

УДК 681.3:621.375

С. М. Захарченко к. т. н., доц.

## ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ АЦП ІЗ ПЕРЕРОЗПОДІЛОМ ЗАРЯДУ ЗА РАХУНОК ВИКОРИСТАННЯ ВАГОВОЇ НАДЛИШКОВОСТІ

*Розглянуто новий, виключно цифровий метод самокалібрування АЦП із перерозподілом заряду, який базується на застосуванні вагової надлишковості та характеризується суттєвим зменшенням методичної похибки калібрування. Отримано аналітичні залежності для розрахунку коригувальних поправок.*

### Вступ

Серед сучасних АЦП послідовного наближення можна виділити клас пристроїв, що реалізований з використанням техніки комутованих конденсаторів. Відмітною рисою цих пристроїв є те, що практично всі етапи аналого-цифрового перетворення є процесом перерозподілу заряду, який відповідає рівню вхідного сигналу [1]. АЦП цього класу виготовляються провідними фірмами, такими як Analog Devices, Texas Instruments, Intersil тощо [2].

Забезпечення високої роздільної здатності цих пристроїв є можливим тільки шляхом періодичного виконання спеціальної процедури — самокалібрування, призначеної для визначення та компенсації інструментальних похибок, пов'язаних з відхиленням ваг окремих розрядів перетворювача. В більшості сучасних АЦП даного класу ця процедура реалізується в цифроаналоговій формі і потребує застосування додаткових калібрувальних ЦАП, внаслідок чого спостерігається як ускладнення структури пристрою, так і додаткові витрати часу в режимі основного перетворення [3, 4]. Альтернативним шляхом підвищення точності АЦП із перерозподілом заряду є застосування вагової надлишковості та реалізація процедури самокалібрування виключно у цифровій формі. Один з таких підходів, який базується на алгоритмі калібрування за стратегією «знизу-догори» розглянуто в [5]. Головним недоліком останнього є процес накопичення методичної похибки калібрування зі збільшенням кількості розрядів, що калібруються. Одним із шляхів сповільнення процесу накопичення похибки є застосування на етапі калібрування так званих додаткових розрядів, ваги яких є меншими за вагу наймолодшого розряду [5]. Такий підхід вимагає розширення розрядної сітки в бік молодших розрядів, що не завжди є можливим з технологічної точки зору.

### Мета і задачі дослідження

Метою дослідження є розробка методу самокалібрування АЦП із перерозподілом заряду, який забезпечить значне зменшення методичної похибки калібрування порівняно з методом, що реалізує стратегію «знизу-догори» та не потребує застосування додаткових аналогових компонентів у вигляді додаткових розрядів або додаткових вимірювальних АЦП.

Для досягнення мети необхідно розв'язати такі задачі:

- розробити новий метод калібрування АЦП із перерозподілом заряду;
- побудувати математичну модель, яка дозволить оцінити процес накопичення методичної похибки;
- порівняти отриманий результат з аналогічним результатом, отриманим зі застосуванням алгоритму за стратегією «знизу-догори»;
- зробити висновки.

### Базові припущення і вимоги до застосування методу

Запропонований метод калібрування АЦП із перерозподілом заряду висуває певні *вимоги* до робочої системи числення перетворювача, зокрема:

1.  $\alpha < 2$ , де  $\alpha$  — основа робочої системи числення;
2. Зв'язок між вагами розрядів повинен бути рекурентним (будь-який старший розряд можна зобразити як суму фіксованої кількості молодших розрядів).

Крім того метод базується на таких *припущеннях*:

1) ваги певної кількості молодших розрядів вважаються ідеальними, ці розряди в подальшому називаються «точними»;

2) сумарна похибка неточних розрядів дорівнює нулю.

Перше припущення є характерним для методу калібрування за стратегією «знизу-догори» і базується на тому факті, що для однакового значення відносного відхилення ваг розрядів в межах допуску, абсолютне значення відхилення молодших розрядів значно менше за абсолютне значення відхилення старших розрядів і тому цим відхиленням можна нехтувати.

Друге припущення є специфічним саме для АЦП із перерозподілом заряду. Підґрунтям для нього є те, що заряд, який накопичується на конденсаторній матриці на етапі вибірки вхідного сигналу, підлягає перерозподілу на тій самій матриці, тобто відбувається автомасштабування перетворювача.

