

# МАШИНОБУДУВАННЯ І ТРАНСПОРТ

УДК 621.229.384.

Ю. І. Муляр, к. т. н., доц.;

О. В. Купчик, студ.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГІДРОПРИВОДУ СТЕНДА ДЛЯ ВИПРОБУВАННЯ НА ДОВГОВІЧНІСТЬ РУКАВІВ ВИСОКОГО ТИСКУ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ЇЇ ДОСЛІДЖЕННЯ

*Розроблено пневмогідролічний привід для формування прямокутних імпульсів тиску до стенду для випробування рукавів високого тиску на довговічність. Розроблено математичну модель приводу, досліджено стійкість перехідного процесу; показано, що показники перехідного процесу задовольняють нормативні вимоги до стендів даного призначення.*

В системах гідроприводів різних машин широке застосування знаходять рукави високого тиску (РВТ). Жорсткі вимоги до надійності РВТ пояснюють актуальність створення стендів для випробування на довговічність. Запропонований авторами гідропривід стенду має низку відмінностей від відомих [1, 2] (наявність стабілізатора тиску, застосування однокромкового розподільного золотника та ін.), тому дослідження такого стенду є актуальним.

У роботі описані теоретичні дослідження стійкості і перехідних процесів в гідроприводі стенда.

Схема гідроприводу стенда для випробування РВТ на довговічність (рис. 1) включає насосну станцію Н з пневмогідролічним акумулятором ПГА, мультиплікатор тиску МТ, розподільні клапани РК1 та РК2 золотникового типу і стабілізатор тиску СТ. Стенд призначений для випробувань РВТ на довговічність шляхом формування прямокутних імпульсів тиску. ГОСТом 6286—73 обумовлюються параметри імпульсу; тривалість переднього фронту імпульсу не повинна перевищувати 75 мс, стабільність амплітуди — 15 %, температура випробувальної рідини повинна бути  $(93 \pm 5) ^\circ\text{C}$ , тиск з частотою від 30 до 75 циклів/хв. [3].

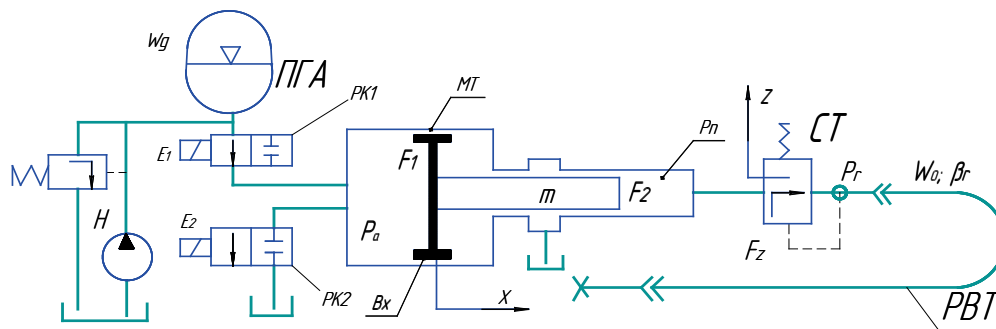


Рис. 1. Схема гідроприводу стенда для випробування РВТ на довговічність

Особливістю стенду є спосіб керування мультиплікатором. На заміну широкоживаному двокромковому триходовому золотнику [4] з електромагнітним керуванням в запропонованому приводі, застосовані два однокромкових золотники з вільним вибігом, які керуються імпульсами напруги від електромагнітів E1 та E2. Перевагою такого рішення є зведення до мінімуму часу відкриття робочого вікна золотника. Досягається згадане за рахунок того, що в циліндричних золотниках необхідна герметичність досягається додатним перекриттям, величина якого у декілька разів перевищує відкриття робочого вікна золотника. З подачею керувального імпульсу золотник до моменту відкриття матиме певну швидкість, за рахунок чого сам процес відкриття робочого вікна скорочується на порядок. Далі золотник рухається в режимі вільного вибігу (як підпружинена маса) і закривається після набору системою випробувального тиску. Аналогічно працює і другий золотник, що скидає тиск до нульового значення.

