

УДК 621.979:621.768.4.06

Р. Д. Іскович-Лотоцький, д. т. н., проф.;  
М. В. Бакало

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ВІБРАЦІЙНИХ ТА ВІБРОУДАРНИХ МАШИН З ГІДРОІМПУЛЬСНИМ ПРИВОДОМ

*Розглянуто прикладне застосування математичної моделі вібраційних та віброударних машин з гідроімпульсним приводом. Проаналізовано рух системи з різними співвідношеннями параметрів. Дано рекомендації для використання спрощених моделей у проектних розрахунках.*

### Вступ

У вібраційних та віброударних технологіях застосовується обладнання з гідроімпульсним приводом [1—3].

Обладнання з гідроімпульсним приводом — це, здебільшого, машини інерційного типу (рис. 1), де виділяються: станина ( $m_3$ ), стіл або робочий орган ( $m_1$ ), рухома траверса з інерційною масою ( $m_2$ ) [1]. Дослідження цих машин полягає у визначенні частот власних коливань згаданих трьох основних мас системи та амплітуди їх коливань. Ці параметри залежать від жорсткості заготовки ( $c_3$ ), жорсткості пружин пружного повернення ( $c_n$ ) та жорсткості віброізоляції станини машини ( $c_b$ ). Розв'язання системи трьох диференціальних рівнянь за умови зміни кожного конструктивного параметру є доволі незручним і трудомістким. Метою даної роботи є визначення закономірностей взаємодії трьох основних мас вібраційних та віброударних машин та спрощення проектних конструкторських розрахунків.

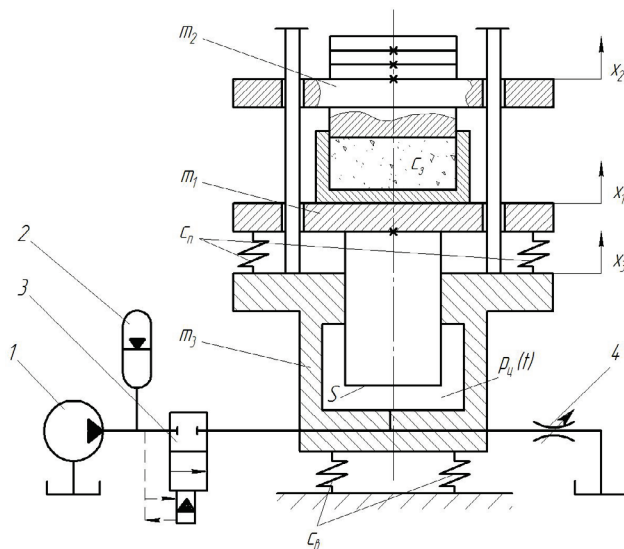


Рис. 1. Структурна схема віброударної машини з гідроімпульсним приводом: 1 — насос постійної подачі; 2 — регульований одноцикловий гідроакумулятор; 3 — вібробуджувач; 4 — регульований дросель

### Розв'язання задачі

Цикл роботи машини з гідроімпульсним приводом можна поділити на два етапи: I етап — зарядка одноциклового гідроакумулятора; II етап — розрядка акумулятора.

На I етапі відбувається зростання тиску в гідросистемі до величини настроєння відкриття вібробуджувача  $p_1$ .

На етапі розрядки гідроакумулятора (II етап) на рухомі ланки машини діє змушувальна сила  $P(t) = p_u(t)S$ . Як показали дослідження, сили тертя в ланках машини на порядок менші сили  $P(t)$ , тому характер їх взаємодії можна з достатньою точністю описати математичною моделлю [3], яка не враховує дисипативні сили, що діють на рухомі частини привода.

