

УДК 681.3 :519.62

С. Б. Приходько, к. т. н., доц.

КОНТРОЛЬ ІМПУЛЬСНИХ ЗМІН ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ

Розглянуто можливість застосування дискримінантної процедури Фішера та узагальненого методу моментів для контролю імпульсних змін значень параметрів стохастичних диференціальних систем.

Систему з скінченновимірними вектором стану та значеннями вхідного і вихідного сигналів, яка описується стохастичним диференціальним рівнянням (СДР), прийнято називати стохастичною диференціальною системою (СДС) [1, 2]. Велику кількість динамічних об'єктів у техніці складають саме такі системи. В сучасній теорії стохастичних диференціальних систем та практиці її застосування проблемі оцінки параметрів СДС у разі імпульсних змін значень цих параметрів надається все більше уваги. Розв'язання цієї проблеми дозволяє, з одного боку, здійснювати ефективніше керування найрізноманітнішими динамічними об'єктами в умовах непередбаченої зміни їх характеристик у випадку дії випадкових впливів, зокрема керування бортовими рулями судна при дії на нього нерегулярних хвиль та вітру у разі, коли вода заливає палубу. З іншого боку, — реалізовувати оригінальний спосіб передачі інформації у лініях зв'язку на основі випадкового сигналу, що дає змогу в порівнянні з традиційними способами покращити захищеність інформації при передачі завдяки відмові від застосування псевдовипадкових чисел, а в порівнянні з існуючими способами передачі на основі хаотичних сигналів — підвищити стійкість апаратури передачі даних до невеликих змін параметрів або початкових умов.

Суть запропонованого у [3, 4] способу передачі інформації полягає у наступному. За допомогою не-лінійної СДС передатчика генерується випадковий сигнал, в який не лінійно підмішаний інформаційний сигнал (дані). Підмішаний інформаційний сигнал вводиться через параметри СДС або через параметри СДР, яке описує СДС. Один з параметрів за рахунок імпульсної зміни значень визначає моменти задання параметрів, які несуть інформацію. Добування інформації в приймачеві здійснюється за прийнятим випадковим сигналом за рахунок контролю моменту задання параметрів СДС передатчика, що несуть інформацію, і оцінки цих параметрів на часовому інтервалі між імпульсними змінами параметрів.

Таким чином, метою контролю імпульсних змін значень параметрів СДС в залежності від галузі застосування системи є, з одного боку, забезпечення ефективного керування в умовах випадкових впливів, невизначеності характеристик цих впливів та непередбаченої зміни параметрів СДС, а з другого боку, — отримання інформації (даних) з випадкового сигналу, який був створений СДС. Досягнення цієї мети можливе лише у разі розв'язання задач знаходження за вихідним сигналом СДС моменту імпульсної зміни її параметрів та оцінки цих параметрів в умовах випадкових перешкод.

Зараз для виявлення імпульсної зміни параметра системи використовується дискримінантна процедура Фішера, яка заснована на порівнянні оцінок ймовірнісних характеристик випадкового процесу у двох сусідніх часових вікнах. Ця процедура спочатку була розроблена для аналізу нестационарності випадкових процесів [5], потім була використана для розв'язання зворотних задач хаотичної динаміки, а саме для поновлення параметрів хаотичної динамічної системи за часовою реалізацією [6, 7]. В [3, 4] ця дискримінантна процедура була застосована для контролю моменту задання параметрів СДС за реалізацією випадкового процесу.

Слід зазначити, що дискримінантна процедура дозволяє виявляти за часовою реалізацією момент зміни одного параметра системи та оцінювати лише від'ємність значення цього параметра відносно попереднього його значення. Тобто для поновлення поточного значення параметра системи за часовою реалізацією необхідно знати попереднє значення цього параметра. А це може бу-

ти відомо лише в поодиноких випадках. В [3, 4] завдяки застосуванню процедури параметричної ідентифікації, заснованою на методі моментів, вдалося здійснити оцінку значень одразу трьох параметрів. Підкреслимо, що при використанні методу моментів для визначення оцінок невідомих параметрів існує проблема вибору моментних рівнянь. В [8] цей вибір пропонується здійснювати за критерієм мінімуму числа обумовленості матриці системи моментних рівнянь. Але на практиці це можна реалізувати лише тоді, коли вибір моментних рівнянь може бути здійснений заздалегідь. Радикальним підходом до вирішення проблеми вибору моментних рівнянь для визначення оцінок невідомих параметрів, у тому числі і СДР, є узагальнений метод моментів (УММ). Хоча у порівнянні з методом моментів УММ значно складніший у практичній реалізації.