Математична модель гідроприводу стенда складена з урахуванням таких припущень:

- хвильовими процесами у магістралях нехтуємо;
- час спрацювання клапанів  $E_1$  та  $E_2$  нехтовно малий в порівнянні з тривалістю перехідного процесу;
- подача рідини насосом протягом перехідного процесу не впливає на тиск у акумуляторі;
- піддатливість робочої рідини у напірній магістралі нехтовно мала в порівнянні з ємністю акумулятора;
- робочі кромки золотників гострі;
- витоки рідини крізь ущільнення в елементах гідросистеми малі в порівнянні з витоків в насосі;
- піддатливість магістралей гідросистеми, а також стискання робочої рідини та газорідної суміші враховуються як усереднені величини для діапазону змін тиску, який розглядається. Крім того, прийнято ще деякі припущення, які наведені безпосередньо у описі відповідного рівняння моделі.

Модель досліджуваного гідропривода включає такі рівняння.

Рівняння руху плунжера мультиплікатора

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F P_a - B_x \frac{dx}{dt} - F_2 P_r - F_2 \Delta P_z, \quad (1)$$

де  $m$  — маса рухомих частин мультиплікатора з приведеною до нього масою рідини в трубопроводах і порожнинах мультиплікатора;  $x$  — координата положення плунжера мультиплікатора;  $t$  — незалежна змінна (час);  $B_x$  — коефіцієнт в'язкого опору, який враховує тертя рухомих деталей мультиплікатора і шляхові витрати в трубах;  $F_1, F_2$  — ефективна площа поршня і плунжера мультиплікатора, відповідно;  $P_a$  — тиск на виході пневмогідроакумулятора;  $P_r$  — тиск в порожнині РВТ;  $\Delta P_z$  — перепад тиску на робочих кромках золотника стабілізатора тиску, рівняння рівноваги золотника стабілізатора тиску

$$T \frac{dz}{dt} + z = -K_z (P_r - P_n) \cdot 1(P_r - P_n), \quad (2)$$

де  $z$  — координата положення золотника стабілізатора тиску;  $T = B_z / C_z$  — постійна часу стабілізатора тиску;  $B_z$  — коефіцієнт в'язкого тертя в золотнику;  $C_z$  — коефіцієнт жорсткості пружини стабілізатора тиску;  $K_z$  — коефіцієнт регулювання (відношення площі торця золотника стабілізатора тиску  $F_z$  до жорсткості золотника  $C_z$ );  $P_n$  — тиск налагодження (формується попереднім натягом пружини) стабілізатора тиску;  $1(P_r - P_n)$  — одиничний стрибок (функція Хевісайда), рівняння балансу витрат в порожнині високого тиску (стисканням рідини в порожнині низького тиску нехтуємо, оскільки ця порожнина послідовно сполучена з газовою подушкою пневмогідроакумулятора)

$$\beta_r W_0 \frac{dP_r}{dt} = F_2 \frac{dx}{dt} - F_z \frac{dz}{dt}, \quad (3)$$

де  $\beta_r$  — коефіцієнт піддатливості РВТ з укладеною в ньому робочою рідиною; нижче записана залежність коефіцієнта піддатливості РВТ від тиску одержана апроксимацією експериментальних даних, наведених в роботі [5]:

$$\beta_r = \beta_0 + \frac{A_0}{\alpha} \exp(-\alpha P_r), \quad (4)$$

де  $\beta_0, A_0, \alpha$  — коефіцієнти апроксимації;  $W_0$  — об'єм порожнини високого тиску;  $F_z$  — ефективна площа торця золотника стабілізатора тиску.

