УДК 621.316.13

Л. Б. Терешкевич, к. т. н., доц.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ КЕРУВАННЯ КОНДЕНСАТОРНИМИ УСТАНОВКАМИ В СИСТЕМАХ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ

Сформульовано вимоги до математичного моделювання, що висуваються з позицій розробки та експлуатації конденсаторних установок та систем вибору варіантів їх впливу на об'єкт управління. Синтезована математична модель оперативного управління потужністю конденсаторних установок охоплює всі випадки, в рамках яких доводиться приймати рішення, забезпечує мінімальну кількість комутацій в пристрої керування та знаходження вектора управління, виконуючи мінімальну кількість арифметичних операцій.

1. Постановка задачі

В системах промислового електропостачання широко використовуються пристрої дискретного керування, які чинять відповідно дискретні впливи на параметри стану цих мереж. До таких пристроїв відносяться конденсаторні установки (КУ), що використовуються, наприклад, для компенсації реактивної потужності або як засіб місцевого регулювання напруги. Системне керування такими пристроями можливе на основі методів дослідження операцій, що потребує розробки дискретних математичних моделей.

Відомі математичні моделі охоплюють такі фактори, як вплив на напругу в вузлі навантаження, на величину втрат активної потужності в мережі живлення, на реактивну потужність споживання, на пропускну здатність елементів системи електропостачання, на стійкість навантажень [1, 2]. Відмітимо, що всі вони стосуються виключно параметрів стану об'єкта керування.

Врахування всіх факторів в рамках однієї математичної моделі не доцільно. По-перше, це ускладнює аналіз такої моделі. По-друге, серед факторів, що необхідно врахувати, є суперечливі та взаємновиключні, наприклад, одночасно не може виникнути необхідність забезпечити верхню та нижню межу відхилення напруги. Керувальна система (система, що здійснює вибір варіанта впливу на об'єкт керування і дає відповідну команду) може працювати за алгоритмом, який передбачає попередню оцінку ситуації і, в залежності від цього, звернення до відповідної математичної моделі, яка охоплює саме ті фактори, що актуальні на момент прийняття керівного рішення [2]. В разі, коли керувальна система має мікропроцесорну реалізацію, важливим є як кількість математичних моделей, що використовуються для керування, так і складність алгоритму їх аналізу.

Беручи до уваги цю обставину, а також особливості комутацій в пристроях керування (це комутації ємнісного навантаження, що супроводжуються перенапругою на контактах [3]), можна вказати на додаткові вимоги до математичних моделей керування.

1. Отримувані розв'язки, повинні реалізовуватись мінімальною кількістю комутацій в пристрої керування.

2. Загальна кількість математичних моделей, що використовуються для керування КУ в усіх можливих режимах систем електропостачання, повинна бути якомога меншою.

3. Математичні моделі мають бути такого виду, щоб їх аналіз можна було здійснити за єдиним алгоритмом, обчислювальна процедура якого має мінімальну трудоємність.

2. Дискретні математичні моделі керування КУ та особливості їх аналізу

Розглянемо підходи до побудови математичних моделей дискретного програмування, в яких забезпечені зазначені вимоги.

Оптимальні впливи на систему електропостачання можна визначити на підставі лінійних математичних моделей з булевими змінними, якими описується стан (включено або виключено) кожної секції пристрою керування. Всі можливі ситуації, що можуть мати місце, охоплюються математичними моделями (табл.), де $Q_в$ — реактивне навантаження по вводу живлення;

