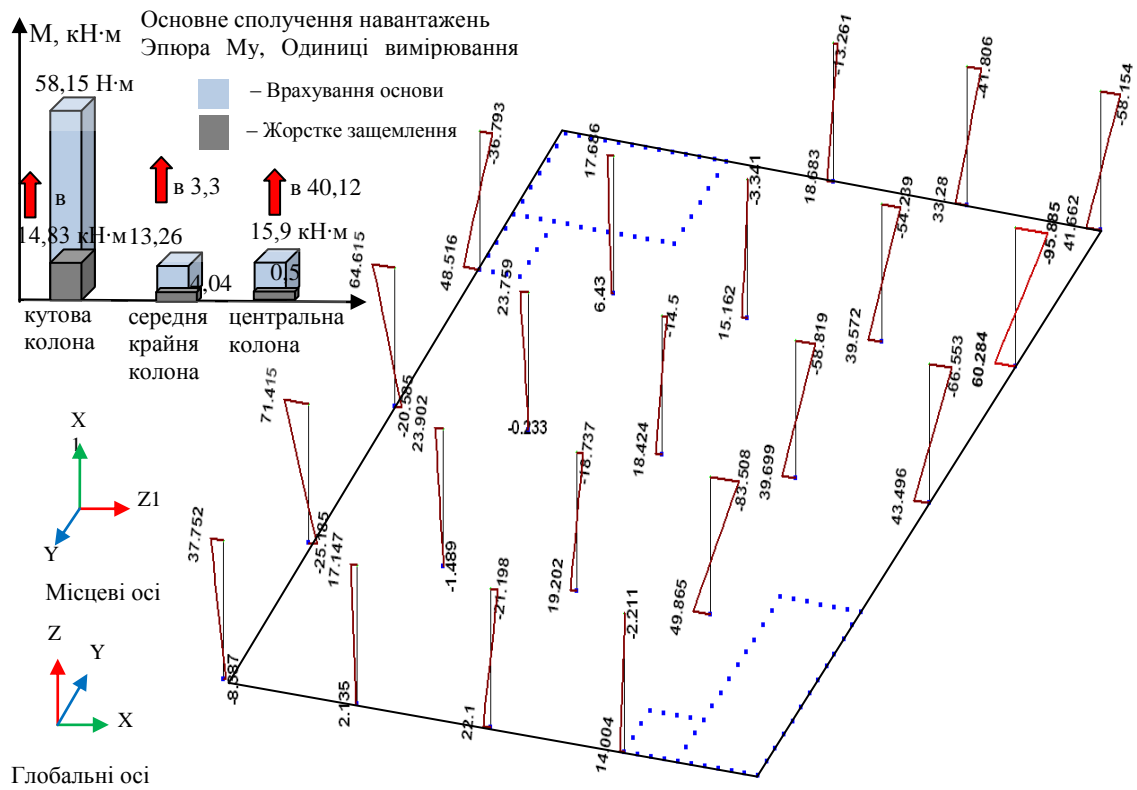


Рисунок 5.13 – Епюри згинальних моментів  $M_u$  в колонах при врахуванні основи

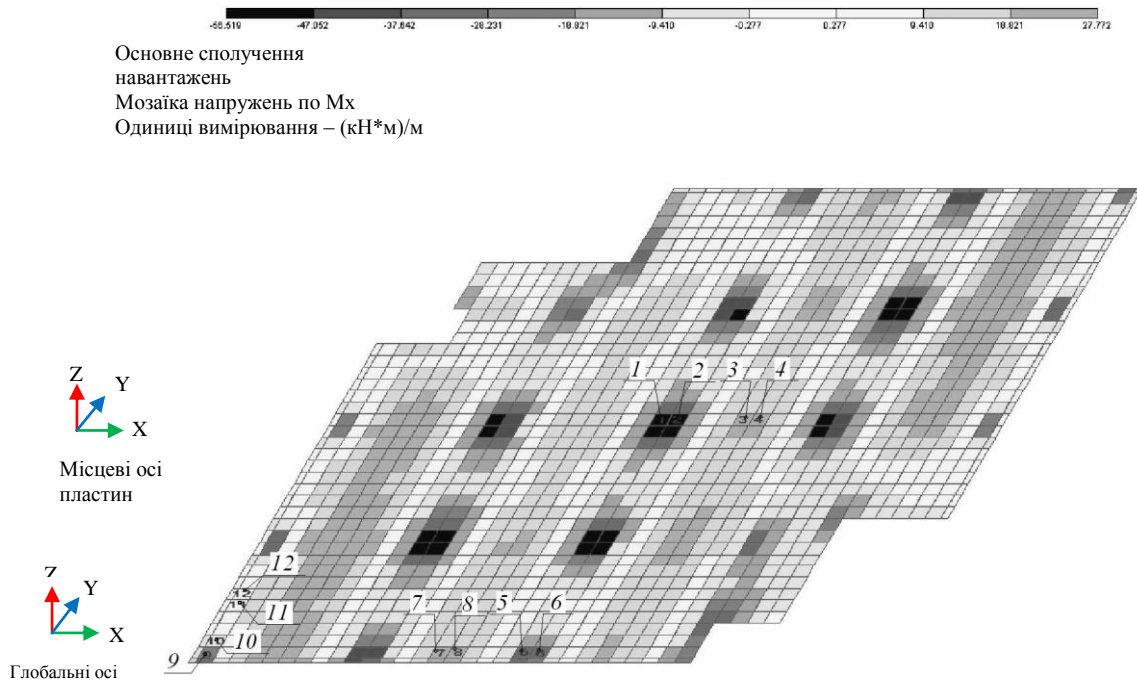


Рисунок 5.14 – Мозаїка напружень по  $M_x$  в плитних елементах першого поверху при жорсткому зацмленні (без врахування основи)

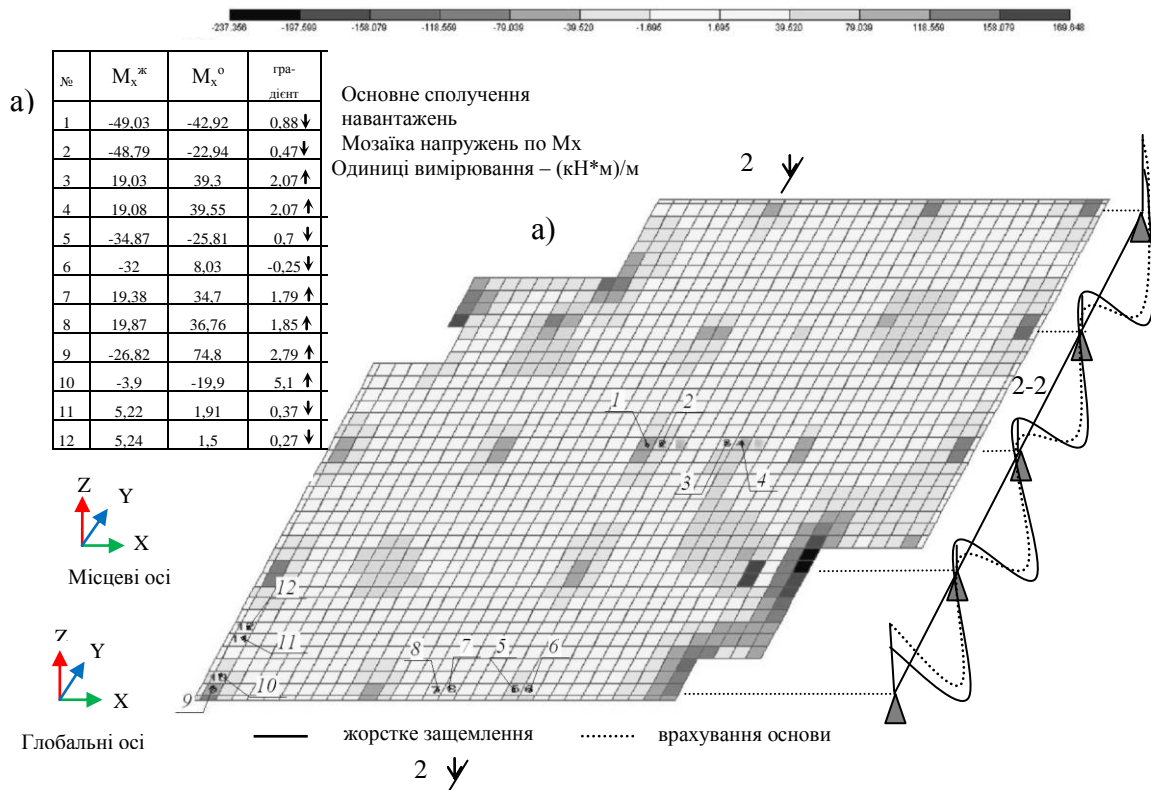


Рисунок 5.15 – Градієнт зміни напружень по  $M_x$  в плитних елементах (а), мозаїка напружень по  $M_x$  в плитних елементах першого поверху при врахуванні осідання основи (б)

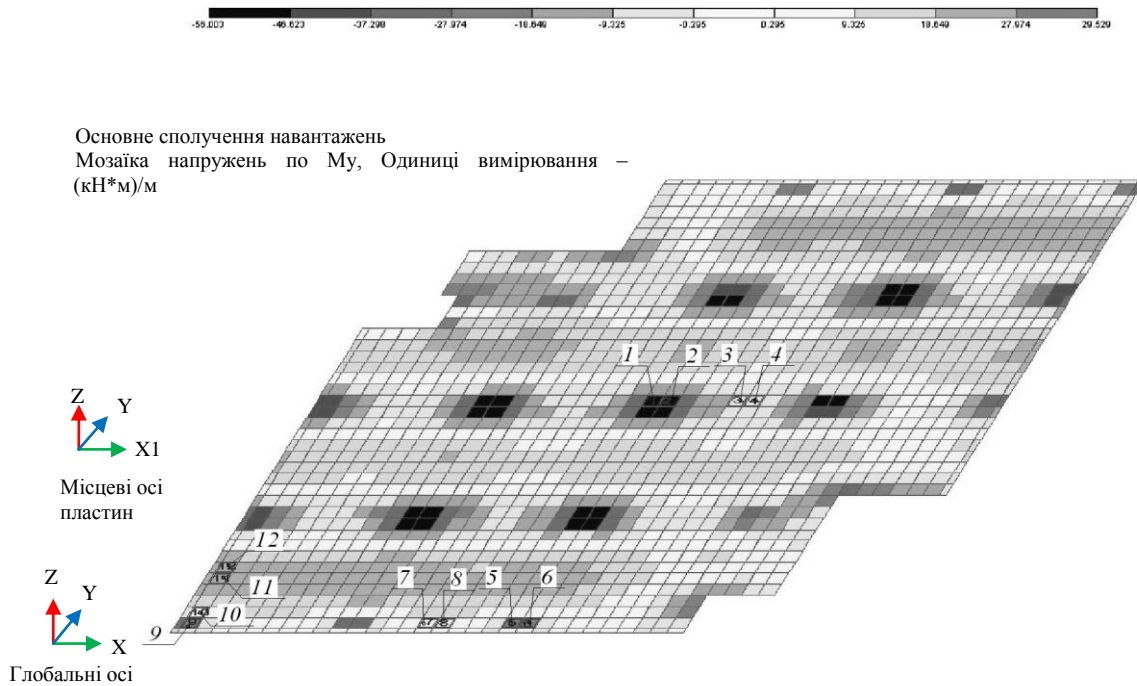


Рисунок 5.16 – Мозаїка напружень по  $M_y$  в плитних елементах першого поверху при жорсткому защемленні

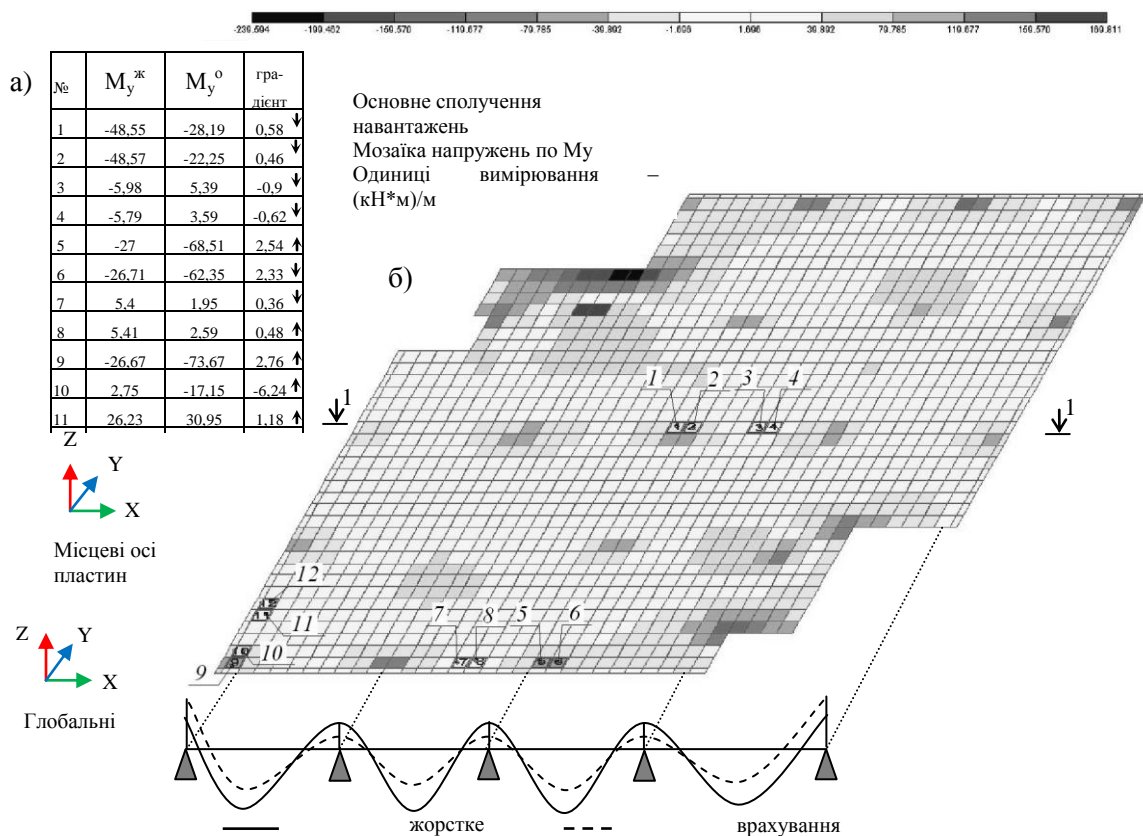


Рисунок 5.17 – Градієнт зміни напружень по  $M_y$  в плитних елементах – (а), мозаїка напружень по  $M_y$  в плитних елементах першого поверху при врахуванні основи – (б)

Скінченно-елементна модель будівлі складається із 13564 СЕ. За

результатами числового моделювання виявлено значний перерозподіл зусиль. Це пов'язано з тим, що система «будівля–фундамент–основа» відноситься до багаторазово статично невизначених систем, характерною особливістю яких є властивість перерозподілу зусиль. Більш жорстка частина системи сприймає більші зусилля.