Рівняння витоку рідини через робоче вікно стабілізатора тиску

$$Q_z = L_z H \sqrt{\frac{2|\Delta P_z|}{\zeta \rho}} \text{sign}(\Delta P_z), \quad (5)$$

де  $Q_z$  — витрати рідини через стабілізатор;  $L_z$  — довжина робочих кромок золотника;  $H$  — відкриття робочого вікна золотника,  $H = Z_0 - K_h z$ ;  $K_h$  — коефіцієнт, який враховує тангенс кута

нахилу робочих кромek золотника ;  $\zeta$  — коефіцієнт місцевих гідравлічних опорів [6];  $\rho$  — густина робочої рідини;  $\text{sign}(x)$  — функція знаку, відповідає одиниці, взятій зі знаком аргументу;  $Z_0$  — початкове (уставка) відкриття робочого вікна стабілізатора тиску; рівняння робочого процесу в пневмогідроакумуляторі (враховуючи швидкість спрацьовування, процес в газовій подушці (азот) прийнятий політропним з показником політропи  $K = 1,4$ )

$$P_a = P_g \exp \left\{ 1,4 \ln \left[ W_g / (W_g + F_1 x) \right] \right\}, \quad (6)$$

де  $W_g$  — об'єм газової подушки акумулятора в початковому (зарядженому) стані;  $P_g$  — тиск зарядки пневмогідроакумулятора.

Таким чином, запропонована математична модель є нелінійною динамічною системою змінної структури. З моменту досягнення тиском в РВТ величини налагоджуваного  $P_n$ , перехідний процес в приводі описується рівнянням третього порядку. Як відомо, для стійкості системи третього порядку додатності коефіцієнтів характеристичного рівняння недостатньо — необхідно дотримання критерію стійкості, наприклад, критерій Рауса-Гурвіца.

Лінеаризована модель приводу може бути отримана за допомогою перетворення рівнянь (3)—(6). За точку лінеаризації приймемо стан, у якому знаходиться система до моменту досягнення тиску  $P_r$  в РВТ, що перевищує тиск налагодження  $P_n$ . Враховуючи те, що в процесі закриття золотника регулятора тиску такі координати стану, як положення плунжера  $x$  мультиплікатора і тиск  $P_r$  в рукаві високого тиску змінюються несуттєво, приймемо додатково (у порівнянні із раніше прийнятими) такі припущення :

— піддатливість рукава високого тиску постійна і рівна  $BW$  ;

— характеристика пневмогідроакумулятора лінійна, тобто  $P_a = P_0 - Cax$ ; ( $Ca$  — дотична до кривої  $Pa(x)$ ), де  $x$  визначено рівнянням пружності РВТ:

$$P_r(x) = P_n.$$

Рівняння (5) витоку рідини в робочому вікні стабілізатора також лінеаризовано методом дотичних і має вигляд

$$Q_z = K_q z + F_q \Delta P_z,$$

де  $K_q$  і  $F_q$  — суть коефіцієнти лінеаризації, причому:

$$K_q = L_z \sqrt{\frac{2P_0}{\zeta \rho}}; \quad (7)$$

$$F_q = L_z \frac{z}{2} \sqrt{\frac{2}{\zeta \rho P_0}}, \quad (8)$$

де  $P_0$  — точка лінеаризації.

З урахуванням вищенаведених зауважень лінеаризована математична модель приводу матиме вигляд