Q' — природне споживання реактивної потужності (коли всі КУ відключені); $\mathbf{\Delta Q}$ — матриця потужностей секцій КУ розмірністю ($1\times m$); $\mathbf{X}$ — вектор змінних розмірністю ($m\times 1$), кожна компонента якого x_i дорівнює одиниці, коли i-ту секцію доцільно включити, або нулю, якщо включати не потрібно; $\bar{\mathbf{X}}$ — вектор, кожна компонента якого $\bar{x}_i$ зв'язана з відповідною компонентою x_i так, що якщо $x_i = 1$, то $\bar{x}_i = 0$ і навпаки, фізичного змісту $\bar{x}_i$ немає; $\mathbf{n}$ — стовпцева одинична матриця розмірністю ($m\times 1$); $Q_{доп}$ — допустиме значення реактивних навантажень, що встановлюється, наприклад, з міркувань мінімальних втрат потужності; $\mathbf{\Delta U}$ — матриця добавок напруг, що створюються в разі включення відповідних секцій КУ, розмірністю ($1\times m$); $U_{min.\ доп.}$, $U_{max.\ доп.}$ — мінімально та максимально допустимі значення напруги в вузлі; U'— значення напруги в вузлі, що відповідає природному споживанню реактивної потужності; $\forall$ — знак логічної операції «АБО».

Математичні моделі керування КУ

Математична модель	Номер	В яких випадках використовується
$\begin{cases} Q_в(\mathbf{X}) = Q' - \Delta\mathbf{Q}\mathbf{X} \to \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ Q' - \Delta\mathbf{Q}\,\mathbf{X} \ge Q_{доп} \\ x_i; \bar{x}_i = 1\forall 0 \end{cases}$	(1)	для прийняття рішення, що забезпечує величину $Q_{доп}$ в години мінімальних навантажень енергосистеми при регулюванні графіка реактивної потужності підприємства або мінімум втрат активної потужності в мережах підприємства, а також для забезпечення стійкості вузла навантажень
$\begin{cases} Q_в(\mathbf{X}) = Q' - \Delta\mathbf{Q}\mathbf{X} \to \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ 0 \le Q' - \Delta\mathbf{Q}\,\mathbf{X} \le Q_{доп} \\ x_i; \bar{x}_i = 1\forall 0 \end{cases}$	(2)	для прийняття рішення, якому відповідає величина реактивної потужності по підприємству в межах $0 \div Q_{доп}$, що необхідно в разі забезпечення погодженого графіка реактивних навантажень в режимах максимальних навантажень мереж енергопостачальних організацій, а також для зменшення втрат активної потужності в мережі живлення
$\begin{cases} Q_в(\mathbf{X}) = Q' - \Delta\mathbf{Q}\mathbf{X} \to \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ Q' - \Delta\mathbf{Q}\,\mathbf{X} \ge 0 \\ x_i; \bar{x}_i = 1\forall 0 \end{cases}$	(3)	для прийняття рішень про включення КУ підприємства в години, що не характерні для енергосистеми, в разі забезпечення погодженого графіка реактивних навантажень, мінімізуючи втрати активної потужності та споживання реактивної
$\begin{cases} Q_в(\mathbf{X}) = Q' - \Delta\mathbf{Q}\mathbf{X} \to \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ U' + \Delta\mathbf{U}\,\mathbf{X} \le U_{max\ доп} \\ x_i; \bar{x}_i = 1\forall 0 \end{cases}$	(4)	для визначення вектора керування КУ в вузлах навантаження, де напруга в процесі компенсації реактивної потужності може набувати недопустимих значень
$\begin{cases} Q_в(\mathbf{X}) = Q' - \Delta\mathbf{Q}\mathbf{X} \to \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ U' + \Delta\mathbf{U}\,\mathbf{X} \ge U_{min\ доп} \\ x_i; \bar{x}_i = 1\forall 0 \end{cases}$	(5)	для визначення вектора керування КУ в вузлах навантажень, коли засоби компенсаціїї реактивної потужності використовуються для регулювання напруги

Наведені математичні моделі відрізняються лише одним обмеженням. Для їх аналізу можна скористатись алгоритмом симплекс-методу лінійного програмування, який має ряд розгалужень. Якщо синтезувати весь комплекс математичних моделей, необхідних для керування КУ в усіх можливих ситуаціях таким чином, що обчислення будуть гарантовано виконуватись лише за обмеженою частиною розгалужень симплекс-алгоритму, то це спростить практичну реалізацію мікропроцесорної системи керування. Розлянемо основні етапи розв'язку задач керування на підставі наведених математичних моделей.

