

Н. І. Кокряцька;

Р. М. Гринчишин, асп.

МОДЕЛЮВАННЯ ГЕНЕРАЦІЇ СИГНАЛУ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ КООРДИНАТ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ЦЕНТРІВ ЗОБРАЖЕНЬ ЛАЗЕРНИХ ПУЧКІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ФІЛЬТРІВ КАЛМАНА

Розроблено модель прогнозування координат енергетичних центрів зображень плям лазерних пучків із застосуванням фільтрів Калмана, що дозволило покращити точність прогнозування координат енергетичних центрів зображень плям лазерних пучків до 1...2 пікселя.

Постановка задачі

Сьогодні відчутна необхідність широкого застосування оптоелектронних систем з автоматичним відстежуванням світлових випромінювань, особливо у лазерному обробленні матеріалів, оптичному зв'язку та інших галузях техніки. Була поставлена задача розробити алгоритм та програмне забезпечення прогнозування координат центрів зображень плям лазерних пучків.

Як початкові дані були використані динамічні зображення лазерних трас. Це зображення, що змінювались зі швидкістю 25 кадрів за секунду.

Для розв'язання поставленої задачі розроблено два режими. Режим вимірювання [1] та режим прогнозування. У першому режимі центр зображення плям знаходиться як енергетичний центр за алгоритмом, який розглянуто у попередніх роботах [1].

Наступний режим — режим прогнозування [2, 3]. У цьому режимі для моделювання використано фільтри Калмана [4].

Результати розглянутих у статті досліджень можна застосовувати для аналізу різних фізичних явищ, тобто використовувати їх для деяких прикладних задач, зокрема, для прогнозування сонячної активності. Крім того, широке застосування лазерів у практиці поставило перед наукою ряд нових проблем, серед яких особливе місце зайняли проблеми розповсюдження лазерного випромінювання в атмосфері. Для успішного використання лазерних систем зв'язку і передачі інформації, локації, трасування, навігації та ін. необхідні кількісні дані про вплив атмосфери на параметри лазерного променя, які несуть ту чи іншу інформацію. Отже практичне застосування розробленої технології — це задачі високоточного вимірювання та прогнозування координат енергетичних центрів зображень плям лазерних пучків для задач лазерної локації, трасування та навігації.

Метою статті є підвищення точності прогнозування координат енергетичних центрів зображень плям лазерних пучків.

Алгоритм моделювання та прогнозування на основі фільтрів Калмана

Нехай є поточні спостереження Z якогось сигналу X . На цей сигнал X впливає завада V . Необхідно отримати поточні оцінки цього сигналу, який змінюється у часі і недоступний для безпосереднього вимірювання.

Спочатку отримують оцінку поточного значення x_n за наявними спостереженнями часового ряду $Z_n, Z_{n-1}, \dots, Z_{n-(k-1)}$.

Для цього приймають модель спостереження як лінійну

$$Z = HX + V, \quad (1)$$

де $\mathbf{Z} = (Z_n, Z_{n-1}, \dots, Z_{n-(k-1)})^T$ — вектор спостережень; $\mathbf{V} = (\xi_n, \xi_{n-1}, \dots, \xi_{n-(k-1)})^T$ — вектор некорегованої завади.

Виникає питання, що розуміти під вектором-стовпцем \mathbf{X} та матрицею перетворення \mathbf{H} . На ці питання можна відповісти лише за умови введення сигналу. За відсутності попередньої інформації про імовірнісні характеристики сигналу та завади ця модель є параметричною. У даному випадку

оцінюватимуться параметри цієї моделі. Виберемо модуль сигналу у вигляді поліному Тейлора другого степеня. Це означатиме, що прийнята модель має внутрішню структуру з міцним зв'язком. Оскільки оцінки набувають (на відміну від задачі оцінки параметрів, які мають фіксовані значення) значень часового ряду, то ця задача є задачею фільтрації.