В колонах I-го поверху  $M_y$  (згин в площині, перпендикулярній до місцевої осі  $Y1$ ),  $M_z$  (згин в площині, перпендикулярній до місцевої осі  $Z1$ ) збільшуються в порівнянні з жорстким розрахунком в місцях максимального прогину (58 мм) в 30–42 рази, в периферійних (середніх, крайніх, кутових) колонах I-го поверху  $M_y$  та  $M_z$  зростають в 4–6 разів. Картина зміни згинального моменту при розгляді просторової розрахункової схеми аналогічна результатам, отриманим із плоского розрахунку рам.

Аналогічна картина перерозподілу зусиль у вертикальних елементах спостерігається в роботі [71] при дослідженні НДС аварійної ситуації металевого каркасу балкової клітини: в колонах, осілих на 170 мм згинальні моменти зростають в 5 разів.

Аналіз результатів розрахунку виявив таку картину перерозподілу  $M_x$ ,  $M_y$  в горизонтальних елементах (плиті):

Розрахунок з урахуванням осідання виявляє зменшення  $M_x$ , та  $M_y$  в опорній та пролітній частинах плити в більш осілих ділянках плити. В менш осілих ділянках плити спостерігається  $\approx$  в 2,7 рази збільшення  $M_x$ ,  $M_y$ ;

В місцях більш жорсткої частини будівлі (біля сходової клітки) спостерігається перерозподіл – збільшення  $M_x$ ,  $M_y$  в 3–5 разів. Аналогічну картину більш інтенсивного перерозподілу зусиль відслідковано на плоских горизонтальних елементах будівлі, тобто збільшення жорсткості сприяє виникненню більших внутрішніх зразків.

### **5.3 Експериментальні дослідження осідання будівлі**

В експериментальній частині досліджень натурних осідань будівлі проводились спостереження за осіданням фундаментної плити п'ятиповерхової будівлі.



Заміри осідань фундаментної плити проводились геометричним нівелюванням 1-го класу, при якому допускалась середня квадратична похибка  $\pm 1$  мм. Для замірів осідань фундаментної плити в плиту, підколонники, колони, стіни підвалу закладались геодезичні знаки-марки а в ґрунти – нерухомі вихідні геодезичні знаки – глибинні репери.

За абсолютне осідання марок бралась різниця відміток марки та вихідного репера. Для організації спостережень за осіданнями фундаментної плити були виконані такі роботи:

- розроблено проект закладання марок в фундаментну плиту, підколонники, колони та стіни будівлі. Для цього на план будівлі було нанесено ортогональну сітку, що проходить через центри колон та серединні відстані між ними. Місця закладання марок вибирались з урахуванням можливості доступу до марок та можливості візуальної передачі відмітки по марці в період експлуатації будівлі;

- марки в плиті дублювались марками в колонах і стінах; Конструкції стінових і плитних марок наводились на кресленнях. Захисна труба плитної марки призначалась такої довжини, щоб кришка марки знаходилась на рівні верху підлоги підвалу;

- на генеральному плані ділянки будівництва нанесено місця розташування глибинних реперів, які вибирались з урахуванням таких умов:

- репери закладались на відстані 50–160 м від будівлі подалі від проїздів, з різних сторін будівлі;

- до реперів був забезпечений зручний прохід та можливість візуальної передачі відмітки в підвал будівлі;

- репери закладались в газонах, в місцях відсутності комунікацій [101].

При спостереженні за осіданнями будівлі дані спостережень заносились в журнал експериментальних досліджень.

Заміри осідань розпочались відразу після закінчення бетонування фундаментної плити та продовжувались до отримання стабілізації осідань будівлі. Осідання вважаються стабілізованими, коли швидкість їхнього росту не перевищує 1 мм в рік. Цикли спостережень в період зведення виконувались раз в 2 місяці, а в період експлуатації – раз у 4 місяці. Подальша повторюваність циклів спостережень залежить від

швидкості затухання осідань.

Сумарні осідання марок, отримані після кожного циклу спостережень, нанесено на план плити у вигляді епюр переміщень марок. З отриманих осідань найбільш характерних точок плити побудовано графік росту осідань марок в часі (рис. 5.18).

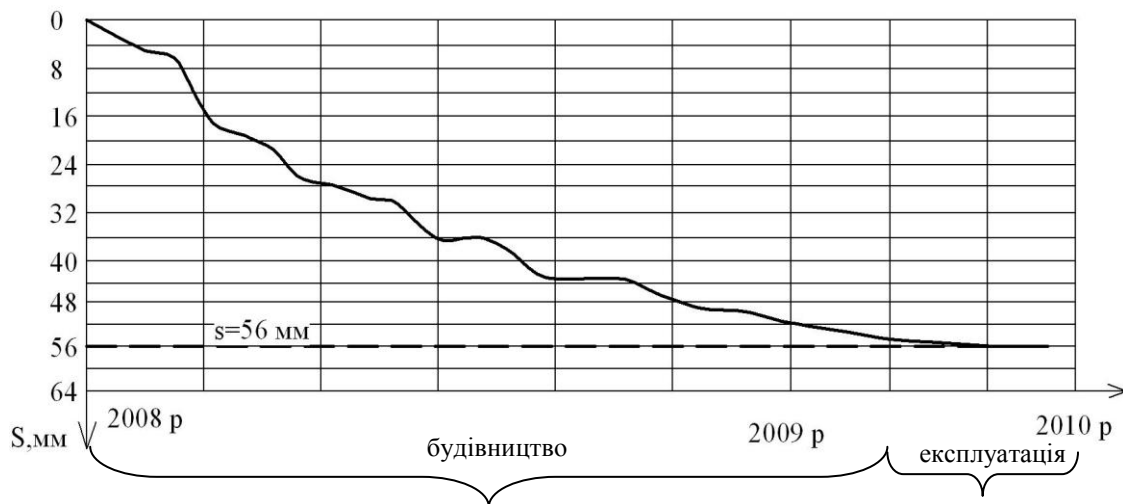


Рисунок 5.18 – Графік росту в часі зміни осідань марок

Експериментально визначена величина осідання будівлі, план та скінченно-елементна модель якої показана на рис. 5.1, 5.4,  $s = 56$  мм. Що практично відповідає результатам числового моделювання за МГЕ, осідання становить  $s = 58$  мм (рис. 5.3). Дані числового моделювання осідань будівлі за МГЕ з використанням пружно-пластичної моделі ґрунтового середовища, які наведені в нашій роботі дають достовірні результати осідань на момент стабілізації ґрунтової основи.

Експериментально зафіксовано, після закінчення будівництва осідання продовжувало збільшуватись при постійному навантаженні з меншою швидкістю і практично затухло до 390 діб, сягнувши середньої величини 56 мм.

#### **5.4 Вплив напластунів ґрунтової основи на вибір фундаментної конструкції будівлі в м. Вінниці по вулиці Пирогова, 134**

**5.4.1. Плитний варіант фундаментів будівлі по вулиці Пирогова, 134 в м. Вінниці.** Природна піддатливість ґрунту призводить до неминучості виникнення в них деформацій. Ці деформації на стадії проектування необхідно передбачити та звести до мінімуму можли-

вість виникнення аварійної ситуації. Економічне та надійне проектне вирішення може дати аналіз НДС сумісної роботи системи «будівля–фундамент–основа».

В сучасних нормативних документах (ДБН), що регламентують проектування основ висотних будівель, рекомендуються інженерні методики розрахунку осідань фундаментів на натуральній основі, які використовують схему «пошарового підсумовування». Такий підхід теоретично менш обґрунтований, ніж використання тривимірного пружнопластичного підходу на основі МСЕ.

Також діючі ДБН рекомендують виконувати розрахунок конструкцій просторово жорстких споруд у взаємодії із стисливою основою а також враховувати нелінійність деформування основ, що потребує використання тривимірного пружнопластичного підходу на основі МСЕ чи МГЕ. При використанні МСЕ виникають відомі труднощі, починаючи з вибору моделі ґрунту і забезпечення її достовірними значеннями параметрів та закінчуючи вибором розрахункової області. Ефект числового прогнозу за МСЕ залежить від низки важко визначуваних факторів. Тому діагностування НДС підземної частини системи «будівля–фундамент–основа» проведено за пружно-пластичною моделлю розв'язку нелінійної задачі механіки ґрунтів, яка ґрунтується на дилатансійній теорії В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка та узагальненому критерії Мізеса–Шлейхера–Боткіна [19, 83] за МГЕ, алгоритм моделі наведено в розділі 2.3.2.

У першому варіанті розрахунку плитного фундаменту на ґрунтах природного залягання було прийнято товщину фундаментної плити 50 см, згідно з інженерними вишукуваннями:  $E = 10145$  кПа;  $\rho = 1,806$  т/м<sup>3</sup>;  $c = 17,23$  кПа. Послідовність обрахунку  $\rho^{\min}$  та  $\rho^{\max}$  викладено в підрозділі 2.4, значення яких відповідно становить:  $\rho^{\min} = 1,422$  т/м<sup>3</sup>,  $\rho^{\max} = 2,68$  т/м<sup>3</sup>. Результати розрахунку поведінки будівлі на ґрунті природного залягання подано на рис. 5.19, 5.20 (лінії а). Розрахункове (очікуване для таких характеристик ґрунтів) осідання будівлі при повному навантаженні від будівлі – 18200 кН перевищує нормативно допустимі 8 см (рис. 5.19) [103].

Варіант заміни 1 м ґрунту безпосередньо під подошвою плити на дрібний пісок (рис. 5.19, рис. 5.20 лінії б) з показниками  $c = 2$  кПа,

$\varphi = 32^\circ$ ,  $E = 28$  МПа дасть змогу підняти середньозважений модуль деформації до 17520 кПа ( $E = 17520$  кПа;  $\rho = 1,809$  т/м<sup>3</sup>;  $c = 12,06$  кПа;  $\varphi = 0,3873$  рад). Осідання будівлі за розрахунком становить 7,9 см, тобто на межі нормативного (при висоті плити  $h = 50$  см), (рис. 5.19).

З метою забезпечення нормативного осідання будівлі розглянуто ще варіант заміни 1 м ґрунту на відмітці низу фундаментної плити на гравелистий піщаний ґрунт (рис. 5.19 лінія в) з показниками  $E = 40$  МПа;  $c = 1$  кПа;  $\varphi = 40^\circ$ ;  $e = 0,55$ , фракції  $10 > d > 2$  мм. Середньозважені характеристики ґрунту в цьому випадку:  $E = 21,95$  МПа;  $c = 11,71$  кПа;  $\varphi = 0,4389$  рад ( $25,15^\circ$ ),  $\rho = 1,809$  т/м<sup>3</sup>. При висоті фундаментної плити 50 см очікуване за МГЕ осідання будівлі 5,4 см. З точки зору прийняття більш економічного рішення при зменшенні висоти фундаментної плити до 30 см очікувана величина осідання за даними розрахунку складає 5,8 см, що менше нормативного – 8 см (рис. 5.20).

Оскільки суттєвим фактором зменшення осідань будівлі є величина модуля деформацій  $E$ . Заміна контактного з фундаментом шару ґрунту на матеріал з вищим показником модуля деформацій (пісок, гравій) значно впливає на середньозважені фізико-механічні показники, піднімаючи модуль деформацій та щільність. Це в свою чергу зменшує величину осідання будівлі, рис. 5.20. Так збільшення величини модуля деформацій в 2,2 рази дало можливість зменшити товщину фундаментної конструкції (плити) з 50 см до 30 см за умови забезпечення нормативної величини осідання  $s = 5,8$  см  $<$  8 см допустимих за ДБН.

Таким чином, МГЕ дає можливість визначення конкретної матриці піддатливості ґрунтового масиву для умов довільного пошарового напластування ґрунтів будівельного майданчика.

Також було розраховано та проаналізовано НДС наземної частини цієї триповерхової каркасної будівлі з підвалом. Досліджено вплив кроку дискретизації а також вплив зміни фізико-механічних характеристик ґрунтової основи на несучу здатність фундаментної конструкції. Скінченно-елементна модель будівлі складається із комбінованих елементів (стержнів, пластин), яка зображена на рис. 5.21. Досліджено особливості деформування цих комбінованих систем, особливості конструювання вузлів, що мають різну піддатливість та особливості регулювання НДС як окремих конструкцій будівлі, так і будівлі в цілому.

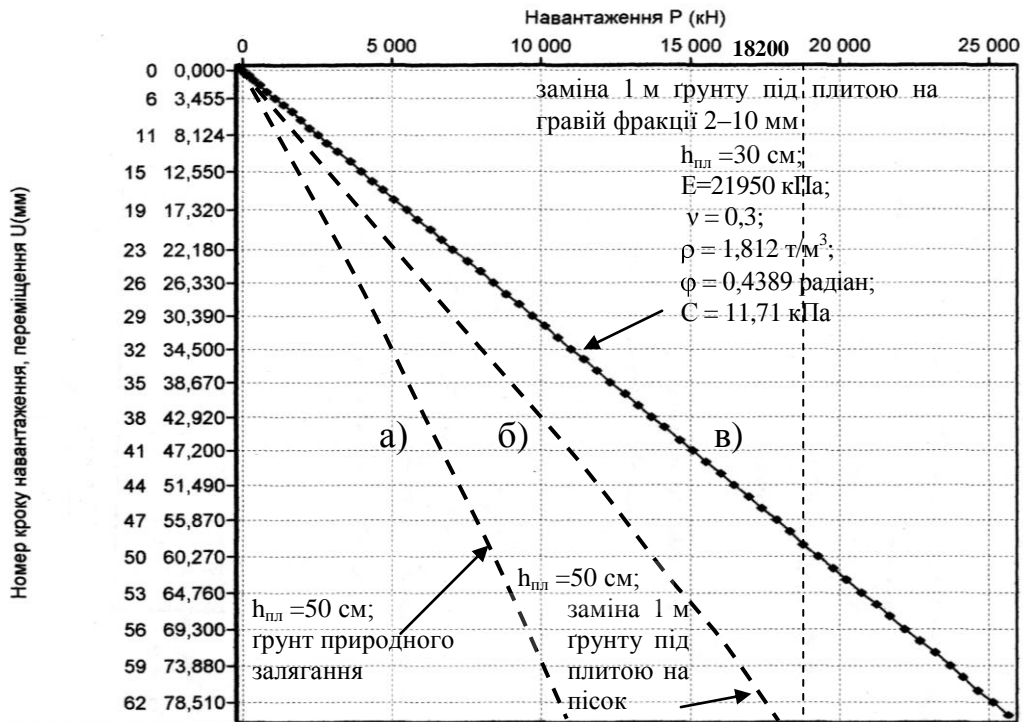


Рисунок 5.19 – Графік навантаження-осідання будівлі на фундаментній плиті при заміні 1 м ґрунту дрібним піском