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_1 P_a - B_x \frac{dx}{dt} - F_2 P_r - F_2 \Delta P_z; \quad (9)$$

$$T \frac{dz}{dt} + Z = -K_z P_r; \quad (10)$$

$$F_2 \frac{dx}{dt} = K_q z - F_q \Delta P_z; \quad (11)$$

$$F_1 P_a = F_1 P_0 - Cax; \quad (12)$$

$$BWP_r = F_2 x - F_z z. \quad (13)$$

За координати стану зручно прийняти змінні  $x$  і  $z$ , тоді шуканий тиск в рукаві буде їх лінійною комбінацією згідно з (13)

$$P_r = F_2 / BW x - F_z / BW z. \quad (14)$$

Якщо рівняння (11) розв'язати відносно  $\Delta P_r$

$$\Delta P_z = \frac{F_2}{F_q} \frac{dx}{dt} - \frac{K_q}{F_q} z, \quad (15)$$

рівняння (13) розв'язати відносно  $P_r$

$$P_r = \frac{F_2}{\beta_r W_0} x - \frac{F_z}{\beta_r W_0} z, \quad (16)$$

ввести додаткові позначення

$$B_e = B_x + \frac{F_2^2}{F_q}; \quad C_e = Ca + \frac{F_2^2}{\beta_r W_0}; \quad C_z = \frac{F_2 K_q}{F_q} - \frac{F_2 F_z}{\beta_r W_0},$$

то після підстановки рівнянь (15), (16) в рівняння (9), останнє можна записати у вигляді:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + B_e \frac{dx}{dt} + C_e x + C_z z = F_1 P_a. \quad (17)$$

Підставивши в рівняння (11) рівняння (16) з урахуванням

$$K_x = \frac{F_2 K_z}{\beta_r W_0}; \quad (18)$$

$$K_y = 1 - \frac{F_z K_z}{\beta_r W_0}, \quad (19)$$

запишемо рівняння (10) у вигляді:

$$T \frac{dz}{dt} + K_y z + K_x x = 0. \quad (20)$$

Рівняння (16) і (19) перетворимо за Лапласом за нульових початкових умов:

$$\left. \begin{aligned} (mS^2 + B_e S + C_e) X + C_z Z &= F_1 P'_a; \\ (TS + K_y) Z + K_x X &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

де  $X$ ,  $Z$ ,  $P'_a$  — зображення змінних часу  $x(t)$ ,  $z(t)$  (координат стану) і  $P_a(t)$  (вхідної дії);  $S$  — оператор Лапласа. З коефіцієнтів системи рівнянь (21) можна скласти головний визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} mS^2 + B_e S + C_e & C_z \\ K_x & TS + K_y \end{vmatrix}. \quad (22)$$

Замінюючи відповідні стовпці визначника (22) правою частиною початкової системи (21), отримаємо допоміжні визначники, що є чисельниками шуканих передавальних функцій

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} mS^2 + B_e S + C_e & F_1 P'_a \\ K_x & 0 \end{vmatrix}; \quad (23)$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} F_1 P'_a & C_z \\ 0 & TS + K_y \end{vmatrix}. \quad (24)$$

Розкриваючи визначники (23) та (24), можна отримати вирази, що описують перехідний процес, а саме:

$$X(t) = L^{-1} \{ \Delta_x / \Delta \}; \quad (25)$$

$$Z(t) = L^{-1} \{ \Delta_z / \Delta \}; \quad (26)$$

$$P_r(t) = \frac{F_2}{\beta_r W_0} x(t) - \frac{F_z}{\beta_r W_0} z(t). \quad (27)$$

Тут

$$\Delta = (mS^2 + B_e S + C_e)(TS + K_y) - K_x C_z; \quad (28)$$

$$\Delta_x = F_1(TS + K_y)P'_a; \tag{29}$$

$$\Delta_z = -F_1K_x \cdot P'_a. \tag{30}$$

Слід зазначити, що отримані вирази (25), (26), (27) мало придатні для розрахунку перехідного процесу через близькість області лінеаризації  $P_r = P_n$  до особливої точки  $H = 0$ . Разом з тим головний визначник системи (28) можна використовувати для аналізу стійкості процесу спрацювання регулятора тиску шляхом побудови діаграми Вишнеградського.