Тому **мета статті** — показати можливість застосування дискримінантної процедури Фішера та УММ для контролю імпульсних змін значень одразу декількох параметрів СДС.

Постановка задачі

Нехай на інтервалі часу Δ , коли параметри є постійними між одночасними імпульсними їх змінами, випадковий процес $\mathbf{x}(t)$ — є розв'язком СДР

$$d\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) dt + \mathbf{G}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{W}(t) \quad (1)$$

на $\Delta = [0, T]$ з початковою умовою $\mathbf{x}(t) = \mathbf{v}$.

Припускається, що всі впливи на $\mathbf{x}(t)$, можна звести до впливу адитивного шуму $\mathbf{n}(t)$, а ми маємо можливість вимірювати випадковий процес $\mathbf{y}(t)$, який складається з додатку $\mathbf{x}(t)$ та $\mathbf{n}(t)$. Потрібно за процесом $\mathbf{y}(t)$ визначити моменти імпульсної зміни параметрів та поновити вектор параметрів $\boldsymbol{\theta}$.

Розв'язання задачі

У цій роботі, як і в [3, 4], для розв'язання задачі визначення моментів імпульсної зміни параметрів СДС пропонується використовувати дискримінантну процедуру, яка заснована на порівнянні ймовірнісних характеристик випадкового процесу у двох сусідніх часових вікнах і дозволяє виявляти імпульсні зміни параметрів. При використанні дискримінантної процедури для аналізу випадкового процесу в i -й точці порівнюють вибірккові середні значення ($\bar{d}_1(i)$ і $\bar{d}_2(i)$) та дисперсії ($S_1^2(i)$ і $S_2^2(i)$) дискримінантної функції $d(j)$ в двох сусідніх часових вікнах $(i - N_w + 1, i)$ і $(i - 2N_w + 1, i - N_w)$ довжиною N_w :

$$\bar{d}_1(i) = \frac{1}{N_w} \sum_{j=i-2N_w+1}^{i-N_w} d(j); \quad \bar{d}_2(i) = \frac{1}{N_w} \sum_{j=i-N_w+1}^i d(j);$$

$$S_1^2(i) = \frac{1}{N_w} \sum_{j=i-2N_w+1}^{i-N_w} [d(j) - \bar{d}_1(i)]^2; \quad S_2^2(i) = \frac{1}{N_w} \sum_{j=i-N_w+1}^i [d(j) - \bar{d}_2(i)]^2.$$

Різниця між значеннями аналізованого процесу (або дискримінантної функції) у двох сусідніх вікнах зручніше реєструвати, якщо спостерігати за нормованим значенням різниці $\bar{d}_1(i) - \bar{d}_2(i)$

$$H(i) = \frac{[\bar{d}_1(i) - \bar{d}_2(i)]^2}{S_1^2(i) + S_2^2(i)}.$$

У якості значень дискримінантної функції в i -й момент часу беруться значення одної з компонентів $\mathbf{y}(t)$. Моменти імпульсної зміни параметрів СДС знаходять шляхом порівняння значень $H(i)$ у різні моменти часу. Визначивши часовий інтервал, на якому параметри є постійними, переходять до розв'язання другої задачі — параметричної ідентифікації СДС або оцінки компонентів вектора $\boldsymbol{\theta}$.

Оцінка параметрів СДС здійснюється за $\mathbf{y}(t)$ на часовому інтервалі, де параметри є постійни-

ми, у результаті розв'язання задачі параметричної ідентифікації СДС узагальненим методом моментів.

