УДК 658.012.011.56

В. М. Лисогор, к. т. н., проф.;
О. М. Циганенко, асп.

ЗАДАЧА СТРУКТУРИЗАЦІЇ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ БАГАТОСТАДІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Розв’язано задачу структуризації та ідентифікації нелінійного, нестаціонарного багатостадійного технологічного процесу з розподіленими параметрами моделюванням його системою звичайних диференціальних рівнянь зі структурною і часовою декомпозицією.

У багатьох галузях промислового виробництва важливими задачами є моделювання та управління процесами якості продукції. На сьогодні існують класи багатостадійних технологічних процесів (БСТП), як об’єктів моделювання, управління і автоматизації. Їх характерною рисою є: розподіленість, багатовимірність, нелінійність, нестаціонарність, невизначеність початкових та кінцевих умов, так званих стадій цього процесу. Тому даний клас об’єктів потребує повного чи часткового дослідження, як в модельних так і в реальних виробничих умовах. Таким чином задача пошуку шляхів аналітичного, експериментального підходу в моделюванні БСТП, стандартизації опису елементів складної системи у їх взаємодії актуальна.

Багатостадійні технологічні процеси (БСТП) відносяться до класу невизначених систем [1—3]. При дослідженні такого роду систем завжди постає дилема між необхідністю глибоких та точних досліджень вихідного неформалізованого об’єкта. Це дає можливість отримати адекватні математичні моделі та побудувати адаптивну систему управління, яка забезпечує задану якість функціонування системи в умовах значної інформаційної невизначеності об’єкта [4—6, 9].

Фундаментальні результати в області створення систем управління інформаційно-невизначених об’єктів, були отримані школою С. В. Ємельянова [6—8, 9]. Однак для отримання заданої якості цільової продукції реальні технологічні процеси у виробництві потребують додаткової інформації в особливих умовах функціонування об’єкта, наприклад, на стиках стадій [1—3].

Отже, *метою досліджень* є розв’язання задачі структуризації та ідентифікації нелінійного, нестаціонарного багатостадійного технологічного процесу (БСТП) з розподіленими параметрами за рахунок моделювання його системою звичайних диференційних рівнянь зі структурною і часовою декомпозицією.

Згідно постановки задачі структуризації в загальному вигляді модель БСТП може бути зображена так

$$\dot{x}(t) = F\left(\alpha, x(t), u(t), \beta(t), \omega(t), t\right); x(t_0) = x_0; \quad (1)$$

$$y(t) = \phi\left(\alpha, x(t), u(t), \beta(t), \omega(t), t\right), \quad (2)$$

де $x \in R^{n+\eta}$, $u \in R^{m+\mu}$, $y \in R^{r+\upsilon}$, α — невідомі постійні параметри, $\beta(t)$ — невідомі змінні параметри, $\omega(t)$ — збурення, що діють на об'єкт, x_0 — невідомі початкові умови, F — для початкового етапу проведення досліджень невідомий оператор.

В ході проведення досліджень було встановлено, що в моделі об’єкта можна виділити адитивні і мультиплікативні складові і модель БСТП може бути зображена у вигляді

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = f(\alpha, x(t), t) + \Delta f(x(t), \beta(t), t) + \left[B(\alpha, x(t), t) + \Delta B(x(t), \beta(t), t)\right]u(t) + \\ + \omega_1(t), x(t_0) = x_0;\end{aligned} \quad (3)$$

$$y(t) = C\left(\alpha, x(t)\right) + \Delta C(x(t), \beta(t)) + \omega_2(t), \quad (4)$$

де $f(\cdot) \in R^{(n+\eta)\times(n+\eta)}$, $B(\cdot) \in R^{(n+\eta)\times(m+\mu)}$, $C(\cdot) \in R^{(r+\upsilon)\times(n+\eta)}$, $\omega_1(t), \omega_2(t)$ — збурення об'єкта і виходу відповідно, параметри α переходять в розряд відомих постійних параметрів, $\beta(t)$ — невідомі параметри, які характеризують невизначеність системи.

