

УДК 519.642 : 624.044 : 624.15

А. С. Моргун, к. т. н., доц.;

І. В. Пішенін, студ.;

І. А. Моргун, студ.

ОЦІНКА ТОЧНОСТІ РОЗРАХУНКУ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ОСНОВИ ПІД ШТАМПОМ ЗА МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Дано оцінку точності визначення напружено-деформованого стану основи під штампом за методом граничних елементів.

Вступ

Питання числового моделювання процесу статичного навантаження фундаментних конструкцій все ще залишаються актуальною задачею сьогодення. Стаття присвячена моделюванню взаємодії штампа з ґрунтовою основою за числовим методом граничних елементів (МГЕ). Апарат МГЕ найбільш підходить до розв'язання лінійних задач теорії пружності, тому для нелінійної задачі механіки ґрунтів використано квазілінійну постановку, в цьому випадку стає природним залучення методу пружних розв'язків О. А. Іллюшина в формі додаткових навантажень, які забезпечують переміщення, що рівні переміщенням нелінійного ґрунту із заданим навантаженням.

Постановка задачі, визначальні співвідношення

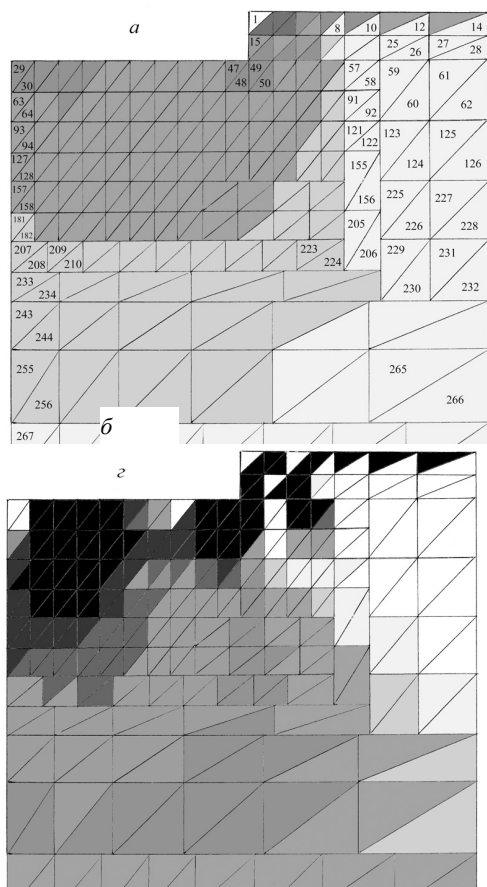


Рис. 1.

Оскільки числовий МГЕ — наближений метод математичної фізики, то з його використанням виникає необхідність знання не лише його положень і формальних процедур, але й такого атрибуту, як оцінка точності. Це можна зробити шляхом порівняння результатів розрахунку за МГЕ з рішеннями наявних аналітичних методів. Таке зіставлення було проведено на прикладі числового моделювання за МГЕ задачі заглиблення в умовах плоскої деформації жорсткого штампа $40 \times 40 \times 4$ см в ґрунтову основу (експериментальні дослідження наведено в [1]), з аналітичним розв'язком цієї задачі за методикою В. В. Соколовського [2].

Для прогнозування поведінки ґрунту за МГЕ в граничному стані та з метою врахування дилатансійних ефектів ґрунту до розрахункового інтегрального рівняння рівноваги [3] додавались: а) — критерій переходу до граничного стану (перехід ґрунту до граничного стану характеризували умовою Мізеса—Губера—Боткіна, як такою, що відповідає реальним властивостям ґрунтів і, яка не надто складна для практичного використання); б) — взаємозв'язок між $\sigma_{ij} - \varepsilon_{ij}$ під час роботи ґрунту в нелінійній стадії описував неасоційований закон пластичної течії.

