УДК 681.51

Д. П. Кучеров, к. т. н.

О СИНТЕЗЕ АДАПТИВНОЙ КВАЗИОПТИМАЛЬНОЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПРИ ОГРАНИЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Рассмотрена задача синтеза квазиоптимальной по быстродействию системы терминального управления одним объектом с запаздыванием. Предполагается, что априорная информация о параметрах объекта отсутствует, в каналах измерения координат присутствуют шумы ограниченные по уровню. Предлагается алгоритм адаптивного управления таким объектом, устанавливается свойство сходимости алгоритма адаптации.

Введение

Синтезу систем терминального управления в последнее время уделяется большое внимание. К этому классу систем принадлежат и оптимальные (квазиоптимальные) по быстродействию системы. Одной из проблем, возникающих при синтезе таких систем, является необходимость формирования управляющих сигналов с учетом как возмущений [1], так и запаздывания информации, которое имеет место, как в самом релейном элементе, так и вследствие дискретности сигналов управления.

Известно, что запаздывание информации существенным образом изменяет динамику системы автоматического управления. В оптимальных по быстродействию системах терминального управления запаздывание приводит к автоколебательному режиму работы в окрестности цели управления, что является нежелательным. В свою очередь наличие помех в каналах измерения координат также приводит к автоколебательному режиму, проявляющемуся в ложных переключениях, следствием которых является затягивание во времени процесса управления.

В случае, если параметры управляемого объекта известны, а помехи в системе отсутствуют, уменьшение отрицательного воздействия запаздывания на характер переходных процессов в системе может основываться на идее его компенсации. Суть идеи состоит в том, что линия переключений сигнала управления сдвигается противоположно движению изображающей точки так, чтобы расстояние от новой линии переключений до старой, изображающая точка проходила за время запаздывания.

Если параметры системы неизвестны, то и пространственное положение линии переключений перестает быть известным, процесс управления становится значительно затянутым во времени. Впервые строгое решение задачи управления объектом с двумя нулевыми полюсами при использовании адаптивного подхода было предложено в [2]. Математической основой используемых там методов являются алгоритмы решения бесконечных однородных рекуррентных неравенств, эффективно применяемые в теории распознавания образов (классов управлений). Дальнейшее развитие этого метода для систем с нейтральной линейной частью [3], заключалось в использовании двух раздельных рекуррентных схем оценивания неизвестных параметров, входящих в выражение для функции переключения как линейно, так и нелинейно. Однако, эти методы оказались совершенно непригодными для систем с инерционной линейной частью [4] и консервативным объектом [5], когда функция переключения зависит нелинейно от неизвестных параметров. Это характерно и для систем с запаздыванием.

Наличие ограниченных по уровню помех, имеющих место в каналах измерения координат, существенно усложняет задачу управления не только из-за наличия ложных переключений при движении вдоль линии переключения, но и ввиду увеличения амплитуды автоколебаний в окрестности области достижимости.

В работе предлагается метод управления линейным скалярным минимально-фазовым объектом с неизвестными параметрами и произвольным запаздыванием управляющего воздействия, и наличием помех в каналах измерения координат. В отличие от известных методов синтеза квазиоптимальных по быстродействию систем [3—5], в рассматриваемом подходе учитываются противоположные сдвиги линии, вызванные с одной стороны запаздыванием, а с другой стороны помехами, предлагается способ оценки области достижимости. Как и в [2—5] критерием оптимальности является время перемещения объекта из начального фазового состояния в заданное конечное. Приводятся результаты модельного эксперимента, подтверждающие эффективность алгоритма адаптивного управления.

Постановка задачи

Пусть имеется объект, передаточная функция которого может быть представлена последовательным соединением инерционного, интегрирующего звеньев и звена чистого запаздывания

$$W_1(s) = e^{-\tau s}, \qquad W_2(s) = \frac{k_1}{Ts+1}, \qquad W_3(s) = \frac{k_2}{s}. \tag{1}$$

Здесь $k_1 > 0$, $k_2 > 0$ — коэффициенты усиления звеньев, T — постоянная времени, τ — произвольное запаздывание. Предполагается, что параметры k_1, k_2, T, τ — априори неизвестны. Введем в рассмотрение вектор $X(t) = \left[x_1(t),\ x_2(t)\right]^T$, где $x_1(t)$ — выходная величина, $x_2(t)$ — выход инерционного звена. Тогда дифференциальные уравнения

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = k_2 x_2(t), \qquad T\frac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = k_1 u(t-\tau), \tag{2}$$

представляют динамику объекта с передаточной функцией $W_1(s)W_2(s)W_3(s)$ в координатах x_1, x_2; $u(t) \in \{+1, -1\}$ — управляющее воздействие, поступающее на вход регулятора с запаздыванием τ.

