

УДК 681.51

О. В. Василенко к. т. н.;**Д. П. Кучеров к. т. н.; с. н. с.;****Б. П. Іванов**

АЛГОРИТМ АДАПТИВНОГО ТЕРМІНАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ ПОТРІЙНИМ ІНТЕГРАТОРОМ

Запропоновано алгоритм адаптивної системи управління, що забезпечує переміщення зображуваної точки динамічного об'єкта з передатною функцією виду потрійний інтегратор з початкового стану в заданий кінцевий. Проаналізовано умови розв'язання задачі адаптації, розглянуто числовий приклад, що ілюструє ефективність цього алгоритму.

Вступ

Останнім часом велику увагу приділяють питанням рішення завдань термінального управління [1]. До них відносяться такі завдання, у яких потрібно синтезувати управління, що забезпечує переміщення об'єкта у заданий стан за обмежений проміжок часу. Алгоритми управління, що забезпечують рішення цих завдань, називаються алгоритмами термінального управління [2]. Клас завдань термінального управління досить широкий. До них ставляться, наприклад, завдання управління посадкою, приземленням і наближенням літальних апаратів різного призначення, управління затискачем робота та ін.

Відомі методи розв'язання цих завдань ґрунтуються на припущенні наявності апріорної інформації про параметри та збурення. Вперше розв'язання задачі оптимального за часом управління потрійним інтегратором з повністю відомими параметрами та за відсутності збурень у каналах виміру було подано в [3], де управління має вигляд кусочно-постійної знакозмінної функції, знак якої визначається знаком деякої функції фазових змінних, яку називають відокремлювальною поверхнею. Реалізація системи вимагає безперервного та точного виміру фазових координат динамічної системи. Як зазначається в [3], якщо побудувати або промоделювати систему, то неминучі шуми та неідеальність устаткування приводять до того, що релейний елемент буде перемикатися ледве вище або нижче поверхні перемикання, і тому дійсний перехідний процес відрізняється від теоретичного. При цьому система рухається до призначеного стану в ковзному режимі або ж у режимі з необхідним числом перемикань інтервалів управління, але має граничний цикл в околі початку координат.

Не так давно в [4], розглядалося рішення завдання оптимального управління потрійним інтегратором в аналогічній постановці з використанням синтезувальних змінних. Синтез оптимального управління цим методом припускає розрахунок моментів перемикання керувального впливу при фіксованому часовому інтервалі управління. Відмітною рисою цього методу управління вважається те, що його реалізація зовсім не вимагає безперервного контролю вихідних змінних об'єкта, а необхідний тільки жорсткий контроль поточного часу від початку руху.

При синтезі термінального управління динамічною системою цим методом в умовах апріорної параметричної невизначеності необхідні точний розрахунок і виконання двох моментів перемикання керувальної дії, які з урахуванням неідеальності устаткування забезпечити досить складно. У цьому випадку доцільно використовувати адаптивний підхід [5]. Зазначимо, що коли параметри об'єкта невідомі, то добре розроблені методи синтезу адаптивного управління з еталонною моделлю й методи, що використовують пробні рухи тут застосовуватися не можуть. В [6, 7] розроблена методика розв'язання такої задачі для об'єктів другого порядку у фазовому просторі, відповідно до якої потрібно визначити всього лише один момент перемикання знака керувального впливу. У випадку об'єктів вищого порядку, що мають дійсні власні значення характеристичного рівняння, число перемикань знака управління зростає та становить число, що на одиницю менше порядку об'єкта відповідно до теореми про n -інтервали О. А. Фельдбаума.

В статті пропонується розвиток методів адаптивного термінального управління для об'єкта, яким є потрійний інтегратор, при його русі до призначеної мети (області досяжності). На відміну

від [8] в алгоритмі передбачається, що для адаптації використовується тільки поточна інформація про рух об'єкта, перешкоди виміру відсутні.