На рис. 1 зображено поля напружень під штампом в момент: а) — завершення ущільнення основи; б) — на етапі утворення «ущільненого ядра». На рис. 2 показано

інтегральний графік «навантаження-осідання», отриманий із даних числового моделювання та за експериментом [1].

Під час дослідження полів напружень та деформацій, системи «штамп-основа» багатопарове середовище ґрунту розглядалося як еквівалентне квазіоднорідне середовище із середньозваженими характеристиками ґрунту. При розрахунку враховано дію основних факторів, що впливають на несучу здатність штампа. До вхідних параметрів розрахункової дилатансійної моделі входять вісім основних фізико-механічних параметрів ґрунту ($E, \nu, \rho, \rho^{\min}, \rho^{\max}, c, \varphi, p_0$) та 12 вхідних параметрів, що описують геометрію та топологію конструкції штампа та дискретизацію активної зони

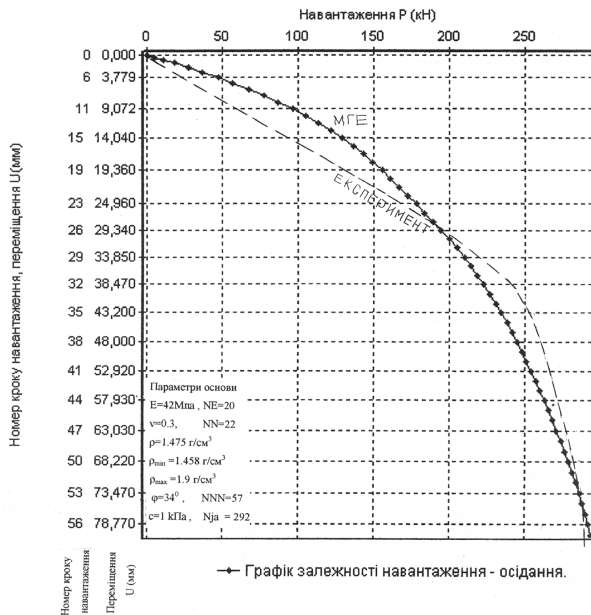


Рис. 2.

Для контролю достовірності даних числового моделювання полів напружень за МГЕ проведено зіставлення з результатами аналітичного розрахунку цієї задачі за методикою В. В. Соколовського, побудовано сітки ліній ковзання (рис. 3). В 1942 році В. В. Соколовський отримав аналітичний розв'язок змішаної краєвої задачі втиснення жорсткого штампа за відсутності тертя між подошвою і пружною ізотропною півплощиною. В цій плоскій задачі до диференціальних рівнянь рівноваги ґрунту в граничному стані для однозначності розв'язку додано критерій текучості Мора-Кулона, та відповідні граничні умови. В результаті була отримана система диференціальних рівнянь. Задача

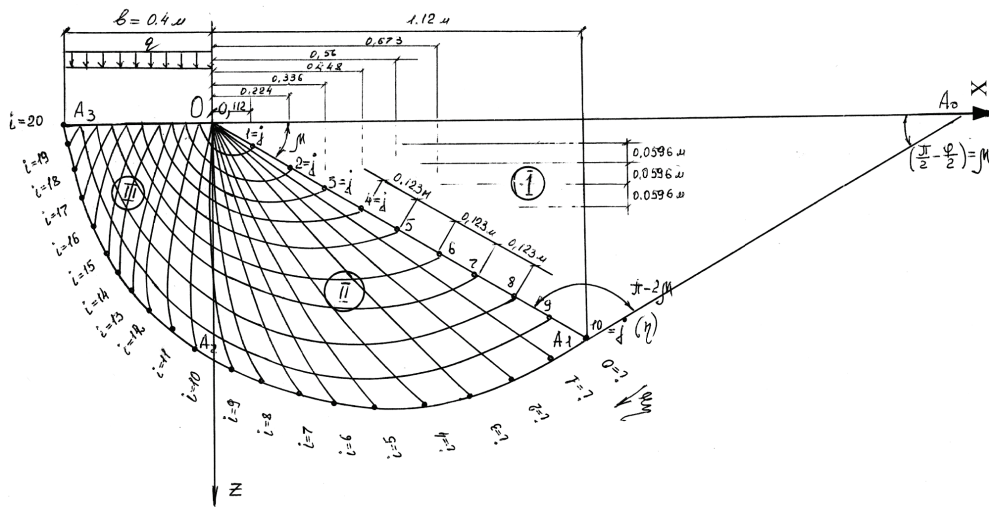


Рис. 3.