Предполагается далее, что вектор состояния $X(t) = \left[x_1(t),\ x_2(t)\right]^T$ объекта $W_1(s)W_2(s)W_3(s)$ измеряется с помехами

$$x_1'(t) = x_1(t) + \xi_1(t); \qquad x_2'(t) = x_2(t) + \xi_2(t), \tag{3}$$

где $x_1(t)$, $x_2(t)$ — выходные величины интегрирующего и инерционного звеньев объекта (1), $\xi_1(t)| \le N_1$, $|\xi_2(t)| \le N_2$, уровни помех N_1, N_2 априори известны.

Обозначим через V некоторую ограниченную область пространства векторов $\{v\} \subseteq \Re^2$, содержащую начало координат, такую, что

$$X(0) \in V = \left[\underline{x}_1,\ \overline{x}_1\right] \times \left[\underline{x}_2,\ \overline{x}_2\right], \tag{4}$$

где $\underline{x}_i$, $\overline{x}_i$ — верхняя и нижняя границы области V соответственно, $i = 1, 2$. Определим область $\Omega \subset V$ такую, что $\Omega \in X(t_к)$, где $t_к$ — время, после которого регулятор прекращает работу.

Задача состоит в том, чтобы в условиях априорной неопределенности относительно значений k_1, k_2, T, τ построить квазиоптимальный по быстродействию регулятор, обеспечивающий перемещение вектора состояния $X(t)$ объекта (1) из начального состояния $X(0) \in V \subset \Re^2$ в некоторую окрестность начала координат $\Omega \subset V \backslash \{X(0)\}$ за минимально возможное время t_n, после проведения последовательности n-испытаний системы, т. е. $t_k^n \ge t^*$, где t^* — время перевода оптимальной системой.

Алгоритм управления

Закон управления (уравнение регулятора) объектом (2) выберем в форме

$$u(t) = \begin{cases} +1, \ \text{если} \ \ f_+\left(d,\ X(t-0)\right) > 0; \\ -1, \ \text{если} \ \ f_-\left(d,\ X(t-0)\right) < 0; \\ u(t-0), \ \text{если} \ \ f_+(\cdot) = 0,\ \ f_-(\cdot) = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Здесь $f_+\left(d,\ X(t)\right)$ — функция переключения сигнала управления, заданная в пространстве $\Re^2$, имеет вид

$$f_+\left(d,\ X(t)\right)=\begin{cases}-x_1\text{-}d_1x_2-d_2\ln\left(-d_3x_2+1\right)=0, \text{ если } x_1\ge d_2\ln\dfrac{3-2d_4}{\left(2-d_4\right)^2};\\ -x_1\text{-}d_1x_2+d_2\ln\left[\dfrac{d_3x_2-2d_4+3}{\left(2-d_4\right)^2}\right]=0 \quad \text{иначе,}\end{cases} \tag{6}$$

$$f_-\left(d,\ X(t)\right)=\begin{cases}-x_1\text{-}d_1x_2+d_2\ln\left(d_3x_2+1\right)=0, \text{ если } x_1\le d_2\ln\dfrac{3-2d_4}{\left(2-d_4\right)^2};\\ -x_1\text{-}d_1x_2+d_2\ln\left[\dfrac{d_3x_2-2d_4+3}{\left(2-d_4\right)^2}\right]=0 \quad \text{иначе,}\end{cases} \tag{7}$$

где $d^{\mathrm{T}}=(d_1, d_2, d_3, d_4)$ — вектор с координатами

$$d_1=k_2T,\qquad d_2=k_1k_2T,\qquad d_3=k_1^{-1},\qquad d_4=\exp(-\tau\ /\ T). \tag{8}$$

Функции (6), (7) не проходят через начало координат, переходят в разделяющую линию без учета запаздывания в точках $x_1(\tau)$, $x_2(\tau)$ при $u(t)=+1$ и $u(t)=-1$ соответственно, при $\tau=0$ (т. е. при $d_4=0$) полностью совпадают с разделяющей линией, как и должно быть. Линии (6), (7) сдвинуты относительно разделяющей линии при $\tau=0$ противоположно движению фазовой точки. Переключение знака $u(t)$ происходит при пересечении фазовой траектории объекта линий (6), (7), однако, $u(t)$ сохраняет свою величину и знак в течение времени $t=\tau$ вследствие запаздывания сигнала управления на величину τ. Линии (6), (7) могут быть получены по известному уравнению линии переключения без учета запаздывания и значениям фазовых координат, отстоящих от начала координат на величину запаздывания τ.

Очевидно, что закон управления (5) с разделяющей функцией (6), (7) удовлетворяет принципу максимума, управляющее воздействие в соответствии с теоремой об n интервалах имеет не более чем два интервала управления, если

$$|\ x_1\ |>d_2\ln\frac{3-2e^{-d_4}}{\left(2-e^{-d_4}\right)^2}. \tag{9}$$

В случае, если условие (9) не выполняется, то не гарантируется два интервала управления. Следует отметить, что в окрестности начала координат, при практической реализации закона управления (5) избежать автоколебательного процесса не удается. Тогда под оптимальным процессом понимаем процесс установления автоколебаний минимальной амплитуды, в который система переходит за минимальное время. В этом случае область Ω определяется фазовыми траекториями, по которым система неминуемо перейдет в режим автоколебаний с минимальной амплитудой, а именно:

$$\Omega=\Omega^+\cup\Omega^-, \tag{10}$$

где

$$\Omega^+=\left\{\left(x_1,\ x_2\right):\ -d_1x_2-d_2T\ln\left[\frac{\left(-d_3x_2+1\right)\left(2-d_4\right)^2}{3-2d_4}\right]\le x_1\le 0\right\}, \tag{11}$$

$$\Omega^-=\left\{\left(x_1,\ x_2\right):\ 0\le x_1\le -d_1x_2+d_2T\ln\left[\frac{\left(d_3x_2+1\right)\left(2-d_4\right)^2}{3-2d_4}\right]\right\}. \tag{12}$$

Предположим далее, что в каналах измерения фазовых координат действуют помехи, определяемые выражениями (3). На основании результатов [3, 4], в законе управления (5) в качестве функций переключения (6), (7) используем функции $f_+(d,\ v(t))$, $f_-(d,v(t))$ получаемые прямой заменой в

(6) координат фазового вектора $X(t)$ на новый вектор $v(t)$, координаты которого $v_1(t)$, $v_2(t)$ связаны с координатами $x_1(t)$, $x_2(t)$ соотношениями при $t > 0$

$$v(t) = \begin{cases} X(t-0) - \Delta \ \text{ при } \ f_+\left(d^T,\ v(t-0)\right) > 0; \\ X(t-0) + \Delta \ \text{ при } \ f_-\left(d^T,\ v(t-0)\right) < 0; \\ X(t-0) \ \text{ при } \ f_+(\cdot) = 0,\ f_-(\cdot) = 0, \end{cases} \tag{13}$$

$$v_0^{(1)} = x_1(0),\ \ v_0^{(2)} = x_2(0), \tag{14}$$

где $\Delta^T = (N_1,\ N_2)$. Соотношение (13) показывает, что каждая точка линии переключения $f(d, v)$ сдвинута по направлению движения изображающей точки на величину $2|\Delta|$. Преобразование координат (13) совместно с (5) позволяет исключить «ложные» переключения сигнала управления, при движении вдоль линии переключения. При этом все точки $v(0)$ фазовой плоскости V будут переводиться в некоторую область $\Omega' \in \Re^2$ такую, что $\Omega' \subset \Omega$. Размеры области Ω' в значительной степени будут определяться уровнями шумов N_1, N_2, начальными условиями $v(0)$. Естественно предположить, что если $N_1 \to 0$, $N_2 \to 0$, то и $\Omega' \to \Omega$.

Сделанные выше утверждения позволяют определить закон управления динамической системой вида (2), когда вектор d известен приближенно, т. е.

$$\tilde{d}_1 = d_1 + \delta_1;\ \ \tilde{d}_2 = d_2 + \delta_2;\ \ \tilde{d}_3 = d_3 + \delta_3;\ \ \tilde{d}_4 = d_4 + \delta_4, \tag{15}$$

где $\delta_i \geq 0$. Тогда функции переключения (6), (7) в законе управления (5) в силу (13) могут быть записаны в виде

$$f_+\left(\tilde{d},\ \ v(t)\right) = \begin{cases} -v_1 - \tilde{d}_1 v_2 - \tilde{d}_2 \ln\left(-\tilde{d}_3 v_2 + 1\right) = 0, \ \text{ если } \ v_1 \geq \tilde{d}_2 \ln \dfrac{\left(2-\tilde{d}_4\right)^2}{3-2\tilde{d}_4}; \\ -v_1 - \tilde{d}_1 v_2 + \tilde{d}_2 \ln\left[\dfrac{\tilde{d}_3 v_2 - 2\tilde{d}_4 + 3}{\left(2-\tilde{d}_4\right)^2}\right] = 0 \ \ \text{ иначе,} \end{cases} \tag{16}$$

$$f_-\left(\tilde{d},\ \ v(t)\right) = \begin{cases} -v_1 - \tilde{d}_1 v_2 + \tilde{d}_2 \ln\left(\tilde{d}_3 v_2 + 1\right) = 0, \ \text{ если } \ v_1 \leq \tilde{d}_2 \ln \dfrac{\left(2-\tilde{d}_4\right)^2}{3-2\tilde{d}_4}; \\ -v_1 - \tilde{d}_1 v_2 + \tilde{d}_2 \ln\left[\dfrac{\tilde{d}_3 v_2 - 2\tilde{d}_4 + 3}{\left(2-\tilde{d}_4\right)^2}\right] = 0 \ \text{ иначе.} \end{cases} \tag{17}$$

Область Ω' в силу (13), (15) также может быть получена заменой векторов параметров d и координат x области Ω, определяемой выражениями (10)—(12), на векторы $\tilde{d}$ и v соответственно.

Алгоритм адаптации

В качестве алгоритма адаптации предлагается рекуррентная процедура:

$$d_n = \begin{cases} d_{n-1}, \ \text{ если } \ \|X(t_n)\| \leq \Delta \ \text{ или если вектор } \ X(t); \\ \text{попадает в область } \Omega \text{ с одним переключением } u(t); \\ \Pr_{\Xi}\left\{d_n - \mu\left[g_\varepsilon\left(X(t_n),\ d_{n-1}\right) - w_n\right] grad_d f\left(d_{n-1},\ X(t_n)\right)\right\} \ \ \text{ иначе.} \end{cases} \tag{18}$$

В этом алгоритме $\mu > 0$ — настроечный параметр, который выбирается по возможности малым; $\Pr_{\Xi}\{d\}$ – проектор произвольного вектора $d \in \Re^4$ на выпуклое множество $\Xi = [0,+\infty) \times [0,+\infty) \times [0, d_1/d_2) \times [0,\ 1{,}5) \subset \Re^4$,

$$g_\varepsilon(x,d) = \frac{2}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{f(x,d)}{\varepsilon}; \tag{19}$$

$$w_n = \begin{cases} +1, & \text{если возникает скользящий режим;} \\ -1, & \text{если одно переключение } u(t); \\ \text{вектор } x(t) & \text{не попадает в } \Omega; \end{cases} \tag{20}$$

$\Delta > 0$, $\varepsilon > 0$ — некоторые заданные достаточно малые числа, которые выбираются конструктором, компоненты вектора градиента в (17)

$$\frac{\partial f\left(d, X(t)\right)}{\partial d_1} = -x_2, \qquad \frac{\partial f\left(d, X(t)\right)}{\partial d_2} = \ln\frac{d_3 x_2 - 2d_4 + 3}{\left(2 - d_4\right)^2}, \tag{21}$$

$$\frac{\partial f\left(d, X(t)\right)}{\partial d_3} = \frac{d_2 x_2}{d_3 x_2 - 2d_4 + 3}, \qquad \frac{\partial f\left(d, X(t)\right)}{\partial d_4} = \frac{2d_2\left(1 - d_4 + d_3 x_2\right)}{\left(d_3 x_2 - 2d_4 + 3\right)\left(2 - d_4\right)}. \tag{22}$$

Алгоритм (18) совместно с (19)—(22) представляет алгоритм обучения нелинейной классификации образов, предложенный в [5], для одной задачи финитного управления.

