УДК 658.8

Т. С. Мельник

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ МАРКЕТИНГОВОЇ СТРАТЕГІЇ

Вітчизняним підприємствам у своїй повсякденній діяльності доволі часто доводиться приймати рішення, які реалізуються в умовах повної невизначеності. При цьому менеджери здебільшого діють навмання, спираючись на власний досвід та інтуїцію. Раціональні управлінські рішення мають спиратись на певні правила прийняття рішень в умовах невизначеності, конфліктності та зумовленого ними ризику, які базуються на різних концепціях. Найвідомішою, достатньо дослідженою й широко використовуваною в теорії та на практиці є концепція теорії гри та статистичних рішень [1]. Наявні математичні моделі побудовані на тому, що беруться до уваги стратегії двох гравців, одним з яких є ринок, а іншим – підприємство. Якщо побудова стратегій підприємства – хоч і складна, але достатньо досліджена і вирішувана задача, то побудова стратегій розвитку ринку є недослідженою проблемою [2, 3]. Наукова новизна даної статті полягає у тому, що запропоновано в наявні математичні моделі включити прогноз розвитку стану ринку, який і буде визначати його стратегії.

Для дослідження статистичних моделей в умовах невизначеності, конфліктності та породженого ними ризику використовують схему гри з економічним середовищем, складовими якої є:

1) перший гравець — суб'єкт керування (СПР), вибір стратегії поведінки якого базується на множині $S = (s_1; \ldots; s_m)$ рішень (чистих стратегій), одне з яких йому необхідно прийняти;

2) другий гравець — економічне середовище, яке може знаходитися в одному з n попарно несумісних станів $\Theta = (\theta_j; \ldots;\theta_n)$, які утворюють множину $\Theta = (\theta_j; \ldots;\theta_n)$, й один з яких обов'язково настане;

3) відсутність у СПР апріорної інформації про те, в якому зі своїх станів знаходитиметься економічне середовище (яке рішення прийме другий гравець);

4) точне знання СПР функціоналу оцінювання (матриці) $F = (f_{kj}$: $k = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n)$, елемент f_{kj} якого є кількісною оцінкою ефективності результату діяльності СПР у

випадку вибору ним стратегії s_k за реалізації стану економічного середовища Θ_j ($k = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$).

Запропонована схема моделювання процесу прийняття раціонального рішення допускає таку інтерпретацію: другий гравець парної гри замінюється випадковим вибором або неусвідомлено приймаючим свої рішення економічним середовищем, а сама ситуація прийняття рішення характеризується функціоналом оцінювання F, який називають також (статистичною) матрицею гри, або платіжною матрицею.

Формально ситуація прийняття рішення згідно з теоретико-ігровою концепцією описується трійкою множин: $\{S; \Theta; F\}$.

Чистою стратегією гравця називається сукупність рекомендацій щодо ведення гри від початку до її завершення.

Гра називається скінченною, якщо в кожного гравця є скінченна кількість стратегій. У протилежному випадку гра є нескінченною.

Нехай гра є скінченою, тоді результати рішень гравців можна виразити в грошовому еквіваленті або з допомогою інших цінностей, які збирається вигравати (придбати) кожен гравець. Тобто для кожної комбінації вибраних гравцями чистих стратегій існує відповідна величина платежу.

Однією із задач теорії гри є виявлення можливості певної рівноваги, що називається компромісом, яка найбільшою мірою задовольняє всіх учасників.

Нехай відома матриця платежів $F = (f_{kj}$: $k = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n)$ парної гри з нульовою сумою, де елемент платіжної матриці f_{kj} — це виграш першого гравця, тобто сума, яку йому платить другий гравець (програш другого гравця) у випадку використання першим гравцем своєї чистої стратегії $s_k \in S$, а другим гравцем — своєї чистої стратегії $\theta_j \in \Theta$ ($k = 1,\ldots, m$; $j = 1,\ldots, n$).

