

УДК 621.317.772

В. Д. Рудик, к. т. н., доц.;

С. Ф. Гончар, студ.

НЕСТАЦІОНАРНІ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАЧІВ ЧАСОВИХ ЗСУВІВ

Наведено рекомендації з розробки методів обробки короткочасних сигналів та оптимальних структур багатоканальних вимірювачів часових параметрів цих сигналів. Розглянуто алгоритм обробки сигналів для уникнення нестационарної часової похибки та наведено пристрій, який реалізує зазначений алгоритм.

Вступ

Великий клас вимірювальних задач, таких як, вимірювання частоти, фазових зсувів, групового часу затримки та інших параметрів, розв'язується через визначення часових зсувів характерних точок сигналу. Але, обмежена тривалість сигналу, або обмеження часу вимірювання, приводить до необхідності визначення похибки нестационарності, яка в свою чергу, є функцією часу, залежить від характеру сигналу, порядку і характеру інерційності вимірювального каналу.

Дослідження [1], [2], [3] дозволили розглянути процеси усталення фази сигналу та часового положення характерних його точок, в залежності від початкової фази, для моделей вимірювальних каналів не вище другого порядку. Ускладнення моделі каналу викликає зміну характеру поведінки сигналів і потребує додаткового дослідження.

Метою даної роботи є розробка загальних принципів аналізу нестационарних часових похибок на основі аналізу нестационарних процесів в лінійних вимірювальних каналах, що подаються у вигляді лінійної моделі n -го порядку, визначення шляхів мінімізації впливу вказаних похибок, розроблення методів зменшення нестационарних часових похибок та пристроїв, що реалізують ці методи.

1. Визначення та аналіз нестационарної часової похибки

Для дослідження похибок нестационарності, час $t_{\text{вих}}$, який визначає положення характерних точок сигналу у вимірювальному каналі подамо у вигляді

$$t_{\text{вих}} = t_{\text{вх}} + \Delta t_{\text{ст}} + \Delta t_{\text{нс}}, \quad (1)$$

де $t_{\text{вх}}$ — часове положення характерних точок вхідного сигналу, наприклад максимального, мінімального або нульового його значення; $\Delta t_{\text{ст}}$ — стаціонарна складова часового зсуву; $\Delta t_{\text{нс}}$ — нестационарна складова.

Нестационарна складова часового зсуву, надалі абсолютна нестационарна часова похибка, може бути визначена на підставі аналізу аргументу $\varphi(t)$ комплексно-значної функції $\dot{U}_{\text{вих}}(t)$, зображення якої знаходиться з виразу

$$U_{\text{вих}}(p) = K(p) \cdot U_{\text{вх}}(p), \quad (2)$$

де $K(p)$ — передатна характеристика каналу, а $U_{\text{вх}}(p)$ — зображення вхідного сигналу.

Лінійною моделлю вимірювального каналу першого порядку вважаємо ланку з передатною характеристикою

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{K_0}{(1 + j\omega_0\tau)}, \quad (3)$$

а моделлю вимірювального каналу n -го порядку — сукупність аналогічних ланок із загальною передатною характеристикою

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{K_1 K_2 \dots K_n}{(1 + j\omega_0 \tau_1)(1 + j\omega_0 \tau_2) \dots (1 + j\omega_0 \tau_n)}, \quad (4)$$

де K_1, K_2, \dots, K_n — коефіцієнти передачі ланок; $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ — сталі часу ланок.

Вхідний сигнал будемо розглядати як гармонічне коливання, що вмикається в момент часу $t = 0$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{вх}}(t) &= 0, & \text{для } t < 0, \\ \dot{U}_{\text{вх}}(t) &= U_m e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}, & \text{для } t \geq 0, \end{aligned} \quad (5)$$

де $U_m, \omega_0 = 2\pi f, \varphi_0$ — відповідно амплітуда, частота і початкова фаза вхідного сигналу.