Для довільної двічі диференційованої функції $h(\mathbf{x})$ формула Іто визначається як

$$dh(\mathbf{x}) = \left\{ \sum_{i=1}^n h'_{x_i}(\mathbf{x})f_i(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n h''_{x_i x_j}(\mathbf{x}) [G(\mathbf{x}, t)G^T(\mathbf{x}, t)]_{ij} \right\} dt + \sum_{i,j=1}^n h'_{x_i}(\mathbf{x})g_{ij}(\mathbf{x}, t) dW_j(t). \quad (2)$$

Застосовуючи до (2) операцію математичного сподівання, маємо

$$\frac{dM\{h(\mathbf{x})\}}{dt} = M \left\{ \sum_{i=1}^n h'_{x_i}(\mathbf{x})f_i(\mathbf{x}, t) \right\} + \frac{1}{2} M \left\{ \sum_{i,j=1}^n h''_{x_i x_j}(\mathbf{x}) [G(\mathbf{x}, t)G^T(\mathbf{x}, t)]_{ij} \right\}. \quad (3)$$

Формула (3) може бути застосована для отримання системи рівнянь для статистичних моментів k -го порядку, якщо вважати функцію $h(\mathbf{x})$ відповідно рівною $x_i^2(t)$, $x_i(t)x_j(t)$, $x_i^3(t)$, $x_i^2(t)x_j(t)$, $x_i(t)x_j^2(t)$, $x_i^4(t)$, ..., $x_j^k(t)$.

Для (1) на основі формули Іто можна побудувати систему рівнянь для статистичних моментів [9, 10]

$$\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha}) = 0, \quad (4)$$

де $\boldsymbol{\alpha}$ — вектор початкових статистичних моментів $\mathbf{x}(t)$, компоненти якого в нашому випадку повинні знаходитися за статистичними моментами $y(t)$ і інтенсивності N_m шуму $n(t)$. Так, наприклад, початковий статистичний момент 2-го порядку визначається як $\alpha_2(x) = \alpha_2(y) + N_m$.

Як було показано в [9, 10] ліві частини системи (4) можна застосовувати у якості моментних умов в УММ.

В загальному випадку, коли кількість рівнянь для статистичних моментів більша за кількість невідомих параметрів, не можливо підібрати параметри, які оцінюються, так, щоб усі рівняння (4) були тотожно рівними нулю. Але можливо вибрати параметри, які оцінюються, таким чином, щоб отримати значення лівих частин цих рівнянь (4) як можна ближче до нуля, тобто знайти $\boldsymbol{\alpha}$ як

$$\boldsymbol{\theta} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \mathbf{m}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{m}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha}). \quad (5)$$

Як показав Hansen, в результаті розв'язання задачі (5) отримуються слушні, але неефективні оцінки вектора $\boldsymbol{\theta}$. Для наближення оцінок $\boldsymbol{\theta}$ до ефективних може бути застосований УММ, суть якого зводиться до розв'язання такої задачі:

$$\boldsymbol{\theta} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \{ \mathbf{m}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha}) \}^T \boldsymbol{\Omega} \{ \mathbf{m}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha}) \}, \quad (6)$$

де $\boldsymbol{\Omega}$ — $m \times m$ додатна напіввизначена матриця.

Зараз вектор $\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha})$ для оцінки параметрів СДУ методом ОММ будується на основі відомої щільності ймовірності (або умовної щільності ймовірності) як функції $\boldsymbol{\theta}$ і \mathbf{x} . Нажаль, ці щільності ймовірності можна побудувати для обмеженого числа СДР.