була розв'язана з використанням методу характеристик та методу скінчених різниць [2]. Для

отримання аналітичного розв'язку В. В. Соколовським було проведено ряд підстановок, що привели основну розрахункову систему до простішого вигляду: були введені нові змінні θ, σ , пошук яких замінявся визначенням нових невідомих характеристик ξ, η — відображувальних функцій, які в кожній точці йдуть уздовж напрямків максимальних дотичних напружень.

З введенням кута θ рівняння ліній ковзання (або ліній зсувів), які мають ті ж кути нахилу, що і характеристика ξ, η подаються в диференційній формі:

— криві першого сімейства, що мають в кожній точці нахил $\frac{dz}{dx} = tg(\theta - \mu)$, мають назву η -характеристик (рис. 3);

— криві другого сімейства, що мають нахил в кожній точці $\frac{dz}{dx} = tg(\theta + \mu)$, мають назву ξ -характеристик, де $\mu = \pi/4 - \varphi/2$, φ — кут зсуву. Обвідні ліній ковзання дають лінію розриву безперервності (границю «пластичної» та «жорсткої» зони) (рис. 3).

Використані в розрахунку рекурентні формули для визначення $\theta, \sigma, \xi, \eta$ наведено в [2]. Величини вертикальних напружень в точках (0,1), (1,1), (2,1),..., (11,1) (рис. 3) порівняно з аналогічним розрахунком за МГЕ, показані в таблиці

Поля напружень σ_{ij}^z (кПа) під штампом за МГЕ та розрахунком за методикою В. В. Соколовського ($j = 1$)

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
σ_{ij}^z (кПа) за МГЕ	7,51	10,67	17,18	19,61	22,93	6,8	30,63	36,7	39,6	43,21	44,41	49,3
σ_{ij}^z (кПа) за В. В. Соколовським	8,1	11,8	16,2	17,9	20,2	25,6	29,03	35,8	37,5	41,97	46,1	50,3
Коефіцієнт кореляції	0,84	0,85	1,06	1,095	1,08	1,04	1,05	1,025	1,05	1,029	0,96	0,98

Висновки

Несуча спроможність фундаментів часто недовикористовується через відсутність надійних методів прогнозування їх поведінки в граничному стані. Зіставлення результатів розрахунків поведінки основи за МГЕ з аналітичним розрахунком та експериментом підтверджують можливість використаної дилатансійної моделі описувати поведінку основ за МГЕ адекватно експериментальним даним та розрахунком за методикою В. В. Соколовського.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. А. Л. Крыжановский, Ю. И. Харин. Использование закона Кулона в решении задач предельного состояния основания // Основания, фундаменты и механика грунтов. — М.: Стройиздат, 1984, вып. 7. — С. 24—27.
2. В. В. Соколовский. Теория пластичности. — М.: Высшая школа, 1969. — 608 с.
3. А. С. Моргун. Моделирование взаимодействия штампа с дилатансионным средой грунту за МГЕ // Вісник ВПІ. — 2003. — № 3. — С. 25—28.

Рекомендована кафедрою промислового та цивільного будівництва

Надійшла до редакції 30.12.04
Рекомендована до друку 11.02.05

Моргун Алла Серафимівна — доцент кафедри промислового та цивільного будівництва; **Пішенін Іван Володимирович** — студент Інституту будівництва, енергетики та газопостачання; **Моргун Іван Анатолійович** — студент Інституту інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії
Вінницький національний технічний університет