У такому випадку модель генерації матиме вигляд

$$\mathbf{X}_{n-i} = \mathbf{F}_{-i} \mathbf{X}_n, \quad (2)$$

$$\text{де } \mathbf{X}_n = \begin{pmatrix} x_{n_1} \\ x_{n_{11}} \\ x_n \end{pmatrix}; \quad \mathbf{F}_{-i} = \begin{pmatrix} 1 & -i & i^2/i \\ 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вектор-стовпець \mathbf{X} містить, крім оцінюваного власного значення першу та другу похідні.

У теорії автоматизованого керування такий фільтр називається фільтром з астатизмом 2-го порядку. Формула (2) встановлює зв'язок між n -м значенням сигналу у часовій послідовності та $(n-i)$ -м.

Матриця перетворень для даного випадку (оцінка здійснюється за поточним значенням спостереження та $k-1$ поперечними вибірками) виглядатиме так:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & -k & k^2/2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 0,5 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Всі ці числа отримані з ряду Тейлора з припущенням, що часовий інтервал між сусідніми значеннями спостережень дорівнює 1.

Оцінка моделі здійснюється за методом найменших квадратів (МНК)

$$X_{\text{тв}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Z}. \quad (4)$$

Таким чином, реалізований процес параметричного оцінювання заснований на авторегресійній моделі генерації сигналу.

Для побудови алгоритму прогнозування використаємо фільтри зі збільшеною пам'яттю. У такому фільтрі кількість спостережень, за якими здійснюється оцінка, збігається з номером поточного спостереження. Це дозволяє отримувати оцінки, починаючи з кількості спостережень, що дорівнює кількості компонент оцінюваного вектора \mathbf{X} , що, в свою чергу, визначається порядком прийнятої моделі, тобто кількістю членів ряду Тейлора, використаних у моделі. При цьому зі зростанням n вирівнювальні властивості фільтра покращуються, а це означає, що підвищується точність оцінок.

Але безпосередня реалізація такого підходу пов'язана зі зростанням обчислювальних витрат, тому фільтри реалізуються як рекурентні.

Оскільки на момент спостереження n присутня оцінка $X_{(n-1)\text{оц}}$, яка містить інформацію про всі попередні спостереження $Z_n, Z_{n-1}, Z_{n-2}, \dots, Z_{n-(k-1)}$, то оцінку $X_{n\text{оц}}$ отримуємо за черговим спостереженням Z_n із використанням інформації, яка зберігається в оцінці $X_{(n-1)\text{оц}}$. Така процедура є рекурентною фільтрацією і здійснюється за такою процедурою.

1. За оцінкою $X_{(n-1)\text{оц}}$ прогнозуємо оцінку $X_{n\text{оц}}$ за формулою

$$X_{n\text{оц теор}} = F_1 X_{(n-1)\text{оц}}, \quad (5)$$

покладаючи $i = 1$ у формулі (2);

2. За результатом поточного спостереження Z_n ця теоретична оцінка виправляється за формулою

$$X_{n\text{оц}} = X_{n\text{оц теор}} + (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} h_0^T (z - h_0 X_{n\text{оц теор}}), \quad (6)$$

де $h_0 = (100)$, $H_n = \begin{pmatrix} h_n \\ H_{n-1} \end{pmatrix}$, $h_n = \left(1 - n \frac{n^2}{2}\right)$.

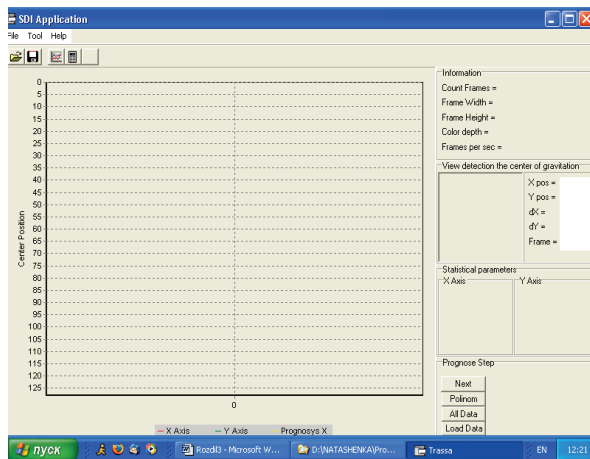
3. Ця процедура повторюється на кожному кроці, починаючи з $r + 1$, де r — порядок фільтра.