Выражения (5), (18) с учетом (19)—(22) определяют алгоритм адаптивного управления объектом (2), (3) полностью (после задания начальных условий, определяемых вектором $d_0 \in \Xi$).

Моделирование

Исследование свойств сходимости алгоритма адаптации проводилось на примере объекта (1) с параметрами $k_1 = 4{,}25$ c^{-1}, $k_2 = 1$, $T = 0{,}625$ c, $\tau = 0{,}1$ c. Установлено, что закон управления (5) переводит объект из начального состояния $X(0) = (-1,\ 0)$ в начало координат за два интервала управления, вектор параметров функций (6), (7) $d_{opt} = (0{,}625;\ 2{,}656;\ 0{,}235;\ 0{,}923)$. Перевод $X(0)$ в область достижимости Ω, определяемую как $\Omega = \{X\colon |x_1| \le 0{,}29;\ |x_2| \le 0{,}19\}$ при уровнях помех в каналах измерения $N_1 = 0{,}1$, $N_2 = 0{,}1$ происходит за два интервала управления, время $t^* = 0{,}84$ c является оптимальным. Эксперименты проводились с произвольным вектором параметров d_0 и начальном состоянии $X(0)$.

Параметры алгоритма адаптации (18) ε, μ и Δ выбирались равными $\varepsilon = 0{,}01$, $\mu = 0{,}01$, $\Delta = 0{,}01$. Например, для случая, когда $d_0^T = (1{,}2;\ 4{,}0;\ 0{,}3;\ 1{,}2)$ и $X_0^T = (-1,\ 0)$ в процессе адаптации на $n = 14$ шаге испытаний получен вектор $d_{14}^T = (0{,}653;\ 4{,}139;\ 0{,}123;\ 1{,}143)$, обеспечивающий перевод X_0^T в область Ω за два интервала управления, время перевода $t_{19} = 0{,}91$ c удовлетворяет задаче исследования.

В качестве критерия сходимости алгоритма адаптации выбрано функцию

$$W_n = \sum_{i=1}^{4}\left(d_n^{(i)} - d_{opt}^{(i)}\right)^2. \tag{23}$$

В процессе эксперимента получен монотонно убывающий характер функции W_n, свидетельствующий о сходимости процесса адаптации.

Заключение

Предлагаемый алгоритм позволяет синтезировать регулятор в системе с неизвестным запаздыванием и наличием ограниченных шумов в каналах измерения фазовых координат, обеспечивающий квазиоптимальное быстродействие в системе после окончания процесса адаптации (основной результат). Сдвиг линии переключения в пространстве фазовых переменных динамической системы зависит от времени запаздывания и уровней шумов в каналах измерения координат. При попадании фазовой траектории объекта в область достижимости управление должно быть выключено.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костин Г. В. Оптимальное по быстродействию управление механической системой с учетом сил трения и гармонического возмущения // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. — 2005. — № 4. — С. 57—63.

2. Кучеров Д. П. Решение одной задачи синтеза адаптивной системы управления, квазиоптимальной по быстродействию, при наличии ограниченного шума // Кибернетика и вычисл. техника. — 1999. — Вып. 122. — С. 13—22.

3. Кучеров Д. П. Об адаптивном управлении инерционной системой второго порядка, субоптимальной по быстродействию // Наук. пр. ДонНТУ. Вип. 48. — Донецьк, 2002. — С. 63—69.

4. Кучеров Д. П. Алгоритм обучения субоптимальному по быстродействию управлению динамической системой второго порядка без нулевых полюсов // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. Издание Херсонского НТУ. — 2004. — № 2 (14). — С. 169—176.

5. Кучеров Д. П. Синтез адаптивного регулятора для финитного управления вращающимся телом при наличии ограниченных помех // Проблемы управления и информатики. — 2005. — № 1. — С. 38—48.

Кучеров Дмитрий Павлович — старший научный сотрудник, докторант.

Центральный научно-исследовательский институт вооружения и военной техники Вооруженных Сил Украины