Класичний симплекс-алгоритм задачі лінійного програмування має розгалуження. Якщо пробний розв'язок не задовольняє умову невід'ємності змінних, то реалізується алгоритм пошуку опорного розв'язку, а далі розраховується розв'язок оптимальний. Інакше відразу реалізується алгоритм пошуку оптимального роз'язку. Етапу пошуку опорного розв'язку можна уникнути і відповідним чином спростити мікропроцесорну керувальну систему, якщо є можливість указати простий спосіб гарантованого його визначення. Саме так можна зробити для математичної моделі (1). Для цієї задачі нульові значення всіх компонент вектора $\mathbf{X}$, $x_i = 0$, $i = 1, 2,\ldots, m$, (всі секції КУ відключені) є формально допустимим планом. Починаючи саме з такого опорного розв'язку, можна здійснювати подальший розрахунок оптимального плану. Лише в випадку, коли $Q_{\text{доп}} > Q'$, опорного розв'язку не буде. В цьому випадку наявними засобами (маючи лише секції керування КУ) встановлену вимогу не виконати. Задача немає розв'язку. Практичні дії, що слід здійснити, виходячи з енергетичної сутності явищ, — відключити всі секції КУ.

Для математичної моделі (2) не уникнути необхідності програмування також і гілки симплекс-алгоритму пошуку опорного розв'язку, оскільки гарантованого простого способу його визначення сформулювати не можна.

Опорний розв'язок для математичних моделей (3) та (4) визначається тим же чином, що і для моделі (1). Випадки, коли $U' \geq U_{\text{max. доп.}}$, теоретично можливі і тоді задача розв'язку немає і відповідно опорного плану для математичної моделі (4) отримати неможливо.

Для математичної моделі (5) опорний розв'язок може бути відсутнім, якщо наявними засобами компенсації реактивної потужності не можна забезпечити $U_{\text{min. доп.}}$ Пошук опорного розв'язку для неї потребує звернення до відповідної частини симплекс-алгоритму.

Звернемо увагу ще на таку корисну для експлуатації КУ властивість, що надають математичні моделі (1), (3) та (4). Взявши за опорний розв'язок $x_i = 0$, $i = 1, 2,\ldots, m$, кожний подальший крок до оптимального буде здійснюватись у відповідності до симплекс-алгоритму шляхом вибору на включення найпотужнішої секції КУ із числа тих, включення яких допустимо. (Симплекс-алгоритм передбачає здійснення вибору такої вільної змінної для включення в базис, коефіцієнт для якої забезпечує найбільший приріст цільової функції на одиницю приросту значення цієї змінної). Тобто, потрібна до включення потужність буде формуватись за рахунок найпотужніших секцій КУ. Це дає змогу, по-перше, зменшити кількість комутацій, яких потребує реалізація отриманого розв'язку, а, по-друге, протягом доби кількість комутацій найпотужніших секцій буде мінімальною, оскільки саме такі секції будуть знаходитись більшу частину часу включеними. Математичні моделі (2) та (5) такої стійкої властивості не забезпечують.

3. Синтез універсальної математичної моделі керування КУ та розробка ефективної обчислювальної процедури

Значення $Q_{\text{в}}(\mathbf{X})$, що відповідають допустимим розв'язкам задач (1)—(3) зображені на числовій осі на рисунку у вигляді заштрихованих її напіввідкритих проміжків та відрізка, а оптимальні величини критерію ефективності, що можуть бути досягнуті, не враховуючи дискретності потужностей КУ та їх можливого дефіциту, позначені як $Q_{\text{в опт}}(\mathbf{X})$.