Підставивши зображення функцій (3) і (5) у вираз (2), отримуємо:

$$U_{\text{вих}}(p) = \frac{U_m K_1 K_2 \dots K_n e^{j\varphi_0}}{(p - j\omega_0)(1 + p\tau_1)(1 + p\tau_2) \dots (1 + p\tau_n)} = \frac{F}{Q(p)}. \quad (6)$$

Функція (6) має смуги в точках

$$p_1 = j\omega_0; \quad p_2 = -\frac{1}{\tau_1}; \quad p_3 = -\frac{1}{\tau_2}; \dots; \quad p_{n+1} = -\frac{1}{\tau_n}.$$

Використовуючи загальну форму теореми розкладання для випадку простих коренів, знаходимо оригінал вихідного сигналу:

$$\dot{u}_{\text{вих}}(t) = U_m K_1 K_2 \dots K_n e^{j\varphi_0} \left(\frac{e^{j\omega_0 t}}{\left. \frac{d}{dp} Q(p) \right|_{p=j\omega_0}} + \frac{e^{(-t/\tau_1)}}{\left. \frac{d}{dp} Q(p) \right|_{p=-\frac{1}{\tau_1}}} + \dots + \frac{e^{(-t/\tau_n)}}{\left. \frac{d}{dp} Q(p) \right|_{p=-\frac{1}{\tau_n}}} \right). \quad (7)$$

Враховуючи, що часовий і фазовий зсуви пов'язані співвідношенням $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega_0}$ на підставі (1), загальний вираз для визначення абсолютної нестационарної часової похибки буде мати вигляд

$$\Delta t_{\text{нс}} = \frac{1}{\omega_0} \left[\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \{ \dot{u}_{\text{вих}}(t) \}}{\operatorname{Re} \{ \dot{u}_{\text{вих}}(t) \}} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \{ \dot{K}(j\omega) \}}{\operatorname{Re} \{ \dot{K}(j\omega) \}} - \omega_0 t - \varphi_0 \right]. \quad (8)$$

Для ідентичних ланок, тобто: $K_1 = K_2 = \dots = K_n = K_0, \quad \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_n = \tau$, вирази (4), (6) і (7) відповідно матимуть вигляд

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{K_0^n}{(1 + j\omega_0 \tau)^n}, \quad (9)$$

$$U_{\text{вих}}(p) = \frac{U_m K_0^n e^{j\varphi_0}}{(p - j\omega_0)(1 + p\tau)^n}. \quad (10)$$

$$\dot{u}_{\text{вих}}(t) = U_m K_0^n e^{j\varphi_0} \left\{ \frac{e^{j\omega_0 t}}{(1 + j\omega_0 \tau)^n} + e^{-\frac{t}{\tau}} \sum_{i=1}^n \frac{t^{n-i}}{(n-i)!} \left[\frac{(-1)^{i-1}}{(p - j\omega_0)^i} \right]_{p=-\frac{1}{\tau}} \right\}. \quad (11)$$

Нормована до періоду нестационарна часова похибка γ_t може бути визначена як

$$\gamma_t = \frac{\Delta t_{\text{нс}}}{T_0}. \quad (12)$$

Аналіз нормованої до періоду нестационарної часової похибки, проведений для вимірювальних каналів, які подані у вигляді моделі 1-го, 2-го, 3-го, 4-го порядків, рис. 1 (відповідно а, б, в, г), по-

казує, що в момент часу $t = 0$ похибка сягає максимального значення, зі зростанням часу t похибка носить згасальний коливальний характер. Абсолютне значення похибки визначається порядком моделі каналу. Похибка сягає максимуму в точках з нульовим значенням миттєвої амплітуди сигналу, тобто точках нуль-переходів, і нульових значень — в точках близьких до екстремальних значень сигналу, тобто максимумів та мінімумів. Отримані залежності дозволяють визначити часові положення точок сигналу, де нестационарна часова похибка дорівнює нулю.

Дослідження проведені для випадку співвідношення частот $\frac{f_B}{f_0} = 1$, де f_0 — частота вхідного сигналу, $f_B = \frac{1}{2\pi\tau}$ — верхня частота каналу.

Аналіз залежностей $\gamma_t = f\left(\frac{f_B}{f_0}\right)$, рис. 2, отриманих для аналогічних моделей і параметрів сигналу показує, що зі зростанням відношення $\frac{f_B}{f_0}$ нестационарна часова похибка зменшується. Вказані значення наведені для часу $t = 0$.

