

УДК 621.822.57

**В. О. Федотов**, к. т. н., доц.;

**І. Ю. Нікітіна**, асп.;

**В. В. Савуляк**, асп.

## ВПЛИВ ПОХИБОК ВИГОТОВЛЕННЯ ГАЗОВИХ ПІДВІСОК НА ЇХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

В роботі [1] проведені дослідження впливу відхилень форми вала від круглості на характеристики газових підвісок з однією лінією наддування газу. Розрахунки показали, що у підвісок з однією лінією наддування газу (з поздовжніми канавками та зовнішнім дроселем у вигляді щілини), вплив овальності вала на їх характеристики (жорсткість, підйомна сила, биття поверхні вала) та усереднений ефект газового шару ідентичний для підвісок різної конструкції і залежить від похибки форми вала та жорсткості. Тому, продовжуючи дослідження, знайдемо яким чином впливають відхилення профілю поздовжнього перерізу вала (сідлоподібність, бочкоподібність, конусність) на роботу газостатичних опор на прикладі підвіски з однією щілиною наддування газу, а також залежність характеристик підвіски від нерівномірності ширини щілини.

### Характеристики газової підвіски з сідло- та бочкоподібним валом

Так як підвіски з сідло- та бочкоподібними валами (рис.1, 2) симетричні відносно щілини наддування газу, то достатньо розглянути течію газу в одну сторону від площини симетрії. Введемо циліндричну систему координат:  $z$  — осьова координата (проходить по осі підшипника);  $\varphi$  — кут, що відраховується по колу від прямої, яка проходить через осі шипа та підшипника за наявності радіальних зміщень  $e$ ;  $r$  — радіальна координата.

Зазор між валом і втулкою підвісок знаходимо за формулами:

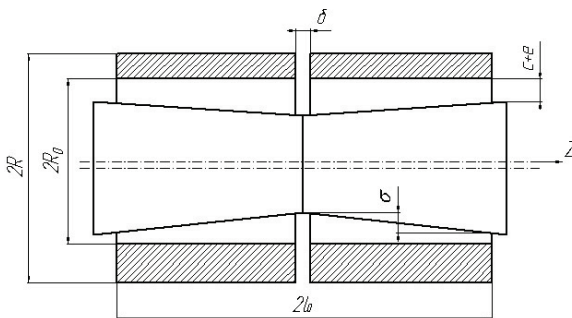


Рис. 1. Підвіска з технологічною похибкою форми поздовжнього перерізу вала у вигляді сідлоподібності

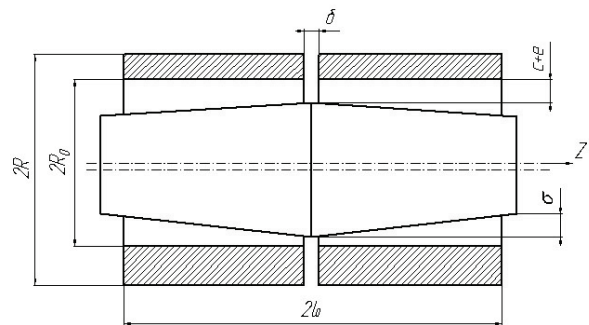


Рис. 2. Підвіска з технологічною похибкою форми поздовжнього перерізу вала у вигляді бочкоподібності

$$h_1 = c(1 - \varepsilon \cos \varphi + (1 - \xi)\eta) \quad (\text{рис. 1}); \quad (1)$$

$$h_1 = c(1 - \varepsilon \cos \varphi + \xi\eta) \quad (\text{рис. 2}), \quad (2)$$

де  $c$  — зазор між ідеальним за формою валом і втулкою при співвісному їх розташуванні;  $\varepsilon = \frac{e}{c}$  — відносний радіальний ексцентриситет;  $e$  — радіальне зміщення вала із співвісним положенням втулки;  $\xi = \frac{z}{l_0}$  — безрозмірна осьова координата;  $\eta = \frac{\sigma}{c}$  — відносна технологічна похибка форми вала;  $\sigma$  — абсолютне максимальне значення відхилення вала від форми циліндра.