У якості альтернативного підходу для побудови моментних умов в [9, 10] запропоновано використовувати формулу Іто. Враховуючи (2), введемо наступний $m \times 1$ вектор $\mathbf{z}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$, компоненти якого визначаються як

$$z_l(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n h'_{x_i}(\mathbf{x})f_i(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n h''_{x_i x_j}(\mathbf{x}) [G(\mathbf{x}, t)G^T(\mathbf{x}, t)]_{ij}.$$

Тоді вектор $\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha})$ можна визначити як

$$\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha}) = M\{ \mathbf{z}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \}.$$

Матриця Ω є матрицею ваги та визначається як $\Omega = W_D^{-1}$. Елементи матриці W_D знаходяться як

$$w_{ij} = M\left\{ \left[z_i(\mathbf{x}, \theta) - m_i(\theta, \alpha) \right] \left[z_j(\mathbf{x}, \theta) - m_j(\theta, \alpha) \right] \right\}.$$

У поодинокому випадку матриця W_D — це діагональна матриця, елементи якої знаходяться як

$$w_{ii} = M\left\{ \left[z_i(\mathbf{x}, \theta) - m_i(\theta, \alpha) \right]^2 \right\}.$$

Для прикладу розглянемо випадок, коли випадковий сигнал $x(t)$ — це вихідний сигнал СДС, поведінка якої описується СДР

$$\ddot{x} + b_1 \dot{x} + c_1 x + c_3 x^3 = n(t), \tag{7}$$

де $n(t)$ — білий шум з коефіцієнтом інтенсивності N_0 .

Позначивши $x_1 = x$ і $x_2 = \dot{x}$, перетворимо рівняння (7) в таку систему:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -b_1 x_2 - c_1 x_1 - c_3 x_1^3 + n(t). \end{cases} \tag{8}$$

Для системи (8) у [9, 10] були наведені компоненти векторів $\mathbf{z}(\mathbf{x}, \theta)$ і $\mathbf{m}(\theta, \alpha)$ та розв'язання задачі (6).

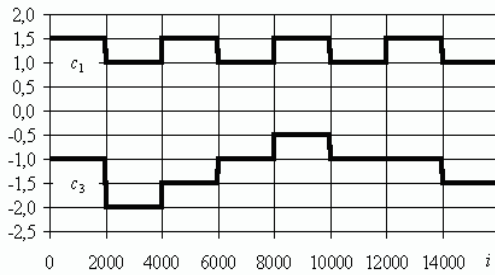


Рис. 1. Зміни параметрів c_1 і c_3 в i -ті моменти часу

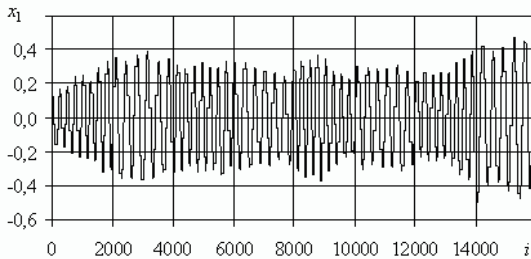


Рис. 2. Випадковий процес x_1

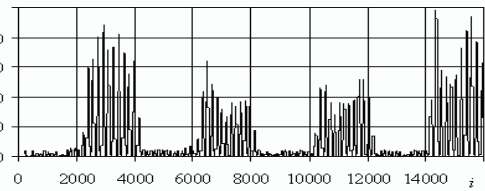


Рис. 3. Зміни нормованої різниці $H(i)$ в i -ті моменти часу

Практичні результати

На основі (8) здійснювалося комп'ютерне моделювання випадкового сигналу $x(t)$ — компоненти x_1 . При цьому в генерації x_1 брав участь двійковий інформаційний сигнал, який вводився через параметр c_3 : значення c_3 , які дорівнювали $-0,5, -1,0, -1,5, -2,0$, відповідно визначали послідовність бітів 00, 01, 10, 11. Параметр c_1 визначав моменти часу заведення c_3 . Зміни параметрів c_1 і c_3 в i -ті моменти часу наведені на рис. 1.

Значення $b_1, N_0, x_1(0)$ і $x_2(0)$ відповідно дорівнювали $0,02, 4,44 \cdot 10^{-4}, 0,154, 0$. Відповідний їм випадковий процес x_1 показаний на рис. 2. З метою спрощення робилося припущення, що шум на вихідний сигнал $x(t)$ відсутній. Тому у якості значень дискримінантної функції бралися значення випадкового процесу $x(t)$. При цьому два сусідніх часових вікна мали довжину 200 відліків. Значення нормованої різниці вибіркового середнього $H(i)$ в ті моменти часу наведені на рисунку 3.