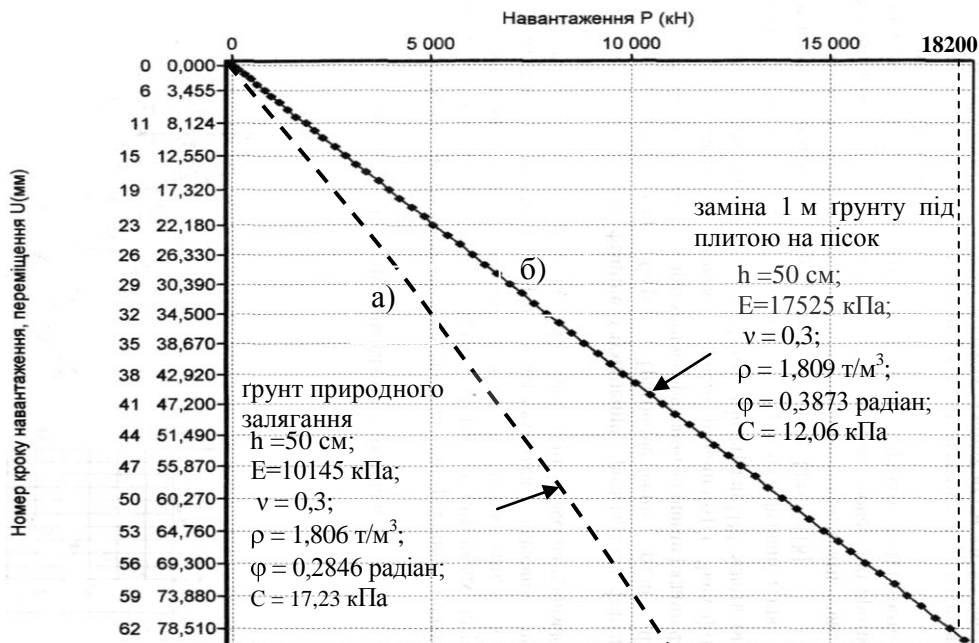


Рисунок 5.20 – Графік навантаження-осідання будівлі на фундаментній плиті різної товщини з врахуванням зміни фізико-механічних властивостей ґрунту

При розв'язанні міцнісної задачі будівельної механіки зусилля, що

передаються в рівні фундаментної конструкції, на ґрунтову основу визначались за допомогою ПК ЛІРА-САПР – це потужний комплекс скінченно-елементного аналізу конструкцій будівлі. ПК ЛІРА-САПР містить у своєму складі розвинені засоби підготовки даних, розрахунку та аналізу результатів.

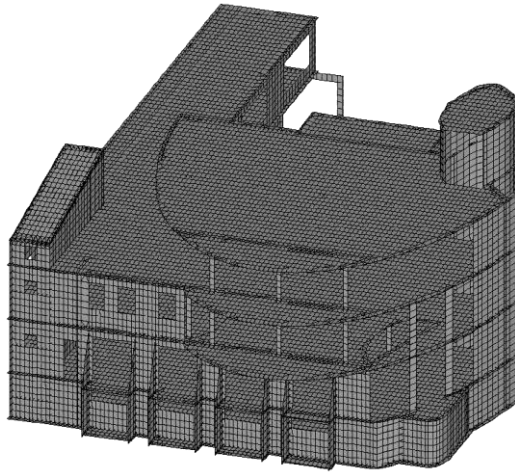


Рисунок 5.21 – Скінченно-елементна модель триповерхової будівлі з підвалом у м. Вінниці по вул. Пирогова, 134

Разом з тим для інженера-проектувальника багато часу займають більш прості задачі, такі як визначення геометричних характеристик складових перерізів, визначення навантажень на елементи конструкцій, перевірка перерізів несучих елементів – це далеко не увесь перелік такого роду рутинних проектних задач.

Дані числового розрахунку наземної частини будівлі з урахуванням осідання ґрунтової основи у вигляді ізополів наведено на рис. 5.22, рис. 5.23.

При діагностуванні наземної частини споруди крайова задача механіки замінювалась задачею знаходження мінімуму функціоналу (виразу повної потенціальної енергії роботи системи, потенціалу Лагранжа).

Координатні функції (шукані функції  $\sigma$ - $\varepsilon$  стану будівлі) підбирались з точки зору забезпечення збіжності, точності, обумовленості рішень. Це найвідповідальніший етап, оскільки саме він відповідає за збіжність методу. На етапі дискретизації розміри сітки скінченних

елементів були прийняті на основі попередніх розрахунків з послідовним згущенням триангуляційної сітки.

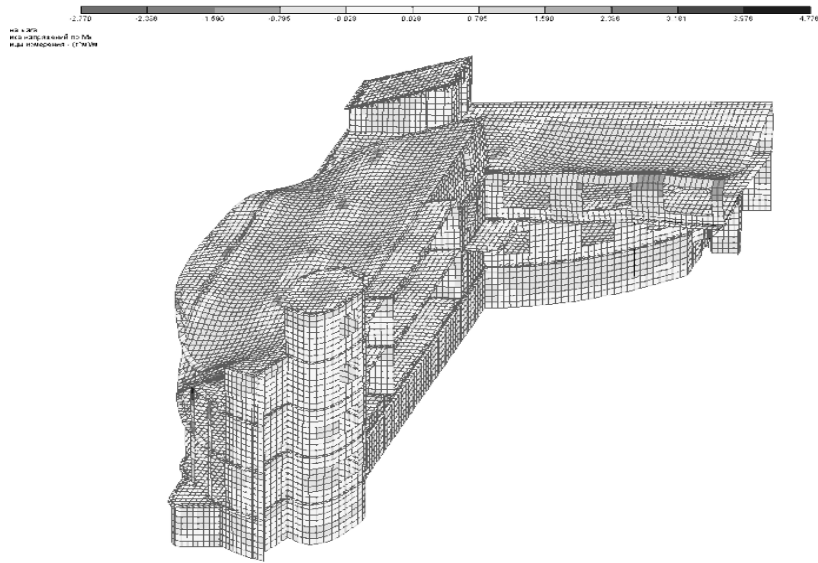


Рисунок 5.22 – Ізополю згинальних моментів  $M_x$

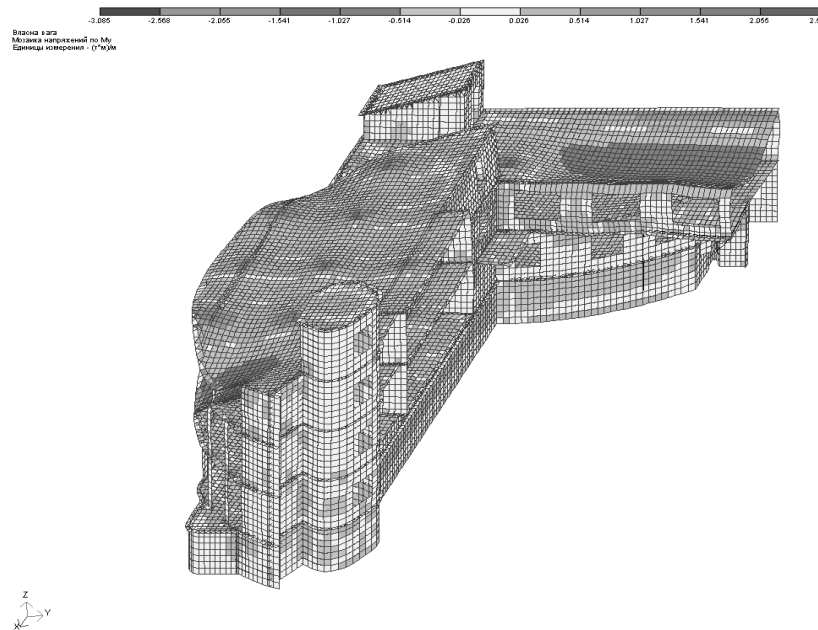


Рисунок 5.23 – Ізополю згинальних моментів  $M_y$

Це дало можливість отримати уяву про точність числового розрахунку. Відносна похибка результатів розрахунку за попередніми розмірами сітки ( $400 \times 400$  мм) та наступними ( $300 \times 300$  мм, зменшеними в 1,5 рази) не перевищувала 1%. Прийнята дискретна розрахункова схема обумовлювала знаходження НДС об'єкта з розв'язку СЛАР високого порядку.

## 5.5 Методи числової реалізації пошуку НДС системи «будівля–фундамент–основа»

**5.5.1 Теоретичні засади розв’язання крайової задачі пошуку НДС в фундаментних конструкціях.** Необхідність створення числової моделі об’єкта з недовизначеною інформацією за відомими математичними моделями з цілеспрямованою зміною параметрів не викликає зараз сумнівів. З метою пошуку оптимального варіанта влаштування фундаментних конструкцій для конкретної будівлі, було розраховано та проведено порівняння альтернативних методів розрахунку фундаментних конструкцій за методом скінченних різниць та за пружно-пластичною моделлю, використовуючи метод граничних елементів.

МГЕ використовує принцип суперпозиції, тому його можна застосовувати до лінійних систем, або до тих систем, що лінійні відносно приростів аргументів чи можуть бути апроксимовані такими. Отже, остання категорія розширює область застосування МГЕ на значну кількість технічних задач. В цьому прикладі МГЕ застосовувався до задач механіки ґрунтів і фундаментобудування.

Вхідними параметрами моделей вважались усі потенційно змінні дані про ситуацію, від якої залежали результати розрахунків. У першій моделі задіяні два параметри фізико-механічних характеристик ґрунтів ( $E$ ,  $\rho$ ), друга модель є восьми параметричною, містить 8 вхідних даних фізико-механічних характеристик основи:  $E$ ,  $\nu$ ,  $c$ ,  $\phi$ ,  $\rho$ ,  $\rho^{\min}$ ,  $\rho^{\max}$ ,  $\rho_0$ .

Розрахунок за першою моделлю включає пошук НДС максимально навантаженої ділянки фундаменту мілкового закладання.

Класичний розрахунок стрічкових фундаментів як балки на пружній основі пов’язаний із знаходженням рішення диференціального рівняння її рівноваги:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} \right] + K_{II}(x) w(x) = q(x), \quad (5.2)$$

де  $EI(x)$  – згинальна жорсткість балки;  $E$  – модуль пружності матеріалу балки;  $I(x)$  – момент інерції поперечного перерізу балки;  $K_{II}(x)$  – погонний коефіцієнт жорсткості основи;  $x$  – змінна координата по довжині балки;  $w(x)$  – прогин балки в перетині з координатою  $x$ .



При вільному опиранні кінців балки (рис. 5.24) граничні умови мають такий вигляд:

$$w''(0) = 0; w'''(0) = 0; w''(L) = 0; w'''(L) = 0. \quad (5.3)$$

Фізичний зміст коефіцієнта жорсткості основи  $K(x)$  – це навантаження в (кН), що діє на одиницю площі (в  $\text{м}^2$ ) та викликає одиничне осідання (в м). Його визначення пов'язане з урахуванням сумісної роботи основ і фундаментів, оскільки осідання ґрунтової основи залежить не лише від виду ґрунту і його стану, але також і від форми та розмірів фундаменту. У роботі під час проведення розрахунків за першою моделлю при визначенні  $K_{II}(x)$  використано залежність С. Н. Клепікова [62]:

$$K_{II}(x) = K(x) \cdot b_n; \quad (5.4)$$

$$K(x) = p^H / s, \quad (5.5)$$

де  $p^H$  – середній тиск по підшві фундаменту ( $p^H = q^H / b_n$ );  $b$  – ширина підшви фундаменту;  $q^H$  – погонне навантаження по довжині фундаменту від зовнішніх зусиль, ваги фундаменту й ґрунту на його уступах;  $s$  – середнє осідання стрічкового фундаменту за ДБН В.2.1–10–2009 [103].

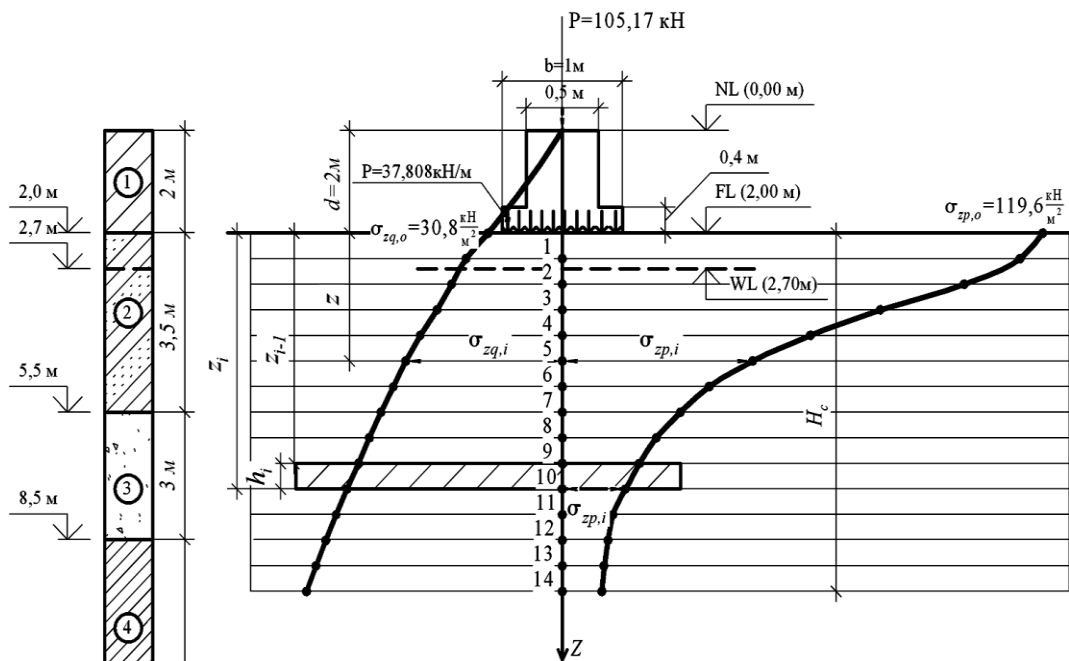


Рисунок 5.24 – Розрахунок осідання фундаменту за методом пошарового підсумовування для визначення коефіцієнта жорсткості основи

Відповідно до будівельних норм, розрахунок осідань основи потрібно виконувати методом пошарового підсумовування, хоч він ґрунтується на достатньо довільних припущеннях. Так, незважаючи на складний напружений стан ґрунту, у ньому враховуються лише вертикальні нормальні напруження  $p_3$ , деформативність ґрунту враховується лише модулем деформацій, без коефіцієнта бокового розширення. Але цей метод дозволяє знайти глибину стисливої зони –  $H_c$ , нижня границя якої є подошва останнього шару (використовується під час розрахунків за МГЕ), а також прийняту величину осідання  $s$  (див. рис. 5.24).

**5.5.2 Вибір оптимального варіанту фундаментних конструкцій з використанням МСР, МГЕ, МСЕ (ПП Plaxis 3D foundation).** Для скінченно-елементної будівлі зображеної на рис. 5.25, величину погонного навантаження від зовнішніх зусиль  $q''$  визначено за результатами розрахунку будівлі за програмним комплексом ЛІРА-САПР. Математичною моделлю фундаментів мілкого закладання для цієї будівлі слугує балка на пружній основі [127, 138]. Розрахунок балки на пружній основі відноситься до статично невизначених задач, оскільки в задачу розрахунку входить визначення внутрішніх зусиль і переміщень балки, які залежать від геометричних характеристик перерізів балки.

