

УДК 621.372

А. П. Бондарєв, к. т. н., доц.

ШУМОВІ СМУГИ УТРИМАННЯ І СХОПЛЕННЯ ПРИСТРОЇВ СИНХРОНІЗАЦІЇ

Запропоновано підхід до аналізу завадостійкості пристроїв синхронізації, який дозволяє визначити фізичну границю можливості синхронізації під впливом шумів та уніфікувати аналіз впливу випадкових та детермінованих завад.

Вступ

Сучасні приймачі радіосигналів містять пристрої синхронізації, які визначають якість і саму можливість прийому сигналів на фоні завад. Класичні означення завадостійкості та методи її аналізу базуються на визначенні кількісних імовірнісних показників точності приймання сигналу. Недоліками такого підходу є необхідність апріорного завдання гранично допустимої імовірності помилки, використання складного математичного апарату аналізу розподілу імовірностей та принципова несумісність з аналізом впливу детермінованої завади як за методами, так і за формою подання результатів. Наведені в цій роботі означення і результати дозволяють визначити фізичну границю можливості синхронізації під впливом шумів та уніфікувати аналіз впливу випадкових та детермінованих завад.

Постановка проблеми

Математичною моделлю пристрою синхронізації під впливом шуму є стохастичне рівняння

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = \frac{y}{\pi\beta} - \frac{m}{\pi\beta} \left[\sin \pi x + \frac{n_0(\tau)}{\sqrt{\rho}} \right]; \\ \frac{dy}{d\tau} = \gamma - y - (1 - m) \left[\sin \pi x + \frac{n_0(\tau)}{\sqrt{\rho}} \right]. \end{cases} \quad (1)$$

В (1) позначено $x = \varphi/\pi$ — нормована миттєва різниця фаз еталонного сигналу та керованого генератора ФАПЧ, y — відношення миттєвої різниці частот еталонного сигналу та керованого генератора до смуги утримання ФАПЧ за відсутності завад; τ — час, нормований до сталої часу ПФФ; β — відношення смуги пропускання ПФФ до смуги утримання; γ — нормоване до смуги утримання початкове непогодження частот сигналу і керованого генератора; m — коефіцієнт пропорційності ПФФ; ρ — відношення сигнал/шум (за потужністю) у смузі пропускання ПФФ; n_0 — дельта-корельований випадковий процес одиничної інтенсивності. Рівняння (1) описують двовимірний марківський процес неоднорідний у просторі фазових змінних. Розв'язок цього рівняння подають як ансамбль реалізацій, або як змінний в часі багатовимірний розподіл імовірності $W(X, t)$, який задовольняє рівняння Фокера-Планка.

Аналіз стохастичного рівняння в часовій площині показав [1], що типові реалізації процесу $X(t)$ містять стаціонарні флуктуації навколо одного зі станів рівноваги та нестаціонарні переходи в окіл сусіднього стану рівноваги, тобто проковзування циклів. Для малих шумів проковзування циклів є нечастими і короткотривалими, тобто процес $X(t)$ можна вважати стаціонарним із дискретними проковзуваннями (рис. 1а). Із зростанням рівня шумів проміжки стаціонарності скорочуються, а тривалість проковзування зростає, що означає погіршення якості синхронізації. Починаючи з деякого рівня шумів проміжки стаціонарності зникають, процес $X(t)$ стає суттєво нестаціонарним, а синхронізація неможливою (рис. 1б).