Постановка задачі

Розглядається об'єкт, який має нульову помилку при постійному прискоренні. Такий об'єкт є послідовним з'єднанням трьох інтегровальних ланок [9]

$$W(s) = W_1(s)W_2(s)W_3(s); \quad W_i(s) = \frac{k_i}{s}, \quad (1)$$

де k_i — коефіцієнти підсилення інтеграторів, апріорі невідомі ($i = 1 \dots 3$). Відома тільки інформація про інтервали

$$0 < \underline{k}_i \leq k_i \leq \bar{k}_i, \quad (2)$$

де можуть перебувати коефіцієнти k_i .

Представимо об'єкт (1) системою диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= k_1 x_2(t); \\ \dot{x}_2(t) &= k_2 x_3(t); \\ \dot{x}_3(t) &= k_3 u(t), \end{aligned} \quad (3)$$

де x_1 — вихідна величина об'єкта, x_2 і x_3 перші й друга її похідні відповідно; $u(t)$ — керувальна дія, $u(t) = \{+1, -1\}$. Відомий вектор $x(t)$ початкового стану $x(0)$ системи (3) у момент $t = 0$, тобто $x(0) = (x_1(0), x_2(0), x_3(0))$.

Введемо область V , для якої

$$V = [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \times [\underline{x}_2, \bar{x}_2] \times [\underline{x}_3, \bar{x}_3], \quad x(0) \in V. \quad (4)$$

Позначимо Ω — область досяжності, для якої точка $0 = (0, 0, 0)$ є внутрішньою точкою та $x(0) \notin \Omega$.

Ставиться завдання побудувати алгоритм управління об'єктом у формі (3), що забезпечує переведення об'єкта з початкового стану $x(0) \in V$ в область Ω за мінімальний можливий час в умовах апріорної невизначеності щодо параметрів об'єкта, поданої у формі (2). Передбачається, що перешкоди в каналах виміру координат відсутні.

Умови існування рішення завдання

Розглянемо алгоритм управління в припущенні про наявні параметри $\hat{k}_i = k_i^* + \varepsilon_i$ об'єкта (3), що задовольняють постановці завдання. Тут k_i^* — точні значення параметрів, ε_i — деякі малі числа. У цьому випадку алгоритм управління, як і в [5, 6], має вигляд

$$u(t) = \begin{cases} +1, & \text{при } F(x, \hat{c}) > 0; \\ -1, & \text{при } F(x, \hat{c}) < 0; \end{cases} \quad (5)$$

$$u(t) = \begin{cases} +1, & \text{при } |F(x, \hat{c})| \leq \delta, v = 0, x_3 < 0; \\ -1, & \text{при } |F(x, \hat{c})| \leq \delta, v = 0, x_3 > 0, \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{де} \quad F(x, \hat{c}) = x_1 + \hat{c}_1 x_3^3 + \text{sign } v \left[\hat{c}_2 x_2 x_3 + \hat{c}_3 \left(\hat{c}_4 \frac{x_3^2}{2} + \text{sign } v x_2 \right)^{3/2} \right] - \quad (7)$$

— так звана відокремлювальна поверхня. Закон управління (5), (6) побудований на підставі поглядів про термінальне управління з обмеженим часом [1, 3, 4]. Відокремлювальна функція (7) є модифікацією відповідного виразу з [3] з урахуванням відмінних від одиниці параметрів k_i і заміною вектора $c^T = (c_1, c_2, c_3, c_4)$ з компонентами

$$c_1 = k_1 k_2 k_3^{-2} / 3; \quad c_2 = k_1 k_3^{-1}; \quad c_3 = k_1 (k_2 k_3)^{-0,5}; \quad c_4 = 0,5 k_2 k_3^{-1} \quad (8)$$