За результатами [2, 3], та враховуючи формули (1) і (2), отримуємо квадрат безрозмірного тис-

ку газу  $u_i$  ( $i = 1, 2$ ) в робочих зазорах підвісок:

$$u_1 = 1 + \Xi \eta_0 (1 - \xi) + \frac{3\varepsilon \psi \Xi}{a} \operatorname{sh} \alpha (1 - \xi) e^{\eta_0 \xi} \cos \varphi \quad (\text{рис. 1}); \quad (3)$$

$$u_2 = 1 + \Xi_0 \eta_0 [1 - \eta_0 - \xi(1 - \eta_0 \xi)] + \frac{3\varepsilon \psi \Xi_0}{a} \operatorname{sh} \alpha (1 - \xi) e^{\eta_0 \xi} \sin \alpha (1 - \xi) e^{-\eta_0 \xi} \cos \varphi \quad (\text{рис. 2}), \quad (4)$$

де  $u_i = \frac{P_i^2}{P_a^2}$  ( $i = 1, 2$ ),  $P_a$  — тиск в середовищі, яке оточує підвіски,  $P_i$  — тиск в робочих зазорах,

$$\eta_0 = 1,5\eta, \quad \Xi = \frac{P_n^2 - 1}{1 + \eta_0 + \psi(1 + 2\eta_0)}, \quad \psi = \frac{2c^3}{\lambda \delta^3} \ln \frac{R}{R_0}, \quad P_n^2 = \frac{P_n}{P_a} \quad (P_n \text{ — абсолютне значення тиску}$$

газу, що подається від джерела стиснутого газу в щілину підвіски),  $\lambda = \frac{l_0}{R_0}$  — відносна довжина

$$\text{підвіски,} \quad \alpha = \sqrt{\eta_0^2 + \lambda^2}, \quad a = \operatorname{ch} \alpha + \psi(1 + 2\eta_0)(\alpha \operatorname{ch} \alpha - \eta_0 \operatorname{sh} \alpha), \quad \Xi_0 = \frac{P_n^2 - 1}{1 + \psi - \eta_0},$$

$$a_0 = \operatorname{sh} \alpha + \psi(\alpha \operatorname{ch} \alpha + \eta_0 \operatorname{sh} \alpha).$$

Знаючи  $u_1^0 = u_1(\xi, \varphi)$ , знаходимо безрозмірну підйомну силу  $F_i^*$  ( $i = 1, 2$ ) підвіски (рис. 1, 2)

$$F_i^* = \lambda \int_0^1 d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_i} \cos \varphi d\varphi \quad (5)$$

та безрозмірну жорсткість  $K_i^* = \frac{dF_i^*}{d\varepsilon}$  в діапазоні лінійності  $F_i^*$  ( $i = 1, 2$ ).

$$K_1^* = \frac{3\pi\psi\lambda\Xi}{4a} \int_0^1 \frac{\operatorname{sh} \alpha (1 - \xi) e^{\eta_0 \xi} d\xi}{\sqrt{1 + \Xi[1 + \eta_0 - \xi(1 + \eta_0 \xi)]}} \quad (\text{рис. 1}); \quad (6)$$

$$K_2^* = \frac{3\pi\psi\lambda\Xi_0}{4a_0} \int_0^1 \frac{\operatorname{sh} \alpha (1 - \xi) e^{-\eta_0 \xi} d\xi}{\sqrt{1 + \Xi_0[1 + \eta_0 - \xi(1 + \eta_0 \xi)]}} \quad (\text{рис. 2}). \quad (7)$$

Безрозмірні витрати газу:

— підвіска з сідлоподібним валом

$$Q_1^* = \frac{2\Xi}{\lambda} (1 + 2\eta_0); \quad (8)$$

— підвіски з бочкоподібним валом

$$Q_2^* = \frac{2\Xi_0}{\lambda}. \quad (9)$$

### Характеристики газової підвіски у якій вал має невелику конусність

Газ під тиском  $P_n$  (рис. 3) подається на вхід зовнішнього дроселя  $i$ , проходячи через щілину наддування газу (ділянка 0) в робочому зазорі розділяється на два потоки і через ділянки 1 та 2 витікає в навколишнє середовище.