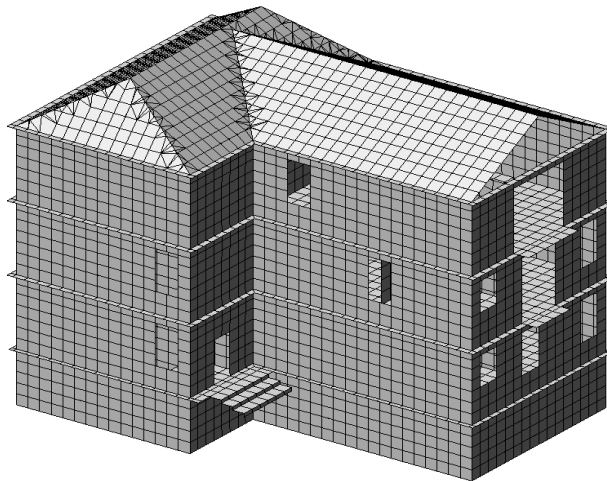


Рисунок 5.25 – Скінченно-елементна модель

Тому попередньо визначено розміри поперечного перерізу фундаментної балки на основі лінійної епюри реактивних тисків ґрунту по подошві. Попередні розміри стрічки зображені на рис. 5.24.

При прийнятті ширини фундаменту мілкого закладання  $b = 1,5$  м очікувана величина осідання за методом пошарового підсумовування

склала  $s = 1,14$  см. Цей варіант фундаменту потребує для його спорудження  $103,6 \text{ м}^3$  бетону.

При ширині фундаменту  $b = 1$  м осідання становить  $s = 2,63$  см і витрати бетону складають  $88,8 \text{ м}^3$ , що є більш економним і прийнято в розрахунку.

Для числової реалізації поставленої задачі за першою моделлю область неперервної зміни аргументна (довжини балки  $l$ , рис. 5.26) замінювалась дискретною множиною точок – вузлами, зосереджені сили розташовувалися на границі ділянок розбиття. Апроксимація вихідного диференціального рівняння (5.2) скінченно-різницевиими аналогами приводила до системи алгебраїчних рівнянь [72] відносно значень шуканих функцій у вузлах сіткової області (погонних реактивних тисків ґрунту).

Розрахунок НДС стрічки на пружній основі виконувався за програмою, складеною на алгоритмічній мові Delphi. Запропонована програма реалізує методику розрахунку балки на пружній основі за числовим методом скінченних різниць (МСР). Програма включає модуль введення (input) вхідних даних, до яких відносяться: число вузлів стрічки  $N$ , довжина стрічкового фундаменту  $L$ , власна вага фундаментної балки і ґрунту на її уступах  $G$ , погонний коефіцієнт жорсткості основи  $KONST$ , згинальна жорсткість фундаментної балки  $ECNST$ , ширина підошви балки  $BP$ , та модуль output (GAUSSP), що дозволяє знайти корені СЛАР. Після введення вхідних даних, програма компонує коефіцієнти матриці  $A$  (коефіцієнти при невідомих) та вектор  $B$  (вектор вільних членів СЛАР). Коренями СЛАР є значення реактивного тиску ґрунтової основи у вузлах дискретизації. За результатами реактивних тисків на відповідне навантаження формувались: епюри згинальних моментів  $M_{32}$ , поперечної сили  $Q$ , а також обраховуються переміщення балки в дискретних точках. Порівнянням результатів розрахунку з різним кроком дискретизації оцінювалась точність і стійкість алгоритму. Результати розрахунку НДС стрічки подано на рис. 5.26.

Нелінійний аналіз ґрунтової основи виконано за пружно-пластичною моделлю з використанням числового методу граничних елементів. У другій математичній моделі проведено розрахунок варіа-

нта фундаментних конструкцій у вигляді фундаментної плити  $h = 30$  см. Багатошарове середовище ґрунту розглядалось як еквівалентне квазіоднорідне ізотропне середовище, 8 вхідних параметрів якого узагальнено описували деформативність ґрунтової основи в стисливій зоні, глибиною  $H_c = 10$  м, шириною 3,2 м (рис. 5.24). Фізичні параметри стану моделі:  $E = 15,27$  МПа,  $\nu = 0,3112$ ,  $c = 14,406$  кПа,  $\phi = 23,47$ ;  $\rho = 1,59$  т/м<sup>3</sup>;  $\rho_{\min} = 1,378$  т/м<sup>3</sup>;  $\rho_{\max} = 1,978$  т/м<sup>3</sup>;  $p_0 = -1700$  кПа.

Під час дослідження поля напружень і деформацій системи «будівля–фундамент–основа» ґрунт моделювався пружно-пластичним тілом, до границі текучості залежність  $\sigma$ – $\varepsilon$  приймалась лінійною. Тензорна форма запису інтегрального граничного рівняння рівноваги, яке встановлювало зв'язок між  $\sigma$  та  $\varepsilon$  на границі фундаментної конструкції для півпростору, отримане К. Бреббія [22] див. (3.2).

Поведінка ґрунту в пластичній стадії описувалась інкрементальною теорією (неасоційованим законом пластичної течії), в якій приймалася лінійна залежність між напруженнями  $\sigma$  та приростами деформацій  $d\varepsilon_{ij}$  – формула 3.7.

Для числової реалізації задачі бокова поверхня фундаментної конструкції та нижня поверхня контакту дискретизувалась лінійними елементами, навколо фундаментна активна зона ґрунтової основи дискретизувалась трикутними осередками. Схема дискретизації та отриманий за МГЕ графік «навантаження–осідання» наведені на рис. 5.27.

Навантаження від будівлі, яке розраховано за сучасними нормативними документами з використанням ПК ЛІРА-САПР, становить 5929,025 кН. Очікувана величина осідання будівлі за МГЕ (рис. 5.26) при плитній фундаментній конструкції  $h = 30$  см складає 2,7 см [91].

Таким чином, при практично однаковому осіданні будівлі (на фундаментній плиті –  $s = 2,7$  см, на фундаментах мілкового закладання при ширині підошви 1 м –  $s = 2,63$  см) витрати бетону для спорудження фундаментної плити на 74 % ( $88,8 \text{ м}^3/51,05 \text{ м}^3 = 1,74$ ) менші.

Це дозволяє саме фундаментну плиту рекомендувати в якості фундаментної конструкції з економічних міркувань. А сучасні методи числового моделювання (МСР, МСЕ, МГЕ) дозволяють достовірно прогнозувати напружено-деформований стан основ та фундаментів, що узгоджується

на лінійній стадії з перевіреними нормативними методиками розрахунку із ДБН.

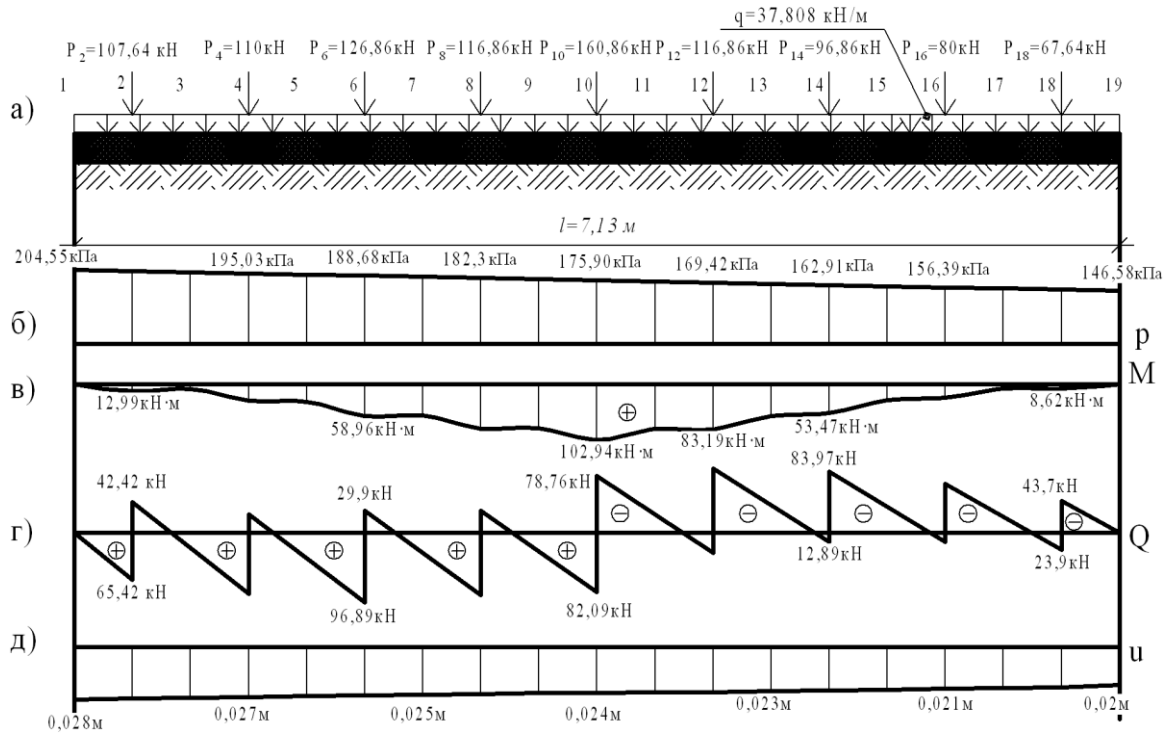


Рисунок 5.26 – До прикладу розрахунку стрічкового фундаменту за МСР: а) дискретизація балки; б) епюра реактивних тисків від навантаження; в) епюра згинальних моментів; г) епюра поперечних сил; д) осідання основи

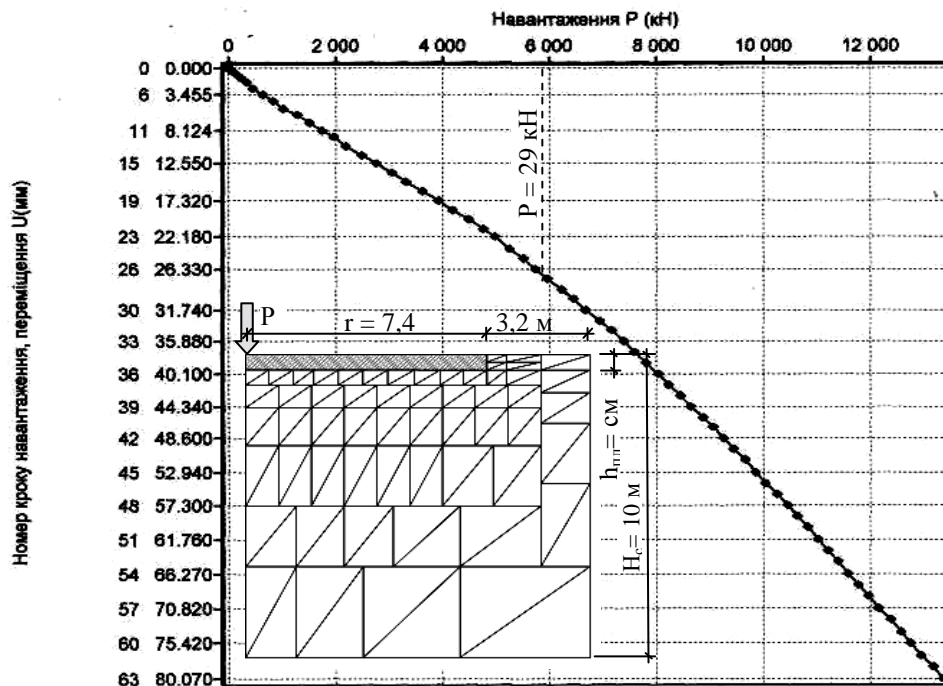


Рисунок 5.27 – Графік залежності навантаження–осідання фундаментної плити

Для порівняння величини осідання фундаментної плити висотою 30 см було виконано відповідні розрахунки НДС цієї фундаментної конструкції в програмному продукті Plaxis. Багатошарове середовище ґрунту розглядалось як еквівалентне квазіоднорідне ізотропне середовище, 5 вхідних середньозважених параметрів якого узагальнено описували деформативність ґрунтової основи в стисливій зоні, глибиною  $H_c = 10$  м, розміри ґрунтового масиву  $40 \times 40 \times 10$  м. Фізичні параметри стану моделі:  $E = 15,27$  МПа;  $\nu = 0,3112$ ;  $c = 14,406$  кПа;  $\varphi = 23,47^\circ$ ;  $\gamma = 15,90$  кН/м<sup>3</sup>; рівень ґрунтових вод – 5 м. Було змодельовано штамп на базі реальної будівлі з розмірами  $13,12 \times 13,12$  м, товщиною  $h = 30$  см, з наступними характеристиками бетону:  $\gamma = 24$  кН/м<sup>3</sup>,  $E = 2,7 \cdot 10^7$  кН/м<sup>2</sup>,  $\nu = 0,2$ ;  $G = 1,125 \cdot 10^7$  кН/м<sup>2</sup>. Загальне навантаження від будівлі (5929 кН) прикладено у вигляді розподіленого навантаження

В результаті виконання розрахунків у ПП Plaxis 3D foundation були отримані результати напружено-деформованого стану ґрунтової основи. Ізополя осідань ґрунтової основи показані на рис. 5.28, 5.29.

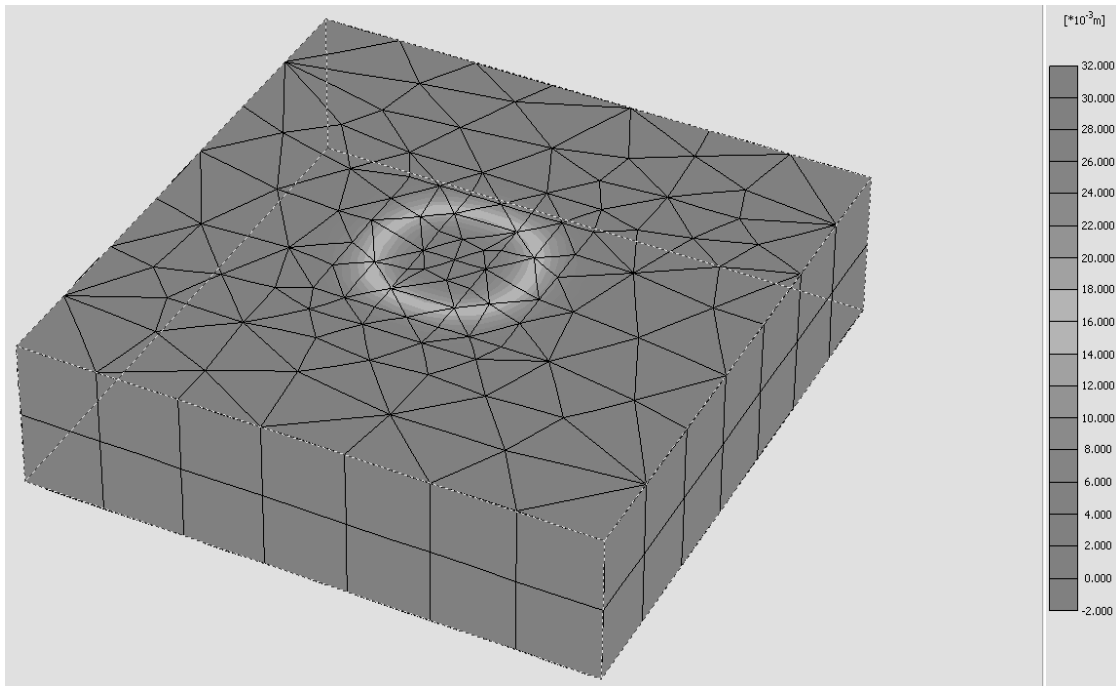


Рисунок 5.28 – Ізополя переміщень ґрунтової основи під фундаментною плитою

Максимальне переміщення по Plaxis практично збігається з прогнозом за МГЕ і становить  $s = 30,6$  мм, що на 3,6 мм більше ніж за МГЕ.