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_3 (x_1 - x_2) + c_n (x_1 - x_3) = P(t); \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_3 (x_2 - x_1) = 0; \\ m_3 \ddot{x}_3 + c_b x_3 + c_n (x_3 - x_1) = P(t). \end{cases} \quad (1)$$

Після того, як тиск в порожнині гідроциліндра  $p_u(t)$  впаде до  $p_2$ , що відповідає тиску закриття

віброзбуджувача, дія змушувальної сили на систему припиняється і відбувається повторення I етапу (цикл замикається). Під час набору тиску до наступного відкриття віброзбуджувача консервативну систему для дослідження можна описати такою системою лінійних диференціальних рівнянь [3]:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_3 (x_1 - x_2) + c_n (x_1 - x_3) = 0; \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_3 (x_2 - x_1) = 0; \\ m_3 \ddot{x}_3 + c_6 x_3 + c_n (x_3 - x_1) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Визначимо частоти вільних коливань системи. Методика розв'язання системи однорідних диференціальних рівнянь [5] зводиться до складання характеристичного визначника

$$\begin{vmatrix} m_1 \lambda^2 + c_3 + c_n & -c_3 & -c_n \\ -c_3 & m_2 \lambda^2 + c_3 & 0 \\ -c_n & 0 & m_3 \lambda^2 + c_6 + c_n \end{vmatrix} = m_1 m_2 m_3 \lambda^6 + (m_2 m_3 c_3 + m_2 m_3 c_n + m_1 m_3 c_3 + m_1 m_2 c_3 + m_1 m_2 c_n) \lambda^4 + (m_3 c_3 c_n + m_2 c_3 c_6 + m_2 c_6 c_n + m_1 c_3 c_6 + m_2 c_3 c_n + m_1 c_3 c_n) \lambda^2 + c_3 c_n c_6. \quad (3)$$

Після низки перетворень характеристичний визначник можна подати багаточленом  $\Delta(\lambda)$ , для знаходження коренів якого необхідно розв'язати характеристичне рівняння  $\Delta(\lambda) = 0$ .

$$\Delta(\lambda) = \lambda^6 + \left( \frac{c_3 + c_n}{m_1} + \frac{c_3}{m_2} + \frac{c_6 + c_n}{m_3} \right) \lambda^4 + \left( \frac{c_3 c_n}{m_1 m_2} + \frac{c_3 c_6 + c_n (c_3 + c_6)}{m_1 m_3} + \frac{c_3 (c_6 + c_n)}{m_2 m_3} \right) \lambda^2 + \frac{c_3 c_n c_6}{m_1 m_2 m_3} = 0. \quad (4)$$

Для визначення частот системи характеристичне рівняння методом підстановки  $\lambda = i\omega$  зручно звести до частотного рівняння

$$\omega^6 - \omega^4 \left( \frac{c_3 + c_n}{m_1} + \frac{c_3}{m_2} + \frac{c_6 + c_n}{m_3} \right) + \omega^2 \left( \frac{c_3 c_n}{m_1 m_2} + \frac{c_3 c_6 + c_n (c_3 + c_6)}{m_1 m_3} + \frac{c_3 (c_6 + c_n)}{m_2 m_3} \right) - \frac{c_3 c_n c_6}{m_1 m_2 m_3} = 0. \quad (5)$$

Аналіз отриманого рівняння (5) показує, що в реальних машинах основними регульованими конструктивними параметрами є жорсткість пружин пружного повернення ( $c_n = \text{var}$ ), жорсткість віброізоляторів ( $c_6 = \text{var}$ ) і маса станини з блоком фундаменту ( $m_3 = \text{var}$ ), зміна яких суттєво впливає на загальну динамічну характеристику досліджуваної моделі. Це положення наочно ілюструють графіки, які показують характер зміни частот вільних коливань елементів системи  $\omega_1, \omega_2$  і  $\omega_3$  (відповідно робочого органу, інерційного пригрузу та станини) зі збільшенням або зменшенням параметрів  $m_3$  та  $c_n$  (рис. 2, 3, 4).