Якщо зазор  $h_3$  в робочому шарі газу записати у вигляді

$$h_3 = c[1 - \varepsilon \cos \varphi + 0,5\eta(1 + \xi)],$$

тоді безрозмірний квадрат тиску на ділянках 1 ( $u_{1k}$ ) та 2 ( $u_{2k}$ ) газової підвіски буде знаходитись за формулою [1, 2]:

$$u_{1k} = 1 + \mathcal{E}_1[(1 - \eta_0) \pm \xi(1 - \xi\eta_0)] + \frac{6\varepsilon\psi\mathcal{E}_1}{a_1} \sin\alpha(1 \mp \xi)e^{-\eta_0\xi} \cos\varphi,$$

де  $\mathcal{E}_1 = \frac{P_n^2 - 1}{1 - \eta_0 + 2\psi(1 + 2\eta_0)}$ ;  $a_1 = \text{sh}\alpha + 2\psi\alpha(1 + 2\eta_0)\text{ch}\alpha$ , якщо  $i = 1$  знак «-»,  $i = 2$  — «+».

Тепер можемо знайти безрозмірну підйомну силу  $F_3^*$  підвіски (рис. 3)

$$F_3^* = \lambda \left( \int_{-1}^0 d\xi \sqrt{u_{2k}} \cos\varphi d\varphi + \int_0^1 d\xi \sqrt{u_{1k}} \cos\varphi d\varphi \right).$$

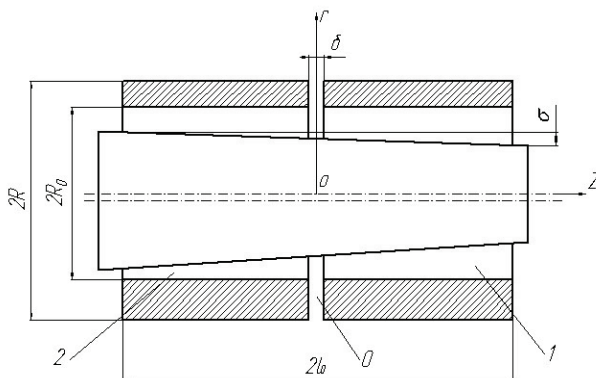


Рис. 3. Підвіска з валом, що має невелику конусність

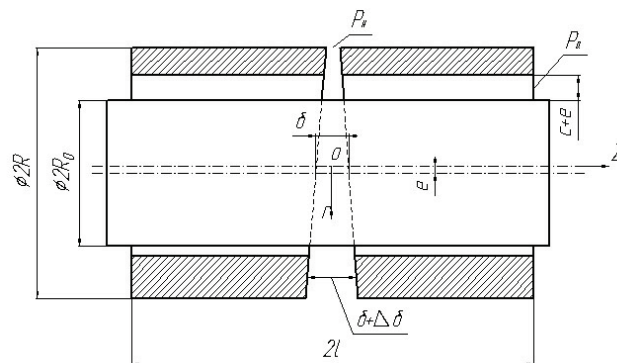


Рис. 4. Підвіска із змінною шириною щілини наддування газу

В робочому діапазоні  $\varepsilon$  дійсний вираз  $F_3^* = \varepsilon K_3^*$  [2], де безрозмірна жорсткість  $K_3^* = \left( \frac{dF_3^*}{d\varepsilon} \right)_{\varepsilon=0}$ .

$$K_3^* = \frac{3\pi\psi\mathcal{E}_1\lambda}{8a_1} \left( \int_{-1}^0 \frac{\text{sh}\alpha(1 + \xi)e^{-\eta_0\xi} d\xi}{\sqrt{1 + \mathcal{E}_1[(1 - \eta_0) + \xi(1 - \eta_0\xi^2)]}} + \int_0^1 \frac{\text{sh}\alpha(1 - \xi)e^{-\eta_0\xi} d\xi}{\sqrt{1 + \mathcal{E}_1[(1 - \eta_0) - \xi(1 - \eta_0\xi^2)]}} \right). \quad (10)$$

Безрозмірні витрати газу для роботи підвіски

$$Q_3^* = \frac{4\mathcal{E}_1}{\lambda}(1 + 2\eta_0). \quad (11)$$

Якщо вал має конусність, то у разі радіального навантаження на підвіску з'являється момент  $M^*$ , який викликає кутові переміщення осі вала;

$$K_3^* = \frac{3\pi\psi\varepsilon\mathcal{E}_1\lambda^2}{8a_1} \left( \int_{-1}^0 \frac{\text{sh}\alpha(1 + \xi)e^{-\eta_0\xi} d\xi}{\sqrt{1 + \mathcal{E}_1[(1 - \eta_0) + \xi(1 - \eta_0\xi^2)]}} - \int_0^1 \frac{\text{sh}\alpha(1 - \xi)e^{-\eta_0\xi} d\xi}{\sqrt{1 + \mathcal{E}_1[(1 - \eta_0) - \xi(1 - \eta_0\xi^2)]}} \right). \quad (12)$$