### Новий метод калібрування АЦП із перерозподілом заряду

Для демонстрації роботи методу оберемо систему числення з основою  $\alpha = 1,618$ . Для цього випадку справедливим є співвідношення:

$$Q_i = Q_{i-1} + Q_{i-2}, \tag{1}$$

де  $Q_i$ ;  $Q_{i-1}$ ;  $Q_{i-2}$  — ідеальні значення ваг  $i$ -го,  $(i - 1)$ -го та  $(i - 2)$ -го розряду перетворювача відповідно.

Процес калібрування складається з двох етапів. На першому етапі здійснюється вимірювання неузгодженості ваг  $i$ -го,  $(i - 1)$ -го та  $(i - 2)$ -го розрядів, де  $i \in [n - m + 1 : n - 1]$ . Для цього застосовуються виключно «точні» розряди з  $Q_0$  по  $Q_{n-m-1}$ . На другому етапі за спеціальними співвідношеннями розраховуються числові еквіваленти відхилень ваг розрядів для подальшого врахування на етапі основного перетворення.

Результат калібрування старшого,  $(n - 1)$ -го розряду можна подати у вигляді:

$$-(Q_{n-1} + \Delta Q_{n-1}) + (Q_{n-2} + \Delta Q_{n-2}) + (Q_{n-3} + \Delta Q_{n-3}) = \sum_{i=0}^{n-m-1} a_i Q_i, \tag{2}$$

де  $\Delta Q_{n-1}$ ;  $\Delta Q_{n-2}$ ;  $Q_{n-3}$  — абсолютні значення відхилень ваг  $(n - 1)$ -го,  $(n - 2)$ -го та  $(n - 3)$ -го розрядів відповідно,  $a_i \in \{0, 1\}$  — двійкова цифра в  $i$ -ому розряді коду, отриманому при калібруванні  $(n - 1)$ -го розряду.

Підставивши (1) у (2) та позначивши  $\sum_{i=0}^{n-m-1} a_i Q_i = y_{n-1}$ ;  $\Delta Q_{n-1} = x_{n-1}$ ;  $\Delta Q_{n-2} = x_{n-2}$ ;  $\Delta Q_{n-3} = x_{n-3}$ , перепишемо (2) у вигляді:

$$-x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3} = y_{n-1}. \tag{3}$$

Аналогічно результати калібрування довільного  $j$ -го розряду описуватимуться виразом

$$-x_j + x_{j-1} + x_{j-2} = y_j. \tag{4}$$

Застосування останнього виразу до  $(n - m + 1)$ -го розряду матиме спрощений вигляд:  $-x_{n-m+1} + x_{n-m} = y_{n-m+1}$ , оскільки відповідно до припущення 1  $x_{n-m-1} = 0$ .

Таким чином результати калібрування можна зобразити у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{pmatrix} x_{n-1} & x_{n-2} & x_{n-3} & x_{n-4} & \dots & x_{n-m+2} & x_{n-m+1} & x_{n-m} \\ -x_{n-1} & x_{n-2} & x_{n-3} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -x_{n-2} & x_{n-3} & x_{n-4} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -x_{n-m+2} & x_{n-m+1} & x_{n-m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -x_{n-m+1} & x_{n-m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ y_{n-1} \\ y_{n-2} \\ \vdots \\ y_{n-m+2} \\ y_{n-m+1} \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Слід зауважити, що перший рядок матриці враховує припущення 2.

Скориставшись методом Гауса зведемо систему (5) до трикутного вигляду:

$$\begin{pmatrix} x_{n-1} & x_{n-2} & x_{n-3} & x_{n-4} & \dots & x_{n-m+1} & & x_{n-m} \\ 0 & 2x_{n-2} & 2x_{n-3} & x_{n-4} & \dots & x_{n-m+1} & & x_{n-m} \\ 0 & 0 & 4x_{n-3} & 3x_{n-4} & \dots & x_{n-m+1} & & x_{n-m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & (\varphi(m+1)-1)x_{n-m+1} & & \varphi(m)x_{n-m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & & (\varphi(m+2)-1)x_{n-m} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ y_{n-1} \\ y_{n-1} + 2y_{n-2} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{m-2} y_{n-i} (\varphi(i+2) - 1) \\ \sum_{i=1}^{m-1} y_{n-i} (\varphi(i+2) - 1) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

де  $\varphi(j)$  –  $j$ -та цифра ряду Фібоначчі з параметром  $p = 1$  [6].