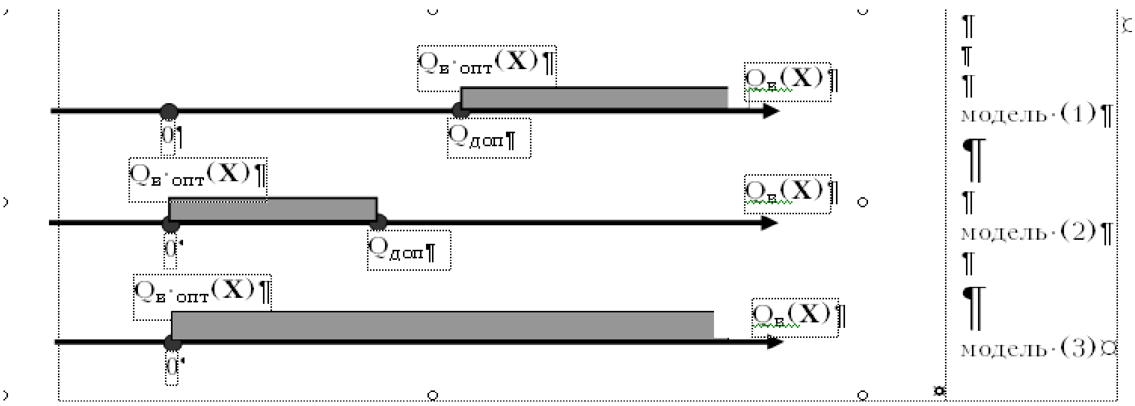

Рис. Значення $Q_{\text{в}}(\mathbf{X})$, що відповідають умовам обмежень математичних моделей (1), (2) та (3)

Можна звернути увагу, що $Q_{\text{в.опт}}(\mathbf{X})$ є крайніми точками заштрихованих відрізків числової осі, які розташовані зліва. Тому всі випадки практичного використання моделей (1), (2) та (3) охоплюються однією математичною моделлю (6), оскільки вона забезпечує отримання тих же розв'язків.

$$\begin{cases} Q_{\text{в}}(\mathbf{X}) = Q' - \Delta\mathbf{Q}\mathbf{X} \to \min; \\ \mathbf{X} + \overline{\mathbf{X}} = \mathbf{n}; \\ Q' - \Delta\mathbf{Q}\,\mathbf{X} \geq A; \\ x_i; \overline{x}_i = 1 \forall 0, \end{cases} \tag{6}$$

де A — граничне значення реактивної потужності, що споживається, $A = Q_{\text{доп}}$ для всіх випадків використання математичної моделі (1), $A = 0$ для всіх випадків використання математичних моделей (2) та (3).

Аналогічний аналіз, проведений для математичних моделей (4) та (5), дозволяє синтезувати математичну модель (7), що охоплює всі випадки їх використання

$$\begin{cases} Q_{\text{в}}(\mathbf{X}) = Q' - \Delta\mathbf{Q}\mathbf{X} \to \min; \\ \mathbf{X} + \overline{\mathbf{X}} = \mathbf{n}; \\ U' + \Delta\mathbf{U}\,\mathbf{X} \leq B; \\ x_i; \overline{x}_i = 1 \forall 0, \end{cases} \tag{7}$$

де B — граничне значення напруги в вузлі підключення КУ, $B = U_{\max\ \text{доп}}$ для всіх випадків використання математичної моделі (4), $B = U_{\min\ \text{доп}} + \varepsilon$ для всіх випадків використання математичної моделі (5), де ε — зона нечутливості пристрою керування.

Математична модель (7) гарантує визначення вектора керування, що забезпечує допустимі межі відхилень напруг.

Моделі (6) та (7) мають такі спільні властивості:

— пробний розв'язок $x_i = 0$, $i = 1, 2,...,m$; $\overline{x}_i = 1$, $i = 1, 2,..., m$ може бути взятий за опорний, що дає можливість використання відповідного алгоритму;

— кількість комутацій в пристрої керування в результаті реалізації визначеного розв'язку буде мінімальною.