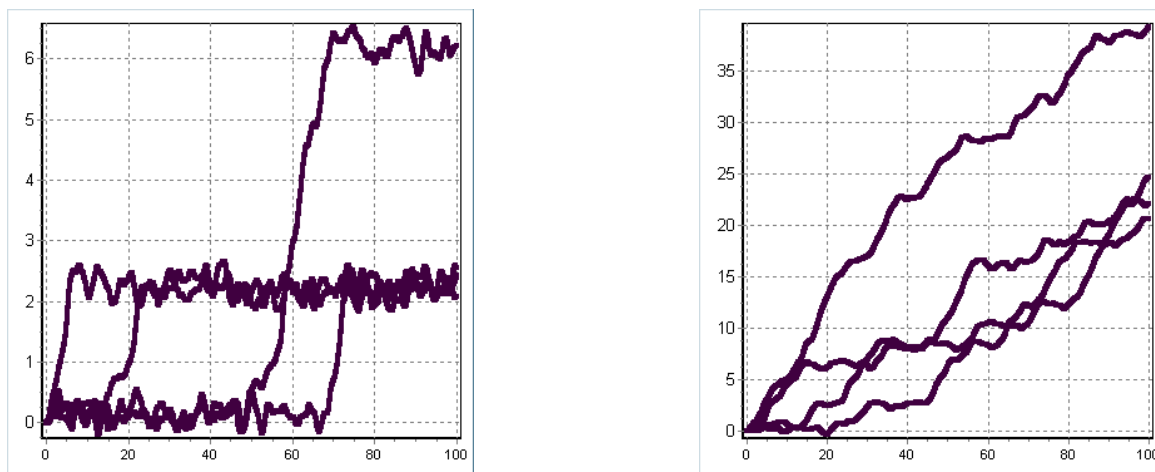


Рис. 1. Приклади реалізацій випадкового процесу $X(t)$ для малих (а) та великих (б) рівнів шуму

Аналіз еволюції розподілу імовірності $W(X,t)$ шляхом чисельного розв'язування рівняння Фокера-Планка в часткових похідних при різноманітних початкових розподілах та різних рівнях шумів [2, 3] показав, що на поведінку розподілу імовірності повної різниці фаз впливають дві тенденції, а саме: встановлення форми розподілу в околі одного зі станів рівноваги та дифузія в околі сусідніх станів рівноваги, що проявляється у вигляді виникнення та зникнення додаткових мод розподілу і зміни вагових коефіцієнтів окремих мод. Еволюція розподілу імовірності $W(X, t)$ для малих шумів характерна тим, що другий максимум розподілу повної різниці фаз (друга мода) виникає тільки після встановлення розподілу в околі одного стану рівноваги (рис. 2а), а для великих шумів другий максимум виникає раніше встановлення форми розподілу (рис. 2б).

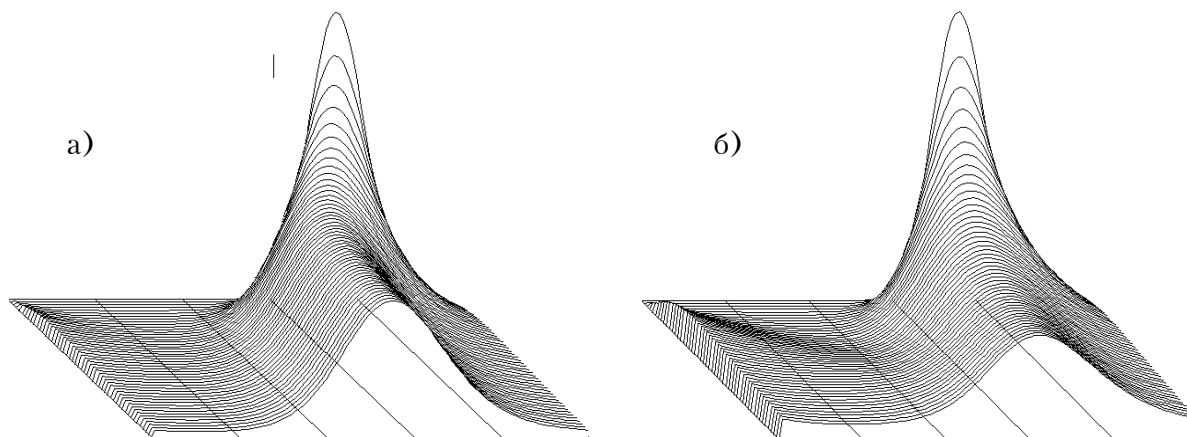


Рис. 2. Еволюція розподілу імовірності $W(X,t)$ для малих (а) та великих (б) рівнів шуму

Ці якісні відмінності, виявлені як часовим аналізом миттєвих значень реалізацій випадкового процесу, так і аналізом еволюції розподілу імовірності, дозволяють визначити граничну можливість синхронізації в шумах.