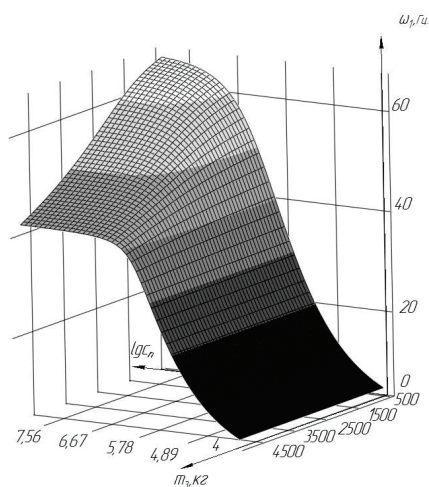


Рис. 2. Графік зміни частоти  $\omega_1$  зі зміною параметрів  $m_3$  та  $c_n$

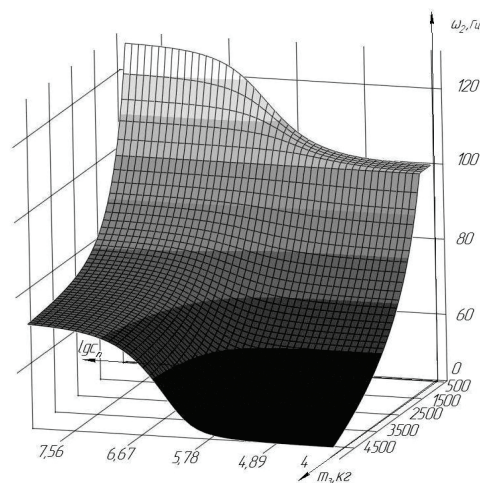


Рис. 3. Графік зміни частоти  $\omega_2$  зі зміною параметрів  $m_3$  та  $c_n$

Як видно, у випадку  $c_n = \text{var}$  при  $c_b < c_n$  і  $m_3 / (m_1 + m_2) > 8$  процес коливань можна розглядати як двочастотний, а у випадку  $m_3 = \text{var}$  процес коливань при виконанні умови  $m_3 / (m_1 + m_2) > 8$  та  $c_b / c_n > 100$  можна розглядати як одночастотний. Для вказаних обмежень в першому випадку лише дві частоти  $\omega_2$  і  $\omega_3$  змінюються в широких межах, в другому — лише частота  $\omega_2$ .

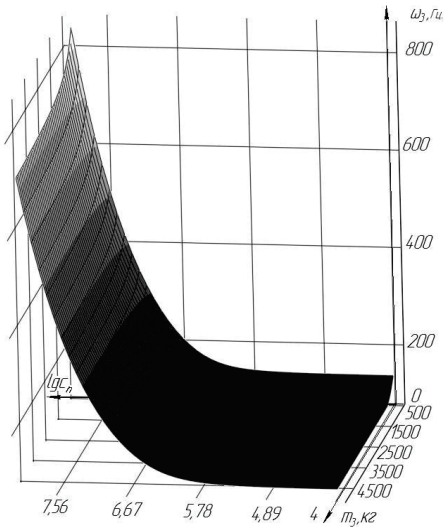


Рис. 4. Графік зміни частоти  $\omega_3$  системи зі зміною параметрів  $m_3$  та  $c_n$

Розглянемо характер взаємодії рухомих ланок вібраційної машини з різними значеннями параметрів.

Перший режим навантаження:  $m_1 = m_2 = 200 \text{ кг}$ ,  $m_3 = 3000 \text{ кг}$ ,  $c_n = 10^6 \text{ Н/м}$ ,  $c_3 = 10^5 \text{ Н/м}$ ,  $c_b = 10^7 \text{ Н/м}$ ,  $P_m = 10000 \text{ Н}$ .

Другий режим навантаження:  $m_1 = m_2 = 200 \text{ кг}$ ,  $m_3 = 3000 \text{ кг}$ ,  $c_n = 10^6 \text{ Н/м}$ ,  $c_3 = 5 \cdot 10^7 \text{ Н/м}$ ,  $c_b = 10^8 \text{ Н/м}$ ,  $P_m = 10000 \text{ Н}$ .

Як видно з графіків зі збільшенням жорсткості заготовки та віброізоляторів (другий режим навантаження), що відповідає завершенню процесу вібропресування відбувається зближення координат  $x_1$  та  $x_2$ , тому для проектних розрахунків можна скористатися двомасовою моделлю, у якій маси  $m_1$  та  $m_2$  розглядаються як одна зведена маса

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) \ddot{x}_1 + c_{np}(x_1 - x_3) = 0; \\ m_3 \ddot{x}_3 + c_b x_3 + c_{np}(x_1 - x_3) = 0, \end{cases} \quad (6)$$

де  $c_{np} = \frac{c_3 c_n}{c_3 + c_n}$  — зведена жорсткість ланки з масою  $m_1 + m_2$ .

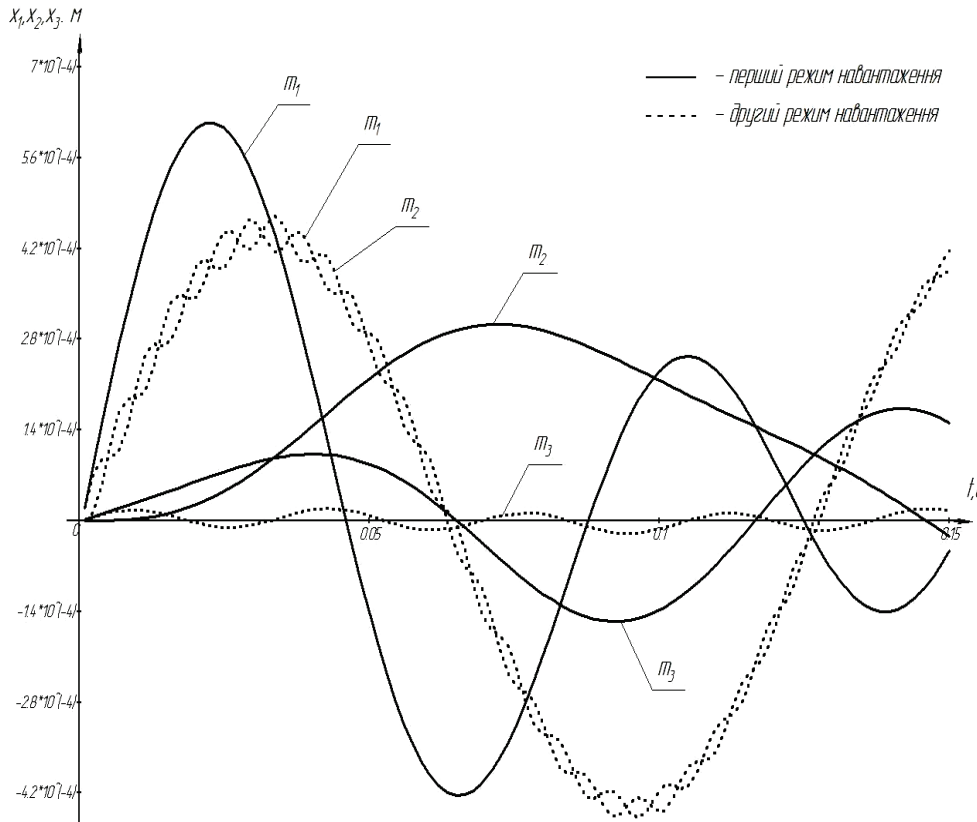


Рис. 5. Графіки переміщення ланок вібраційної машини з різними значеннями жорсткостей віброізоляторів та заготовки

Вплив віброізоляції станини на її переміщення ілюструють графіки на рис. 6.

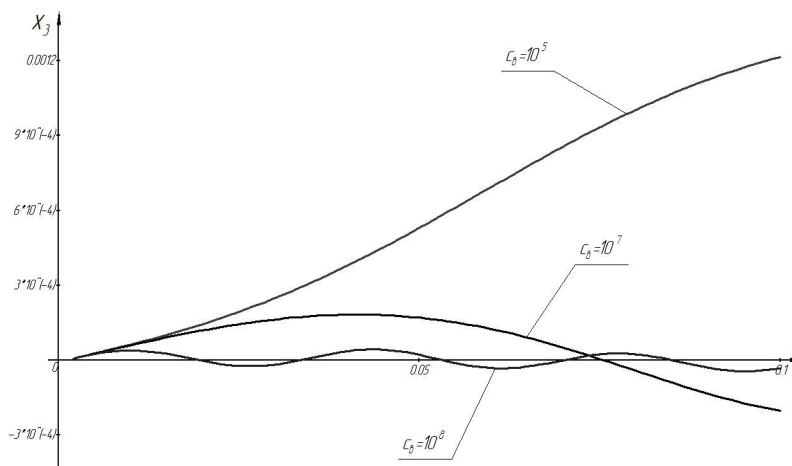


Рис. 6. Вплив жорсткості віброізоляції станини на її переміщення

З графіків випливає, що збільшення жорсткості віброізоляції приводить до зменшення амплітуди та збільшення частоти коливань. Причому, з достатньою віброізоляцією станини її переміщення на порядок менші переміщень інших ланок і ними можна знехтувати та перейти до двомасової моделі, в якій станина вважається нерухомою