їхніми апріорними оцінками $\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3, \hat{c}_4$; x — вектор вимірів з компонентами x_1, x_2, x_3 ; δ — мала величина, яка пов'язана з виключенням помилок усікання та округлення у розрахунках;

$$v = x_2 + \hat{c}_4 x_3 \mid x_3 \mid.$$

Зауваження 1. Умова (2) і рівності (8) породжують область C , у якій може перебувати вектор параметрів $\hat{c} \in C$

$$C = \bigcup_{i=1}^4 [\underline{c}_i, \bar{c}_i]. \tag{9}$$

Зауваження 2. У відповідності до теореми про n інтервалів мета управління досягається не більш ніж за дві зміни знаку керувальної дії. Поверхня (7) перетинає всі осі фазових координат тільки в одній точці з координатами $(0, 0, 0)$ і, таким чином, поділяє область V на два напівпростори, один з яких відповідає керувальній дії «+1», а другий — «-1».

Закон управління (5) виконується, якщо фазова точка керованого об'єкта не перебуває на поверхні (7), у випадку, коли фазова точка знаходиться на поверхні $F(\cdot)$ управління ним здійснюється за законом (6). Отже, (5), (6) є тим самим законом управління, що відрізняється тільки положенням фазової точки відносно поверхні (7).

Однією з проблем, яка виникає відразу ж при розв'язанні цієї задачі, є вибір знака керувальної дії на першому інтервалі управління. Розв'яжемо її, як і в [8], виходячи з міркувань про те, що послідовність зміни знаків управління повинна бути такою, що зображувальна точка під дією управління рухається до області цілі, а не від неї, виділимо ті множини фазових станів, для яких вибір початкових управлінь здійснюється однозначно.

Аналіз різних перетинів (рис. 1) поверхні в площинах (x_1, x_3) , (x_2, x_3) і типів траєкторії руху зображувальної точки у даних площинах показує, що вибір знака керувальної дії на першому інтервалі управління може бути здійснений однозначно, якщо початковий фазовий стан керованого об'єкта належить множинам V^+ або V^-

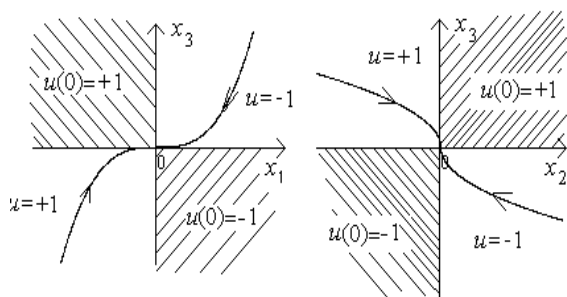


Рис. 1. До вибору початкового управління $u(0)$

$$u(t) = \begin{cases} -1, & \text{если } x(t) \in V^-; \\ +1, & \text{если } x(t) \in V^+, \end{cases} \tag{10}$$

де

$$V^- = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 > 0, x_2 \leq 0, x_3 \leq 0\};$$

$$V^+ = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 < 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\}.$$

Умови (10) охоплюють тільки, ті можливі початкові стани області V , які розташовані у квадрантах поза поверхнею $F(\cdot)$. Ідеальною умовою початку руху й гарантованого вибору знака першого інтервалу управління є вісь Ox_1 . При цьому передбачається, що об'єкт нерухомий і тільки відлучений від області досяжності. У випадку іншого завдання початкових умов необхідно забезпечити переміщення фазової точки об'єкта в ці області та здійснювати рух саме з них (див. також [8]). Рух буде вважатися правильним, якщо координата x_1 зменшується.

Зауваження 3. Переведення зображувальної точки $x(t)$ може бути здійснений при будь-якому призначеному векторі параметрів c із (9) і правильному виборі початкового управління $U(0)$. Це може бути виконано як у ковзному режимі, коли на вході керованого об'єкта знак керувальної дії змінюється з високою частотою так і у режимі із установленим числом змін знаків управління та її невключенням в область досяжності при цьому. Обидва ці режими є неприйнятними, оскільки призводять у цілому до затягування процесу управління, крім того ковзний режим є шкідливим для системи, що стежить, оскільки призводить до підвищеного зносу виконавчої частини системи. Введення області досяжності є достатнім технічним рішенням, що дозволяє уникнути граничного циклу руху зображувальної точки в околиці початку координат.