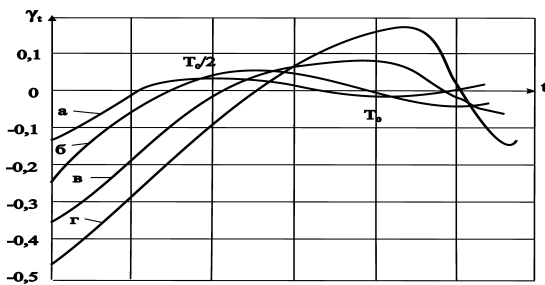


Рис. 1. Залежність нормованої нестационарної часової похибки від часу фіксації для різних моделей вимірювальних каналів

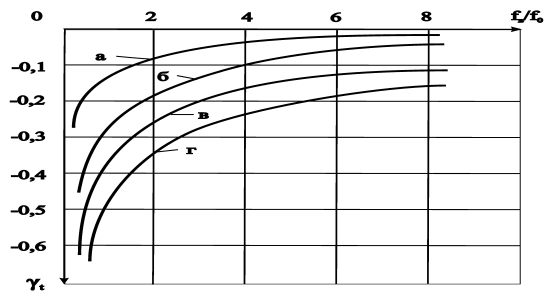


Рис. 2. Залежність нормованої нестационарної часової похибки від співвідношення f_B/f_0 для різних моделей вимірювальних каналів

Порівняльний аналіз нормованої нестационарної часової похибки для випадку фіксації часового зсуву опорного та досліджуваного сигналів по точках нуль-переходів $|\gamma_t^0| = \left| \frac{\Delta t_{\text{НС}}^0}{T_0} \right|$ або за екстре-

мальними значеннями сигналів $|\gamma_t^{\text{ext}}| = \left| \frac{\Delta t_{\text{НС}}^{\text{ext}}}{T_0} \right|$, рис. 3, проведений для різних моделей вимірювальних каналів, рис. 4, показує, що фіксація за зсувом екстремальних значень сигналів дозволяє зменшити вплив похибки нестационарності. Виграш при цьому між похибками $|\gamma_t^{\text{ext}}|$ і $|\gamma_t^0|$ складає 1,6; 1,8; 2,1; 3,2 раз відповідно для моделей 1-го, 2-го, 3-го, 4-го порядків. Дослідження проведені для 1-го, і 3-го нуль-переходів, 1-го, 2-го максимумів та 1-го мінімуму.

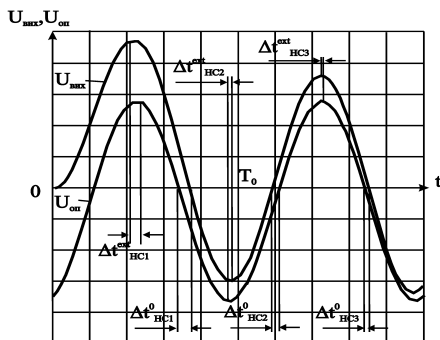


Рис. 3. Абсолютні нестационарні часові похибки в точках екстремумів та нуль-переходів сигналу

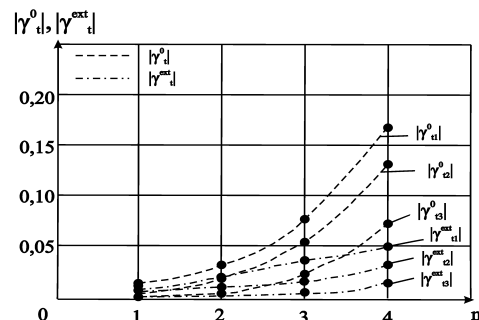


Рис. 4. Залежність нормованої нестационарної часової похибки від порядку моделі вимірювального каналу

2. Методи зменшення впливу нестационарних часових похибок

Обробка сигналів шляхом їх однократного диференціювання дає можливість зменшити вплив нестационарної часової похибки у разі фіксації по точках нуль-переходів, оскільки точкам нуль-переходів продиференційованих сигналів будуть відповідати точки екстремальних значень сигналів $U_{\text{вих}}$ і $U_{\text{оп}}$, рис. 5а.

Нормована нестационарна часова похибка $\gamma_{\text{диф}}$ в цьому випадку буде визначатися з виразу

$$\gamma_{\text{диф}} = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{arctg} \left\{ \frac{\hat{u}_{\text{вих.диф}}(t)}{\frac{d\{u_{\text{вих}}(t)\}}{dt}} \right\} - \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\hat{u}_{\text{оп.диф}}(t)}{\frac{d\{u_{\text{оп}}(t)\}}{dt}} \right\} \right], \quad (13)$$

де $\frac{d\{u_{\text{вих}}(t)\}}{dt} = N((E/\tau)\sin(M) + \omega_0 \cos(L)) = u_{\text{вих.диф}}(t)$ — однократно продиференційований досліджуваний сигнал;

$\frac{d\{u_{\text{оп}}(t)\}}{dt} = N\omega_0 \cos(L) = u_{\text{оп.диф}}(t)$ — однократно продиференційований опорний сигнал;

$\hat{u}_{\text{вих.диф}}(t) = N((E/\tau)\cos(M) + \omega_0 \sin(L))$ — сигнал, спряжений за Гільбертом з однократно продиференційованим досліджуваним сигналом;

$\hat{u}_{\text{оп.диф}}(t) = N\omega_0 \sin(L)$ — сигнал, спряжений за Гільбертом з однократно продиференційованим опорним сигналом,

де N, E, M, L — коефіцієнти, що дорівнюють:

$$N = \sqrt{(\omega_0 \tau)^2 + 1}; \quad E = e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad M = \varphi_0 - \operatorname{arctg}(\omega_0 \tau); \quad L = \omega_0 t + M.$$

Аналіз нормованої нестационарної часової похибки у разі оброблення сигналів методом однократного диференціювання сигналів (13) показує, що значення похибок при фіксації сигналів по екстремумах γ_{t1}^{ext} , γ_{t2}^{ext} в такому випадку, відповідають нестационарним часовим похибкам фіксації характерних точок по нуль-переходах продиференційованих сигналів, рис. 5б. Моменти часу t_1 , t_2 , t_3 відповідають нульовим значенням похибки при фіксації за мінімальними і максимальними значеннями продиференційованих сигналів.

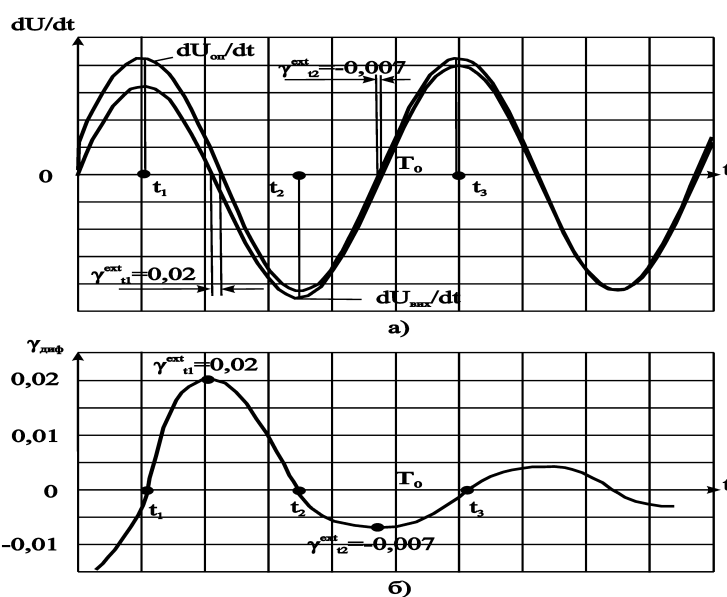


Рис. 5. Форма сигналів (а), та нормована нестационарна часова похибка (б) у разі оброблення сигналів методом однократного диференціювання

Застосування подвійного диференціювання сигналів дозволяє виключити вказану похибку, оскільки точкам нуль-переходів подвійно продиференційованих сигналів будуть відповідати точки

екстремальних значень однократно продиференційованих сигналів, в яких нестационарна часова похибка дорівнює нулю, рис. 6б (точки t_1, t_2, t_3).

Нормована нестационарна часова похибка $\gamma_{2\text{диф}}$ в цьому випадку буде визначатися з виразу

$$\gamma_{2\text{диф}} = \frac{1}{2\pi} \left[\arctg \left\{ \frac{\hat{u}_{\text{вих.2диф}}(t)}{\frac{d^2\{u_{\text{вих}}(t)\}}{dt^2}} \right\} - \arctg \left\{ \frac{\hat{u}_{\text{оп.2диф}}(t)}{\frac{d^2\{u_{\text{оп}}(t)\}}{dt^2}} \right\} \right], \quad (14)$$

де $\frac{d^2\{u_{\text{вих}}(t)\}}{dt^2} = N \left(-\left(\frac{E}{\tau^2} \right) \sin(M) - \omega_0^2 \sin(L) \right) = u_{\text{вих.2диф}}(t)$ — подвійно продиференційований досліджуваний сигнал,

$\frac{d^2\{u_{\text{оп}}(t)\}}{dt^2} = -N\omega_0^2 \sin(L) = u_{\text{оп.2диф}}(t)$ — подвійно продиференційований опорний сигнал,

$\hat{u}_{\text{вих.2диф}}(t) = N \left(-\left(\frac{E}{\tau^2} \right) \cos(M) - \omega_0^2 \cos(L) \right)$ — сигнал, спряжений за Гільбертом з подвійно продиференційованим досліджуваним сигналом,

$\hat{u}_{\text{оп.2диф}}(t) = -N\omega_0^2 \cos(L)$ — сигнал, спряжений за Гільбертом з подвійно продиференційованим опорним сигналом, де N, E, M, L — коефіцієнти, що дорівнюють:

$$N = \sqrt{(\omega_0\tau)^2 + 1}; \quad E = e^{-\frac{t}{\tau}};$$

$$M = \varphi_0 - \arctg(\omega_0\tau); \quad L = \omega_0 t + M.$$

Для ідеальних сигналів застосування методу подвійного диференціювання дозволяє виключити вплив рної часової похибки.

Структура, яка реалізує розглянуті методи оброблення сигналів для уникнення нестационарної часової похибки у вимірювальних каналах, зображена на рис. 7.

Сигнали $U_{\text{вих}}(t)$ і $U_{\text{оп}}(t)$ вального і опорного каналів надходять на входи пристроїв, які виконують рацію диференціювання, відповідно ДИФ1 і ДИФ2. З виходів ДИФ1 і ДИФ2 продиференційовані сигнали надходять на входи ДИФ3 і ДИФ4, аналогічних ДИФ1 і ДИФ2. З виходів ДИФ3 і ДИФ4 подвійно продиференційовані сигнали $U_{\text{вих}}(t)$ і $U_{\text{оп}}(t)$ надходять на входи вимірювача ВИМ.

Застосування розглянутого

лення дозволяє, у випадку ідеальних сигналів, повністю виключити вплив нестационарної часової похибки.

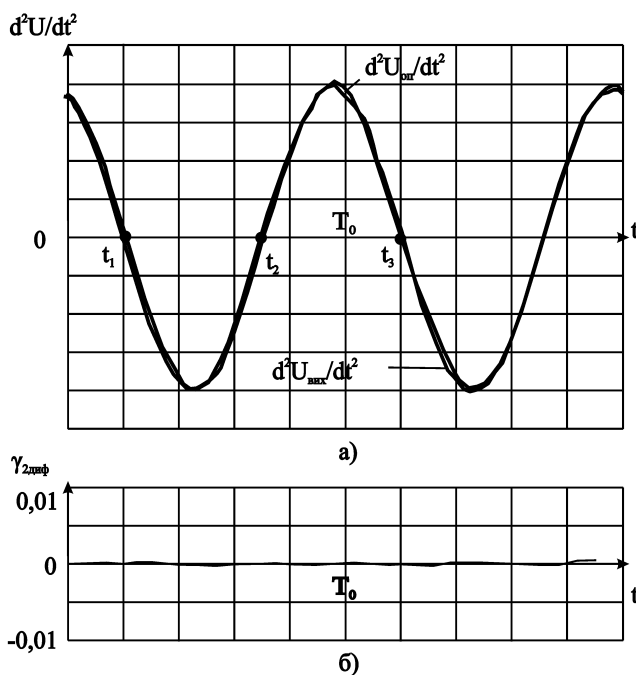


Рис. 6. Форма сигналів (а), та нормована нестационарна часова похибка (б) у разі оброблення сигналів методом подвійного диференціювання

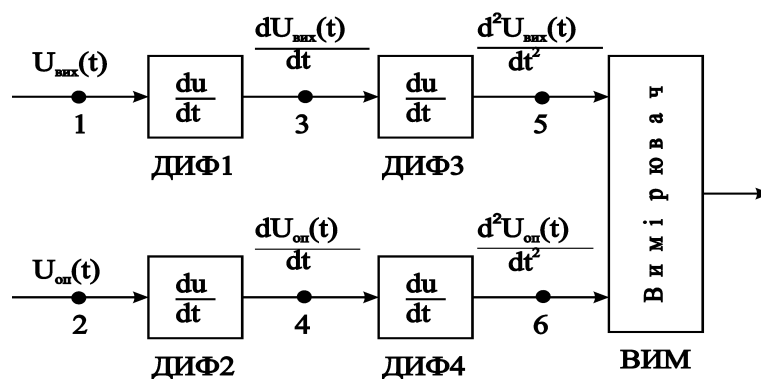


Рис. 7. Оброблення сигналів, що виключає вплив нестационарної часової похибки

Висновки

1. Розроблено загальні принципи оцінювання нестационарних часових похибок в лінійних вимірювальних каналах на основі аналізу аргументу комплексно-значної функції відгуку моделі каналу на вхідний сигнал.

2. Нестационарна часова похибка є функцією часу, залежить від порядку моделі вимірювального каналу і параметрів сигналу.

3. Зменшення впливу часової похибки нестационарності можливо шляхом фіксації часового зсуву сигналів за їх екстремальними значеннями, а не за нуль-переходами. Виграш при цьому буде складати 1,6; 1,8; 2,1; 3,2 рази, для моделей 1...4 порядків, відповідно.

4. Запропоновано додаткове оброблення сигналів для уникнення впливу нестационарної часової похибки у вимірювальних каналах, яка базується на однократному або подвійному диференціюванні сигналів. Виграш у разі оброблення сигналів методом однократного диференціювання буде складати 1,6 раз при фіксації по нуль-переходах, а метод подвійного диференціювання дозволяє виключити вплив нестационарної часової похибки у випадку ідеальних сигналів.

5. Наведено структуру пристрою, який реалізує запропоновану обробку сигналів, що ґрунтується на методах однократного та подвійного диференціювання і дозволяє уникнути впливу нестационарної часової похибки у вимірювальних каналах.

6. Аналіз нестационарних часових похибок може бути одним з етапів синтезу сучасних швидкодійних засобів вимірювання, алгоритм роботи яких повинен максимально використовувати тривалість сигналу і виключати або мінімізувати вплив нестационарності.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Рудик В. Д. Визначення похибки усталення вимірювачів миттєвих значень короткочасних процесів // Вісник ВПІ. — 1995. — № 1. — С. 52—55.
2. Рудик В. Д., Гончар С. Ф. Методи визначення часової похибки усталення вимірювальних каналів // Вісник ВПІ. — 1997. — № 2. — С. 83—88.
3. Рудик В. Д. Похибки перетворення фазовий зсув—часовий інтервал сигналів обмеженої тривалості. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2000. — № 1. — С. 65—69.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом конференції «Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та приладобудування» (2—5. 07.05)

Надійшла до редакції 11.07.05
Рекомендована до друку 21.07.05

Рудик Вадим Данилович — доцент кафедри радіотехніки; **Гончар Сергій Феодосійович** — студент Інституту магістратури, аспірантури і докторантури.

Кафедра радіотехніки, Вінницького національного технічного університету