Однак, розв'язування рівняння Фокера-Планка або стохастичного рівняння вимагає великих обчислювальних витрат. В першому випадку це викликано необхідністю врахування великої кількості відліків розподілу імовірності, а в другому — необхідністю аналізу великої кількості реалізацій нестационарного випадкового процесу. Ці обчислювальні витрати ускладнюють (а подекуди і унеможливають) перебір параметрів пристрою синхронізації з метою виявлення граничних допустимих значень.

Результати дослідження

Методами кумулянтного аналізу [4, 5] вдалося перейти від стохастичного рівняння до звичайних диференціальних рівнянь для статистичних характеристик випадкового процесу (рівнянь еволюції кумулянтів) [6]:

$$\begin{aligned}\frac{dm_x}{d\tau} &= \frac{1}{\pi\beta} [m_y - mE \sin \pi m_x]; \\ \frac{dm_y}{d\tau} &= \gamma - m_y - (1-m)E \sin \pi m_x; \\ \frac{dD_x}{d\tau} &= \frac{2}{\pi\beta} [\kappa - m\pi E D_x \cos \pi m_x] + \frac{m^2}{\rho(\pi\beta)^2}; \\ \frac{dD_y}{d\tau} &= -2D_y - 2(1-m)\pi E \kappa \cos \pi m_x + \frac{(1-m)^2}{\rho}; \\ \frac{d\kappa}{d\tau} &= \frac{D_y}{\pi\beta} - \kappa - \left[\frac{m\kappa}{\pi\beta} + (1-m)D_x \right] \pi E \cos \pi m_x + \frac{m(1-m)}{\rho\pi\beta}.\end{aligned}\quad (2)$$

Тут m_x, m_y, D_x, D_y — середні значення і дисперсії фазової і частотної похибок відповідно. Кумулянт 2-го порядку κ характеризує кореляцію фази і частоти, $E = \exp(-D_x/2)$.

Розв'язки рівняння еволюції кумулянтів відображають стан стохастичної системи у вигляді поведінки характерного перетину двовимірної густини імовірності на фазовому портреті системи.

Крім зменшення обчислювальних витрат, перехід до рівнянь еволюції кумулянтів дозволив запровадити означення граничних параметрів пристрою і сигналів, подібні до аналогічних означень детермінованих систем [7].

Означення 1. Шумова смуга утримання (ШСУ) — область простору параметрів, для якої існує стаціонарний розв'язок рівняння еволюції кумулянтів.

Означення 2. Шумова смуга схоплення (ШСС) — область простору параметрів, для якої існують як завгодно віддалені від стаціонарного розв'язку початкові умови, які приводять до стаціонарного розв'язку.

Отримані значення ШСУ та ШСС у вигляді залежностей граничного частотного розузгодження (γ) від інтенсивності шуму (N) та інерційності пристрою (β^{-1}) показані на рисунках 3 і 4. Параметр γ — це різниця частоти сигналу та власної частоти керованого генератора, віднесена до смуги утримання автономної системи, N — відношення потужності шумової завади у смузі пропускання фільтра сигналу розузгодження до потужності вхідного сигналу, β — відношення смуги пропускання фільтра до смуги утримання автономної системи. На рис. 4 зображені залежності ШСС, а ШСУ збігається з ШСС для малих інерційностей системи ($\beta = 2$).