Такі фільтри зі збільшеною пам'яттю, які працюють у відповідності з формулою (5), є частковим випадком фільтрації під назвою фільтрів Калмана.

З формули (6) очевидно, що корегувальна поправка є суттєвою для малих значень n і зменшується до нуля, якщо $n \rightarrow \infty$, тобто зі зростанням n вирівнювальні властивості фільтра зростають, при цьому починає домінувати модель, закладена в ньому. Але реальний сигнал може відповідати моделі лише на окремих ділянках, тому точність прогнозу погіршується.

Для уникнення цього накладають заборону на подальше зменшення корегувального члена. Для фільтрів це еквівалентно зміні смуги фільтра, тобто для малих n фільтр має ширшу смугу, для великих n — меншу. Цей алгоритм реалізований програмно.

Результати прогнозування координат енергетичних центрів зображень плям лазерних пучків



Розроблений алгоритм реалізований програмно і функціонує у реальному часі. Інтерфейс програми є достатньо простим (рис. 1).

На горизонтальній осі фіксується номер поточного зображення (зображення, які досліджувались, мають розмірність 128×128 елементів розкладання (с. р.)), а на вертикальній осі — значення координат x (крива 1), y (крива 2) центра плями. Відкриємо файл однієї з трас. При цьому на моніторі відображаються виміряні через кожні 5 мс значення координат центрів. При натисканні кнопки «cut» на моніторі відображається процес вимірювання центрів плям (рис. 2), а на рис. 3 відображається результат прогнозування.

Рис. 1. Інтерфейс розробленої програми

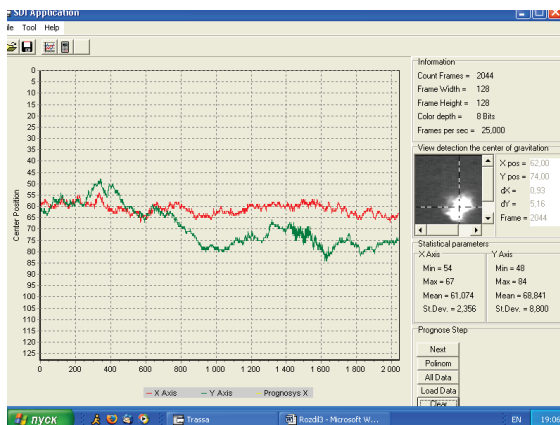


Рис. 2. Вікно опції («cut») вимірювання координат зображень плям лазерних пучків

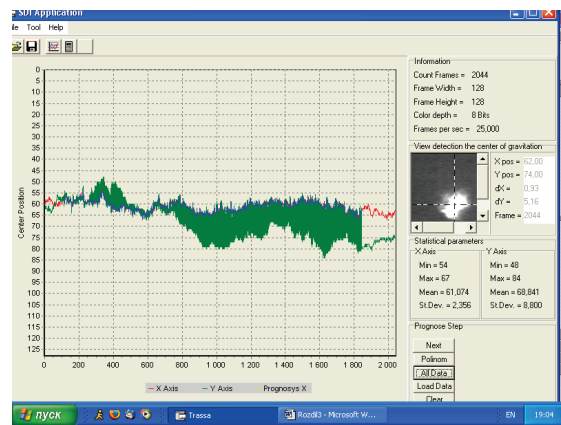


Рис. 3. Вікно опції («All Data») прогнозування координат зображень плям лазерних пучків

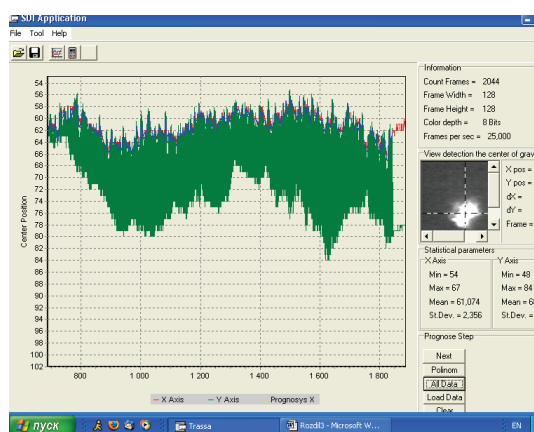


Рис. 4. Вікно опції («масштаб») у реалізації програми прогнозування координат зображень плям лазерних пучків

Натискання кнопки «Clear» скидає попередні результати вимірювання і прогнозування. Масштаб графіків можна змінювати, натискаючи праву кнопку миші, що показано на рис. 4.