Згадане дослідження було проведене з такими конструктивними параметрами приводу, прийнятими за базові значення: максимальний тиск в РВТ —  $P_m = 16$  МПа; час набору тиску, обумовлене стандартною циклограмою як 15 % тривалості циклу:  $t = 0,15T = 0,15 \cdot 0,5 = 75$  мс; розміри РВТ такі, що при тиску  $P_r$  його об'єм зростає на 0,124 м; площа плунжера мультиплікатора  $F_2 = 2 \text{ см}^2 = 0,0002 \text{ м}^2$  (прийнято конструктивно); хід поршня мультиплікатора  $U_m = W/F_2 = 12,4/2 = 6,2 \text{ см} = 0,062 \text{ м}$ ; середня швидкість плунжера мультиплікатора  $dU/dt = 6,2/0,075 = 82,7 \text{ см/с} = 0,827 \text{ м/с}$ ; середня витрата на деформацію РВТ  $Q_r = W/t = 12,4/0,075 = 165,3 \text{ см}^3/\text{с} = 1,653 \text{ м}^3/\text{с}$ ; коефіцієнт мультиплікації (прийнятий конструктивно)  $F_1/F_2 = 4$ ; площа поршня мультиплікатора  $F_1 = 4F_2 = 4 \cdot 2 = 8 \text{ см}^2 = 0,0008 \text{ м}^2$ ; мінімальний тиск газової подушки ПГА (пневмогідроакумулятор)  $P_g = P_m/4 = 16/4 = 4$  МПа; маневровий об'єм ПГА  $W_g = WF_1/F_2 = 12,4 \cdot 4 = 49,6 \text{ см}^3 = 0,000496 \text{ м}^3$ ; початковий об'єм газової порожнини ПГА (прийнято орієнтовно, оптимальне значення може бути визначене чисельними розрахунками над моделлю стосовно конкретного завдання)  $W_g = 200 \text{ см}^3 = 0,0002 \text{ м}^3$ ; середня швидкість росту тиску в порожнині РВТ  $V_p = P_m/t = 200 \text{ МПа/с}$ ; середня подача рідини при зарядженні ПГА  $Q_g = F_1 dU/dt = 662 \text{ см}^3/\text{с} = 6,62 \text{ м}^3/\text{с}$ ; середня жорсткість системи  $C = R/x = F_2 P_m / U_m = 51,6 \text{ кН/м}$ ; ( $R = F_2 P_m$ ;  $x = U_m$ ) маса рухомих частин приводу  $m = 1 \text{ кг}$ ; коефіцієнт  $K_h = 1$ ; площа торця золотника стабілізатора  $F_z = 0,7 \text{ см}^2 = 0,00007 \text{ м}^2$ ; коефіцієнт жорсткості золотника  $C_z = 94 \text{ кг/см} = 0,94 \text{ кг/м}$ ; коефіцієнт в'язкого опору  $B_x = 0,05 \text{ Нс/м}$ ;

На рис. 2 показана діаграма Вишнеградського з траєкторією точки, що зображає, побудованою для зміни відкриття робочого вікна стабілізатора тиску від  $Z$  до нуля (якщо  $H \geq 0$ , то точка, що зображає, асимптотично йде в нескінченність). З графіка випливає, що згадана траєкторія не перетинає межі стійкості  $A \cdot B = 1$  і що перехідний процес закриття золотника регулятора відповідає рівнянню з трьома дійсними коренями.

Перехідний процес в системі в цілому, від  $P_r = 0$  до  $P_r = P_n$  був розрахований із застосуванням методу Рунге-Кутта четвертого порядку. Для підвищення стійкості обчислювального алгоритму диференціальне рівняння руху золотника стабілізатора було замінене його рішенням; це дозволило понизити до другого порядок вирішуваної системи в алгоритмі Рунге-Кутта.