Розв'язати гру — це означає знайти оптимальну стратегію для кожного гравця. Оптимальною стратегією гравця називається така стратегія, яка за багаторазового повторення гри забезпечує гравцеві максимально можливий середній виграш (або мінімально можливий середній програш). Для знаходження цієї пари стратегій використовують «принцип мінімакса», сутністю якого є міркування, що супротивник зробить все для того, щоб перешкодити досягненню супротивником своєї цілі. Стратегію першого (другого) гравця називають оптимальною, якщо в разі її багаторазового застосування виграш (програш) першого (другого) гравця не зменшується (не збільшується), які б стратегії не застосовував супротивник.

Для першого гравця $F = F^{+}$, а тому платіжну матрицю виграшів він аналізує з позиції максимізації гарантованого виграшу, а саме: для кожної своєї чистої стратегії s_k (k: $=1,\ldots, m$) він визначає мінімальне значення виграшу

$$\alpha_k^{+} = \min_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^{+}, \quad k = 1, \ \ldots, \ m.$$

і знаходить чисту стратегію s_{k_0}, для якої

$$\alpha_{k_0}^{+} = \alpha^{+} = \max_{s_k \in S} \alpha_k^{+} = \max_{s_k \in S} \min_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^{+}.$$

Число α^{+} називається нижньою ціною гри, або максміном, а відповідна чиста стратегія s_{k_0} першого гравця називається максмінною.

Другий гравець ставить за мету мінімізацію свого гарантованого програшу. Для нього $F = \overline{F}$, а тому для кожної чистої стратегії θ_j він визначає величину максимального програшу

$$\beta_j^{-} = \max_{s_k \in S} f_{kj}^{-}, \ j = 1,\ldots, \ n,$$

а потім знаходить таку чисту стратегію θ_{j_0}, що

$$\beta_{j_0}^{-} = \beta^{-} = \min_{\theta_j \in \Theta} \max_{s_k \in S} f_{kj}^{-}.$$

Число β^- називається верхньою ціною гри, або мінімаксом, а відповідна чиста стратегія θ_{j_0} другого гравця — мінімаксною.

Часто «найобережніші» СПР називають максимінну та мінімаксну чисті стратегії загальним терміном «мінімаксні стратегії». Мінімаксні чисті стратегії s_{k_0} та θ_{j_0} є стійкими, тобто утворюють оптимальну пару стратегій, у тому випадку, коли нижня ціна гри дорівнює верхній. Тоді платіжна матриця F містить елемент $f_{k_0 j_0}$, що задовольняє умову

$$f_{k_0 j_0} = \alpha^+ = \beta^-$$

(цей елемент є мінімальним у k_0-му рядку та максимальним у j_0-му стовпчику). Елемент $f_{k_0 j_0}$ називається сідловою точкою матриці F, величина

$$V^* = \alpha^+ = \beta^- = f_{k_0 j_0} \qquad (1)$$

називається чистою ціною гри, а сама гра — грою з сідловою точкою.

Таким чином, якщо гра має сідлову точку, то чисті стратегії s_{k_0} та θ_{j_0} є оптимальними і тоді сукупність стратегій s_{k_0}, θ_{j_0} та ціна гри $V^* = \alpha^+ = \beta^-$ утворюють розв'язок гри. Розв'язок гри має таку властивість: якщо один з гравців дотримується своєї оптимальної стратегії, то відхилятися від своєї оптимальної стратегії не вигідно для другого гравця.

У загальному випадку значення ціни гри задовольняє умову:

$$\alpha^+ \le V \le \beta^-,$$

що має місце у випадках, коли гра не має сідлової точки, а мінімаксні чисті стратегії — не оптимальні. Це означає, що відшукання розв'язку гри у чистих стратегіях стає неможливим і кожна зі сторін може поліпшити свій стан шляхом багаторазового випадкового вибору певних своїх чистих стратегій з деяких підмножин (що належать множинам альтернативних чистих стратегій). Такі стратегії називаються змішаними.

Нехай $P = (p_1; \ldots; p_m)$ — розподіл імовірності щодо вибору чистих стратегій першим гравцем у побудові своєї змішаної стратегії, яку надалі будемо позначати через s_p. Тут p_k – імовірність вибору першим гравцем чистої стратегії s_k, і при цьому $\sum_{k=1}^{m} p_k = 1$; $p_k \ge 0$, $k = 1, \ldots, m$. Аналогічно для другого гравця змішану стратегію позначимо через θ_Q, де $Q = (q1; \ldots; q_n)$, а q_j — імовірність вибору другим гравцем чистої стратегії θ_j за умови, що $\sum_{j=1}^{n} q_j = 1$; $q_j \ge 0, j = 1, \ldots, n$.