Подальші дослідження приводять до можливості представлення моделі у вигляді

$$\dot{x}(t) = \left[A(\alpha) + \Delta A(\beta(t))\right]x(t) + \left[B(\alpha) + \Delta B(\beta(t))\right]u(t) + \omega_1(t),\ \ x(t_0) = x_0; \tag{5}$$

$$y(t) = \left[C(\alpha) + \Delta C(\beta(t))\right]x(t) + \omega_2(t)\,. \tag{6}$$

Тут розмірності співпадають з (1) (2).

Для полегшення рішення задачі ідентифікації і побудови систем автоматичного управління здійснена часова декомпозиція. Тоді модель БСТП в межах стадії можна представити так

$$\dot{x}_i(t) = \left[A_i(\alpha) + \Delta A_i\left(\beta(t)\right)\right]x_i(t) + \left[B_i(\alpha) + \Delta B_i\left(\beta(t)\right)\right]u_i(t) + \omega_{1i}(t);\ \ x(t_{0i}) = x_{0i}; \tag{7}$$

$$y_i(t) = \left[C_i(\alpha) + \Delta C_i\left(\beta(t)\right)\right]x_i(t) + \omega_{2i}(t), \tag{8}$$

де $i = 1, 2, \ldots N$, $x_i \in R^{n_i+\eta_i}$, $y_i \in R^{r_i+\nu_i}$, $u_i \in R^{m_i+\mu_i}$ — кількість стадій розбиття БСТП, A_i, B_i, C_i — матриці відповідних розмірностей.

Оскільки $(n+\eta) = \sum\limits_{i=1}^{N}\left(n_i + \eta_i\right)$; $(m+\mu) = \sum\limits_{i=1}^{N}\left(m_i + \mu_i\right)$; $(r+\nu) = \sum\limits_{i=1}^{N}\left(r_i + \nu_i\right)$, то, провівши дане розбиття, ми спростили вигляд рівняння. Однак отримали додаткову невизначеність у вигляді невідомих початкових умов кожної стадії.

Подальші дослідження приводять до можливості просторової декомпозиції системи, заснованої на тому, що БСТП має одну групу змінних, які присутні на всіх стадіях процесу і є важливими для отримання якісної цільової продукції, друга група змінних несе інформацію на окремих технологічних стадіях і на подальших стадіях є неінформативною. Перша група змінних утворює вектор траєкторного руху, друга допоміжна група змінних утворює вектор виявлення меж стадій. Рівняння стану стадії щодо вектора траєкторного руху прийме вигляд

$$\dot{x}_i(t) = \left[A_i(\alpha) + \Delta A_i\left(\beta(t)\right)\right]x_i(t) + \left[B_i(\alpha) + \Delta B_i\left(\beta(t)\right)\right]u_i(t) + \omega_{1i}(t);\ \ x(t_{0i}) = x_{0i}; \tag{9}$$

$$y_i(t) = \left[C_i(\alpha) + \Delta C_i\left(\beta(t)\right)\right]x_i(t) + \omega_{2i}(t). \tag{10}$$

Для даних рівнянь зберігається індексація з (7),(8), проте розмірності векторів і матриць зменшаться і будуть рівні

$$x_i \in R^{n_i}, u_i \in R^{m_i}, y_i \in R^{r_i}, A_i \in R^{n_i \times n_i}, B_i \in R^{n_i \times m_i}, C_i \in R^{r_i \times n_i}, t \in R^1, t_{i-1} \le t \le t_i,$$
$$n = \sum_{i=1}^{N} n_i,\ \ m = \sum_{i=1}^{N} m_i,\ \ r = \sum_{i=1}^{N} r_i.$$