Для моделей (6) та (7) узагальнювальною є модель (8), в якій зберігаються позитивні якості моделей (6) та (7)

$$\begin{cases} Q_{\text{в}}(\mathbf{X}) = Q' - \Delta\mathbf{Q}\mathbf{X} \to \min; \\ \mathbf{X} + \overline{\mathbf{X}} = \mathbf{n}; \\ C - \mathbf{D}\,\mathbf{X} \geq F; \\ x_i; \overline{x}_i = 1 \forall 0, \end{cases} \tag{8}$$

де C — коефіцієнт, який для випадків використання моделей (1), (2) та (3) (далі група випадків 1) дорівнює Q', а для випадків використання моделей (4) та (5) (далі група випадків 2) $C = (-U')$; $\mathbf{D}$ — матриця розмірністю $(1\times m)$, $\mathbf{D} = \Delta\mathbf{Q}$ для групи випадків 1, $\mathbf{D} = (-\Delta\mathbf{U})$ для групи випадків 2; F – вільний член, F = A для групи випадків 1, F = (-B) для групи випадків 2.

Застосовуючи симплекс-метод та визначаючи при цьому як опорний план відключення всіх секцій КУ, обмеження математичної моделі (8) слід подати у вигляді

$$\begin{pmatrix} \overline{\mathbf{X}} \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{n} \\ \text{K} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{n}_{\text{д}} \\ \mathbf{D} \end{pmatrix} \mathbf{X}, \tag{9}$$

де y — вільна змінна, що перетворює обмеження-нерівність в рівність, $\mathbf{n}_{\text{д}}$ — діагональна одинична матриця розмірністю $(m\times m)$, К — вільний член, К = (— F + C).

Кожна ітерація класичного симплекс-алгоритму передбачає розрахунок нових значень для компонент матриць $\begin{pmatrix} \mathbf{n} \\ \text{K} \end{pmatrix}$ та $\begin{pmatrix} \mathbf{n}_{\text{д}} \\ \mathbf{D} \end{pmatrix}$. Взявши до уваги те, що в результаті ітераційних розрахунків за симплекс-алгоритмом матриці $\mathbf{n}$ та $\mathbf{n}_{\text{д}}$ не змінюються (хоча на перерахунок кожного їх компонента потрібно виконати від однієї операції множення або ділення до одної множення та однієї додавання), доцільно пропонувати ефективніші обчислювальні методи для аналізу математичної моделі (8).

Процес пошуку оптимального плану дискретних математичних моделей, що розглядаються, починаючи з етапу розв'язання задачі, коли знайдено опорний розв'язок, можна здійснювати за методом динамічного програмування. Підставою для цього є те, що:

— процес подальшого розв'язання задачі можна розглядати як такий, що складається з окремих етапів, де етап — це знаходження розв'язку про включення чергової секції КУ;

— показник ефективності k-го етапу — $Q_{вk}$ визначається виключно параметром стану (k–1) етапу — $Q_{в(k-1)}$ та реалізацією рішення про включення відповідної секції КУ, яке приймається на k-му етапі, що є ознакою адитивності об'єкта керування.

Для задачі (8), яка охоплює всі випадки використання математичних моделей (1)—(5), весь процес розрахунку вектора керування можна здійснювати за методом динамічного програмування. Технічне обмеження-нерівність забезпечується шляхом формування на кожному етапі k множини допустимих до реалізації потужностей секцій КУ (для групи випадків 1) або добавок напруг (для групи випадків 2) — D_k. Елементи матриці $\mathbf{\Delta Q}$ — Q_i включаються до множини D_k за умови, коли відповідний елемент матриці $\mathbf{D}$, $d_i \le C - \sum_{j=1}^{k-1} d_j - F$, де d_j — елемент матриці $\mathbf{D}$, що визначений до реалізації на j-му етапі. Можливість включення елементів d_j до множини D_k не розглядається. Рішення, що приймається на етапі k, має визначатися із множини D_k.

Рекурентні співвідношення Р. Беллмана для даної задачі можна записати таким чином:

$$\left.\begin{aligned} &Q_{в1} = \min_{1\le r\le R_1}\left\{-\Delta Q_{r1} + Q'\right\};\\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ &Q_{вk} = \min_{1\le r\le R_k}\left\{-\Delta Q_{rk} + Q_{в(k-1)}\right\}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

де $Q_{вk}$ — оцінка стану системи на k-му етапі — реактивна потужність на вводі, якщо реалізувати всі розв'язки, що отримані на попередніх етапах, разом із даним; $\Delta Q_{rk} \in D_k$, $1 \le r \le R_k$.