Серед змішаних стратегій першого та другого гравців відшукаємо оптимальні й позначимо їх через s_{p^*}, та θ_{Q^*}, відповідно.

Тоді у загальному випадку оптимальним розв'язком гри буде сукупність $\left(s_{p^*};\ \theta_{Q^*}\right)$.

Якщо перший гравець вибрав змішану стратегію s_p, $P = (p_1; \ldots; p_m)$, а другий — змішану стратегію θ_Q, $Q = (q_1; \ldots; q_n)$, то сподіваний виграш першого гравця (програш другого гравця) у ситуації багаторазового повторення гри становить величину

$$V = \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f_{kj} p_k q_j . \qquad (2)$$

Розглянемо гру з нульовою сумою, що має платіжну матрицю

$$F = (f_{kj}: k = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots, n).$$

Нехай для першого гравця змішана стратегія s_p визначається вектором (розподілом імовірності) $P = (p_1; \ldots; p_m)$, а для другого гравця — змішана стратегія θ_Q — вектором $Q = (q_1; \ldots; q_n)$.

При цьому p_k — імовірність, з якою перший гравець застосовує свою чисту стратегію s_k ($k = 1,\ldots, m$), q_j — імовірність, з якою другий гравець застосовує свою чисту стратегію θ_j ($j = 1,\ldots, n$). Із основної теореми теорії ігор випливає, що кожна скінченна гра має розв'язок, тобто ціну гри $V^* = \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(p_k^* q_j^* f_{kj}\right)$ та оптимальні стратегії s_{P^*} і θ_{Q^*} гравців, які визначаються векторами $P^* = \left(p_1^*, \ldots, p_m^*\right)$ і $Q^* = \left(q_1^*, \ldots, q_n^*\right)$ відповідно.

Крім того, з основної теореми (теореми про мінімакс) отримуємо, що

$$\sum_{k=1}^{m}\left(p_k^* f_{kj}\right) \ge V^*, \quad j = 1,\ldots, n; \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left(q_j^* f_{kj}\right) \le V^*, \ k = 1,\ldots, m; \tag{4}$$

$$\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(p_k q_j^* f_{kj}\right) \le V^* \le \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(p_k^* q_j f_{kj}\right).$$

Покажемо, як задача розв'язання гри у змішаних стратегіях зводиться до задачі лінійного програмування.

Не порушуючи загальності, можна припустити, що $V = \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(p_k q_j f_{kj}\right) > 0$. Дійсно, для того, щоб здійснилась умова $V > 0$, достатньо, щоб усі елементи f_{kj} платіжної матриці F були додатними. Цього завжди можна досягти, збільшуючи всі елементи f_{kj} на одну й ту саму достатньо велику величину c = const. При цьому ціна гри збільшується на c = const, а розв'язок, тобто пара оптимальних змішаних стратегій s_{P^*} та θ_{Q^*} гравців, не зміниться [4]. Тому вважатимемо надалі, що $V > 0$.

Для першого гравця вектор P^*, що задає оптимальну змішану стратегію s_{P^*}, визначається згідно з умовою:

$$V^* = V\left(P^*\right) = \max_{P\in\Delta_p}\left(\min\left\{\sum_{k=1}^{m} p_k f_{k1}; \ldots; \sum_{k=1}^{m} p_k f_{kn}\right\}\right),$$

якщо $P = (p_1,\ldots, p_m)$; $\sum_{k=1}^{m} p_k = 1$; $p_k \ge 0$; $k = 1,\ldots, m$.