### Характеристики газової підвіски з нерівномірною шириною щілини наддування газу

Зі зміною ширини щілини підвіски (рис. 4) за формулою  $h = \delta(1 + \theta r \cos\varphi)$  квадрат безрозмірного тиску в робочому шарі запишеться [2, 3]:

$$u_4 + \eta_1(1 - \xi) + 3a_1\text{sh}[\lambda(1 - \xi)]\cos\varphi, \quad (13)$$

де  $\theta = \frac{\Delta\delta}{\delta}$  — відносна похибка ширини щілини,  $\rho = \frac{2\eta}{R + R_0} (R_0 \leq \eta \leq R)$ ;  $\eta_1 = \frac{P_n^2 - 1}{1 + \psi}$ ;

$$a_1 = \frac{\psi\eta(\varepsilon - \theta)}{\text{sh}\lambda + \psi\lambda\text{ch}\lambda}.$$

Так як опора симетрична, то підйомна сила підвіски  $F^*$  (рис. 4) знаходиться за формулою (5), коли  $u_i = u_4$  (13).

$$F^* = \frac{3\pi\lambda\psi\eta_1(\varepsilon + \theta)}{4(\text{sh}\lambda + \psi\lambda\text{ch}\lambda)} \int_0^1 \frac{\text{sh}(1 - \xi) d\xi}{\sqrt{1 + \eta_1(1 - \xi)}}. \tag{14}$$

У разі малих значень  $\theta \leq 0,1$  безрозмірна жорсткість підвіски та витрати газу не залежать від нерівномірності ширини щілини наддування газу.

### Аналіз результатів та висновки

За наявності похибок виготовлення вала, безрозмірну жорсткість  $K_i^*$  підвісок (рис. 1, 2, 3) знайдемо за формулою [1]

$$K_i^* = K_0^* + \eta E_i, \quad i = 1, 2, 3,$$

де  $K_0^*$  — безрозмірна жорсткість підвіски з ідеальною формою вала [2, 4],  $E_1 = \frac{\partial K_1^*}{\partial \eta}$  (рис. 1),

$$E_2 = \frac{\partial K_2^*}{\partial \eta} \text{ (рис. 2), } E_3 = \frac{\partial K_3^*}{\partial \eta} \text{ (рис. 3).}$$

Залежність моменту, що викликає кутові переміщення вала, лінійна в робочому діапазоні радіального переміщення  $\varepsilon$  вала [5], тоді безрозмірний момент  $M^*$  при невеликій конусності (рис. 3) вала будемо визначати з виразу

$$M^* = \varepsilon \left( \frac{\partial M^*}{\partial \varepsilon} \right)_{\varepsilon=0}.$$

Розрахунки показали, що для оптимальних значень параметра  $\psi$  (жорсткість  $K_0^*$  має максимум з заданими  $P_n$  та  $\lambda$ ) найбільший негативний вплив на жорсткість підвіски мають похибки поздовжнього профілю у вигляді сідлоподібності та конусності вала (табл. 1). Якщо значення відносної похибки поздовжньої форми вала (наприклад, при  $\eta = 0,1$ ) у вигляді сідлоподібності малі, то це приводить до зменшення безрозмірної жорсткості  $K_2^*$  на 27 % при  $\lambda = 0,25$  і більше ніж на 33 % при  $\lambda = 2,25$ , а у разі невеликої конусності вала — на 15 % ( $\lambda = 0,25 \dots 2,25$ ). Але за наявності конусності вала з'являється момент, що викликає кутові переміщення вала і таким чином зменшує робочий проміжок, що призводить до втрати підйомної сили та надійності роботи опори. Так, наприклад, з номінальним (розрахунковим) робочим проміжком  $\varepsilon = 0,5$  момент дорівнює (табл. 1)

$$M^* = \varepsilon \left( \frac{\partial M^*}{\partial \varepsilon} \right)_{\varepsilon=0} = 0,03, \text{ якщо } \lambda = 0,25 \text{ і } M^* = 0,734, \text{ якщо } \lambda = 1,75. \text{ Реальний проміжок } \varepsilon_p \text{ з}$$

$\lambda = 0,25$  визначимо з виразу [6]

$$\varepsilon_p = \varepsilon + \frac{M^*}{K_\theta} \leq 0,8,$$

де  $K_\theta^*$  — безрозмірна кутова жорсткість підвіски.

Тоді  $\varepsilon_p$  із  $\lambda = 0,25$  дорівнює 7,2, а коли  $\lambda = 1,75$  —  $\varepsilon_p = 1,2$ . Таким чином такі підвіски з конус-

ним валом будуть непрацездатні. Але, якщо у конструкцію шпindelного вузла входить дві радіальні підвіски, тоді в розрахунках вплив моменту від невеликої конусності вала на характеристики опори можна не враховувати [7].

Таблиця 1

Значення $K_0^*$ , $E_1$ , $E_2$ , $E_3$ , $\left(\frac{\partial M^*}{\partial \varepsilon}\right)_{\varepsilon=0}$ з оптимальним параметром $\psi$ для $P_n = 5$ в залежності від відносної довжини підвіски $\lambda$						
$\lambda$	$\psi$	$K_0^*$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$\left(\frac{\partial M^*}{\partial \varepsilon}\right)_{\varepsilon=0}$
0,25	1,668	0,646	- 1,717	- 0,216	- 0,968	0,061
0,75	1,534	1,689	- 4,725	- 0,335	- 2,532	0,475
1,25	1,352	2,242	- 6,684	- 0,026	- 3,360	1,021
1,75	1,187	2,403	- 7,587	0,390	- 3,601	1,468
2,25	1,055	2,347	- 7,744	0,718	- 3,518	1,745
2,75	0,953	2,198	- 7,507	0,930	- 3,294	1,869
3,25	0,873	2,020	- 7,094	1,049	- 3,029	1,884
3,75	0,809	1,845	- 6,628	1,106	- 2,766	1,833

У випадку бочкоподібного профілю вала його жорсткість зменшується на 3,3 %, якщо  $\lambda = 0,25$ . Із збільшенням відносної довжини підвіски  $\lambda$  безрозмірна жорсткість  $K_2^*$  підвіски зростає і якщо  $\lambda > 1,5$ , то  $K_2^*$  буде мати більші значення, ніж у підвіски з ідеальним за формою валом за рахунок зменшення колового перетікання газу із ділянки підвищеного тиску газу [4].

Похибки подовжнього профілю вала призводять до деякого (до 15 %) збільшення витрат газу (табл. 2) внаслідок зменшення гідравлічного опору робочого зазору.

Таблиця 2

Безрозмірні витрати газу підвіски з ідеальним $Q_0^*$ , сідлоподібним $Q_1^*$ , бочкоподібним $Q_2^*$ , конусним $Q_3^*$ валом, якщо $P_n = 5$ та значення $\psi$ оптимальні (табл. 1) при $\eta = 0,1$				
$\lambda$	$Q_0^*$	$Q_1^*$	$Q_2^*$	$Q_3^*$
0,25	71,9	75,2	81,1	76,7
0,75	25,2	26,5	27,4	27,0
1,25	16,3	17,1	18,7	17,5
1,75	12,5	13,2	14,5	13,5
2,25	10,4	11,0	12,15	11,2
2,75	8,9	9,5	10,6	9,74
3,25	7,9	8,42	9,38	8,64
3,75	7,1	7,6	8,5	7,8

Нерівномірність ширини кільцевої щілини наддування газу не впливає на безрозмірну жорсткість підвіски та витрати газу, але зменшує підйомну силу опори та її надійність, так як, з відсутністю навантаження, вал зміщується із співвісного з втулкою положення на  $\varepsilon = \eta$ .

**Приклад розрахунку впливу відхилення профілю вала від циліндричності на характеристики газової підвіски**

Номінальне радіальне навантаження газової підвіски з щілиною наддування газу  $F_n = 350$  Н при

$P_n = 0,4$  МПа та  $\varepsilon = 0,25$ . Діаметр вала  $D = 8 \cdot 10^{-2}$  м. Допуск  $\sigma = 3 \cdot 10^{-6}$  м. Радіальний зазор при співвідношенні положенні вала та втулки  $c = 2 \cdot 10^{-5}$  м. Відносна похибка форми вала  $\eta = \sigma/c = 0,15$ .

Безрозмірна підйомна сила  $F_0^*$  та жорсткість  $K_0^*$  підвіски

$$F_0^* = \frac{F_H}{P_a D^2} = 0,547; \quad K_0^* = \frac{F}{\varepsilon} = 2,19,$$

де  $P_a = 10^5$  Н/м<sup>2</sup> — атмосферний тиск.