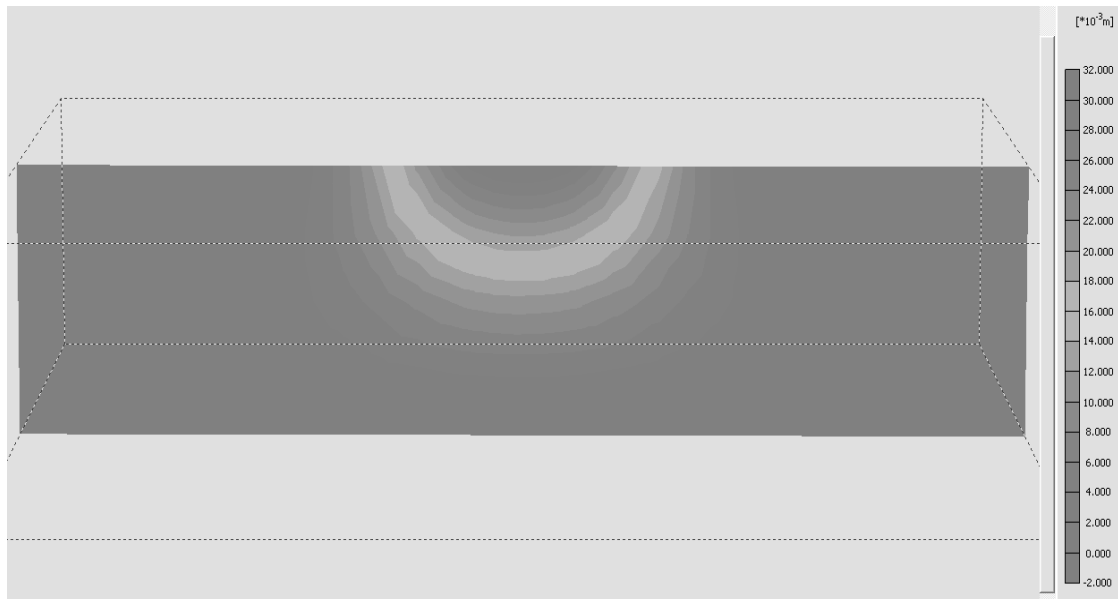


Рисунок. 5.29 – Поперечний розріз, ізополя переміщень ґрунтової основи під фундаментом плитою

Оскільки проектування сучасних споруд – це комплекс розрахунків за сучасними методами інформаційних технологій, тому використання МСР, МСЕ, МГЕ є неминучою потребою розвитку наукових досліджень.

### **5.6 Оптимізація пального поля десятиповерхової будівлі в м. Козятині**

Згідно з проектною документацією для десятиповерхової житлової будівлі (рис. 5.30) фундаментом є палове поле з 245 палів С10-35 (рис. 5.31), інженерно-геологічний розріз якого показано на рис. 5.32.

З метою оптимізації пального поля будівлі проведено додаткові числові розрахунки з визначення несучої спроможності як одиночних палів С10-35, С9-35, С8-35 так і пального поля із цих палів з використанням сучасних комп'ютерних технологій.

- Прогноз за МГЕ несучої спроможності одиночних палів при осіданні  $s = 1$  см склав (рис. 5.33):

- для палі С 10-35 – 1022 кН;
- для палі С 9-35 – 821 кН;
- для палі С 8-35 – 630 кН;

Розрахунок прогнозного осідання 3-ох варіантів пального поля із палів С 10-35, С9-35, С8-35 за МГЕ наведено на рис. 5.34.

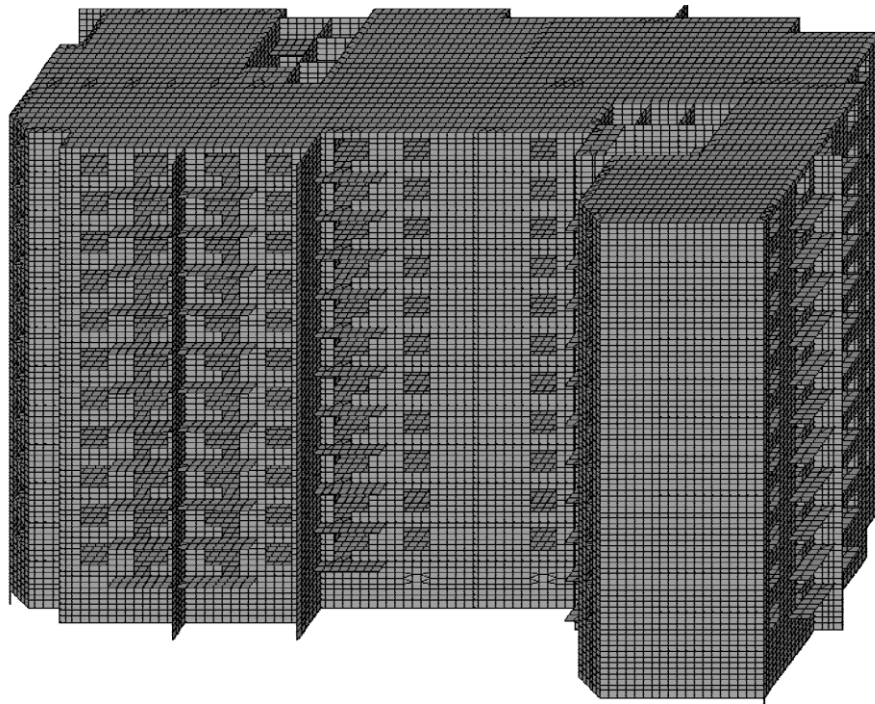


Рисунок 5.30 – Скінченно-елементна модель 10-ти поверхової будівлі

Результати числових досліджень порівняно з даними розрахунків за діючими ДБН. Геологічна будова ґрунтового масиву розвідана до глибини 16 м. Дані інженерно-геологічних вишукувань та фізико-механічні характеристики ґрунтів будівельного майданчика наведено на рис. 5.32.

Фізико-механічні характеристики ґрунтів будівельного майданчика слугували вхідними параметрами числової моделі і приймалися середньозваженими за результатами інженерно-геологічних вишукувань:

$E = 19$  МПа – модуль деформації;

$\nu = 0,38$  – коефіцієнт Пуассона;

$c = 39$  кПа – питоме зчеплення;

$\varphi = 21^\circ$  – кут внутрішнього тертя;

$\rho = 1,91$  т/м<sup>3</sup> – щільність ґрунту;

$\rho^{\min} = 1,54$  т/м<sup>3</sup> мінімальна щільність ґрунту;

$\rho^{\max} = 2,78$  т/м<sup>3</sup> максимальна щільність ґрунту;



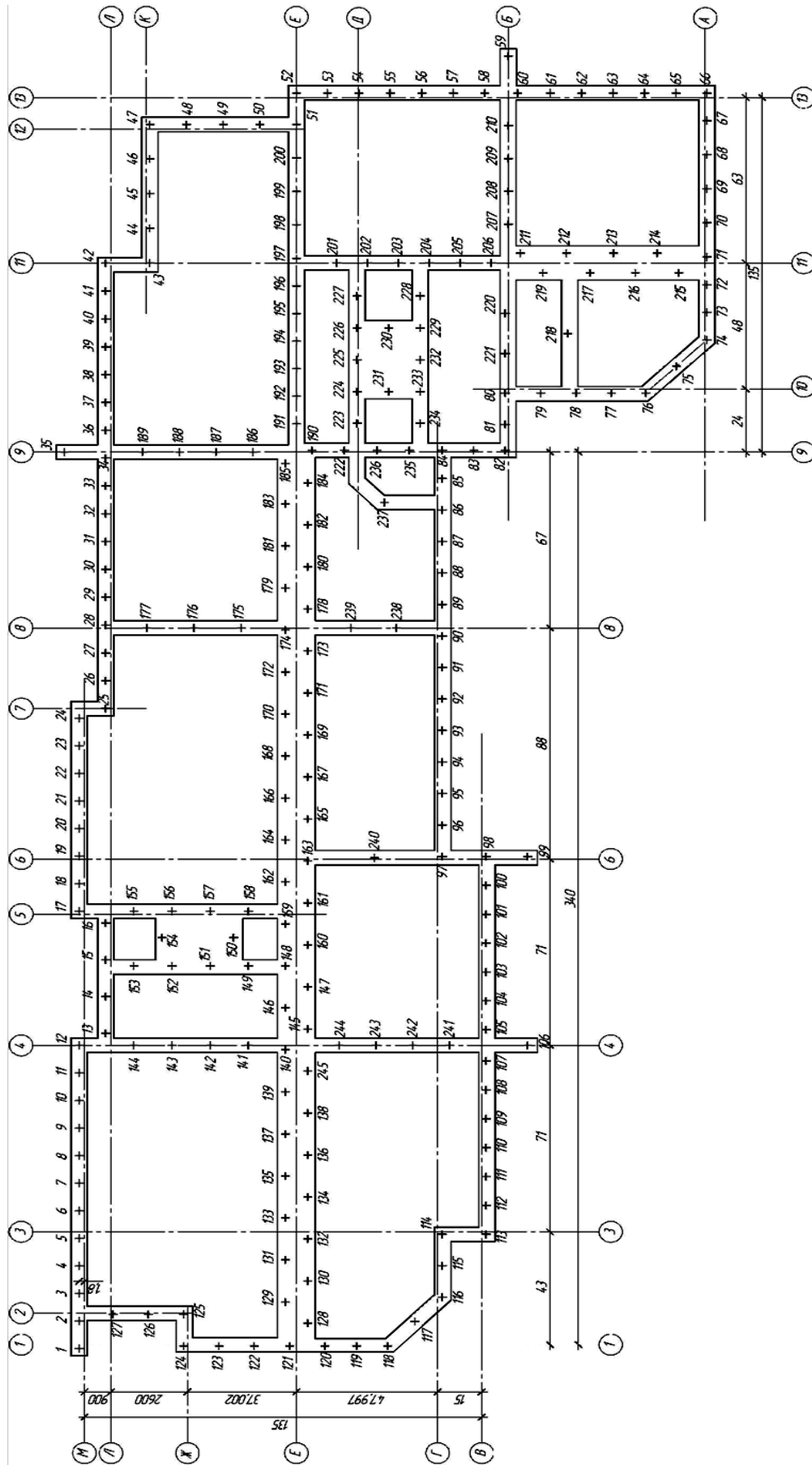


Рисунок 5.31 – План пального поля з проектною документацією

$p_0 = -2000$  кПа – напруження на октаедричній площині, коли щільність ґрунту сягає максимальної величини та характеризує перехід від конуса до циліндра при використанні модифікованого критерію Мізеса–Шлейхера–Боткіна.

На рис. 5.33 наведено графіки осідання-навантаження для одиночних паль С 10-35, С 9-35, С 8-35. Несучу здатність палі С 10-35 визначено згідно з нормативними методиками [42, 44, 126, 140] та порівняно з результатами числового моделювання проведеними за МГЕ та МСЕ.

### Інженерно-геологічний розріз по лінії I-I

масштаби : горизонтальний 1:200  
вертикальний 1:100

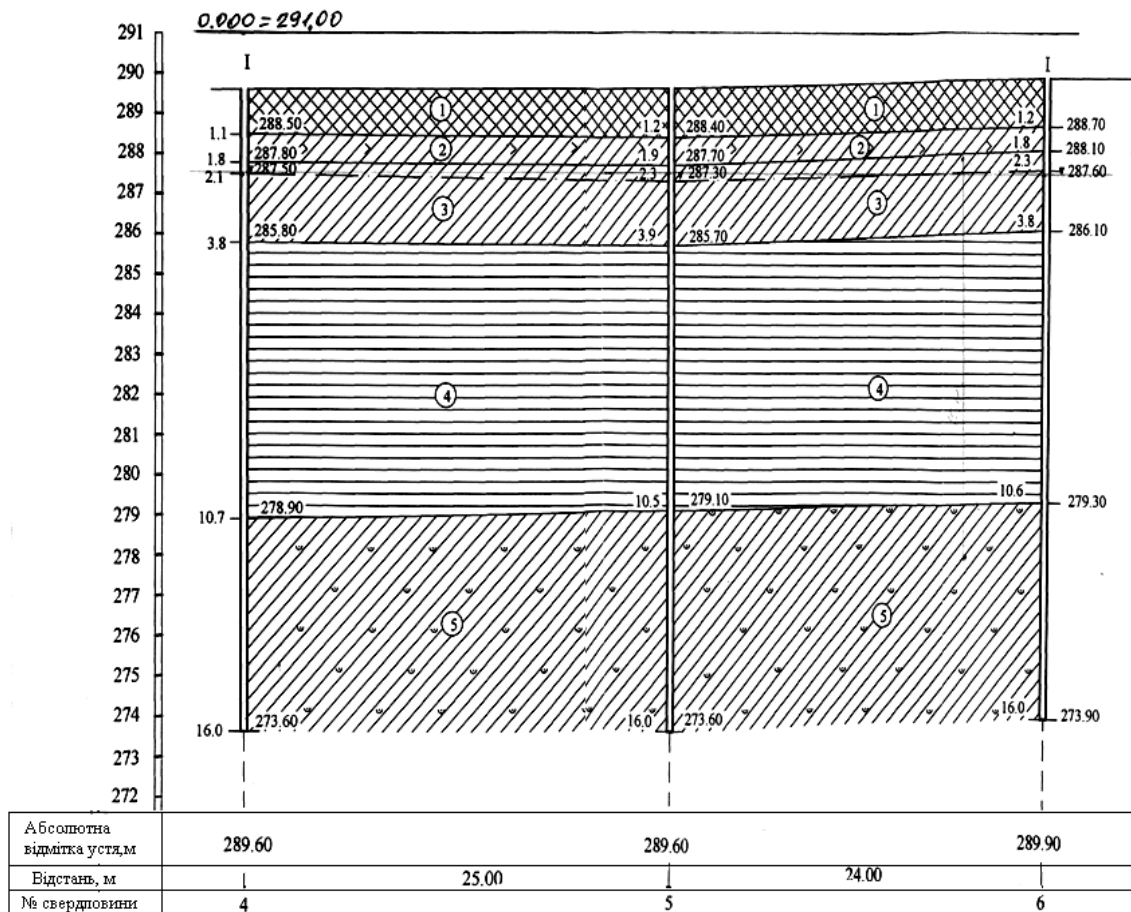


Рисунок 5.32 – Інженерно-геологічний розріз

При числових дослідженнях за МГЕ несучої спроможності пальового поля будівлі було спрогнозовано несучу здатність кожної палі. Біля сходових кліток через велику скупченість паль несуча здатність паль складала 50–60 % від проектної одиночної.