Для порівняння отриманих результатів з результатами відомих досліджень інших авторів була застосована достатньо велика база даних, яка включала 15 лазерних трас, кожна з яких включала до 1000 динамічних зображень плям лазерних пучків. Коректність порівняння отриманих результатів забезпечувалась для досліджуваних алгоритмів однією і тією ж базою даних про координати енергетичних центрів зображень лазерних пучків (лазерних трас). Як видно з рис. 4, похибка результатів прогнозування не перевищує двох елементів розкладання.

Порівняльний аналіз за точністю прогнозування з відомими алгоритмами показав, що точність прогнозування на основі кінцевих різниць та сплайн екстраполяції складає $2 \div 10$ е. р. [5], на основі табличних функцій — $2 \div 5$ е. р. [6], лінійної регресії — $3 \div 10$ е. р. [7], неймереж з використанням алгоритму оберненого розповсюдження $2 \div 3$ е. р. [8], використання базисної радіальної функції $2 \div 4$ е. р. [9], на основі фільтрів Калмана — $1 \div 2$ е. р. [4].

Висновки

Розроблено модель прогнозування координат енергетичних центрів зображень плям лазерних пучків із застосуванням фільтрів Калмана, що дозволило покращити точність прогнозування координат енергетичних центрів зображень плям лазерних пучків до $1 \div 2$ елементів розкладання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Тимченко Л. І., Кутаев Ю. Ф., Герций А. А., Швейки Н. О., Байбак Ю. В. Система координатной привязки для стационарных сигналов // Известия РАН, сер. физическая. — 2001. — Т. 65. — № 6. — С. 886—890.
2. Timchenko L. I., Kutaev Y. F., Gertsy A. A., Kokryatskaya N. I. The Statistical Approach to the Problem of Extrapolation of Object Trajectory // Proceedings of Laser Beam Shaping IV SPIE Symposium V. 5175, 2003.
3. Timchenko L. I., Kozhemyako V. P. Kutaev Y. F., Gertsy A. A., Yarovy A. A., Kokryatskaya N. I. Method for Processing of Extended Laser Paths Images Advances in Electrical and Computer Engineering — «Stefan cel Mare» University of Suceava, Romania. — 2003. — V. 3 (10). — № 2 (20).
4. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. В 2-х книгах. — М.: Мир, 1982. — Т. 1. — 310 с.; Т. 2. — 790 с.
5. Блейхут Р. Э. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. — М.: Мир, 1989. — 448 с.
6. Ткаченко Р. А. Нейронні мережі прямого поширення з неітераційним навчанням: Автореферат дис. ... д-ра. техн. наук: 05.13.06 / Державний університет «Львівська політехніка». — Львів, 2000. — 32с.
7. G. A. F Seber Linear Regression Analysis. John Wiley and Sons. — New York, London, Sydney, Toronto, 1977.
8. Werbos, P. Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences: Ph. D. Thesis. Applied Mathematics. Harvard University. 1974. — 232 p.
9. Mark J. L. Orr Introduction to Radial Basis Function Networks. Technical Report, Center for Cognitive Science, University of Edinburgh, Scotland, 1996. <http://www.cns.ed.ac.uk/people/mark.html>.

Рекомендована кафедрою прикладної математики

Надійшла до редакції 21.12.04
Рекомендована до друку 10.01.05

Кокряцька Наталія Іванівна — старший викладач, **Гринчишин Руслан Михайлович** — аспірант.
Кафедра прикладної математики, Вінницький національний технічний університет