Лема. Нехай область $V = \{x^0\} \subset \mathfrak{R}^3$ являє собою замкнений прямокутник

$$V = [\underline{x}_1^0, \bar{x}_1^0] \times [\underline{x}_2^0, \bar{x}_2^0] \times [\underline{x}_3^0, \bar{x}_3^0], \tag{11}$$

симетричний відносно початку координат, тобто $\underline{x}_i = -\bar{x}_i$, де $i = 1 \dots 3$.

Визначимо деяку обмежену множину $V_1 = \bigcap \Omega \subset \mathbb{R}^2$, де Ω — область досяжності, що являє собою коло

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| \leq r\} \tag{12}$$

з радіусом r . Тоді для будь-якого як завгодно малого $\varepsilon > 0$ існує область $C = \{\hat{c} : \|\hat{c} - c\| \leq \varepsilon\}$ така, що

а) регулятор (5), (6), у якому поточна оцінка c_n замінена на оцінку \hat{c} , забезпечує переміщення вектора $x(t)$ з будь-якого початкового положення $x(0) \in V_1$ в область Ω не більш ніж за дві зміни знака управління;

б) область Ω , обумовлена виразом (12), є «мінімально можливою» областю досяжності при даному векторі \hat{c} (даний регулятор не гарантує влучення $x(t)$ з довільної точки $x(0) \in V_1$ у будь-яку іншу область $\underline{\Omega}$ таку, що $\underline{\Omega} \subset \Omega$);

в) тривалість t^* переміщення $x(t)$ від $x(0)$ до області Ω є мінімально можливою та такою, що $t^* \geq T_{\text{opt}}$, де T_{opt} — час переміщення вектора $x(t)$ за відсутності перешкод.

Адаптивний алгоритм

Як і в [6, 7], скористаємося алгоритмом адаптації градієнтного типу. Припустимо:

- 1) для всіх $\hat{c} \in C$ виконується закон управління (5), (6) при початковому управлінні (10);
- 2) для кожного вектора $\hat{c} \in C$ виконується умова [7]

$$\text{grad}_c^T f(x, \hat{c})(c - \hat{c}) \geq [f(x, \hat{c}) - f(x, c)]; \tag{13}$$

3) задана область досяжності у формі (13) є такою, що зі збільшенням числа випробувань n системи область Ω стягується в точку в околі початку координат.

Особливістю алгоритму адаптації є запам'ятовування точки, за якою будуть вироблятися подальші виправлення. Можливі такі помилкові ситуації при випробуваннях системи термінального управління:

а) виникає ковзний режим зображувальної точки $x(t)$ після першої зміни знака керувальної дії, при цьому число перемикань більше двох;

б) виникає режим управління із установленим числом інтервалів управління, але $x(T_n) \notin \Omega$, де T_n — момент вимикання управління;

в) виникає режим, у якому зміна знаку сигналу управління з високою частотою здійснюється на другому інтервалі управління (псевдоконвзний режим).

У ситуаціях а, б за точку, по якій здійснюється корекція вектора параметрів c , будемо використовувати точку першої зміни знаку управління, що припускає однозначну класифікацію помилкової ситуації. Ситуація в має неоднозначну класифікацію: після першого інтервалу, після другого інтервалу ковзний режим, для цього при корекції вектора параметрів \hat{c} будемо використовувати точку другої зміни знаку сигналу управління.