Обчислювальний процес припиняється на етапі (n + 1), коли множина $D_{(n+1)}$ виявиться пустою.

Проводячи аналіз процесу обчислень за методом динамічного програмування, можна встановити, що до включення на кожному етапі із D_k вибирається секція КУ, що має найбільшу потужність. Тому для практичної реалізації виконаних досліджень в керуючий системі можна запропонувати таку обчислювальну процедуру, яка повністю еквівалентна (за результатами, як в цілому, так і на окремих етапах) тим, що виконуються за рекурентними співвідношеннями Р. Беллмана. Процедура ця має мінімум трудоємності для k-го етапу обчислень та виконується за таким алгоритмом:

Крок 1. Формується множина D_k із компонент матриці $\mathbf{\Delta Q'}_{(k-1)}$, для яких відповідні компоненти матриці $\mathbf{\Delta D'}_{(k-1)}$, $d_i \le C - \sum_{j=1}^{k-1} d_j - F$, де $\mathbf{\Delta Q'}_{(k-1)}$ та $\mathbf{\Delta D'}_{(k-1)}$ матриці, що отримані із матриць $\mathbf{\Delta Q}$ та $\mathbf{D}$ шляхом виключення компонент, які визначені до реалізації на попередніх $(k-1)$ етапах розв'язування задачі. Розмірність матриць $\mathbf{\Delta Q'}_{(k-1)}$ та $\mathbf{\Delta D'}_{(k-1)}$ — $[1\times(m-k-1)]$.

Крок 2. Якщо D_k пуста, то здійснюється перехід до кроку 7.

Крок 3. Із елементів множини D_k визначається найбільший за величиною елемент — $\Delta Q_{k\ max}$. Якщо таких елементів декілька, то вибирається будь-який із них.

Крок 4. Приймається рішення про включення відповідної секції КУ.

Крок 5. Із матриць $\mathbf{\Delta Q'}_{(k-1)}$ та $\mathbf{\Delta D'}_{(k-1)}$ вилучаються компоненти, що відповідають секції, визначеної до включення на даному етапі k.

Крок 6. Здійснюється перехід до кроку 1.

Крок 7. Оптимальний розв'язок отримано. Розрахунки припиняються.

Висновки

1. Синтез математичних моделей керування КУ слід здійснювати, враховуючи такі вимоги до системи керування: простота алгоритму та мінімум комутацій в пристрої керування.

2. Всі випадки, що можуть мати місце при керуванні реактивною потужністю в системах електропостачання, охоплюються розробленою математичною моделлю, коефіцієнти якої набувають тих або інших значень в залежності від ситуації, яка склалась в промисловій електричній мережі.

3. Для аналізу синтезованої математичної моделі керування КУ доцільно, керуючись розробленими рекурентними співвідношеннями, скористатись обчислювальною процедурою методу динамічного програмування, яка потребує мінімальної кількості елементарних арифметичних операцій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Рогальський Б. С. Проблеми енергозбереження. Зниження втрат електроенергії в електричних мережах. — Вінниця: ВДТУ, 1996. — 111 с.

2. Терешкевич Л. Б., Хінді Айман Тахер. Математичні моделі та алгоритм оптимального управління графіком реактивної потужності промислового підприємства // Проблемы создания новых машин и технологий. — 2001. —№ 1 — С. 308—311.

3. Чунихин А. А. Электрические аппараты. — М.: Энергия, 1967. — 536 с.

Рекомендована кафедрою електротехнічних систем електроспоживання та енергозбереження

Надійшла до редакції 27.04.04
Рекомендована до друку 16.06.05

Терешкевич Леонід Борисович — доцент кафедри електротехнічних систем електроспоживання та енергозбереження.

Вінницький національний технічний університет