ШСС за відсутності шуму ($N = 0$) аналогічна до відомої кривої Трикомі. Зі зростанням рівня шумів як шумова смуга утримання, так і шумова смуга схоплення звужуються, і з деякими рівня-

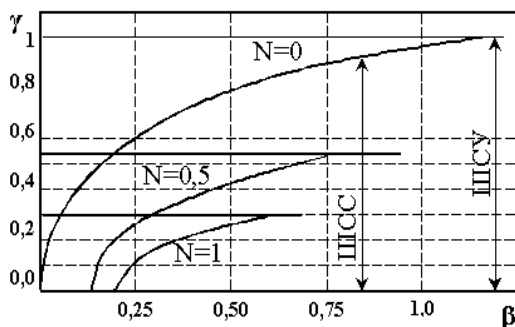


Рис. 3. Залежність ШСУ та ШСС від інерційності ФАПЧ

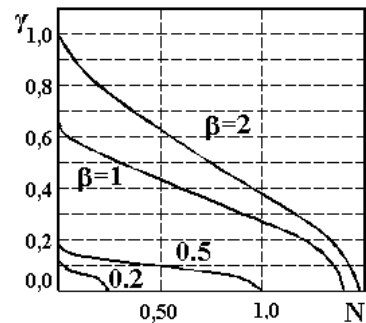


Рис. 4. Залежність ШСУ і ШСС від інтенсивності шуму

ми шумів спочатку схоплення, а відтак і утримання стають неможливими. ШСУ не залежить від інерційності системи, а ШСС розширюється із зменшенням інерційності (зі зростанням β). Характерною особливістю є те, що за наявності шумової завади ($N = 0,5$ та $N = 1,0$ на рис. 3) для вузької смуги пропускання фільтра сигналу розузгодження ($\beta < 0,2$) схоплення сигналу стає неможливим навіть в разі точної настройки керованого генератора на частоту сигналу ($\gamma = 0$).

Висновки

Таким чином, в роботі запропоновано описувати випадкові процеси в динамічних системах (зокрема пристроях синхронізації) еволюцією статистичних характеристик (кумулянтів) розподілу імовірності і встановлено основні закономірності такої поведінки. Такий підхід дозволив означити і визначити граничну завадостійкість синхронізації, смуги утримання і схоплення пристроїв синхронізації у разі дії шумів. Подальше використання описаного підходу дозволить обирати параметри пристроїв синхронізації, оптимальні з точки зору завадостійкості, а також визначати гранично допустимі рівні завад у разі комбінованого впливу детермінованих і шумових завад різних типів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бондарев А. П., Коханий І. О. Шумові бифуркації безфільтрової ФАПЧ в часовій області // Моделювання та інформаційні технології. Вип. 25. — 2005.
2. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — Москва: Сов. радио, 1977. — 488 с.
3. Мандзий Б. А., Бондарев А. П. Качественный анализ статистической динамики системы ФАПЧ // Известия ВУЗов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника. — 1988. — № 12.
4. Малахов А. Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. — М.: Сов. радио, 1978, — 376 с.
5. Шалфеев В. Д. Использование кумулянтного анализа для исследования СФС. Системы фазовой синхронизации. — М.: Радио и связь, 1982. — С. 95—103.
6. Бондарев А. П., Мандзий Б. А. Аналіз граничної завадостійкості системи фазової синхронізації. Теоретична електротехніка. — № 54. — 1998 р.
7. Бондарев А. П. Теоретичні засади аналізу завадостійкості пристроїв синхронізації // Вісник НУ «ЛП» Радіоелектроніка та телекомунікації — 2004. — № 508.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом конференції «Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та приладобудування» (2—5.07.05)

Надійшла до редакції 11.07.05
Рекомендована до друку 21.07.05

Бондарев Андрій Петрович — доцент кафедри ТРР
Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів