

УДК 536.423

С. Й. Ткаченко, д. т. н., проф; Н. Д. Степанова, асп.

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДВОФАЗНИХ ТЕЧІЙ У ДРЕНАЖНИХ СИСТЕМАХ

*Розглянуто параметри, що впливають на рух двофазних потоків в трубопроводах. Розроблено математичну модель дренажної системи, яку побудовано на основі рівнянь збереження енергії і суцільності потоку з урахуванням геометричних особливостей системи, структури двофазного потоку, ковзання фаз, стисливості потоку та дисипації енергії.*

### Вступ

Рух насиченої рідини трубопроводами широко розповсюджений у елементах теплотехнологічних систем, в тому числі і у дренажних системах. Дренажними системами вважаємо системи відведення конденсату від теплотехнологічного обладнання, лінії періодичних продувок на парових котлах та інші системи трубопроводів, в яких рухається насичена вода з парою або вода із температурою близькою до температури насичення. Враховуючи різноманітність систем за геометричним характером та процесами, що відбуваються під час течії рідини, що самозакіпає, дренажні системи слід вважати складними системами.

В дренажних системах реалізуються як дозвукові так і трансзвукові двофазні течії. Наявні методики розрахунків пропускної спроможності трубопроводів дають розбіжність у 2–4 рази. На даний час існує велика кількість експериментальних досліджень гідродинаміки руху рідини, що закипає, у коротких каналах різної форми та поодинокі дослідження у довгих каналах, причому більшість із них отримані на трубах та насадках малих діаметрів, що не відповідає масштабам теплоенергетичних установок. Тому чітких рекомендацій щодо розрахунку дренажних систем із урахуванням геометричних особливостей практично не існує.

### Постановка задачі

В результаті аналізу літературної інформації нами до уваги взята така градація каналів, в яких рухається рідина, що закипає: короткі, середні і довгі. Дренажними системами є, як правило, довгі канали, що працюють в області невисокого тиску. Нами дренажні системи розглядаються як:

- системи з наявністю значної кількості місцевих опорів, в яких відбувається гомогенізація потоку;
- системи з наявністю прямих ділянок постійного перерізу, в яких формуються структури потоків з явно вираженим ковзанням фаз.

Рух насиченої рідини в каналах характеризується масовою швидкістю  $m$ , яка згідно з рівнянням суцільності потоку в каналах постійного перерізу залишається постійною по всій довжині. На основі теорії подібності, враховуючи різні умови течії, з літератури [1] відома критеріальна залежність для визначення витратної характеристики

$$m = f(\bar{L}, Re, Fr, We, \varphi), \quad (1)$$

де  $\bar{L}$  – безрозмірна геометрична характеристика каналу;  $Re$  – критерій Рейнольдса, що відповідає швидкості циркуляції у каналі;  $Fr$  – критерій Фруда;  $We$  – критерій Вебера;  $\varphi$  – дійсний об'ємний газовміст.

Більшість авторів, досліджуючи критичний потік рідини, що закипає в каналах, представляють витратну характеристику у вигляді добутку відповідної характеристики однофазної (холодної) рідини на коефіцієнти, що враховують пароутворення, довжину каналу і недогрів рідини до температури насичення.

Авторами на підставі літературних джерел виявлені загальні параметри, що впливають на витікання рідини з каналів різної форми, серед яких:

- недогрів рідини до температури насичення в розмірному вигляді  $\Delta t_S = t_S - t_0$  і в безрозмірному вигляді  $\theta = t_0/t_S$ ,  $\theta = \Delta T_{\text{вх}}/T_{\text{кр}}^{\text{ТД}}$ ,  $\delta P_{S0} = (P_0 - P_{S0})/P_0$ , де  $t_S$  – температура насичення рідини, що відповідає тиску на вході у систему  $P_0$ ;  $\Delta T_{\text{вх}}$  – перегрів рідини відносно температури насичення, що відповідає  $P_0$ ;  $T_{\text{кр}}^{\text{ТД}}$  – критична термодинамічна температура;  $\delta P_{S0}$  – безрозмірний параметр, який враховує вхідний недогрів рідини;  $P_{S0}$  – тиск насичення, що відповідає температурі рідини на вході  $t_0$ ;
- початкові термодинамічні властивості рідини (початковий тиск  $P_0$  або початкова температура  $t_0$ );
- параметри пароводяної суміші в критичному перерізі, а саме критичний тиск  $P_{\text{кр}}$ , витратний об'ємний паровміст  $\beta_{\text{кр}}$  ( $\beta_2$ );
- відносна довжина каналу  $L/D$  (коефіцієнт опору системи  $\Sigma\zeta$ , коефіцієнт витрати  $\mu$ ).

Основною задачею під час проектування дренажних систем є визначення їх пропускної спроможності. Із літератури [2] відома методика розрахунку, яка побудована на гомогенній моделі руху середовища у системі. Вона ґрунтується на визначенні сумарного коефіцієнта опору системи. Останній параметр неадекватно визначає систему, оскільки не враховує характер опорів (опір тертя по довжині або місцевий), а враховує лише їх величину. Також відомі методики розрахунку побудовані на основі емпіричних залежностей, отриманих експериментально [3, 4], де автори досліджували трансзвукові двофазні течії в прямих трубопроводах. Тобто методики наведені у [3, 4] не є універсальними, оскільки не дозволяють враховувати геометрію системи, в той же час в них враховано недогрів (перегрів) рідини відносно температури насичення на вході у систему.

Аналізуючи усе вищенаведене можна зробити висновок, що для опису процесу течії насиченої рідини по трубопроводу визначеної геометрії, необхідно розробити універсальну математичну модель дренажної системи, яка має бути побудована на основі рівнянь збереження енергії та суцільності потоку (аналогічно до [2]) з урахуванням геометричних особливостей системи, структури двофазного потоку, ковзання фаз, стисливості потоку та дисипації енергії.

### Експериментальні дослідження. Розробка математичної моделі

Відомо, що вплив в'язкості на швидкість звуку у двофазному потоці при русі із колозвуквою швидкістю надзвичайно малий, а визначальним є вплив стисливості [5]. Тобто за даних умов значення коефіцієнта опору тертя значно знижується. Аналогічні результати нами отримані і під час руху двофазного потоку через місцеві опори [6, 7].

Геометрію дренажної системи спрощено можна врахувати коефіцієнтом опору  $\zeta$ , який відповідно до зазначеного вище повинен зменшуватись зі збільшенням стисливості системи. Для отримання залежностей були використані експериментальні результати дослідження руху водоповітряного потоку вздовж прямої труби довжиною 2,9 м і діаметром 15 мм, через газовий вентиль [7], через діафрагми із діаметрами отвору 5 мм та 8 мм, встановлені на трубопроводі діаметром 15 мм. Витратні характеристики масиву експериментальних точок:  $Re = 2911...38196$ ,  $Fr_{\text{см}} = 4,97...444,55$ ,  $We = 0,117...0,3$ ,  $\beta = 0,0267...0,9608$  (рис. 1).

( $\zeta/\zeta_{\text{оф}}$ )<sup>\*\*\*\*</sup>

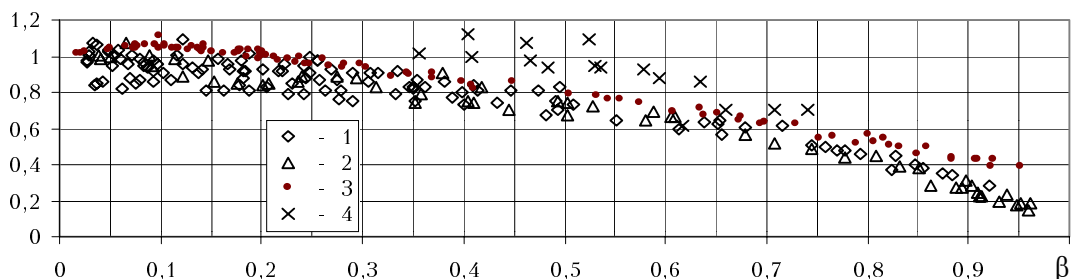


Рис. 1. Залежність експериментального відношення  $\zeta/\zeta_{\text{оф}}$  від витратного об'ємного газомісту  $\beta$ :