Рівняння стану та вимірювання щодо вектора виявлення стадій буде дорівнювати

$$\dot{x}_{i_{\text{вияв}}}(t) = A_{i_{\text{вияв}}} x_{i_{\text{вияв}}}(t) + B_{i_{\text{вияв}}} u_{i_{\text{вияв}}}(t) + \omega_{1i_{\text{вияв}}}(t),\ \ x(t_{0i}) = x_{0i} \tag{11}$$

$$y_{i_{\text{вияв}}}(t) = C_{i_{\text{вияв}}} x_{i_{\text{вияв}}}(t) + \omega_{2i_{\text{вияв}}}(t)\,, \tag{12}$$

де $x_{i_{\text{вияв}}} \in R^{\eta}$; $u_{i_{\text{вияв}}} \in R^{\mu}$; $y_{i_{\text{вияв}}} \in R^{\nu}$; $A_{i_{\text{вияв}}} \in R^{\eta\times\eta}$; $B_{i_{\text{вияв}}} \in R^{\eta\times\mu}$; $C_{i_{\text{вияв}}} \in R^{\nu\times\eta}$, $t \in R^1$; $t_{i-1} \le t \le t_i$; $\eta = \sum\limits_{i=1}^{N}\eta_i$; $\mu = \sum\limits_{i=1}^{N}\mu_i$; $\nu = \sum\limits_{i=1}^{N}\nu_i$.

На межах стадій буде правильним рівняння поверхні розриву

$$g_i(x, u, y_{\text{вияв}}, t_i, \alpha) = 0\,, \tag{13}$$

g_i — деякі скалярні функції, t_i — момент перемикання з попередньої на подальшу стадію, $y_{\text{вияв}}$ — вектор вимірюваних координат, що з’являються і зникають, є розв’язком рівнянь (11),(12).

У деяких випадках модель фаз може бути задана у вигляді системи взаємозв’язаних рівнянь, в яких взаємний вплив фаз здійснюється не через початкові і кінцеві умови, а безперервно. Зокрема, модель послідовності впливу фаз може бути подана у формі

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dots \\ \dots \\ \dot{x}_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \bar{A}_{32} & \bar{A}_{33} & \cdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \cdots & \bar{A}_{N,N-1} & \bar{A}_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ \dots \\ x_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \bar{B}_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \bar{B}_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dots \\ u_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{11}(t) \\ \omega_{12}(t) \\ \dots \\ \omega_{1N}(t) \end{bmatrix}; \; x_1(t_{01}) = x_{01}; \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ \dots \\ y_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} & \cdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \cdots & \bar{C}_{N,N-1} & \bar{C}_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ \dots \\ x_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{21}(t) \\ \omega_{22}(t) \\ \dots \\ \dots \\ \omega_{2N}(t) \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Тут прийняті позначення

$$\bar{A}_{ij} = \left(A_{ij}(\alpha) + \Delta A_{ij}\left(\beta(t)\right)\right); \; \bar{B}_{ij} = \left(B_{ij}(\alpha) + \Delta B_{ij}(\beta(t))\right); \; \bar{C}_{ij} = \left(C_{ij}(\alpha) + \Delta C_{ij}(\beta(t))\right);$$

$$A_{i,i-1} = A_{i_{\text{вияв}}}; \; C_{i,i-1} = C_{i_{\text{вияв}}}.$$

Розглянемо декілька окремих випадків, що зустрічаються у галузях промисловості БСТП і які можуть бути зображені у вигляді моделі

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B_i(t)u_i(t) + \omega_1(t); \; x(t_0) = x_0; \tag{16}$$

$$y(t) = C(t)x(t) + \omega_2(t), \tag{17}$$

тобто стани і вимірювання є безперервними, а управління є кусково-безперервними функціями, що допускають на стиках розриву першого роду. Для детерміновано заданої моделі стадій з відомими параметрами можливе таке зображення моделі стадії

$$\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t); \; x(t_{0i}) = x_{0i}; \tag{18}$$

$$y_i(t) = C_i x_i(t). \tag{19}$$

У цьому випадку БСТП розчленовується на $i = 1,2\ldots, N$ незалежних підсистем і розробка системи управління може бути зведена до використання відомих класичних підходів. У роботі використані також еталонні або задаючі моделі стадій у вигляді лінійних диференціальних рівнянь з постійними параметрами і невідомими початковими умовами

$$\dot{x}_{i_{\text{ЕТ}}}(t) = A_{i_{\text{ЕТ}}} x_{i_{\text{ЕТ}}}(t); \; x_{\text{ЕТ}}(t_{0i}) = x_{0i_{\text{ЕТ}}}; \tag{20}$$

$$y_{i_{\text{ЕТ}}}(t) = C_{i_{\text{ЕТ}}} x_{i_{\text{ЕТ}}}(t). \tag{21}$$

Початкові умови, яких бракує, отримаємо за рахунок вирішення допоміжної системи виявлення меж стадій. Буде використана також стохастична модель еталонної системи

$$\dot{x}_{i_{ET}}(t) = A_{i_{\text{ЕТ}}} x_{i_{\text{ЕТ}}}(t) + \omega_{1i_{\text{ЕТ}}}(t); \; x_{\text{ЕТ}}(t_{0i}) = x_{0i_{\text{ЕТ}}}; \tag{22}$$

$$y_{i_{\text{ЕТ}}}(t) = C_{i_{\text{ЕТ}}} x_{i_{\text{ЕТ}}}(t) + \omega_{2i_{\text{ЕТ}}}(t). \tag{23}$$

Розмірності векторів і матриць еталонної моделі співпадають з відповідними елементами моделі реальної системи.

Тепер знайдемо $x(\alpha, \beta)$ диференціального рівняння стану. Припустимо, що розв’язок складається з деякого базового розв’язку і деякої нелінійної нестаціонарної добавки, яка є складовою частиною рівняння збуреного руху (9). Тоді розв'язок (9) можна зобразити у вигляді апроксимації

$$x(t,\ \alpha,\ \beta) = x(t,\ \alpha) + \frac{\partial x(t,\ \alpha,\ \beta)}{\partial(\alpha,\ \beta)} \Delta(\alpha,\ \beta) + \ldots . \tag{24}$$

Обмежившись лінійними членами ряду і позначивши $\eta = \dfrac{\partial x(t,\ \alpha,\ \beta)}{\partial(\alpha,\ \beta)}$, отримаємо:

$$x(t,\ \alpha,\ \beta) = x(t,\ \alpha) + \eta\Delta(\alpha,\ \beta). \tag{25}$$

Проаналізувавши бачимо, що розв'язок має складову від розв'язку системи (20), яка характеризує основний рух і складову від розв'язку рівняння чутливості

$$\dot{\eta}_i = \frac{\partial f}{\partial x}\eta_i + \frac{\partial f}{\partial(\alpha,\beta)};\ \ \eta_i(t_{0i}) = \eta_{0i}\,. \tag{26}$$

Рівняння чутливості (26) характеризує динаміку додаткового руху. Зрозуміло, що аналітичний розв'язок досліджуваної системи отримати складно. Тому конструктивним підходом є використання методів моделювання [1—3, 7—9]. Тоді роз'язок рівняння стану модельованого БСТП можна подати

$$x(t,\alpha,\beta) = X\left[t, x_0(\alpha,\beta), t_0(\alpha,\beta), \alpha, \beta\right]. \tag{27}$$

При цьому вектор стану в точках розриву

$$x_i^+ = x(t_i + 0);\ \ x_i^- = x(t_i - 0) \tag{28}$$

зв'язаний рівнянням вигляду

$$x_i^+ = \Phi_i(x_i^-,\ t_i,\ \alpha,\ \beta). \tag{29}$$

Співвідношення (29) будемо називати умовами стрибків. На додаток до співвідношень (28), (29) початкові умови припустимо відомими

$$t_0 = t_0(\alpha,\ \beta),\ \ x_0 = x_0(\alpha,\ \beta). \tag{30}$$

Тоді роз'язки досліджуваного сімейства (27) є розривними функціями t та α, β.

Нехай, функції траєкторного руху f_i, g_i, Φ_i мають неперервні часткові похідні по всіх аргументах. Тоді можна стверджувати, що вектор чутливості

$$\eta(t,\ \alpha,\ \beta) = \frac{\partial x(t,\ \alpha,\ \beta)}{\partial(\alpha,\ \beta)} \tag{31}$$

існує при всіх t, окрім моментів перемикання стадій. При цьому існують відповідні похідні зліва і справа

$$\eta_i^+ = \eta(t_i + 0);\ \ \eta_i^- = \eta(t_i - 0). \tag{32}$$

Таким чином, вирішено завдання структуризації та ідентифікації БСТП за рахунок проведення тимчасової і просторової декомпозиції.

Висновок

Розв'язана задача структуризації та ідентифікації нелінійного, нестаціонарного БСТП з розподіленими параметрами за рахунок моделювання його системою звичайних диференціальних рівнянь зі структурною і часовою декомпозицією. Структурна декомпозиція передбачає розбиття початкового вектору стану на вектор траєкторного руху і вектор виявлення невизначених умов стику стадій. Розв'язок отримано моделюванням диференціальних рівнянь з розривною правою частиною, яка відрізняється тим, що в поверхні розриву присутня компонента невизначеності в точках стику стадій, яка є роз'язком відповідного диференціального рівняння.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Зубарев В. В. Моделирование различения стадий многостадийного технологического процесса / В. В. Зубарев, В. Н. Лысогор, Р. В. Селезнева // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 1994. — № 1. — С. 13—17.
2. Лысогор В. Н. Опыт разработки и внедрения АСУ ТП производства электродного кокса в аппаратах периодического действия / В. Н. Лысогор // Тематический обзор. Серия. Автоматизация и контрольно-измерительные приборы в нефтеперерабатывающей. и нефтехимической промышленности. — М.: ЦНИИТЭНЕФТЕХИМ. — 1979. — 60 с.
3. Лысогор В. Н. Конструирование АСУ конечного состояния нелинейных многостадийных технологических процессов / В. Н. Лысогор, Э. П. Ушаков // САПР и АСУ ТП в химической промышленности: тезисы докл. — Ч., 1987. — Ч. І. — С. 12—13.
4. Згуровский М. З. Системный анализ стохастических распределенных процессов: (Моделирование, оценивание состояний, идентификация) / М. З. Згуровский, А. Н. Новиков. – Киев: УМКВО, 1988. — 204 с.
5. Дубовой В. М. Моделювання систем контролю та керування: [навч. посібник.] / В. М. Дубовой. — Вінниця: ВНТУ, 2005. — 175 с.
6. Горбачов В. О. Технології моделювання систем: [навч. посібник.] / В. О. Горбачов. — Харків: «Компания СМІТ», 2005. — 180 с.
7. Емельянов С. В. Бинарные системы автоматического управления / С. В. Емельянов. — М.: Международный НИИ проблем управления, 1984. — Вып. I. — 313 с. — (Бинарные динамические системы).
8. Емельянов С. В. Бинарное управление нелинейными нестационарными динамическими объектами / С. В. Емельянов, И. А. Буровой, Ф. Ю. Левада // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. — 1984. — № 4. — С. 7—12.
9. Технология системного моделирования / [Аврамчук Е. Ф., Вавилов А. А., Емельянов С. В. и др.]. — М.: Машиностроение; Берлин: Техник, 1988. — 520 с.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління

Надійшла до редакції 21.10.08
Рекомендована до друку 20.11.08

Лисогор Василь Микитович — професор кафедри аграрного менеджменту.
Вінницький державний аграрний університет;

Циганенко Олена Миколаївна — аспірантка
Кафедра комп'ютерних систем управління, Вінницький національний технічний университет