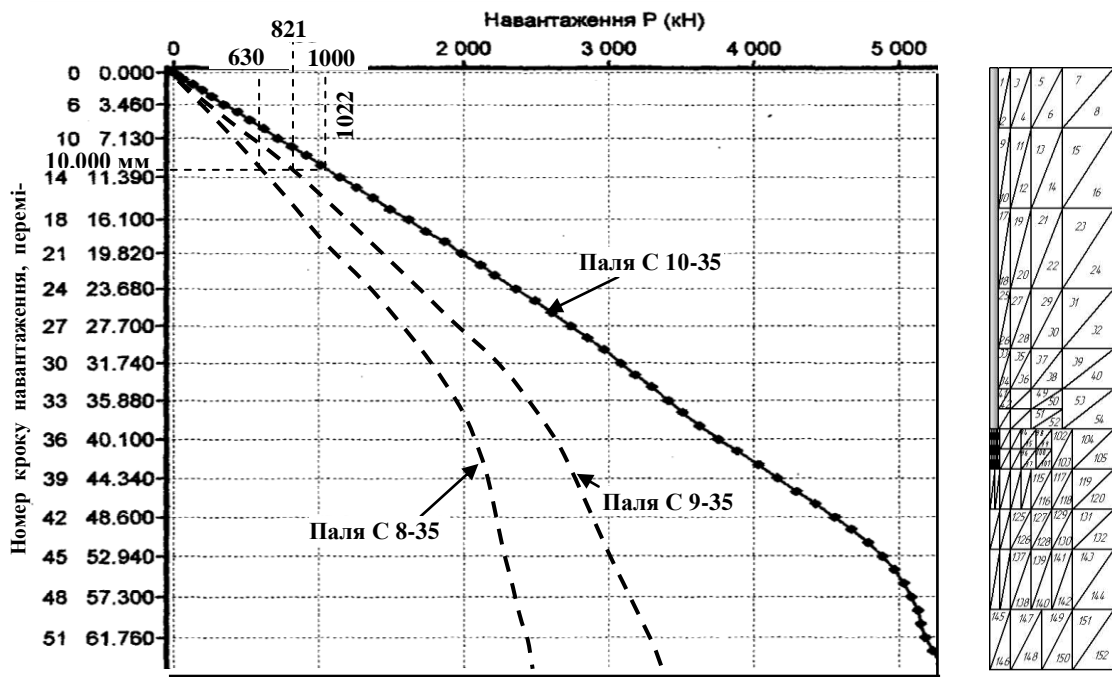


Рисунок 5.33 – Несуча спроможність одиночних паль С 10-35, С 9-35, С 8-35 та дискретизація активної зони навколопального ґрунту

Тому було внесено пропозиції щодо збільшення відстані між палями в межах з  $3d$  до  $5d$ , що дало можливість включити в роботу бокову поверхню палі, яка в стиснених умовах значно зменшується і при цьому в роботу включається в основному вістря палі [70, 88].

Були виконані розрахунки пальового поля, за умови осідання на 1 см в лінійній стадії:

- при проектній кількості 245 паль С10-35 розрахункова сумарна несуча здатність поля становить 33131,527 кН;
- при проектній кількості 245 паль С9-35 розрахункова сумарна несуча здатність поля становить 30793,88 кН;
- при проектній кількості 245 паль С8-35 розрахункова сумарна несуча здатність поля становить 28378,4 кН.

При зменшенні довжини палі з 10 до 9 м, а також при зменшенні кількості паль (в місцях необґрунтованого скупчення паль – сходових кліток, тощо) до 227 паль С9-35, розрахункова несуча здатність всього поля

становить 31125,16 кН (табл. 5.2). Результати числового розрахунку 3-х варіантів пального поля будівлі наведено на рис. 5.34.

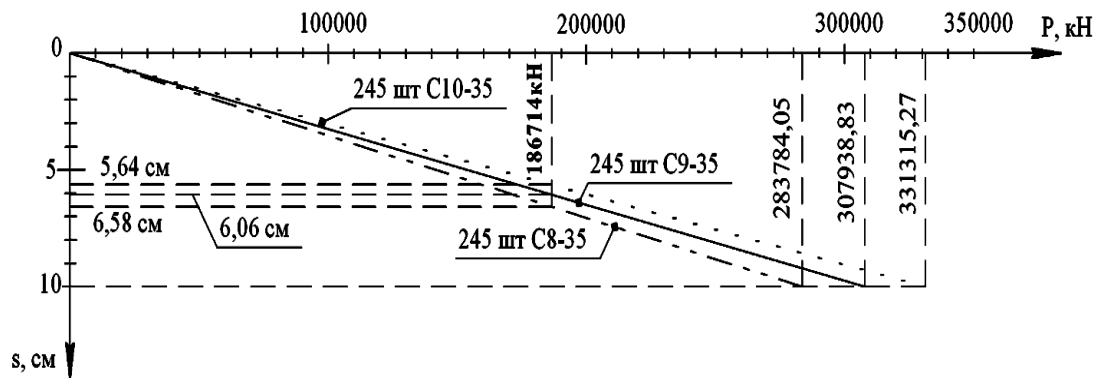


Рисунок 5.34 – Очікуване осідання пального поля десятиповерхової будівлі вагою 186714 кН в м. Козятині

Із експериментальних даних [7,9] з врахуванням плинучості часу (реології) кінцевий напружено-деформований стан основ продовжуватиме перерозподілятися з вирівнюванням асиметрії НДС.

За допомогою програмного комплексу ПК ЛІРА-САПР було підраховано навантаження від десятиповерхової будівлі (див. рис. 5.33), що складалось з власної ваги несучих і огорожувальних конструкцій та корисного навантаження. Навантаження становить 186714 кН.

Також було виконано порівняння несучої здатності забивної палі С10-35 при осіданні на 1 см. При експериментальних дослідженнях несучої здатності одиночної палі на будівельному майданчику було отримано значення  $P = 100 \text{ т} = 1000 \text{ кН}$ . Вихідними даними слугували дані геологічних вишукувань (див. табл.5 2) та експериментальні дані, які наведені в цьому підрозділі.

При розрахунку за методом скінченних елементів використовуючи ПП Plaxis 3D foundation вхідними параметрами моделі були:  $E$ ,  $\nu$ ,  $\phi$ ,  $\psi$  для кожного шару. До палі було прикладене навантаження  $P = 1022 \text{ кН}$  і отримано результати осідання, яке становить  $s = 9,42 \text{ мм}$ .

Таблиця 5.2 – Дані несучої спроможності кожної з 223 палів С9-35 пального поля при  $s=1\text{см}$

№ палі	Розрахункова несуча здатність, т	№ палі	Розрахункова несуча здатність, т	№ палі	Розрахункова несуча здатність, т	№ палі	Розрахункова несуча здатність, т
1	186,77952	58	132,88409	115	134,55758	172	108,60746
2	151,24465	59	145,67585	116	140,08306	173	98,726191
3	140,2907	60	160,23988	117	152,53949	174	99,817485
4	144,83842	61	161,51802	118	126,60043	175	137,18635
5	149,71234	62	159,65066	119	145,24737	176	131,32852
6	163,11828	63	168,71405	120	139,30629	177	150,99021
7	175,19556	64	192,48072	121	108,0233	178	98,489192
8	175,19556	65	187,18945	122	106,80907	179	104,90252
9	161,14216	66	170,66912	123	109,47736	180	112,0594
10	147,15015	67	141,18979	124	112,55645	181	128,47208
11	142,81464	68	149,32748	125	134,75021	182	133,33859
12	141,48952	69	120,61258	126	143,10743	183	136,83691
13	124,70122	70	124,51021	127	143,10743	184	133,43103
14	118,2524	71	133,99441	128	143,10743	185	152,06803
15	113,96877	72	166,86249	129	134,95337	186	130,46167
16	118,67879	73	163,49214	130	119,47793	187	132,40112
17	136,1614	74	205,36052	131	110,74045	188	114,00235
18	153,4899	75	157,06745	132	102,21038	189	123,35647
19	157,5348	76	139,70048	133	91,223589	190	121,83007
20	161,36221	77	125,41184	134	96,153062	191	122,90427
21	173,83137	78	111,68142	135	109,6039	192	113,51779
22	172,00042	79	115,30608	136	121,25181	193	109,28108
23	169,36504	80	127,31185	137	124,97754	194	118,54723
24	156,76038	81	115,04755	138	91,485765	195	116,10444
25	145,84534	82	110,82382	139	86,339204	196	135,84497
26	143,71639	83	130,09091	140	93,227393	197	134,6601
27	141,64157	84	149,54232	141	91,735359	198	104,91631
28	140,73786	85	177,97122	142	98,556134	199	108,24577
29	144,86141	86	174,37275	143	105,43169	200	104,56287
30	149,14174	87	184,08873	144	139,23978	201	111,59007
31	151,42967	88	190,68406	145	127,99204	202	112,4166
32	149,57972	89	214,55133	146	116,97552	203	101,18439
33	145,34291	90	237,3311	147	111,70641	204	99,437816
34	141,79011	91	195,51448	148	94,695904	205	111,00135
35	143,47919	92	186,83832	149	99,675679	206	106,64318
36	147,80888	93	183,77964	150	108,18415	207	107,50886
37	151,71299	94	201,04769	151	106,60641	208	103,70696
38	162,7284	95	181,29516	152	115,24156	209	97,89414
39	173,02381	96	198,18409	153	117,13267	210	116,98022
40	172,8709	97	184,64268	154	124,70036	211	122,64388
41	181,30059	98	179,77069	155	134,27923	212	137,60758
42	200,23384	99	160,25155	156	134,23517	213	115,77561
43	185,84186	100	154,82855	157	143,10743	214	100,28928
44	186,1419	101	160,27112	158	134,97724	215	106,16027
45	185,25336	102	179,78123	159	126,25801	216	124,56341
46	226,64715	103	184,64282	160	117,30905	217	102,02991
47	168,86131	104	197,61573	161	108,93789	218	133,27143
48	152,88516	105	194,44931	162	106,03077	219	145,76481
49	136,97166	106	199,37965	163	104,50606	220	144,80812
50	139,08207	107	198,26367	164	133,85507	221	120,16212
51	146,85113	108	179,8435	165	138,04421	222	103,11319
52	144,61137	109	200,19051	166	150,7531	223	97,862893
53	148,97849	110	171,15878	167	105,56812	Сума = 31125,157	
54	152,37986	111	165,64159	168	108,38041		
55	161,90829	112	135,52304	169	110,24614		
56	147,42923	113	126,95583	170	112,06978		
57	142,2786	114	120,15648	171	104,67594		

Таким чином несуча здатність забивної палі С10-35 при осіданні  $s = 1$  см за методом граничних елементів становить  $P = 1022$  кН, а за методом скінченних елементів при навантаженні на палю  $P = 1022$  кН її осідання становить  $s = 9,42$  мм, експериментально отримана несуча здатність  $P = 1000$  кН. Тому методом граничних елементів можна адекватно моделювати напружено-деформований стан ґрунтової основи різних фундаментних конструкцій.

За графіком несучої спроможності пального поля для палей різної довжини, зображеним на рисунку 5.34, прогнозне осідання 245 палей С10-35, С9-35, С8-35 при навантаженні від будівлі 186714 кН відповідно склало 5,64; 6,06; 6,58 см. Доцільно з питань економії витрат на влаштування пального поля зупинитись на палях С9-35 (див. рис. 5.34).

З метою оптимізації розташування пального поля будівлі було:

- ◆ зменшено довжину палей з С10-35 до С9-35;
- ◆ зменшено кількість палей з 245 до 227;
- ◆ збільшено відстань між палями у вказаних раніше ділянках з 3d до 5d.

Ця оптимізація дозволила прийняти в пальному полі 227 палей при сумарній несучій спроможності 31125,157 кН. Прогнозне осідання будівлі становить 6 см, що є меншим від допустимого відповідно до норм.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Алейников С. М. МГЕ в контактных задачах для упругих пространственно-неоднородных оснований / С. М. Алейников. – М. : Изд-во АСВ, 2000. – 754 с.
2. Андрухов В. М. Аналіз напружено-деформованого стану елементів каркасу багатоповерхових будівель при врахуванні в розрахункових схемах характеристик підвалін / В. М. Андрухов, І. М. Меть, А. В. Ніцевич // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві : науково-технічний збірник. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2006. – №3. – С. 96 – 104.
3. Балсон Ф. С. Заглублённые сооружения: статическая и динамическая прочность / Ф. Балсон. – М. : Стройиздат, 1991. – 241 с.
4. Барабаш М. С. Аналіз основних проблем проектування багатофункціональних висотних будівель / М. С. Барабаш, А. В. Дзюба // Будівництво України. – 2007. – № 10. – С. 38–40.
5. Барвашов В. А. Чувствительность системы «основание–сооружение» / В. А. Барвашов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2008. – № 3. – С. 10–14.
6. Бартоломей А. А. Влияние характера нагружения на результаты расчета осадки свай и свайных фундаментов / А. А. Бартоломей, И. М. Омельчак // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2003. – № 5. – С. 2–6.
7. Бартоломей А. А. Основы расчета ленточных свайных фундаментов по предельно допустимым осадкам / А. А. Бартоломей. – М. : Стройиздат, 1982. – 320 с.
8. Бартоломей А. А. Прогноз осадок свайных фундаментов / А. А. Бартоломей, И. М. Омельчак, Б. С. Юшков ; под. ред. А. А. Бартоломея. – М. : Стройиздат, 1994. – 384 с.
9. Бартоломей Л. А. Прогноз осадок сооружений с учетом совместной работы основания, фундамента и надземных конструкций : автореф. дис.... д.т.н. : 05.23.02 / Бартоломей Леонид Адольфович. – Пермь, 2003. – 32 с.
10. Бахолдин Б. В. Методика контроля буронабивных свай по результатам их динамических испытаний / Б. В. Бахолдин,

А. В. Драницын // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 1. – С. 16–21.

11. Бахолдин Б. В. Особенности расчета фундаментов из буронабивных свай / Б. В. Бахолдин, П. И. Ястребов, Е. А. Парфёнов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 6. – С. 12–17.

12. Бенерджи П. К. Метод граничных элементов в прикладных науках : пер. с англ. / П. К. Бенерджи, Р. Баттерфилд. – М. : Мир, 1984. – 494 с.

13. Берг О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона / О. Я. Берг. – М. : Госстройиздат, 1962. – 96 с.

14. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення ДБН В.2.6-98:2009. – [Чинний від 2010–09–01]. – К. : МІНРЕГІОНБУД України, 2008.

15. Бишоп А. У. Параметры прочности при сдвиге ненарушенных и перемятых образцов грунта / А. У. Бишоп ; пер. с англ. под ред. В. Н. Николаевского // Определяющие законы механики грунтов. – М. : Мир, 1975. – С. 7–75.

16. Бойко І. П. Вплив розташування паль на НДС захисних підпорних стінок / І. П. Бойко, В. М. Ключка // Будівельні конструкції : міжвідомчий науково-технічний збірник. – 2004. – Вип. 61, т. 2.

17. Бойко І. П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при прибудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / І. П. Бойко, В. О. Сахаров // Основи і фундаменти : міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : КНУБА, 2004. – Вип. 28, – С. 3–10.

18. Бойко И. П. Напряженно-деформированное состояние упруго-пластического, дилатирующего основания свайных фундаментов / И. П. Бойко // Основания и фундаменты. – К. : Будівельник, 1986. Вып. 19. – С. 7–9.

19. Бойко И. П. Теоретические основы проектирования свайных фундаментов на упруго-пластическом основании / И. П. Бойко // Основания и фундаменты. – К. : Будівельник, 1985. – № 18. – С. 11–18.

20. Бондаренко В. М. Комплекс программ для расчета опертых по контуру пологих оболочек с учетом физической и геометрической нелинейности / В. М. Бондаренко, А. Л. Шагин, В. С. Шмуклер. – М. : ОФАП Госстрой СССР, 1975. – 109 с.



21. Бояндин В. С. Исследования фундаментной плиты энергетического сооружения с учетом последовательности возведения / В. С. Бояндин, А. Л. Козак // Тезисы докладов II-ой всесоюзной конференции. – Йошкар-Ола, 1989. – с. – 23.
22. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Телес, Л. Вроубел ; пер. с англ. Л. Г. Корнейчука под ред. Э. И. Григолюка. – М. : Мир, 1987. – 524 с.
23. Бугров А. К. Исследование грунтов в условиях трехосного сжатия / А. К. Бугров. – Л. : Стройиздат, 1987. – 185 с.
24. Будівництво в сейсмічних районах України : ДБН В.1.1 – 12:2006. – [Чинний від 2007–01–02]. – К. : МІНБУД України, 2006. – 51 с.
25. Варвак П. М. Метод конечных элементов / П. М. Варвак, А. С. Городецкий, В. Г. Пискунов – К. : Вища школа, 1981. – 176 с.
26. Вайнберг Д. В. Расчет пластин / Д. В. Вайнберг, Е. Д. Вайнберг. – К. : Будівельник, 1970. – 436 с.
27. Верюжский Ю. В. Численные методы потенциала в некоторых задачах прикладной механики / Ю. В. Верюжский. – К. : Вища школа, 1978. – 183 с.
28. Верюжский Ю. В. Методы анализа безопасности объекта «Укрытие» / Ю. В. Верюжский // Проблеми чорнобильської зони відчуження : науково-технічний збірник, 1998. – Вип. 6, – С. 58–70.
29. Визначення основних параметрів геологічної ситуації основи / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. М. Меть, О. Е. Тимошенко // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві : науково-технічний збірник. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – № 5. – С. 63–67.
30. Винников Ю. Л. Методики моделювання взаємодії фундаментів з ущільненою основою (огляд) / Ю. Л. Винников // Будівельні конструкції: міжвід. наук.-техн. зб. – К. : НДІБК, 2008. – Вип. 71, – кн. 1. – С. 325–333.
31. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни / В. З. Власов. – М. : Физматгиз, 1959. – 566 с.
32. Вплив техногенного фактора замокання ґрунтової основи на напружено-деформований стан висотної будівлі / А. С. Моргун, В. М. Андрухов, І. М. Меть, І. Ю. Яркіна // Дороги і мости : збірник наукових праць. – К. : ДерждорНДІ, 2009. – Випуск 11. – С. 233–238.

33. Гарагаш Б. А. Надежность пространственных регулируемых систем «сооружение–основание» при неравномерных деформациях основания / Б. А. Гарагаш. – Сочи : Кубанькино, 2004. – 908 с.
34. Гениев Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона / Г. А. Гениев, В. Н. Киссюк, Г. А. Тюпин. – М. : Стройиздат, 1974. – 316 с.
35. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов / М. Н. Гольдштейн. – М. : Стройиздат, 1971. – 368 с.
36. Горбунов-Посадов М. И. Расчет конструкций на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. – М. : Стройиздат, 1984. – 679 с.
37. Городецкий А. С. Информационные технологии расчёта и проектирования строительных конструкций : учебное пособие / А. С. Городецкий, В. С. Шмуклер, А. В. Бондарев – Харьков : НТУ ХПИ, 2003. – 889 с.
38. Городецкий А. С. Компьютерные модели конструкций / А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров. – К. : Факт, 2005. – 344 с.
39. Городецкий А. С. К расчету тонкостенных железобетонных конструкций в неупругой стадии / А. С. Городецкий // Труды НИИСК. – 1965. – Вып. 6. – С. 86–93.
40. Городецкий А. С. Расчет железобетонных плит с учетом образования трещин методом конечных элементов / А. С. Городецкий, В. С. Здоренко. // Прикладные проблемы прочности и пластичности. – Горький : Изд. ГГУ, 1976. – С. 48–52.
41. Городецкий А. С. Сходимость метода конечных элементов для задач нелинейной теории упругости / А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров, В. С. Карпиловский – К. : Деп. в УкрНИИНТИ, 1980. – № 2194. – 9 с.
42. Готман Н. З. Определение параметров свайного поля из забивных свай / Н. З. Готман // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2003. – № 2. – С. 2–6.
43. Григорян А. А. О безопасности строительства на глинистых грунтах по первому предельному состоянию / А. А. Григорян // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2006. – № 5. – С. 20–25.
44. Григорян А. А. О некоторых особенностях проектирования свайных фундаментов в грунтовых условиях II типа по просадочности

- / А. А. Григорян // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2005. – № 1. – С. 21–25.
45. Дарков А. В. Строительная механика / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. – М. : Высшая школа, 1986. – 607 с.
46. Динамический расчет зданий и сооружений. (Справочник проектировщика) / Под ред. Б. Г. Коренева и И. М. Рабиновича. – М. : Стройиздат, 1984. – 303 с.
47. Евзеров И. Д. Сходимость прямолинейных конечных элементов при расчете криволинейных стержней / И. Д. Евзеров, В. С. Здоренко // Соппротивление материалов и теория сооружений. – К. : Будивельник, 1983. – Вып. 42. – С. 99–101.
48. Жемочкин Б. М. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б. М. Жемочкин, А. П. Синицин. – М. : Стройиздат, 1962. – 239 с.
49. Зарецкий Ю. К. Вязко-пластичность грунтов и расчеты сооружений / Ю. К. Зарецкий. – М. : Стройиздат, 1988. – 320 с.
50. Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике / О. К. Зенкевич. – М. : МИР, 1971. – 542 с.
51. Зоценко М. Л. Підсилення основ і фундаментів при реконструкції будівель / М. Л. Зоценко, Ю. Л. Винников, О. В. Борт // Бетон и железобетон в Украине. – К. : 2006. – № 1. – С. 2–8.
52. Зоценко М. Л. Сучасні проблеми пальового фундаментобудування / Микола Леонідович Зоценко // Будівельні конструкції : збірник наукових праць НДІБК. – К. : 2004. – Випуск 61, т. 2. – С. 33–39.
53. Ильюшин А. А. Труды (1946–1966). Т. 2. Пластичность сост. Е. А. Ильюшина, М. Р. Короткина. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 480 с.
54. Информатика. Информационные технологии в строительстве. Системы автоматизированного проектирования : учеб. для студ. высших уч. зав. / В. А. Баженов, Э. З. Криксунов, А. В. Перельмутер, О. В. Шишов. – К. : Каравела, 2004. – 360 с.
55. Інженерна геологія. Механіка ґрунтів, основи і фундаменти : підручник / М. Л. Зоценко, В. І. Коваленко, А. В. Яковлев [та ін.]. – Полтава : ПНТУ, 2004. – 568 с.
56. Карпенко Н. И. Теория деформирования железобетона с трещинами / Н. И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1976. – 281 с.

57. Карпиловский В. С. Конструирование несовместимых конечных элементов / В. С. Карпиловский. – К. : 1980. 50 с. (Деп. В УкрНИИТИ, № 2153).
58. Компьютерные технологии проектирования железобетонных конструкций : учебное пособие / Ю. В. Верюжский, В. И. Колчунов, М. С. Барабаш, Ю. В. Гензерский. – К. : Изд-во НАУ, 2006. – 808 с.
59. Косте Ж. Механика грунтов : практ. курс / Ж. Косте, Г. Санглера, пер. с франц. В. А. Барвашова; под. ред. Б. И. Кулачкина. – М. : Стройиздат, 1981. – 455 с.
60. Криксунов Э. З. О расчетных моделях сооружений и возможностях их анализа. CAD Master / Э. З. Криксунов, А. В. Перельмутер. – 2000. – № 3. – С 38–43. – Режим доступа до журналу : [http://csf.ru/file/tpxiMsktagvovrpv7790842/cm\\_03\\_rasch\\_modeli.pdf](http://csf.ru/file/tpxiMsktagvovrpv7790842/cm_03_rasch_modeli.pdf).
61. Крыжановский Ф. Л. Использование закона Кулона в решении задач предельного состояния оснований / Ф. Л. Крыжановский, Ю. И. Харин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1984. – № 7. – С. 24–27.
62. Клепиков С. Н. Расчет сооружений на деформируемом основании / С. Н. Клепиков. – К. : НИИСК, 1996. – 204 с.
63. Коротева Л. И. Универсальный полилинейный элемент на основе тензорных рядов / Л. И. Коротева, А. С. Сахаров, В. А. Сахаров; НТУ КПИ Деп. в ГНТБ Украины. – К. : 2000. – 11 с.
64. Леонардс Д. А. Основания и фундаменты / Под ред. проф. Д. А. Леонардса : пер. с англ. проф. М. Н. Гольдштейна. – М. : Стройиздат, 1968. – 504 с.
65. Мангушев Р. А. Плитно-свайный фундамент для здания повышенной этажности / Р. А. Мангушев, А. Б. Фадеев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2008. – № 1. – С. 15–19.
66. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред / Дж. Мейз. – М. : Мир, 1974. – 318 с.
67. Метод конечных элементов: теория и численная реализация. Программный комплекс “ЛПА-Windows” / А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров, Е. Б. Стрелец-Стрелецкий и др. – К. : ФАКТ, 1997. – 138 с.
68. Методические рекомендации по уточненному расчету железобетонных элементов с учетом полной диаграммы сжатия бетона /

А. Н. Бамбура, В. Я. Бачинский, Н. В. Журавлева, И. Н. Пешкова. – К. : НИИСК Госстроя СССР 1987. – 25 с.

69. Михлин С. Г. Вариационные методы математической физики / С. Г. Михлин. – М. : Наука, 1970. – 512 с.

70. Моделювання за МГЕ процесу підсилення стрічкового фундаменту палями / А. С. Моргун, І. В. Маєвська, А. В. Ніцевич, Н. В. Блащук // Вісник ВПІ. – 2008. – № 3. – С 4–8.

71. Моделювання напружено-деформованого стану балкової клітини, що зазнала ушкоджень внаслідок нерівномірних просідань фундаментів, для розроблення раціональних заходів із підсилення / В. О. Попов, Д. М. Байда, К. О. Черноскутова, М. В. Маєвська // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві : науково-технічний збірник. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2010. – №1(8). – С. 6 – 15.

72. Моргун А. І. Механіка ґрунтів, підвалини та фундаменти (Розрахунок конструкцій на пружній основі) / А. І. Моргун, А. С. Моргун. – Вінниця : ВДТУ, 1997. – 120 с.

73. Моргун А. С. Аналіз впливу пружнопластичних деформацій ґрунтів основи на перерозподіл зусиль у багатоповерхових будівлях / А. С. Моргун, І. М. Меть // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві : науково-технічний збірник. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2009. – №1(6). – С. 6–10.

74. Моргун А. С. Визначення навантажень на круглі фундаменти за числовим методом граничних елементів / А. С. Моргун, І. М. Меть // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій : зб. наук. статей. – Львів : Каменяр, 2009. – Вип. 8. – С. 497–501.

75. Моргун А. С. Врахування перерозподілу зусиль під час дослідження напружено-деформованого стану сумісної роботи системи «будівля–фундамент–основа» / А. С. Моргун, І. М. Меть // Наукові праці ВНТУ. – 2009. – № 2. – С. 1–6. – Режим доступу до журн.: [http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2009\\_2\\_ua](http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2009_2_ua) /2009-2.files/uk/09asmbfc\_ua.pdf

76. Моргун А. С. Діагностування напружено-деформованого стану каркасної монолітної будівлі за методами скінченних та граничних елементів / А. С. Моргун, В. О. Попов, І. М. Меть // Вісник ВПІ. – 2007.

– № 6. – С. 21–24.

77. Моргун А. С. Ефекти взаємодії наземної та підземної частини висотних будівель / А. С. Моргун, І. М. Меть // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві : науково-технічний збірник. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2010. – № 6. – С. 16–19.

78. Моргун А. С. Efforts redistribution in the "base-foundation-building" system with plasto-elastic soil base deformation / А. С. Моргун, І. М. Меть // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 33059.– К. : Державний департамент інтелектуальної власності України. – Дата реєстрації : 29.04.2010 р.

79. Моргун А. С. Застосування методу граничних елементів у розрахунку паль в пластичному середовищі ґрунту : монографія / А. С. Моргун. – Вінниця : Універсум-Вінниця, 2001. – 64 с.

80. Моргун А. С. Ідентифікація несучої здатності паль методами нечіткої логіки й методом граничних елементів / А. С. Моргун, Д. І. Кательніков, І. А. Моргун // Наукові праці ВНТУ. – 2008. – № 2. – С. 1–7. – Режим доступу до журн. : [http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2008-2/2008-2.files/uk/08masm be\\_uk](http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2008-2/2008-2.files/uk/08masm be_uk)

81. Моргун А. С. Комп'ютерні технології розрахунку фундаментних конструкцій на основі методу граничних елементів : монографія / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич. – Вінниця : ВНТУ, 2009. – 162 с.

82. Моргун А. С. Комп'ютерна технологія розрахунку паль пального поля висотних будівель із збільшеним кроком паль / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. А. Моргун // Вісник ВПІ. – 2007. – № 5. – С. 41–44.

83. Моргун А. С. Метод граничних елементів в розрахунках паль : монографія / А. С. Моргун. – Вінниця : Універсум–Вінниця, 2000. – 130 с.

84. Моргун А. С. Моделювання дилатансійного середовища ґрунту системи «паль–основа» за МГЕ / А. С. Моргун // Основи і фундаменти. – К. : КНУБА, 2002. – Вип. 27. – С. 84–89.