Розв'язавши систему рівнянь (6) відносно  $x_{n-m}$ , отримаємо:

$$x_{n-m} = \frac{\sum_{i=1}^{m-1} y_{n-i} (\varphi(i+2) - 1)}{\varphi(m+2) - 1}. \quad (7)$$

Із системи рівнянь (5) отримаємо вираз для розрахунку довільного невідомого  $x_{n-m+j}$

$$x_{n-m+j} = x_{n-m} \varphi(j+1) - \sum_{i=1}^j y_{n-m+i} \varphi(j-i+1). \quad (8)$$

Підставивши (7) у (8) після перетворень, отримаємо:

$$x_{n-m+j} = \frac{\varphi(j+1)}{\varphi(m+2) - 1} \sum_{i=1}^{m-j-1} y_{n-i} (\varphi(i+2) - 1) + \sum_{i=m-j}^{m-1} y_{n-i} \left[ \frac{\varphi(j+1)(\varphi(i+2) - 1)}{\varphi(m+2) - 1} - \varphi(i-m+j+1) \right]. \quad (9)$$

Останній вираз дозволяє розрахувати відхилення довільного  $(n-m+j)$ -го розряду від свого ідеального значення і врахувати його при визначенні кінцевого значення вхідного сигналу.

Зі застосуванням традиційного алгоритму самокалібрування за стратегією «знизу-догори», який використовує тільки припущення 1, система рівнянь (5) набуває вигляду:

$$\begin{pmatrix} -x_{n-1} & x_{n-2} & x_{n-3} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -x_{n-2} & x_{n-3} & x_{n-4} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -x_{n-m+2} & x_{n-m+1} & x_{n-m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -x_{n-m+1} & x_{n-m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -x_{n-m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{n-1} \\ y_{n-2} \\ \vdots \\ y_{n-m+2} \\ y_{n-m+1} \\ y_{n-m} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

в результаті розв'язку якої отримаємо:

$$x_{n-m+j}^{\uparrow} = - \sum_{i=1}^{j+1} \varphi(i) y_{n-m+j+1-i}. \quad (11)$$

Оскільки значення  $y_i$  отримано в результаті аналого-цифрового врівноваження, то максимальна похибка вимірювання дорівнює похибці квантування і для системи числення з розрядними коефі-

цієнтами  $\{0,1\}$  дорівнює 0,5 одиниці молодшого розряду (ОМР). Таким чином у найгіршому випадку  $y_i = \pm 0,5$  ОМР для всіх  $i \in [1 : m]$ . Підставивши останнє в (9) та (11), максимально можливе значення похибки калібрування визначатиметься відповідно виразами:

$$\varepsilon_{n-m+j} = \frac{\varphi(j+1)}{\varphi(m+2)-1} \sum_{i=1}^{m-j-1} 0,5(\varphi(i+2)-1) + \sum_{i=m-j}^{m-1} 0,5 \left| \frac{\varphi(j+1)(\varphi(i+2)-1)}{\varphi(m+2)-1} - \varphi(i-m+j+1) \right| \quad (12)$$

та 
$$\varepsilon_{n-m+j}^{\uparrow} = \sum_{i=1}^{j+1} 0,5\varphi(i) \dots \quad (13)$$

Графічну інтерпретацію виразів (12) і (13) для випадку десяти неточних розрядів ( $m = 10$ ) показано на рис. 1.