Сформулюємо тепер сам алгоритм адаптації. Позначимо $l(t_n)$ через загальне число змін сигналу управління до поточного моменту t_n часу першої зміни знаку сигналу управління, починаючи з моменту $t = 0$ до T_n , при цьому інтервал $[0, T_n]$ — є час, протягом якого точка $x(t)$ переводиться зі стану $x(0)$ у стан $x(T_n) \in \Omega$. Тоді алгоритм адаптації може бути поданий у формі такої рекурентної процедури:

$$c_n = \begin{cases} c_{n-1}, \text{ якщо } \|x(T_n)\| \leq r_m \text{ та } l(t_n) \leq 2; \\ \text{Pr}_{\Xi} \left\{ c_{n-1} - \mu \left[g_{\alpha} \left(c_{n-1}, x^{(1)}(t_n) \right) - w_n \right] \text{grad}_c f \left(c_{n-1}, x^{(1)}(t_n) \right) \right\}, \text{ якщо } v \neq 0, l(t_n) > 2; \\ \text{Pr}_{\Xi} \left\{ c_{n-1} - \mu \left[g_{\alpha} \left(c_{n-1}, x^{(1)}(t_n) \right) - w_n \right] \text{grad}_c f \left(c_{n-1}, x^{(2)}(t_n) \right) \right\}, \text{ якщо } v = 0, l(t_n) > 2. \end{cases} \tag{14}$$

У цьому алгоритмі $\text{Pr}_{\Xi}\{c'\}$ — проектор вектора $c \in \mathbb{R}^4$ на опуклу множину $\Xi = [\underline{c}_1, \bar{c}_1] \times [\underline{c}_2, \bar{c}_2] \times [\underline{c}_3, \bar{c}_3] \times [\underline{c}_4, \bar{c}_4]$, у якій $\underline{c}_1, \underline{c}_2, \underline{c}_3, \underline{c}_4$ — нижні границі вектора параме-

трів, а $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_3, \bar{c}_4$ — верхні границі обумовлені як

$$c_1 = \frac{k_1 k_2}{3k_3^2}, \quad c_2 = \frac{k_1}{k_3}, \quad c_3 = \frac{k_1}{\sqrt{k_2 k_3}}, \quad c_4 = \frac{k_2}{2k_3}, \quad \bar{c}_1 = \frac{\bar{k}_1 \bar{k}_2}{3\bar{k}_3^2}, \quad \bar{c}_2 = \frac{\bar{k}_1}{\bar{k}_3}, \quad \bar{c}_3 = \frac{\bar{k}_1}{\sqrt{\bar{k}_2 \bar{k}_3}}, \quad \bar{c}_4 = \frac{\bar{k}_2}{2\bar{k}_3};$$

$$g_\alpha(c, x) = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{f(c, x)}{\alpha}; \tag{15}$$

$$w_n = \begin{cases} +1, & \text{если } l(t_n) > 2; \\ -1, & \text{если } l(t_n) \neq 2 \text{ и } |x(t)| > r_m; \end{cases} \tag{16}$$

$$\frac{\partial f(c_n, x)}{\partial c_1} = -x_3^3, \quad \frac{\partial f(c_n, x)}{\partial c_2} = -\operatorname{sign} v x_2 x_3, \quad \frac{\partial f(c_n, x)}{\partial c_3} = -\operatorname{sign} v (c_4 x_3^2 + \operatorname{sign} v x_2)^{3/2},$$

$$\frac{\partial f(c_n, x)}{\partial c_4} = -\operatorname{sign} v c_3 x_3^2 (c_4 x_3^2 + x_2)^{1/2}. \tag{17}$$

де $\mu > 0, \alpha > 0$ — деякі наперед задані досить малі числа, що визначають крок корекції вектора параметрів. Після завдання початкового вектора $c_0 = (c_0^{(1)}, c_0^{(2)}, c_0^{(3)}, c_0^{(4)})$ та області Ξ алгоритм адаптації (14)—(17) визначений повністю.

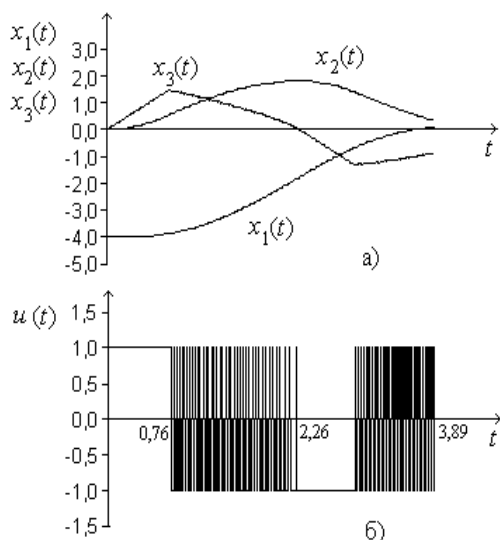


Рис. 2. Сигнали $x_1(t), x_2(t), x_3(t), u(t)$ на $n = 0$ циклі адаптації

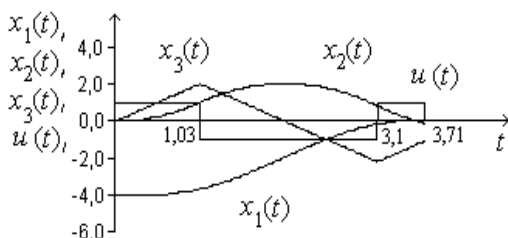


Рис. 3. Сигнали $x_1(t), x_2(t), x_3(t), u(t)$ на $n = 34$ циклі адаптації

на $n = 0$ циклі адаптації рис. 4 зображена функція V_n , побудована відповідно до виразу

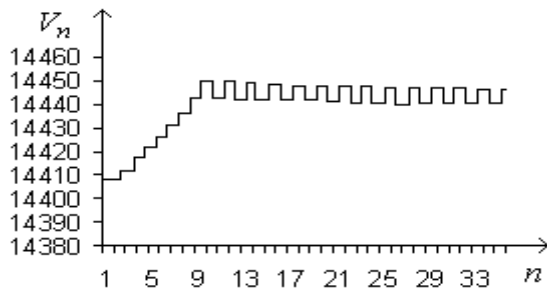
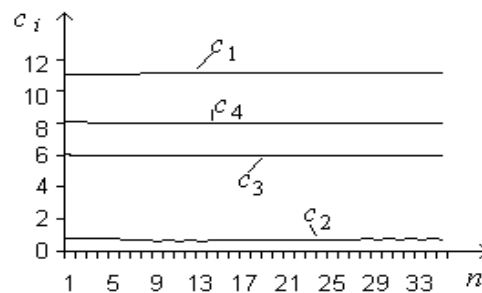
$$V_n = \sum_{i=1}^4 (\lambda c^{(i)} - c_n^{(i)})^2 + (c^{(5)} - c_n^{(5)})^2$$

за результатами модельного експерименту.

Приклад Нехай є об'єкт с параметрами $k_1 = 1 \text{ c}^{-1}, k_2 = 1 \text{ c}^{-1}, k_3 = 2 \text{ c}^{-1}$, який необхідно перевести з початкового стану $x(0) = (-4, 0, 0)$ в область $\Omega = \{x: |x_1| \leq 0,4, |x_2| \leq 0,11, |x_3| \leq 0,01\}$. Фіксовані значення параметрів алгоритму адаптації (14)—(17) встановлювалися рівними: $\alpha = 0,001, \mu = 0,002$. Радіус області Ω визначено $r = 0,28$. Задано початковий вектор $c^T_0 = (0,84, 6, 8, 1, 1)$. Результати моделювання подані на рис. 2, 3.

На рис. 2 показано динаміку змінних $x_1(t), x_2(t), u(t)$ при переміщенні об'єкта (1) з початкового стану $x(0)$ в область Ω на першому циклі випробувань. З рис. 2 видно, що у першому випробуванні через відсутність апріорної інформації про параметри об'єкта в момент $t = 0,76 \text{ c}$ система перейшла в ковзний режим. При цьому відмітимо, що хоча зображувальна точка $x_n(t)$ і наближається до області досяжності Ω , однак після $n = 523$ числа змін знаку сигналу управління вона не попадає в область Ω (див. рис. 2). На рис. 3 показаний рух системи після завершення процесу адаптації. Як видно з рис. 3, тепер уже зображувальна точка $x(t)$ переходить із початкового стану $x_1(0)$ в область Ω із двома змінами знака управління $u(t)$, тобто ціль управління досягається. У процесі дії алгоритму (15)—(18) за $n = 34$ отримано вектор $c^T_{34} = (0,76, 5,98, 7,95, 0,24)$, що задовольняє умові влучення точки $x(t)$ в область Ω з двома змінами знака управління, при цьому число $\lambda = 11$. На Рис. 2. Сигнали $x_1(t), x_2(t), x_3(t), u(t)$

Виявилося, що функція V_n на інтервалі $n \in [0, 34]$ в цілому має спадний характер, при цьому процес адаптації завершився за 34 кроку.

Рис. 4. Функція V_n Рис. 5. Еволюція параметрів c_i

Еволюція компонентів вектора параметрів у процесі підстроювання c_i з початкового значення $c_i(0)$ у кінцевий $c_i(34)$ показана на рис. 5.

Висновок

Для об'єкта, що є послідовним з'єднанням трьох інтеграторів з невідомими коефіцієнтами підсилення, але з відомими апріорними оцінками множини їхньої належності, існує можливість побудови алгоритму адаптивного термінального управління. Квазіоптимальне управління даним об'єктом забезпечується після завершення процесу адаптації, при цьому об'єкт переводиться з будь-якого початкового стану в область досяжності з числом перемикачів керувального впливу, яке не перевищує два. Алгоритм адаптації використовує тільки поточну інформацію про поведінку системи в процесі управління.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Крутько П. Д. Алгоритмы терминального управления линейными динамическими системами / П. Д. Крутько // Известия РАН. Теория и системы управления. — 1998. — № 6. — С. 33—45.
2. Справочник по теории автоматического управления / [Александров А. Г., Артемьев В. М. и др.]; под ред. А. А. Красовского. — М.: Наука, 1987. — 712 с.
3. Фельдбаум А. А. Методы теории автоматического управления / А. А. Фельдбаум А. Г. Бутковский. — М.: Наука, 1971. — 743 с.
4. Козлов А. И. Полный анализ задачи тройного интегратора / А. И. Козлов, Д. Ю. Муромцев // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 1. — С. 3—12.
5. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я. З. Цыпкин. — М.: Наука, 1968. — 400 с.
6. Кучеров Д. П. Синтез адаптивного регулятора для финитного управления вращающимся телом при наличии ограниченных помех / Д. П. Кучеров // Проблемы управления и информатики. — 2005. — № 1. — С. 38—47.
7. Кучеров Д. П. Синтез алгоритма адаптивного терминального управления инерционной системой второго порядка при наличии ограниченных помех / Д. П. Кучеров // Проблемы управления и информатики. — 2007. — № 5. — С. 20—28.
8. Эдди А. Дж. Управление с упреждением высокого порядка / Эдди А. Дж., Билингзли Дж., Коулс Дж. // Дискретные, самонастраивающиеся и обучающиеся системы: тр. III Международ. конгр. ИФАК. — М.: Наука, 1971. — С. 338—353.
9. Смит О. Дж. М. Автоматическое регулирование / О. Дж. М. Смит. — М.: Физматгиз, 1962. — 808 с.

Рекомендована кафедрою автоматичної та інформаційно-вимірювальної техніки

Надійшла до редакції 21.10.08
Рекомендована до друку 20.11.08

Василенко Олександр Васильович — начальник інституту, **Кучеров Дмитро Павлович** — начальник науково-дослідного відділу управління розвитку озброєння й військової техніки спеціальних військ, **Іванов Борис Павлович** — науковий співробітник.

Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