З табл. 1 знаходимо найближче більше значення  $K_0^*$  та відповідні значення  $\lambda, \psi, E_1, E_2, E_3$ , при  $P_n = 5$ .

$$K_0^* = 2,242; \quad \lambda = 1,25; \quad E_1 = -6,684; \quad E_2 = -0,026; \quad E_3 = -3,36.$$

Витрати газу (повітря), якщо  $\lambda = 1,25$  та  $Q_0^* = 16,3$  (табл. 2)

$$Q = \frac{\pi \cdot P_a \cdot c^3}{12\mu} Q_0^* = 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с},$$

де  $\mu = 181 \cdot 10^7$  Н·С/м<sup>2</sup> (повітря при  $t = 20$  °С і  $P_a = 10^5$  Н/м<sup>2</sup>).

Підйомна сила підвіски

$$F = P_a D^2 K_0^* \varepsilon = 358,72 \text{ Н}.$$

Результати розрахунків характеристик підвіски з похибками поперечного профілю вала в межах допуску приведені в табл. 3.

Таблиця 3

Характеристики підвіски	Форма вала		
	Сідлоподібний	Бочкоподібний	Конусний
Безрозмірна жорсткість $K_i^* = K_0^* + \eta E_i$	$K_1^* = 1,239$	$K_2^* = 2,238$	$K_3^* = 1,378$
Радіальна підйомна сила $F_i = P_a D^2 K_i^* \varepsilon$ , Н	$F_1 = 198,2$	$F_2 = 358,1$	$F_3 = 278,1$
Витрати повітря $Q_i = \frac{\pi P_a c^3}{12\mu} Q_i^*$ , м <sup>3</sup> /с	$Q_1 = 2,02 \cdot 10^{-4}$	$Q_2 = 2,33 \cdot 10^{-4}$	$Q_3 = 2,39 \cdot 10^{-4}$

Таким чином, відхилення вала від циліндричності в межах допуску 3 мкм приводить до зменшення радіальної підйомної сили на  $\Delta F_1 = 160,52$  Н з сідлоподібним валом,  $\Delta F_2 = 0,62$  Н, коли бочкоподібний вал і на  $\Delta F_3 = 80,62$  Н, коли конусний вал. Витрати газу збільшуються від  $\Delta Q_1 = 0,13 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>/с (6,9 %), якщо сідлоподібний вал, до  $\Delta Q_3 = 0,5 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>/с (26,4 %), з невеликою конусністю вала.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Приятельчук В. О., Федотов В. О., Красноштан О. М. Вплив овальності вала на характеристики газових підвісок // Вісник ВПІ. — 2003. — № 3. — С. 70—75.
2. Емельянов А. В., Киселев Г. В., Писарев Г. Н. Расчет и оптимальные параметры радиальных газостатических подшипников // Машиноведение. — 1975. — № 4. — С. 97—103.
3. Емельянов А. В., Федотов В. А., Приятельчук В. А. Характеристики радиальных газостатических опор с двойным дросселированием газового потока // Машиноведение: — 1977. — № 2. — С. 97—104.
4. Федотов В. А., Шевченко А. В., Молчанов А. В. Влияние окружных потоков газа в проточных каналах цилиндрического подвеса на его характеристики // Изв. Вузов — Машиностроение, 1980. — № 4. — С. 67—71.
5. Емельянова Н. А. Теоретический анализ радиальных газовых подвесов при произвольно ориентированной малой несоосности // Машиноведение. — 1984. — № 6. — С. 89—96.
6. Приятельчук В. А. Расчет характеристик газостатических подвесов с учетом сложной несоосности // Трение и износ. — 1985. — Т. VI. — № 4. — С. 604—611.
7. Федотов В. О., Степанчук В. І. Оптимізація параметрів шпиндельних вузлів на газових конічних підвісках, профілюваних поздовжніми канавками // Вісник ВПІ. — 1997. — № 4. — С. 70—75.

Рекомендована кафедрою опору матеріалів та прикладної механіки

Надійшла до редакції 26.02.2004  
Рекомендована до друку 05.05.2004

**Федотов Валерій Олександрович** — доцент; **Нікітіна Інна Юрївна** — аспірант.

Кафедра опору матеріалів та прикладної механіки;

**Савуляк Віктор Валерійович** — аспірант.

Кафедра технології і автоматизації машинобудування, Вінницький національний технічний університет