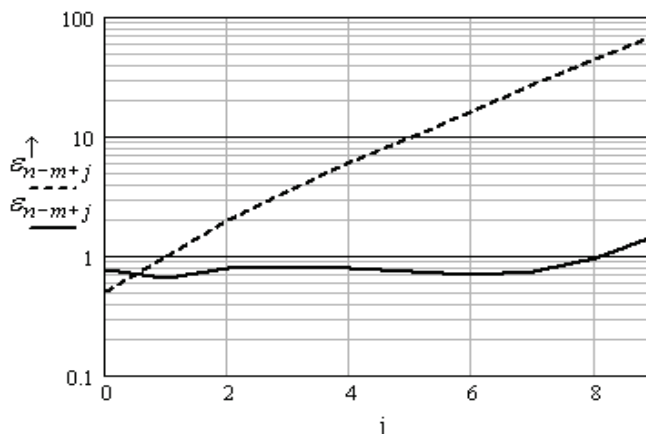


Рис. 1. Залежність похибки калібрування від номера розряду, що калібрується

Неважко побачити, що застосовуючи стратегії калібрування «знизу-догори», спостерігається різке зростання методичної похибки калібрування зі збільшенням номеру розряду, що калібрується. В той же час для запропонованого методу похибка калібрування слабо залежить від номера розряду і майже не виходить за межі 1 ОМР. Покажемо, що ця ситуація зберігається і для інших систем числення, які задовольняють вимозі рекурентності 2.

Розглянемо два типи рекурентних рядів, які визначають основу системи числення. До першого типу належать ряди Фібоначчі, що формуються на основі виразу

$$\varphi_p(i+1+p) = \varphi_p(i+p) + \varphi_p(i),$$

де  $p = 1, 2, 3, \dots$ .

Відповідні основи систем числення можуть бути знайдені шляхом розв'язку рівняння  $\alpha^{1+p} = \alpha^p + \alpha^0$  або  $\alpha^{1+p} = \alpha^p + 1$ . Результати розв'язання останнього для деяких значень параметра  $p$  наведено в табл. 2. Другий тип рядів утворюють так звані T-ряди, які формуються на основі виразу

$$T_p(p+1) = \sum_{i=1}^p T_p(i). \quad (14)$$

Відповідні основи системи числення можуть бути знайдені шляхом розв'язання рівняння

$$\alpha_p^{p+1} = \sum_{i=1}^p \alpha_p^i. \quad (15)$$

Результати розв'язання останнього для деяких значень параметру  $p$  наведено в таблиці.

## Значення основ систем числення, що задовольняють умову рекурентності

Параметр $p$	1	2	3	4
Ряди Фібоначчі	1,618	1,466	1,38	1,325
T-ряди	—	1,618	1,839	1,928

Скориставшись вищенаведеною методикою розрахунку відхилень «неточних» розрядів для систем числення, що утворюються рядами Фібоначчі та T-рядами з довільним параметром  $p$ , відповідно, отримаємо

$$x_{p_{n-m+j}}^{\Phi} = \frac{\varphi_p(j+1)}{\varphi_p(m+p+1)-1} \sum_{i=1}^{m-j-1} y_{n-i} (\varphi_p(i+p+1)-1) + \sum_{i=m-j}^{m-1} y_{n-i} \left[ \frac{\varphi_p(j+1)(\varphi_p(i+p+1)-1)}{\varphi_p(m+p+1)-1} - \varphi_p(i-m+j+1) \right]; \quad (16)$$

$$x_{p_{n-m+j}}^T = \frac{T_p(j+1)}{T_p'(m)} \sum_{i=1}^{m-j-1} y_{n-i} T_p'(i) + \sum_{i=m-j}^{m-1} y_{n-i} \left[ \frac{T_p(j+1)T_p'(i)}{T_p'(m)} - T_p(i-m+j+1) \right], \quad (17)$$

де  $T_p'(i)$  — модифікація T-ряду, яка утворюється відповідно до виразу

$$T_p'(p+1) = \sum_{i=1}^p T_p'(i) + 1.$$

А максимально можливе значення похибки калібрування визначатиметься виразами:

$$\varepsilon_{p_{n-m+j}}^{\Phi} = \frac{\varphi_p(j+1)}{\varphi_p(m+p+1)-1} \sum_{i=1}^{m-j-1} 0,5(\varphi_p(i+p+1)-1) + \sum_{i=m-j}^{m-1} 0,5 \left| \frac{\varphi_p(j+1)(\varphi_p(i+p+1)-1)}{\varphi_p(m+p+1)-1} - \varphi_p(i-m+j+1) \right|; \quad (18)$$

$$\varepsilon_{p_{n-m+j}}^T = \frac{T_p(j+1)}{T_p'(m)} \sum_{i=1}^{m-j-1} 0,5T_p'(i) + \sum_{i=m-j}^{m-1} 0,5 \left| \frac{T_p(j+1)T_p'(i)}{T_p'(m)} - T_p(i-m+j+1) \right|. \quad (19)$$

Графічну інтерпретацію виразів (18) і (19) для випадку десяти неточних розрядів ( $m = 10$ ) та різних значень параметра  $p$  показано на рис. 2.

Враховуючи той факт, що похибки калібрування окремих розрядів є випадковими некорельованими величинами, максимальна сумарна похибка, яка спостерігатиметься у випадку використання всіх неточних розрядів визначатиметься за формулою

$$\varepsilon_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{j=0}^{m-1} (\varepsilon_{n-m-j})^2}. \quad (20)$$

Графічну інтерпретацію останньої показано на рис. 3.

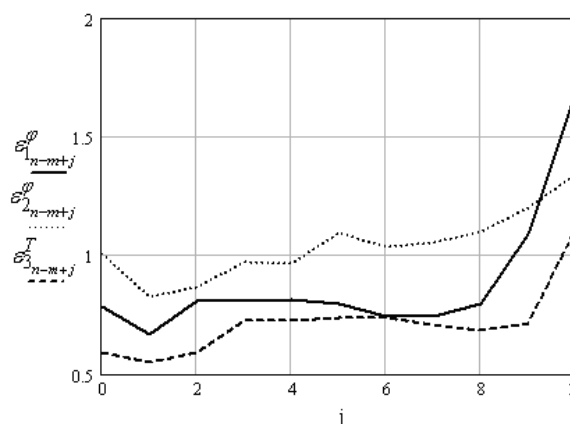


Рис. 2. Залежність похибки калібрування від номера розряду для систем числення, що утворюються різними рекурентними рядами

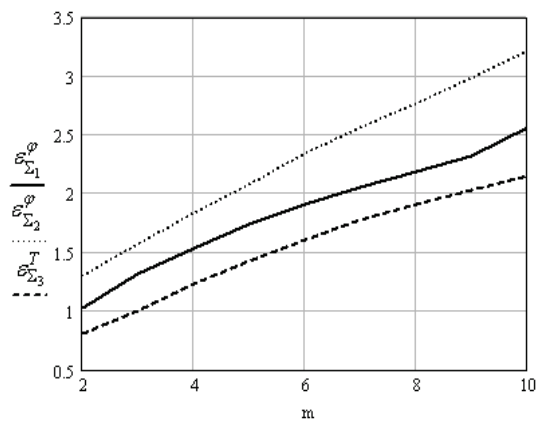


Рис. 3. Залежність сумарної похибки калібрування від кількості неточних розрядів для систем числення, що утворюються різними рекурентними рядами

### Висновки

1. Запропоновано новий метод самокалібрування АЦП із перерозподілом заряду, який характеризується значно меншою методичною похибкою калібрування порівняно з відомими.
2. Отримано математичні співвідношення для розрахунку коригувальних поправок для різних основ систем числення, що задовольняють умові рекурентності.
3. Показано, що застосовуючи запропонований метод, значення основи системи числення несуттєво впливає на методичну похибку калібрування.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мулявка Я. Схемы на операционных усилителях с переключаемыми конденсаторами; [пер. с пол.] / Я. Мулявка. — М.: Мир, 1992. — 253 с.
2. Данилов А. Микросхемы инструментальных АЦП / А. Данилов // Электронные компоненты — Украина. — 2005. — № 3/4. — С. 8—19.
3. Tan K. S. On board self-calibration of analog-to-digital and digital-to-analog converters / Tan K. S. // U. S. Patent 4399426. — 1983. — Aug. 16. — P. 21—25.
4. Hae-Seung Lee, David A. Hodges. Self-calibration technique for A/D converters // IEEE Transactions on circuits and systems. — 1983, March. — Vol. 30, № 3. — P. 188—190.
5. Захарченко С. М. Самокалібровані АЦП із накопиченням заряду на основі надлишкових позиційних систем числення. [монографія] / С. М. Захарченко, О. Д. Азаров, О. М. Харьков. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. — 235 с.
6. Стахов А. П. Коды золотой пропорции / А. П. Стахов. — М.: Радио и связь, 1984. — 152 с.

Рекомендована кафедрою обчислювальної техніки

Надійшла до редакції 30.05.08  
Рекомендована до друку 24.06.08

**Захарченко Сергій Михайлович** — доцент кафедри обчислювальної техніки.  
Вінницький національний технічний університет