85. Моргун А. С. Моделювання ефекту взаємодії системи «будівля–фундамент–основа» за числовим методом граничних елементів : монографія / Моргун А. С., Меть І. М., Ніцевич А. В. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 134 с.

86. Моргун А. С. Моделювання взаємодії ефективних видів фун-

даментів з пружно-пластичною багатопаровою основою : дис. ... доктора технічних наук : 05.23.02 / А. С. Моргун. – К., 2005. – 290 с.

87. Моргун А. С. Пластична задача механіки руйнувань ґрунтової основи будівель за методом граничних елементів / Моргун А. С., Меть І. М., Ніцевич А. В. // Збірник НІИСК № 71 книга І. – К. : 2008. – С. 88–94.

88. Моргун А. С. Прогнозування взаємодії паль пальового поля будівлі за методом граничних елементів / Моргун А. С., Ніцевич А. В., Моргун І. А. // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві : науково-технічний збірник. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2007. – № 4. – С. 23 – 28.

89. Моргун А. С. Прогнозування впливу води на напружено-деформований стан лесової основи пальових фундаментів / А. С. Моргун, І. А. Моргун // Вісник ВПІ. – 2007. – № 3. – С. 20–23.

90. Моргун А. С. Формування матриці впливу методу граничних елементів при врахуванні дії вертикальних і горизонтальних напружень / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. М. Меть // Наукові праці ВНТУ. – 2007. – № 1. – С. 1–5. – Режим доступу до журн. : <http://www.nbuu.gov.ua/e-journals/VNTU/2007-1/ukr/07masorp>.

91. Моргун А. С. Числові методи розв'язку крайових задач при проектуванні об'єктів фундаментобудування / А. С. Моргун, І. М. Меть // Наукові праці ВНТУ. – 2009. – № 3. – С. 1–6. – Режим доступу до журн.: [http://www.nbuu.gov.ua/e-journals/VNTU/2009-3/2009-3.files/uk/09maseod\\_ua.pdf](http://www.nbuu.gov.ua/e-journals/VNTU/2009-3/2009-3.files/uk/09maseod_ua.pdf)

92. Миронов В. А. Прочность и деформируемость ґрунтов при сложном напряженном состоянии / В. А. Миронов, О. Е. Софьин, А. Н. Гудий // Основания, фундаменты и механика ґрунтов. – 2007. – № 4. – С. 5–9.

93. Навантаження і впливи : ДБН В 1.2-2:2006. – Чинний від 2007–01–01. – К. : МІНБУД України, 2006. – 60 с.

94. Нагрузки и воздействия на здания и сооружения / В. Н. Гордеев, А. И. Лантух-Лященко, В. А. Гашинский и др. – К. : АСВ, 2008. – 482 с.

95. Назаров Ю. П. Совершенствование программных средств для расчета сооружений на динамические воздействия / Ю. П. Назаров //

Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2002. – № 1. – С. 11–12.

96. Немчинов Ю. И. Метод просторових скінченних елементів; із застосуванням до розрахунку будівель та споруд : монографія / Ю. И. Немчинов. – К. : НДІБК, 1995. – 368 с.

97. Николаевский В. Н. Современные проблемы механики грунтов / В. Н. Николаевский // Определяющие законы механики грунтов. – М. : Стройиздат, 1975. – С. 210–227.

98. Носенко В. С. Напружено-деформований стан пальово-плитних фундаментів секційних висотних будинків : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.23.02 / В. С. Носенко. – К., 2012. – 23 с.

99. Одэн Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Дж. Одэн. – М. : Мир, 1976. – 464 с.

100. Оксанович Л. В. Невидимый конфликт / Л. В. Оксанович. – М. : Стройиздат, 1981. – 191 с.

101. Опыт проектирования и эксплуатации схем мониторинга конструкций и оснований высотных зданий / С. В. Николаев, В. М. Острецов, А. В. Острецов [и др.] // Строительное производство. – 2006. – № 47. – С. 83–90.

102. Основания, фундаменты и подземные сооружения МГСН 2.07-97 – Действителен с 1998. 10. 02. – М. : Стройиздат, 1997. – 79 с.

103. Основи і фундаменти будівель та споруд : ДБН В.2.1–10–2009. – Чинний від 2009–07–01. – К. : МІНБУД України, 2009. – 199 с.

104. Орехов В. В. Учет конструкции здания при расчетах осадки фундамента и коэффициентов постели основания / В. В. Орехов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 7. – С. 2–4.

105. Павлов Д. В. Исследование релаксации сдвиговых напряжений в песках / Д. В. Павлов, В. М. Радионов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 3. – С. 7–10.

106. Пастернак П. Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели / П. Л. Пастернак. – М. : Госстройиздат, 1954. – 268 с.

107. Перельмутер А. В. Расчетные модели сооружений и возможности их анализа / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – К. : Сталь, 2002. – 600 с.



108. Перельмутер А. В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций / А. В. Перельмутер. – 2-е изд. перераб. и доп. – К. : Изд-во УкрНИИПроектстальконструкција, 2000. – 216 с.
109. Пилягин А. В. Проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений : уч. пособие / А. В. Пилягин. – М. : АСВ, 2006. – 248 с.
110. ПК ЛИРА, версия 9.0. Программный комплекс для расчета и проектирования конструкций. Справочно-теоретическое пособие / под ред. Академика АИН Украины А. С. Городецкого. – К., – М., 2003. – 464 с.
111. Попов Н. Н. Расчет конструкций на динамические специальные нагрузки / Н. Н. Попов, Б. С. Расторгуев, А. В. Забегаев. – М. : Высшая школа, 1992. – 319 с.
112. Применение метода конечных элементов к расчету конструкций на упругом основании с двумя коэффициентами постели / В. С. Здоренко, А. С. Городецкий, В. И. Елсукова, В. И. Сливкер // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К. : Будівельник, 1975. – Вып № 27. – С. 180–192.
113. Проблеми моделювання поведінки дилатансійних основ за методом граничних елементів / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. М. Меть, І. А. Моргун // Дороги і мости : збірник наукових праць. – К. : ДерждорНДІ, 2007. – Вип. 7, т. II. – С. 88–91.
114. Проблеми ресурсу фундаментних конструкцій при реконструкції будівель / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. М. Меть, І. А. Моргун // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві : науково-технічний збірник. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2006. – № 3. – С. 6–10.
115. Прогини і переміщення : ДСТУ Б В.1.2 – 3:2006. – Чинний від 2007–01–01. – К. : МІНБУД України, 2006. – 13 с.
116. Проектирование железобетонных конструкций : справочное пособие / В. Я. Бачинский, В. П. Полищук, А. В. Харченко, И. В. Руденко ; под ред. А. Б. Гольшева. – К. : Будивельник, 1990. – 544 с.
117. Пушилин А. Н. Метод расчета усилий в конструкциях зданий при деформировании основания из-за проходки подземной выработки / А. Н. Пушилин, А. В. Фаворов, В. И. Шейнин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 3. – С. 2–7.
118. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела :

учеб. пособие для вузов. / Ю. Н. Работнов. – 2-е изд., испр. – М. : Наука, 1988. – 712 с.

119. Расчет и проектирование конструкций высотных зданий из монолитного железобетона : проблемы, опыт, возможные решения и рекомендации, компьютерные модели, информационные технологии / А. С. Городецкий, Л. Г. Батрак, Д. А. Городецкий [и др.] – К. : Факт, 2004. – 106 с.

120. Расчет осадок зданий и сооружений на слабых глинистых грунтах с учетом деформаций сдвига во времени / М. А. Лучкин, В. М. Улицкий, А. Г. Шаликин, К. Г. Шаликин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 2. – С. 13–17.

121. Руководство по расчету статически неопределимых железобетонных конструкций. – М. : Стройиздат, 1975. – 192 с.

122. Розин Л. А. Задачи теории упругости и численные методы их решения / Л. А. Розин. – СПб. : СПбГТУ, 1998. – 530 с.

123. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткие множества, нейронные сети, генетические алгоритмы / А. П. Ротштейн. – Винница : Универсум–Винница, 1999. – 320 с.

124. Сахаров В. О. Моделювання багатоповерхового будинку на нелінійній основі в умовах прибудови / В. О. Сахаров // Світ геотехніки. – 2006. – № 4. – С. 25–28.

125. Сахаров В. О. Моделювання взаємодії пальового фундаменту з нелінійною основою в умовах прибудови : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.23.02 / В. О. Сахаров. – К., 2005. – 23 с.

126. Свайные фундаменты : СНиП 2.02.03 – 85 – Действителен с 1987–01–01. – М. : Стройиздат, 1985. – 92 с.

127. Моргун А. С. Розрахунок стрічкового фундаменту за методом скінченних різниць (МСР) з використанням коефіцієнта жорсткості основи / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на комп'ютерну програму № 28357. – К. : Державний департамент інтелектуальної власності України. – Дата реєстрації: 09.04.2009 р.

128. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – М. : Мир, 1979. – 392 с.

129. Седов Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов. – М. :

Наука, 1970. – 540 с.

130. Соломин В. И. Методы расчета и оптимальное проектирование железобетонных фундаментных конструкций / В. И. Соломин, В. Б. Шматов. – М. : Стройиздат, 1986. – 208 с.

131. Стасюк М. І. Залізобетонні конструкції. Ч. 1. Основи розрахунку залізобетонних конструкцій за граничними станами : навч. посібник / М. І. Стасюк. – К. : ІЗМН, 1997. – 272 с.

132. Стренг Г. Теория метода конечных элементов / Г. Стренг, Дж. Фикс. – М. : Мир, 1977. – 349 с.

133. Тейлор Д. В. Основы механики грунтов / Д. В. Тейлор ; пер. с англ. под ред. Цытовича Н. А. – М. : Госстройиздат, 1960. – 598 с.

134. Тер-Мартirosян З. Г. Взаимодействие свайного фундамента с грунтом / З. Г. Тер-Мартirosян, З. Н. Нгуен, А. Н. Динь // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 2. – С. 2–7.

135. Тихий М. Расчет железобетонных рамных конструкций в пластической стадии. Перераспределение усилий / М. Тихий, Й. Ракошник ; пер. с чешского – М. : Стройиздат, 1976. – 198 с.

136. Трофимчук А. Н. Надёжность систем сооружения – грунтовое основание в сложных инженерно-геологических условиях / Трофимчук А. Н., Черный В. Г., Черный Г. И. – К. : Полиграфконсалтинг, 2006. – 248 с.

137. Улицкий В. М. Геотехническое сопровождение реконструкции городов / В. М. Улицкий, В. Г. Шашкин. – М. : АВС, 1999. – 327 с.

138. Федоровський В. Г. Предельное давление на ряд ленточных фундаментов и эффект «непродавливания» / В. Г. Федоровський // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2006. – № 3. – С. 9–14.

139. Феодосьев В. И. Применение шагового метода к анализу устойчивости сжатого стержня / В. И. Феодосьев // Прикладная математика, 1963. – № 2. – С. 265–274.

140. Хазин В. И. Экспериментальные исследования зависимости несущей способности пирамидальных свай от угла коничности / В. И. Хазин // ОиФ. – К. : Будівельник, 1972. – Выпуск 5. – С. 124–128.

141. Хоу В. К. Основы инженерного грунтоведения / В. К. Хоу. – М. : Стройиздат, 1966. – 460 с.

142. Шапиро Д. М. Упруго-пластичный анализ несущей способно-

сти оснований реконструируемых объектов методом конечных элементов / Д. М. Шапиро, Н. Н. Мельничук // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 2. – С. 18–21.

143. Шмуклер В. С. Метод интегральных градиентов в оптимизационных задачах САПР / В. С. Шмуклер // Системы автоматизированного проектирования. – К. : Будівельник, 1989. – Вып. 6. – С. 56–62.

144. Шкодін М. М. Програмування та чисельні методи в розрахунках інженерних споруд : навчальний посібник / М. М. Шкодін, А. І. Моргун, А. С. Моргун. – К. : НМК ВО, 1992. – 208 с.

145. Янко К. О. До зміни напружено-деформованого стану лесової основи пальового фундаменту, внаслідок її замокання / К. О. Янко, С. П. Школяр, В. А. Муха // Галузеве машинобудування, будівництво : збірник наукових праць Полтавського національного технічного університету. – Полтава : ПНТУ, 2003. – Вип. 12. – С. 277–280.

146. Abovskiy N. P. Energy principle and its application for the creation of controlled structures / N. P. Abovskiy // Spatial structures in new and renovation projects of Building and construction. Proceeding international congress ICSS – 98, June 22–26, Moscow. Russia, 1998. – P. 307–311.

147. Boyko I. P. Numerical modeling of the interaction between the building foundation and the base in the case of landslide-prone territories / I. P. Boyko, V. O. Sakharov, O. O. Areshkovych // Geotechnical Engineering in urban environments. Proc. XIV-th European Conf. on soil mechanics and geotechnical eng. – Madrid, 2007. – Vol. 2.

148. Drucker D. C. Soil mechanics and plastic analysis or limit design / D. C. Drucker, W. Prager // Quarterly Applied Mathematics. – 1952. – № 2. – P. 157–165.

149. Morgun A. Efforts redistribution in the "base–foundation–building" system with the taken into consideration of plasto-elastic soil base deformation / A. Morgun, I. Met // The Third International Congress and Exhibition fib Annual Convention & bridge conference ; proceedings disk, Washington DC, May 29 – June 2, 2010, Gaylord National Report

150. Robinson J. An evaluation of skew sensitivity of thirty three plate bending elements in nineteen FEM systems / J. Robinson // Nuclear Engineering and Design, Vol. 90, Issue 1, 3 November 1985. – P. 67–85.

151. Timoshenko S. P. Theorie des constructions / S. P. Timoshenko, D. H. Youn. – Paris. – 1949. – P. 412–416.
152. Melan E. Der Spannungszustand der durch eine Einzelkraft im innern beanspruchten Halbscheibe / E. Melan // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. – 1932. – № 12. – P. 343–346.
153. Mindlin R. D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid space. Finite elements in plasticity: theory and Practice / R. D. Mindlin, D. Owen, E. Hinton. // Physics. – Svansia, U. K., 1936. – № 7. – P. 195–202.

*Наукове видання*

**Меть Іван Миколайович, Моргун Алла Серафимівна**  
**МОДЕЛЮВАННЯ СУМІСНОЇ РОБОТИ КАРКАСНИХ**  
**БУДІВЕЛЬ З ОСНОВАМИ ТА ФУНДАМЕНТАМИ**

Монографія

Редактор С. Малішевська  
Оригінал-макет підготовлено І. Меть

Підписано до друку  
Формат 29,7×42¼ Папір офсетний  
Гарнітура Times New Roman  
Друк різнографічний Ум. др. арк.  
Наклад 100 прим. Зам №

Вінницький національний технічний університет  
КІВЦ ВНТУ,  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95  
ВНТУ, ГНК, к. 114  
Тел. (0432) 59-85-32  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
Серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі  
Вінницького національного технічного університету  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95  
ВНТУ, ГНК, к. 114  
Тел. (0432) 59-81-59  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
Серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.