Зафіксуємо вектор P. Тоді ціна гри

$$V^* = V(P) = \min\left\{\sum_{k=1}^{m} p_k f_{k1}; \ldots; \sum_{k=1}^{m} p_k f_{kn}\right\}.$$

Враховуючи, що оптимальна змішана стратегія s_{P^*} першого гравця забезпечує йому виграш, не менший ціни гри $V(P)$, за умови вибору другим гравцем будь-якої своєї стратегії, робимо висновок, що:

$$\sum_{k=1}^{m} p_k^* f_{kj} \ge V(P).$$

А тому, враховуючи, що перший гравець прагне максимізувати свій гарантований виграш, задачу пошуку оптимальної змішаної стратегії s_{P^*} можна представити у вигляді такої задачі лінійного програмування:

$$U = V \to \max_{P\in\Delta_p}$$

за умов

$$\sum_{k=1}^{m} p_k f_{kj} \ge V, \ j = 1, \ldots, n; \qquad \sum_{k=1}^{m} p_k = 1; \ p_k \ge 0, \ k = 1, \ldots, m.$$

Ціна гри V невідома і має бути розрахована під час розв'язування задачі. Як було показано раніше, можна вважати, що V > 0, тоді задача лінійного програмування щодо визначення структури оптимальної змішаної стратегії першого гравця (вектора P^*) може бути спрощена. Для цього вводяться до розгляду змінні $t_k = \dfrac{P_k}{V}$ (k = 1,…, m). З урахуванням того, що $\sum\limits_{k=1}^{m} p_k = 1$, $p_k \geq 0$ (k = 1,…, m), отримуємо таку задачу лінійного програмування

$$Z = t_1 + t_2 + \ldots + t_m = \frac{1}{V} \to \min_{t_1,\ldots,t_m} \tag{5}$$

за виконання умов

$$\sum_{k=1}^{m} \left(t_k f_{kj} \right) \geq 1, \quad j = 1, \ldots, m; \tag{6}$$

$$t_k \geq 0, \; k = 1, \ldots, m. \tag{7}$$

Розв'язавши задачу (5)—(7), знаходимо оптимальні значення змінних $t_1^*,\ldots,t_m^*$, далі легко обчислити оптимальну ціну гри

$$V^* = \frac{1}{z_{\min}} = \frac{1}{\left(\sum\limits_{k=1}^{m} t_k^* \right)}, \tag{8}$$

потім значення ймовірностей $p_k^* = V^* t_k^*$ (k = 1, …, m). Імовірності, для яких має місце строга оцінка $p_k^* > 0$, відповідають активним стратегіям першого гравця, а ті, для яких справедлива рівність $p_k^* = 0$, — пасивним.

Як приклад розглянемо підприємство ВАТ «Вінницький завод тракторних агрегатів» («ВЗТА»), яке є представником машинобудівної галузі. ВАТ «ВЗТА» протягом тривалого періоду виготовляє насоси шестеренні НШ-32В-3, які мають стабільно високий попит. З 1998р. підприємство впровадило у виробництво нову марку насосу аналогічної модифікації НШ-50В-3, які мають дещо вищу ціну, але й вищі якісні показники, тому користуються більшим попитом, ніж насоси НШ-32В-3. Проте якщо рентабельність насосів марки НШ-32В-3 складає 5 %, то рентабельність насосів НШ-50В-3 дуже низька – лише 2 % (при середній рентабельності насосів 18 – 20 %).

В даний час підприємство розробило насоси марки НШ-100В-3, якісні показники яких в кілька разів перевищують показники попередніх марок. Це призвело до суттєвого зростання собівартості і, відповідно, ціни насосів, хоча підприємство утримує на нову марку насосів нижчий рівень рентабельності (2 %). На нову марку насосів вже є замовлення, тому можна з впевненістю очікувати зростання попиту на цю марку.

Очевидно, що попит на конкретну марку насосів залежить в першу чергу від того, як складається кон'юнктура ринку запчастин для обладнання АПК. Оцінимо, в якому стані знаходиться ринок, на підставі коефіцієнта варіації. Для цього скористаємось показниками чистої виручки за останні п'ять років (табл. 1).