- 1 – дослідження опору діафрагми діаметром 8 мм;
- 2 – дослідження опору діафрагми діаметром 5 мм;
- 3 – дослідження опору тертя по довжині трубопроводу діаметром 15 мм;
- 4 – дослідження опору газового вентиля [7]

Експериментальні дані узагальнені за допомогою пакета програм статистичної обробки даних Statistica 5.0, використовуючи метод Квазі-Ньютона із коефіцієнтом детермінації 0,969 (рис. 2) у вигляді

$$\zeta / \zeta_{\text{оф}} = 0,716786 \left( \frac{\text{Re}}{\text{Re}_{\text{авт}}} \right)^{0,59203} \left( \frac{\text{Fr}_{\text{см}}}{\text{Fr}_{\text{авт}}} \right)^{-0,276842} \left( \frac{\text{We}}{\text{We}_{\text{авт}}} \right)^{-0,267844} \beta^{-0,001531}, \quad (2)$$

де  $\zeta_{\text{оф}}$  – коефіцієнт опору системи під час руху однофазного потоку;  $\text{Re} = w_0 / (D\nu)$  – критерій Рейнольдса, що визначається швидкістю циркуляції  $w_0$  у трубопроводі, діаметр якого  $D$ ;  $\text{Fr}_{\text{см}} = w_c^2 / (gD)$  – критерій Фруда, що визначається швидкістю пароводяної суміші  $w_c$  у розрахунковому перерізі;  $\text{We} = \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')d^2}$  – критерій Вебера, що характеризує співвідношення сил поверхневого натягу та сил тяжіння у найвужчому перерізі системи діаметром  $d$ ;  $\sigma$  – коефіцієнт поверхневого натягу, Н/м;  $\beta$  – витратний об’ємний газоміст;  $\text{Re}_{\text{авт}} = 25000$  (для круглої труби та круглої труби з діафрагмою),  $\text{Fr}_{\text{авт}} = 310$  [1].

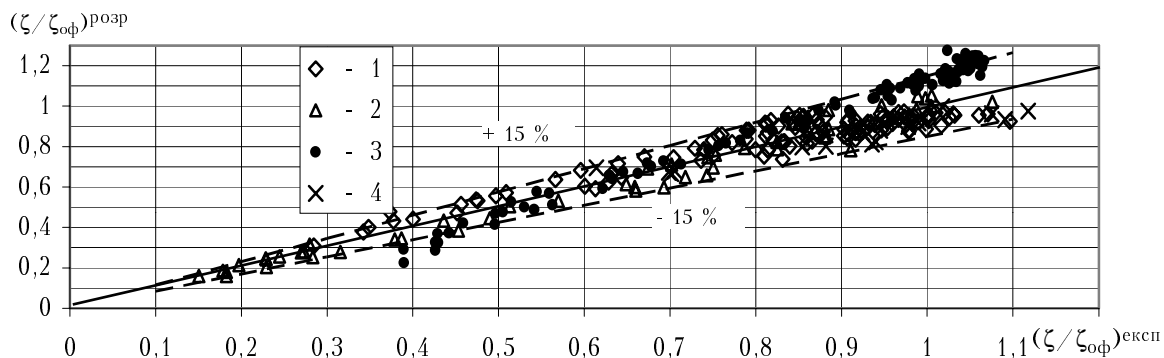


Рис. 2. Співставлення експериментального  $\zeta / \zeta_{\text{оф}}$  та розрахованого за залежністю (2):  
 1 – дослідження опору діафрагми діаметром 8 мм; 2 – дослідження опору діафрагми діаметром 5 мм;  
 3 – дослідження опору тертя трубопроводу діаметром 15 мм

Оскільки у газовому вентилі [7] швидкість руху середовища змінюється не за величиною, як у діафрагмі, а за напрямком, вплив числа Рейнольда на  $\zeta / \zeta_{\text{оф}}$  виявився в ширшому діапазоні значень  $\text{Re}$ . До того ж під час дослідження критерій Фруда змінювався у межах  $\text{Fr}_{\text{см}} = 2388 \dots 4705$ , тобто  $\text{Fr}_{\text{см}} > \text{Fr}_{\text{авт}}$ , тому процес течії автомодельний по Фруду. Тому, якщо припустити  $\text{Re}_{\text{авт}} = 50000$  отримаємо залежність (2) у вигляді

$$\zeta / \zeta_{\text{оф}} = 1,08046 (\text{Re} / \text{Re}_{\text{авт}})^{0,59203} (\text{We} / \text{We}_{\text{авт}})^{-0,267844} \beta^{-0,001531}. \quad (3)$$

У випадку дослідження втрат тиску на тертя по довжині труби критерій Вебера втрачає свій вплив, оскільки діаметр трубопроводу перевищує 8 мм, тобто відсутні капілярні ефекти і залежність (2) набуває вигляду

$$\zeta / \zeta_{\text{оф}} = 1,8832 (\text{Re} / \text{Re}_{\text{авт}})^{0,59203} (\text{Fr}_{\text{см}} / \text{Fr}_{\text{авт}})^{-0,276842} \beta^{-0,001531}. \quad (4)$$

З рис. 2 видно, що залежності (2), (3), (4) із точністю  $\pm 15\%$  описують експериментальні дані.

Рівняння збереження енергії, що відповідає одиниці ваги ( $\rho g$ ) усталеного адіабатного потоку можна записати у вигляді

$$-10^4 v dP = \frac{w^2}{2g} d\zeta + \frac{w dw}{g} + dH, \text{ м}, \quad (5)$$

де  $v$  – питомий об’єм середовища,  $\text{кг/м}^3$ ;  $P$  – тиск,  $10^{-5}$  Па;  $w$  – швидкість потоку,  $\text{м/с}$ ;  $H$  – п’езометрична висота, м.

В результаті інтегрування рівняння (4) та розв’язання його разом із рівнянням суцільності потоку отримаємо

$$m = \sqrt{\frac{2g}{\sum \zeta + 4,6 \lg(v_2/v_1)} \left( -10^4 \int_1^2 \rho dP - \int_1^2 \rho^2 dH \right)}, \quad (6)$$

де  $v_2, v_1$  – питомі об’єми потоку відповідно в кінці та на початку системи (за умов насиченого середовища на початку визначається як питомий об’єм води, на кінці – як питомий об’єм пароводяного потоку, визначений із врахуванням ковзання фаз за [1]). Перепад тиску у  $\int_1^2 \rho dP$  визначається із умов критичної течії, тобто коли швидкість потоку дорівнює швидкості звуку.

Швидкість звуку в двофазній течії є величиною умовною і її дослідженню присвячено достатньо велику кількість робіт, в основу яких покладені різні припущення:

- 1) відсутність теплообміну між паровою і рідкою фазами під час проходження звукової хвилі;
- 2) наявність часткового або повного теплообміну між фазами;
- 3) термодинамічна рівновага між фазами.

За умов відсутності теплообміну між паровою і рідкою фазами швидкість звуку визначається за залежністю [2]

$$a = a'' \left[ \sqrt{x} + \frac{1-v}{\sqrt{x}} \frac{v'}{v''} \right], \tag{7}$$

де  $a''$  – швидкість звуку у сухій насиченій парі, м/с;  $x$  – витратний масовий газовміст, кг/кг;  $v$  – питомий об’єм двофазного потоку, м<sup>3</sup>/кг;  $v'$  – питомий об’єм води, м<sup>3</sup>/кг;  $v''$  – питомий об’єм пари, м<sup>3</sup>/кг.

Швидкість звуку у пароводяній суміші за умов наявності теплообміну між паровою і рідкою фазами розраховуємо за залежністю [2]

$$a = 100 \sqrt{g(-\Delta P/\Delta v)_s}, \tag{8}$$

де  $\Delta P$  – зміна тиску, 10<sup>-5</sup> Па;  $\Delta v$  – приріст питомого об’єму пароводяної суміші, що відповідає приросту тиску.

Швидкість звуку у двофазному потоці за умов термодинамічної рівноваги визначаємо за залежністю [9]

$$a = v \frac{dP}{dT} \sqrt{T/c_{v\text{ см}}}, \tag{9}$$

де  $dP$  – зміна тиску, Па;  $dT$  – зміна температури, що відповідає зміні тиску, К;  $T$  – температура сухої насиченої пари, що відповідає критичному тиску, К;  $c_{v\text{ см}}$  – питома ізохорна теплоємність пароводяної суміші, кДж/(кг·К).

Оскільки вищенаведені припущення суттєво вплинуть на величину швидкості звуку авторами проведено чисельне дослідження впливу умов (припущень) процесу течії насиченої рідини у трубопроводі на величину пропускної спроможності та порівняння отриманих результатів із експериментальними даними [5, 8]. Порівняння виконувалось із використанням залежностей (2), (3) і (4), за допомогою яких враховувався вплив стисливості на величину коефіцієнта опору (рис. 3).

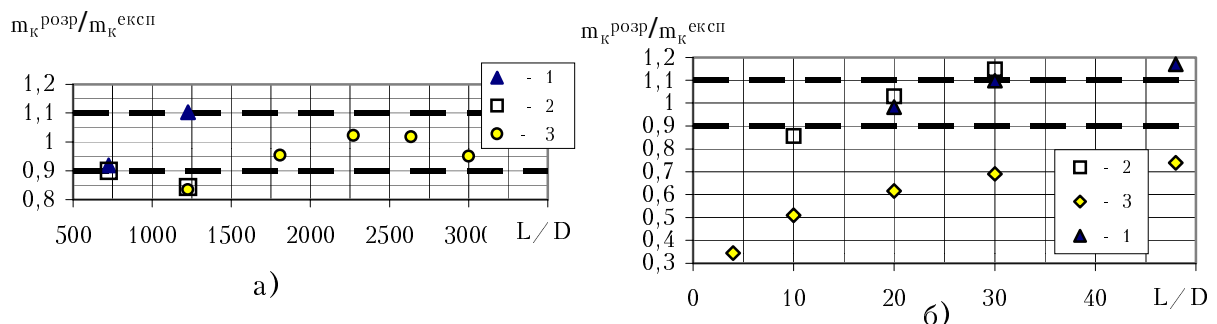


Рис. 3. Вплив методу визначення швидкості звуку на пропускну спроможність системи і зіставлення розрахунків із експериментальними даними авторів [5] (а) та [8] (б) : 1 – швидкість звуку за відсутності теплообміну між фазами; 2 – за умов термодинамічної рівноваги; 3 – за наявності теплообміну між фазами

Експериментальні дані авторів [5, 8] отримані за таких умов:

[8] –  $P = 3 \cdot 10^5$  Па,  $L/d = 4 \dots 48$ ,  $d = 0,025$  мм,  $Re = 466749,9 \dots 473157,79$ ,  
 $\Gamma_{\text{CM}} = 170654,4 \dots 184529,3$ ,  $\omega_0 = 3,93 \dots 4,02$  м/с;

[5] –  $P = 3,64 \cdot 10^5$  Па,  $L/d = 730 \dots 3000$ ,  $d = 0,008$  мм,  $Re = 51662 \dots 73685$ ,  
 $\Gamma_{\text{CM}} = 3915,1 \dots 6,749,7$ ,  $\omega_0 = 2,71 \dots 2,74$  м/с,  $We = 0,0896 \dots 0,0906$ .

Як видно з рис. 3 теплообмін між паровою і рідкою фазами проявляється лише за умов тривалого процесу течії, тобто за даних експериментальних умов при відносній довжині трубопроводу  $L/D > 1500$ , відповідно теплообмін не проявляється за  $4 < L/D < 1500$ . В результаті аналізу власних експериментальних результатів і даних, відомих з [3–5, 8, 10], нами встановлена закономірність у процесах, що відбуваються під час руху рідини, що кипіє. У дренажних системах, де переважають місцеві опори, формується гомогенний двофазний потік за рахунок переміщення парової та рідкої фаз у місцевих опорах, а у системах, де переважають втрати тиску на тертя по довжині трубопроводу (довгі труби) формується потік, у якому суттєво проявляється ковзання фаз.

### Висновок

Враховуючи наведене вище, для визначення пропускної спроможності системи, де переважають місцеві опори можна користуватись гомогенною моделлю, а для системи, в яких переважають втрати по довжині, необхідно враховувати ковзання фаз. Запропоновану нами математичну модель руху насиченої рідини вздовж дренажної системи побудовано на основі рівняння збереження енергії та суцільності потоку з урахуванням структури потоку, стисливості, ковзання фаз та умов протікання процесу. Ця модель адекватно описує експериментальні дані авторів [5, 8]. Розроблена математична модель має обмеження практичного застосування, оскільки не враховує можливий недогрів або перегрів рідини на вході у дренажну систему. Потрібні подальші дослідження впливу вказаних факторів на закономірності дозвукових та трансзвукових двофазних течій у дренажних системах.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Федоткин И. М., Ткаченко С. И. Теплогидродинамические процессы в выпарных аппаратах. — К.: Техника, 1975. — 216 с.
2. Рудомино Б. В., Ремжин Ю. И. Проектирование трубопроводов тепловых электростанций. — Л.: Энергия, 1970. — 208 с.
3. Лабунцов Д. А., Авдеев А. А. Обобщение опытных данных по критическому истечению вскипающих жидкостей // Теплоэнергетика. — 1978. — № 9. — С. 71—75.
4. Тихоненко Л. К., Кеворков Л. Р., Лутовинов С. З. Критические расходы горячей воды при истечении из труб // Теплоэнергетика. — 1979. — № 5. — С. 32—36.
5. Фисенко В. В., Бильдер З. П., Ивахненко И. А., Мамалыгин Ю. П. Особенности двухфазного потока в длинных каналах // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. — 1982. — № 3. — С. 156—158.
6. Ткаченко С. Й., Савчук К. М., Степанова Н. Д., Степанов Д. В. Энергозберігаючий спосіб періодичних продук парових котлів на цукрових заводах // Вісник ТУП. — 2004. — № 5. — С. 107—111.
7. Ткаченко С. Й., Степанова Н. Д., Степанов Д. В. Втрати тиску у місцевих опорах // Вісник ВПІ. — 2000. — № 1. — С. 43—46.
8. Кеворков Л. Р., Лутовинов С. З., Тихоненко Л. К. Влияние масштабных факторов на критический расход насыщенной воды из прямых труб с острой входной кромкой // Теплоэнергетика. — 1977. — № 7. — С. 72—76.
9. Фисенко В. В., Сычиков В. И. О влиянии сжимаемости на гидродинамику двухфазных потоков // ИФЖ. — Т. XXXII. — 1977. — № 6. — С. 1059—1061.
10. Виноградов А. В., Хлесткин Д. А., Усанов В. В. Критические режимы истечения вскипающей жидкости // Теплоэнергетика. — 2005. — № 1. — С. 77—80.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом VIII Міжнародної конференції «Контроль і управління в складних системах» (КУСС-2005, 24—27.10.2005 р)

Надійшла до редакції 10.11.05  
 Рекомендована до друку 22.11.05

**Ткаченко Станіслав Йосипович** — завідувач кафедри, **Степанова Наталія Дмитрівна** — аспірантка.

Кафедра теплоенергетики, Вінницький національний технічний університет