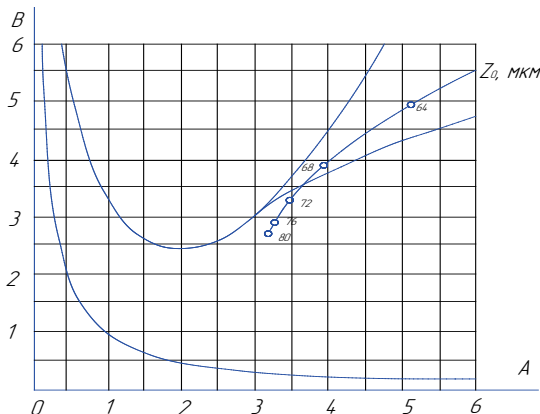


Рис. 2. Вплив відкриття робочого вікна стабілізатора тиску на характер перехідного процесу

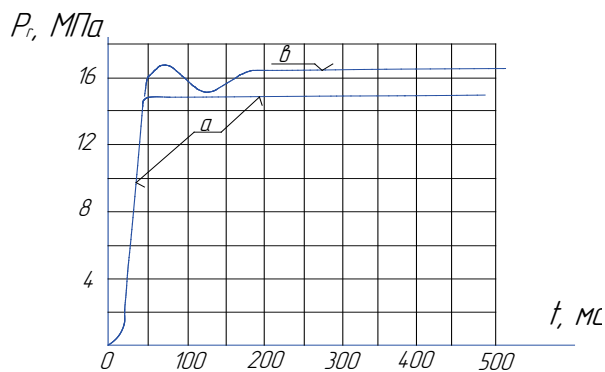


Рис. 3. Перехідний процес (передній фронт) в РВТ: зміни тиску відповідно з увімкненням (а) та вимкненням (б) стабілізатором тиску

На рис. 3 показані криві зміни тиску в РВТ, які відповідають передньому фронту імпульсу тиску в досліджуваному приводі. Можна бачити, що передній фронт імпульсу тиску не перевищує допустимого; сам процес спрацьовування золотника регулятора тиску складає приблизно 1/12 від тривалості переднього фронту. Розрахунки перехідного процесу при різних тисках заряду ПГА (від 4,5 до 9,0 МПа) показують, що статична помилка за амплітудою імпульсу не перевищує 3 %, тобто не перевищує допустиму.

### Висновки

Розглянута в роботі математична модель конструкції стенду для випробування рукавів високого тиску на довговічність підтверджує його працездатність. Крім того, ця модель може бути використана для вибору параметрів стенда в цілому.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Муляр Ю. І. Гідросистема стенда для випробування рукавів високого тиску / Ю. І. Муляр, В. О. Глушич // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 1999. — № 3. — С. 61—63.
2. Муляр Ю. І. Експериментальні дослідження довговічності рукавів високого тиску / Ю. І. Муляр, В. О. Глушич, Ж. П. Дусанюк // Вибрації в техніці і технологіях. — 2002. — № 2. — С. 34—38.
3. Рукава резиновые высокого давления с металлическими оплетками неармированные. ГОСТ 6286-73. — М.: Госстандарт.
4. Данилов Ю.А. Аппаратура объёмных гидроприводов: рабочие процессы и характеристики / Ю. А. Данилов, Ю. Л. Кириловский, Ю. Г. Колпаков. — М.: Машиностроение, 1990. — 272 с.
5. Немировский И. А. Графоаналитический метод расчёта гидроприводов / И. А. Немировский. — М.: Машиностроение, 1968. — 144 с.
6. Хохлов В. А. Гидравлические усилители мощности / В. А. Хохлов. — М.: Изд-во АН СССР, 1961. — 104 с.

Рекомендована кафедрою технології та автоматизації машинобудування

Надійшла до редакції 1.04.08  
Рекомендовано до друку 6.05.08

**Муляр Юрій Іванович** — доцент кафедри технології та автоматизації машинобудування; **Купчик Олександр Володимирович** — студент Інституту магістратури, аспірантури та докторантури.  
Вінницький національний технічний університет