Таблиця 1

Дані про обсяги реалізації (чистого доходу) ВАТ «ВЗТА», тис. грн

1998	1999	2000	2001	2002
18621,0	20909,0	43156,0	48442,0	42590,0

Звідси середнє значення чистої виручки за всією сукупністю

$$\overline{\text{ЧВ}} = \frac{173718{,}0}{5} = 34743{,}6 \text{ тис. грн}$$

Середньоквадратичне відхилення, тис. грн

$$\sigma = \sqrt{(18621,0-34743,6)^2+(20909,0-34743,6)^2+(43156,0-34743,6)^2+(48442,0-34743,6)^2+ \atop +(42590,0-34743,6)^2} \approx 27772,6.$$

Коефіцієнт варіації $K_v = \dfrac{27772,6}{34743,6} \times 100\ \% \approx 80\ \%$.

Тобто середнє відхилення складає $\overline{\text{В}} = \pm 20\ \%$. Отже, можна сказати, що в даний час ринок запчастин для ВАТ «ВЗТА» знаходиться у несприятливому стані, оскільки показник $\overline{\text{В}}$ має високе значення, крім того, у 2002 р. спостерігається суттєве зниження обсягу реалізації продукції (на 12 % порівняно з попереднім роком).

Отже, підприємство має можливість виготовляти шестеренні насоси всіх трьох марок – НШ-32В-3, НШ-50В-3, НШ-100В-3. Ці його стратегії позначимо відповідно через s_1, s_2, s_3. За допомогою математичної моделі потрібно визначити, у якій кількості виробляти насоси кожної марки, якщо за інших рівних умов попит на відповідну марку залежить, головним чином, від стану ринку, а план виробництва і реалізації має забезпечити найбільший дохід.

Вважаємо, що підприємство має надійний спосіб прогнозування кон'юнктури ринку. Визначимо для його стану такі стратегії: θ_1 — ринок сприятливий; θ_2 — ринок нейтральний; θ_3 — ринок несприятливий. На основі досвіду відомо, що при несприятливому стані ринку попит складає h_{k_1} на насос s_k, при нейтральному – h_{k_2}, при сприятливому h_{k_3} ($k = 1, 2, 3$). Відомі також ціни на насоси: c_k – ціна насосу s_k ($k = 1, 2, 3$), грн. Отже, приймаємо

$$f_{k_j} = c_k \cdot k_{kj},\ k = 1, 2, 3;\ j = 1, 2, 3.$$

Якщо не враховувати витрати на виробництво насосів, то отримуємо функціонал оцінювання

$$F^+ = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix},$$

тобто матрицю валових доходів підприємства від реалізації насосів за всіх можливих ситуацій (станів ринку).

У разі, якщо гра не має сідлової точки, підприємство має хоча б одну оптимальну змішану стратегію s_{p^*}, що визначається вектором $P^* = \left(p_1^*;\ p_2^*;\ p_3^*\right)$.

Якщо V^* — ціна гри, то згідно з (3) для змішаної стратегії P^* виконується нерівність

$$f_{1j}p_1^* + f_{2j}p_2^* + f_{3j}p_3^* \geq V^*. \tag{9}$$

Очевидно, що ціна при V^* є величиною очікуваного валового доходу за j-го стану ринку, якщо підприємство включить до загального плану виробництва продукції p_1^* частку насосів s_1, p_2^* частку – насосів s_2, p_3^* частку — насосів s_3.

Отже, запланувавши виробництво насосів s_1, s_2, s_3 у пропорції p_1^*, p_2^*, p_3^*, підприємство отримає за всіх ринкових станів очікуваний валовий дохід за j-го стану ринку буде принципово відмінним від фактичного, який є реалізацією випадкової величини $F_{\theta j} = \left(f_{1j};\ f_{2j};\ f_{3j}\right)$. А саме, за умови реалізації j-го стану ринку підприємство, реалізувавши змішану стратегію s_{p^*}, одержить з імовірністю p_1^* фактичний валовий дохід f_{1j}; з імовірністю p_2^* — f_{2j}; з імовірністю p_3^* — f_{3j}. Проте відповідно до закону великих чисел фактичний валовий дохід за кілька років з великою імовірністю дорівнюватиме очікуваному валовому доходу V^*.

Викладений результат можна узагальнити, коли виготовляється m виробів, а стани ринку деталізовано. Крім того, аналогічні моделі можна побудувати для випадку, коди підприємство має можливість змінювати не лише вироби, які воно випускає, а й способи (технології) їх обробки (виготовлення).

Знайдемо отриману змішану стратегію підприємства ВАТ «ВЗТА» для даних, наведених у таблиці 2.

Таблиця 2.

Вхідні дані для побудови функціоналу оцінювання ВАТ «ВЗТА»

Стратегія першого гравця (підприємство ВАТ «ВЗТА»)		Стратегія другого гравця («ринок»)			Ціна за одиницю продукції, грн
		несприятливий стан θ_1	нейтральний стан θ_2	сприятливий стан θ_3	
Попит на насоси НШ-32В-3, тис. шт.	s_1	150	110	100	66,5
Попит на насоси НШ-50В-3, тис. шт.	s_2	140	180	200	67,5
Попит на насоси НШ-100В-3, тис. шт.	s_3	0	13	25	258,0

Функціонал оцінювання (матриця виграшу підприємства), за даними табл. 2, має вигляд

$$F = F^{+} = \begin{pmatrix} 9975 & 7315 & 6650 \\ 9450 & 12150 & 13500 \\ 0 & 3354 & 6450 \end{pmatrix}.$$

Оскільки $\alpha^{+} = \max\limits_{s_k \in S} \min\limits_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^{+} = 3354$, $\beta^{-} = \min\limits_{\theta_j \in \Theta} \max\limits_{s_k \in S} f_{kj}^{-} = 13500$, тобто $\alpha^{+} < \beta^{-}$, то матриця не має сідлової точки, а тому оптимальна стратегія підприємства змішана. Згідно з вищевикладеним, для знаходження такої стратегії необхідно розв'язати задачу лінійного програмування (5) за виконання умов:

$$\begin{aligned} &9975t_1 + 9450t_2 \geq 1; \\ &7315t_1 + 12150t_2 + 3354t_3 \geq 1; \qquad t_1, t_2, t_3 \geq 0, \\ &6650t_1 + 13500t_2 + 6450t_3 \geq 1; \end{aligned}$$

де $t_1 = \dfrac{p_1}{V}$; $t_2 = \dfrac{p_2}{V}$; $t_3 = \dfrac{p_3}{V}$; $t_1 + t_2 + t_3 = \dfrac{1}{V}$.

Розв'язуємо цю задачу:

$$t_1 = \frac{1 - 9450t_2}{9975}; \; 7315\left(\frac{1 - 9450t_2}{9975}\right) + 12150t_2 + 3354t_3 = 1; \; \frac{7315 - 69126750t_2}{9975} + 12150t_2 + 3354t_3 = 1;$$

$$7315 - 69126750t_2 + 121196250t_2 + 33456150t_3 = 9975; \quad 52069500t_2 + 33456150t_3 = 2660;$$

$$5206950t_2 + 3345615t_3 = 266; \quad t_2 = \frac{266 - 3345615t_3}{5206950}; \quad t_1 = \frac{1 - 9450\left(\dfrac{266 - 3345615t_3}{5206950}\right)}{9975};$$

$$6650\left(\frac{1 - 9450\left(\dfrac{266 - 3345615t_3}{5206950}\right)}{9975}\right) + 13500\left(\frac{266 - 3345615t_3}{5206950}\right) + 6450t_3 = 1;$$

$$\begin{aligned} &2884751731386 - 1392638766876 + 17515914090382890t_3 + 2984225929020 - \\ &- 37534101622249050t_3 + 27909973001159550t_3 = 4327127597079; \end{aligned}$$

$$7891785469293390t_3 = -149211296451;$$

$$t_3 \approx -0,000019; \; t_2 = \frac{266 + 3345615 \cdot 0,000019}{5206950} \approx 0,000063; \; t_1 = \frac{1 - 9450 \cdot 0,000063}{9975} \approx 0,000041;$$

$$9975 \cdot 0,000041 + 9450 \cdot 0,000063 = 0,408975 + 0,59535 \approx 1;$$

$$7315 \cdot 0,000041 + 12150 \cdot 0,000063 - 3354 \cdot 0,000019 = 0,299915 + 0,76545 - 0,063726 \approx 1;$$

$$6650 \cdot 0,000041 + 13500 \cdot 0,000063 - 6450 \cdot 0,000019 = 0,27265 + 0,8505 - 0,12255 \approx 1;$$

$$0,000041 + 0,000063 - 0,000019 = \frac{1}{V};\ 0,000085 = \frac{1}{V} \Rightarrow V \approx 11764,7.$$

Звідси

$$P_1 = 11764,7 \cdot 0,000041 \approx 0,48;\ P_2 = 11764,7 \cdot 0,000063 \approx 0,74;\ P_3 = 11764,7 \cdot (-0,000019) \approx -0,22.$$

Отже, з розрахунків видно, що ВАТ «ВЗТА», щоб за різних ринкових умов отримати очікуваний максимальний дохід не менший 11764,7 тис. грн за рік, має з асортименту виключити насоси марки НШ-100В-3 і виробляти 48 % насосів марки НШ-32В-3 та 74 % насосів марки НШ-50В-3. Тобто виробництво насосів НШ-100В-3 для ВАТ «ВЗТА» є стратегічно невигідним, тому йому потрібно сконцентрувати увагу на виготовленні марок НШ-32В-3, НШ-50В-3. В іншому випадку підприємство не отримає очікуваний максимальний дохід. Таким чином, оскільки із продуктового портфелю підприємства одна марка насосів виключається і залишаються 2 товарні позиції, ми можемо скористатись наглянішим способом визначення оптимального співвідношення обсягів виробництва насосів.

Якщо дослідити вхідну платіжну матрицю, порівнюючи між собою стратегії підприємства, бачимо, що всі елементи рядка s_3 менші елементів двох інших рядків, наприклад, рядка s_1, тобто $f_{1_j} \geq f_{3_j}$ (j = 1, 2, 3). Це означає, що s_1 пріоритетніше s_3 і матрицю можна «редукувати» шляхом вилучення третьої стратегії з множини стратегій підприємства (першого гравця). Відносно інших стратегій першого гравця, а також відносно стратегій другого гравця подібне явище не має місця. Тобто третя стратегія підприємства є пасивною і розгляду не підлягає, а дві інших – активними.

Якщо гра, в якій кількість стратегій однієї зі сторін дорівнює двом (m = 2 або n = 2), не має сідлової точки, її розв'язок можна знайти графічно-аналітичним методом.

Нехай для визначеності m = 2. Тоді платіжна матриця F з урахуванням відповідних імовірностей стратегій гравців матиме вигляд

		θ_1	θ_2	…	θ_n
		q_1	q_2	…	q_n
s_1	p_1	f_{11}	f_{12}	…	f_{1n}
s_2	p_2	f_{21}	f_{22}	…	f_{2n}

У цьому випадку з урахуванням того, що $p_2 = 1 — p_1$, очікувані виграші першого гравця будуть лінійно залежати від імовірності, з якою цей гравець вибирає свою першу стратегію (тобто від величини p_1) для всіх варіантів чистих стратегій другого гравця, що ілюструє табл. 3.

Таблиця 3

Чисті стратегії другого гравця	Очікуваний виграш першого гравця
1	$f_{11}p_1 + f_{21}(1 — p_1) = p_1(f_{11} — f_{21}) + f_{21}$
2	$f_{12}p_1 + f_{22}(1 — p_1) = p_1(f_{12} — f_{22}) + f_{22}$
…	…
n	$f_{1n}p_1 + f_{2n}(1 — p_1) = p_1(f_{1n} — f_{2n}) + f_{2n}$

У разі вибору першим гравцем максимального критерію для планування своїх дій оптимальне значення p_1^* можна знайти таким шляхом:

1) у системі координат «p_1—V» побудувати лінійні залежності (функції):

$$V_j = p_1\left(f_{1j} - f_{2j}\right) + f_{2j},\ j = 1,\dots, n;$$

2) визначити нижню межу виграшу, який може отримати перший гравець;

3) знайти на нижній межі найбільше значення V^*;

4) визначити величину p_1^* як абсцису точки, що відповідає виграшу V^*.

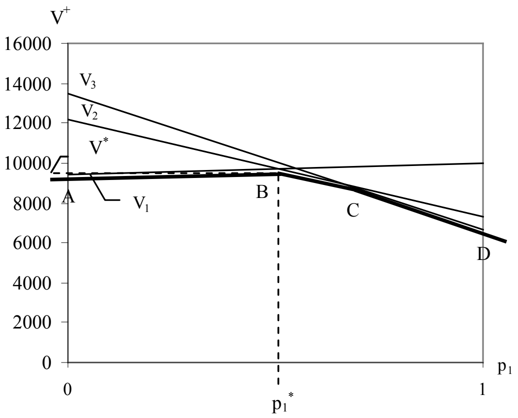
Отже, після виключення третьої стратегії підприємства з платіжної матриці отримаємо

$F = (f_{kj}: k = 1,2; j = 1, 2, 3) =$

	θ_1	θ_2	θ_3
s_1	9975	7315	6650
s_2	9450	12150	13500

Тоді очікувані виграші першого гравця, які відповідають чистим стратегіям другого гравця можна представити таким чином:

$$\begin{array}{l|l} \theta_1 & V_1^+ = p_1(9975-9450)+9450 = 525p_1+9450 \\ \theta_2 & V_2^+ = p_1(7315-12150)+12150 = -4835p_1+12150 \\ \theta_3 & V_3^+ = p_1(6650-13500)+13500 = -6850p_1+13500 \end{array}$$



Графічно-аналітичний метод визначення оптимальної стратегії ВАТ «ВЗТА»

Побудуємо графіки лінійних функцій.

Ламана ABCD на рис. описує нижню межу виграшу, який може отримати підприємство, якщо воно застосує змішану стратегію для різних варіантів станів ринку.

Точці B відповідає максимальний виграш підприємства: її абсциса p_1^* визначає оптимальне значення імовірності (відносної частоти) використання підприємством своєї чистої стратегії s_1; її ордината V^* визначає ціну гри.

Оскільки точка B лежить на перетині першої та другої прямих, значення p_1^* знаходимо з рівності

$$525p_1 + 9450 = -4835p_1 + 12150 \Rightarrow p_1^* \approx 0,5 .$$

Тобто для максимізації свого мінімального виграшу підприємство має використовувати першу чисту стратегію з імовірністю $p_1^* = 0,504$ і другу чисту стратегію з імовірністю $p_2^* = 1 - p_1^* = 0,496$.

Значення ціни гри V^* розраховуємо шляхом підстановки p_1^* у рівняння однієї з прямих, що проходить через точку B, наприклад, у рівняння першої прямої

$$V^* = 525p_1^* + 9450 = 525 \cdot 0,504 + 9450 = 9714,6 .$$

Отже, максимальний очікуваний дохід ВАТ «ВЗТА» складе 9714,6 тис. грн. на рік, якщо воно буде виготовляти 50,4 % насосів марки НШ-32В-3 (стратегія s_1) та 49,6 % насосів марки НШ-50В-3 (стратегія s_2). Як бачимо, графічно — аналітичний метод визначення оптимальних активних чистих стратегій дав результат, який підтверджує результати аналітичного методу визначення оптимальної змішаної стратегії підприємства.

Таким чином, використовуючи математичні моделі, які базуються на теорії ігор, можна з достатнім ступенем імовірності визначити найдоцільніші і взагалі неприйнятні (пасивні) стратегії підприємства при всіх можливих станах ринку, що забезпечить підприємству отримання стійких конкурентних переваг і стабільний розвиток.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Економічний ризик: ігрові моделі: Навч. посібник / В. В. Вітлінський, П. І. Верчено, А. В. Сігал, Я. С. Наконечний; За ред. В. В. Вітлінського. — К.: КНЕУ, 2002. — 446 с.
2. Куденко Н. В. Стратегічний маркетинг: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 1998. — 152 с.
3. Дэй Д. Стратегический маркетинг. — М.: Изд-во ЭКСМО-Пресс, 2002. — 640 с.
4. Никифорова С. В. Теоретические и практические аспекты стратегического маркетинга. – СПб: Ун-т экономики и финансов, 1996. — 214 с.

Рекомендована кафедрою економіки промисловості і організації виробництва

Надійшла до редакції 9.10.03
Рекомендована до опублікування 16.10.03

Мельник Тетяна Степанівна — асистент кафедри економіки промисловості та організації виробництва
Вінницький національний технічний університет