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_3 + c_n) x_1 - c_3 x_2 = 0; \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_3 (x_2 - x_1) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Для визначення зміни механічних, кінематичних та динамічних параметрів віброударної машини з ГПП, можна скористатися загальною двомасовою моделлю

$$\begin{cases} \overline{m}_1 \ddot{x}_1^* + c_1 (x_1^* - x_2^*) = P_1(t); \\ \overline{m}_2 \ddot{x}_2^* - c_1 (x_1^* - x_2^*) + c_2 x_2^* = P_2(t). \end{cases} \quad (8)$$

Загальні коефіцієнти цієї моделі вибираються в залежності від конкретної машини. Взаємозв'язок між параметрами загальної моделі та параметрами розрахункових моделей подані в таблиці 1.

Таблиця

Взаємозв'язок між параметрами загальної моделі та параметрами розрахункових моделей

Загальна модель	Вібропреси зі значною масою станини та надійною віброізоляцією	Вібропреси з малим інерційним пригрузом	Ливарні та струшувальні машини
$\overline{m}_1$	$m_2$	$m_{пр}$	$m_1$
$\overline{m}_2$	$m_1$	$m_3$	$m_3$
$x_1^*$	$x_2$	$x_{1пр}$	$x_1$
$x_2^*$	$x_1$	$x_3$	$x_3$
$c_1$	$c_3$	$c_{пр}$	$c_n$
$c_2$	$c_n$	$c_в$	$c_в$
$P_1(t)$	0	$P(t)$	$P(t)$
$P_2(t)$	$P(t)$	$-P(t)$	$-P(t)$

## Висновки

Дослідження математичної моделі віброударної машини показало, що:

— з виконанням умов  $c_b < c_n$  і  $m_3/(m_1 + m_2) > 8$  процес коливань можна розглядати як двочастотний (дві частоти  $\omega_2$  і  $\omega_3$  змінюються в широких межах), а при  $c_b/c_n > 100$  і рекомендованому вище співвідношенні мас — як одночастотний (лише частота  $\omega_2$  змінюється в широких межах);

— для визначення переміщення основних мас для різних типів вібраційних та віброударних машин під час проектних робіт можна використовувати спрощені двомасові моделі.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Іскович-Лотоцький Р. Д., Матвеев І. Б., Крат В. А. Машини вібраційного і віброударного діяння. — К.: Техніка, 1982. — 208 с.
2. Машиностроение. Энциклопедия / Ред. совет: К. В. Фролов (пред.) и др. — М.: Машиностроение Машини и оборудование кузнечно-штамповочного и литейного производства Т. IV-4 / Ю. А. Бочаров, И. В. Матвеевко и др.: Под общ. ред. Ю. А. Бочарова, И. В. Матвеевко. 2005. — 926 с.: ил.
3. Іскович-Лотоцький Р. Д. Основи теорії розрахунку та розробки процесів і обладнання для віброударного пресування. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2006. — 338 с.
4. Іскович-Лотоцький Р. Д., Обертюх Р. Р., Севостьянов І. В. Процеси та машини вібраційних та віброударних технологій. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2006. — 291 с.
5. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. Учебник для вузов. — М.: Наука, 1976. — 576 с.: ил.

Рекомендована кафедрою металорізальних верстатів та обладнання автоматизованого виробництва

Надійшла до редакції 30.05.07  
Рекомендована до друку 26.06.07

**Іскович-Лотоцький Ростислав Дмитрович** — завідувач кафедри металорізальних верстатів та обладнання автоматизованого виробництва;

**Бакало Михайло Володимирович** — студент Інституту магістратури, аспірантури та докторантури.

Вінницький національний технічний університет