На основі порівняння рисунків 1—3 можна зробити такий висновок: в реалізації x_1 зміни параметра c_3 не виявляються за допомогою оцінки вибіркового середнього сигналу x_1 ні його дисперсії, а величина $H(i)$ реагує на зміни параметра c_1 , що вказує на працездатність дискримінантної процедури.

Після визначення інтервалів часу задання керуючих параметрів виконувалася процедура параметричної ідентифікації СДС або оцінка компонент вектора $\theta = \{c_1, c_3\}$. Результати оцінки параметрів на різних інтервалах за УММ наведені у таблиці. Дані таблиці та їх порівняння з рис. 1 свідчать про можливість застосування процедури параметричної ідентифікації для оцінки параметрів

СДС на основі УММ.

Параметри	Часовий інтервал							
	0—2000	2000—4000	4000—6000	6000—8000	8000—10000	10000—12000	12000—14000	14000—16000
c_1	1,444	1,011	1,488	1,028	1,507	0,992	1,469	0,968
c_3	-1,022	-1,911	-1,483	-0,970	-0,417	-1,071	-1,072	-1,491

Висновки

В роботі запропоновано підхід для контролю імпульсних змін значень параметрів СДС, який базується на застосуванні дискримінантної процедури Фішера та УММ, і дозволяє спостерігати за зміною значень одразу декількох параметрів. Комп'ютерне моделювання випадкового сигналу СДС у випадку її описання СДР 2-го порядку, а також процесу поновлення даних за допомогою дискримінантної процедури Фішера і процедури параметричної ідентифікації на основі УММ показало працездатність запропонованого підходу. В подальшому дослідження планується вести у напрямку ускладнення математичної моделі СДС.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Пугачев В. С., Сеницын И. Н. Стохастические дифференциальные системы. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. — 560 с.
2. Пугачев В. С., Сеницын И. Н. Теория стохастических систем: Учеб. пособие. — М.: Логос, 2000. — 1000 с.
3. Приходько С. Б. Применение случайных сигналов для передачи информации в системах связи // Вісник Хмельницького національного університету. — 2005. — № 4. — Ч.1, Т.1 (68) — С. 248—251.
4. Приходько С. Б. Применение случайных сигналов для передачи данных по каналам связи компьютерных сетей // Вісник Хмельницького національного університету. — 2005. — № 1 (21). — С. 427—431.
5. Обнаружение изменений свойств сигналов и динамических систем: Пер. с англ. / Под ред. М. Бассвиль, А. Банвениста. — М.: Мир, 1989. — 278 с.
6. Аносонов О. Л., Бутковский О. Я., Исакевич В. В., Кравцов Ю. А. Выявление нестационарных участков при помощи нелинейной модели процесса // Радиотехника и электроника. — 1995. — Том 40. — № 2. — С. 255—260.
7. Морозов А. Г. Адаптивная обработка хаотических цифровых последовательностей со внесенной информацией // Радиотехнические тетради. — М.: изд-во МЭИ. — 1998. — № 17. — С. 64—68.
8. Приходько С. Б. Выбор моментных уравнений для параметрической идентификации стохастических дифференциальных систем методом моментов // Вестник СевГТУ, Вып. 63: Автоматизация процессов и управление: Сб. науч. тр. — Севастополь: изд-во СевГТУ, 2005. — С. 119—127.
9. Приходько С. Б. Параметрическая идентификация стохастических дифференциальных систем по статистическим моментам выходных сигналов // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація. Випуск 48. — Донецьк, 2002. — С. 289—297.
10. Приходько С. Б. Выбор моментных условий для параметрической идентификации стохастических дифференциальных систем обобщенным методом моментов // Труды II международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'03. Москва, 29—31 января 2003 г. Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН. — М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2003. — С. 1292—1301.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом VIII Міжнародної конференції «Контроль і управління в складних системах» (КУСС-2005, 24—27.10.2005 р)

Надійшла до редакції 10.11.05
Рекомендована до друку 22.11.05

Приходько Сергій Борисович — доцент кафедри інформаційних управляючих систем та технологій, декан факультету комп'ютерних наук.

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова